

Programa



CURSO: MODELOS PROBABILÍSTICOS
TRADUCCIÓN: PROBABILISTIC MODELS
SIGLA: EYP1025
CRÉDITOS: 10
MÓDULOS: 03
REQUISITOS: (EYP1015 y MAT1135) ó (EYP1015 y MAT1630)
CARÁCTER: MÍNIMO
DISCIPLINA: MATEMÁTICAS

I. DESCRIPCIÓN

El curso introduce al alumno en la axiomática y fundamentos teóricos de los modelos de probabilidad. Asimismo, enseña el manejo del lenguaje de las probabilidades, sus propiedades y la aplicación a problemas concretos. Además, mediante el uso de paquetes estadísticos el alumno podrá familiarizarse con experiencias de la vida cotidiana en las que interviene el azar, y así comprender los enfoques de la probabilidad más usuales. Así como sus peculiaridades, ventajas e inconvenientes.

II. OBJETIVOS

1. Entregar los conceptos básicos de probabilidad, con una fundamentación matemática sólida.
2. Mostrar la aplicación de los modelos probabilísticos a la resolución de diversos problemas.
3. Desarrollar las intuiciones probabilísticas a través del uso de programas de simulación y discutir la generación de distribuciones de probabilidad.
4. Entregar ciertos contenidos esenciales para futuros cursos de estadística.

III. CONTENIDOS

1. Modelos probabilísticos discretos.
 - 1.1 Variable aleatoria como función.
 - 1.2 Uso de variables indicadoras para representar sucesos.
 - 1.3 Función de probabilidad.
 - 1.4 Distribuciones de probabilidad sobre los enteros.
 - 1.5 Algunas familias paramétricas.
 - 1.6 Construcción de distribuciones conjuntas a partir de marginales y condicionales.
 - 1.7 Teoremas básicos.
 - 1.8 Independencia de variables aleatorias.

1.9 Modelo Markoviano y aplicaciones.

1.10 Simulación.

1.11 Funciones de varias variables aleatorias.

1.12 Deducción de las distribuciones de probabilidad asociadas con el proceso de Bernoulli.

2. Modelos probabilísticos continuos.

2.1 Sigma-aditividad y propiedades analíticas de la función de probabilidad y de la función de distribución de probabilidad acumulada.

2.2 Familias paramétricas.

2.3 Transformaciones.

2.4 Vectores aleatorios y densidad conjunta.

2.5 Densidades marginales.

2.6 Independencia. Variables i.i.d. y aplicaciones.

2.7 Teorema de cambio de variables.

2.8 Distribución de funciones de vectores aleatorios.

2.9 Distribuciones asociadas al caso i.i.d. normal. Definición de \limsup y \liminf de una sucesión de sucesos. Teorema de Borel Cantelli.

3. Valor esperado.

3.1 Definición y equivalencia de las distintas fórmulas.

3.2 Linealidad. Media, varianza y momentos.

3.3 Cambio de localización y escala.

3.4 Valor esperado de un producto.

3.5 Matriz de covarianza y transformaciones lineales.

3.6 Mejor predictor lineal. Valor esperado de funciones de variables binarias y cálculo de probabilidades de sucesos.

3.7 Desigualdad de Chebyshev.

4. Funciones generadoras.

4.1 Funciones generadoras de probabilidades, de momentos y de cumulantes.

4.2 Aplicación al cálculo de momentos, la caracterización de distribuciones y a las sumas de variables aleatorias independientes.

4.3 Efectos de una transformación de una variables aleatoria.

4.4 Aproximaciones. Desigualdad de Jensen.

5. Distribuciones condicionales.

5.1 Distribuciones condicionales en el caso continuo.

5.2 Extensión de la Ley de las Probabilidades Totales y del Teorema de Bayes al caso continuo y mixto.

5.3 Independencia condicional. Simulación.

5.4 Valor esperado condicional.

5.5 Aplicación a árboles de decisión.

5.6 Función de regresión.

6. Distribución normal multivariada.

6.1 Definiciones.

6.2 Distribuciones marginales y condicionales.

6.3 Independencia y ausencia de correlación.

6.4 Normalidad de transformaciones lineales.

6.5 Predicción lineal.

7. Teoremas límites.

7.1 Nociones de convergencia.

7.2 Convergencia en probabilidad y ley débil de los grandes números.

7.3 Aplicaciones. Convergencia en distribución.

7.4 Demostración de la Ley de los Grandes Números y del Teorema del Límite Central utilizando funciones generadoras.

7.5 Teoremas tipo Slutsky y el método delta. Teorema de Cramer.

8. Simulación.

8.1 Generación de números pseudo aleatorios.

8.2 Uso de números aleatorios para evaluar integrales.

8.3 Método de la transformación inversa. Método de aceptación y rechazo.

8.4 Métodos para distribuciones especiales.

8.5 Simulación de un Proceso de Poisson.

8.6 Técnicas de reducción de la varianza.

IV. METODOLOGÍA

- Clases expositivas.
- Clases de ejercicios.

V. EVALUACIÓN

- Pruebas.
- Examen.

VI. BIBLIOGRAFÍA

Mínima:

Aravena, R., del Pino, G. y Quintana, F. Apuntes de Probabilidad. Facultad de Matemáticas, P.U.C., 1998.

Pitman, J. Probability. New York: Springer-Verlag, 1992.

Rice, J.A. Mathematical Statistics and Data Analysis. Belmont: Duxbury Press, 1995.

Chung, Kai Lai. Teoría Elemental De Probabilidad Y Procesos Estocásticos. Barcelona, Reverté, 1982.

De Groot, Morris. Probabilidad y Estadística. México: Addison Wesley Iberoamericana, 1988.

Ross, S. A First Course In Probability, Seventh Edition. New York: Macmillan, 1997.

Parzen, E. Teoría Moderna de Probabilidad y Aplicaciones. México, Limusa Wiley, 1987.

Pfeiffer, P. E. Probability for Applications. New York: Springer Verlag, 1990.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE*