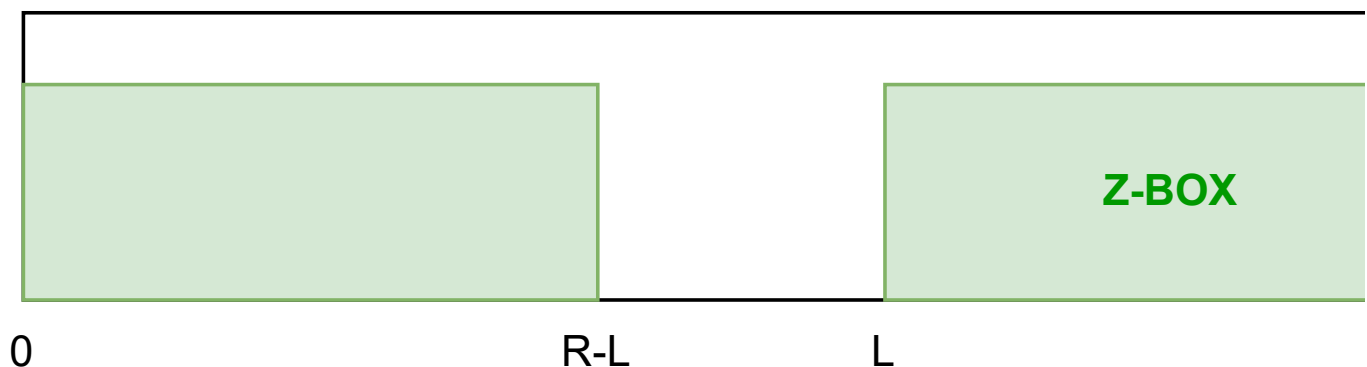


Algoritmo Z

El algoritmo Z se utiliza para encontrar el prefijo común más largo (LCP) de un string, por ejemplo $S = \text{"casacas"}$, este hallará que $S[4:] = \text{"cas"}$. El algoritmo devuelve un vector con los valores de cada elemento, asumiendo como 0. Para el ejemplo anterior el vector sería $Z = [0, 0, 0, 0, 3, 0]$, sería: por cada carácter k en el string S , iterar hasta encontrar el primer carácter que no coincide con el prefijo $S[0:L]$.

Pero hay una forma de acelerar esto utilizando información que ya se ha calculado. El valor $Z[L] = R - L + 1$, donde R y L son números. Esto implica directamente que el intervalo $S[L:R]$ coincide con $S[0:L]$.



Más adelante en el algoritmo, si queremos evaluar $Z[k]$ podemos utilizar la información de $k-L$ como se ve en la siguiente imagen:



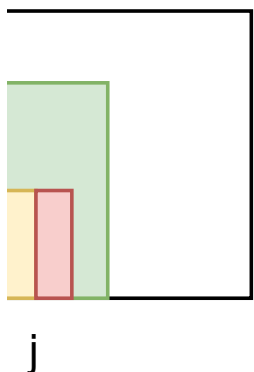
En este ejemplo, tenemos que el intervalo $S[k-L : j-L]$ coincide con $S[0 : k-L]$ por lo que $Z[k-L] = j - k + 1$. Todo esto ya fue calculado previamente al calcular $Z[k]$, y como se ve en la imagen esto implica que $Z[k] = Z[k-L]$. Sin embargo, en otros casos, por ejemplo $S = \text{"abacabazababacaba"}$, $Z[2] \neq Z[7]$ ocurre cuando el LCP se sale del Zbox, en estos casos desconocemos el valor de $Z[k]$ y si es necesario evaluar a este y elementos siguientes.

;P) entre un string y sus sufijos, es decir si se
 ;" coincide con $S[0:] = \text{"casacas"}$ en 3 caracteres.
 nque el primero es redundante así que a veces se
 ,0]. Una alternativa más intuitiva para el LCP
 er i tal que $S[i] \neq S[k+i]$ y colocar ese i en el

conoce: asumamos que de un string S se halló el
 nte que el intervalo $S[L:R]$ es idéntico a $S[0:R-L]$

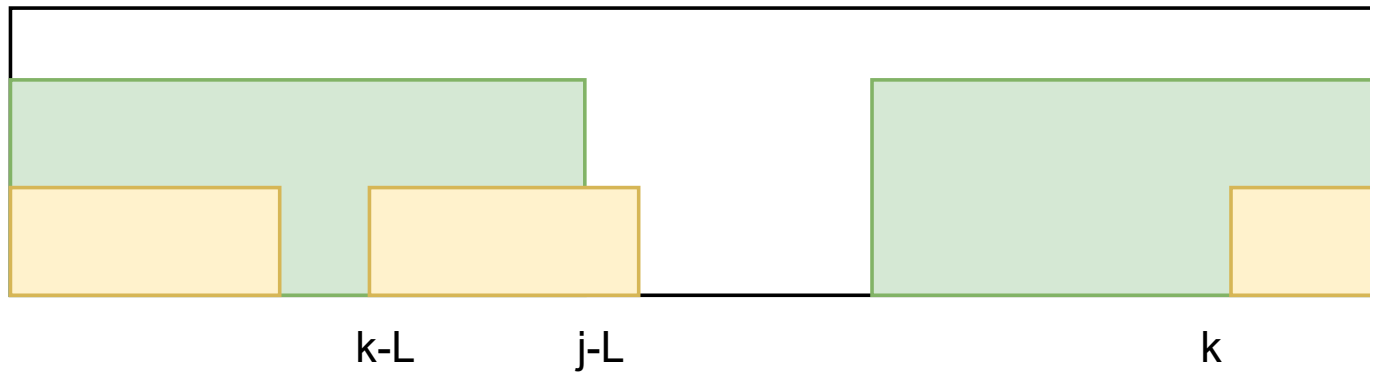


car



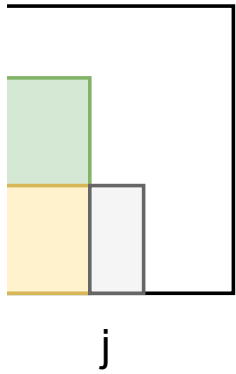
: $j-k$], pero $S[j-$
 io al momento en
 = $Z[k-L]$. Sin
 = $Z[10]$. Esto
 ; que elemento
 De forma

sigue por lo que si es necesario evaluar a este y elementos siguientes.
general: $Z[k] \geq Z[k-L]$, cuando ocurren casos como este:



Codigo en C++

```
vector<int> z_function(string s) {  
    int n = s.size();  
    vector<int> z(n);  
    int l = 0, r = 0;  
    for(int i = 1; i < n; i++) {  
        if(i < r) {  
            z[i] = min(r - i, z[i - l]);  
        }  
        while(i + z[i] < n && s[z[i]] == s[i + z[i]])  
            z[i]++;  
        if(i + z[i] > r) {  
            l = i;  
            r = i + z[i];  
        }  
    }  
    return z;  
}
```



Lo que hace este código es utilizar la propiedad que comenté anteriormente para directamente hacer que $Z[k]$ sea el valor de $Z[k-L]$ si este está dentro del bloque (inicialmente, en la primera iteración, como no hay bloque se saltea este paso), luego en el WHILE se avanza hasta que no haya coincidencia y finalmente se actualiza los valores de L y R , extremos del Z-box, si se salió de este.

Analizando la complejidad, para cada uno de los n elementos se hace:

- Una comparación $O(1)$
- Un while que se repite una cantidad x de veces
- Una actualización de 2 variables $O(1)$

Lo que es importante notar, es que cuando en un índice k se ejecuta el while $x = Z[k]$ veces, en las siguientes iteraciones todos los elementos entre $S[k : k+x]$ serán omitidos, por lo que, amortizadamente, el while se ejecutará $O(n)$ veces a lo largo de la ejecución del algoritmo.

+ z[i])) {