

Knapsack

Ejemplo:

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$w_{\max} = 7$

Sea:

$$A = [(1,1), (4,3), (5,4), (7,5)]$$

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	1	4	5	5	5	5
3	0	1	1	4	5	6	6	9
4	0	1	1	4	5	7	8	9

Problema:

Conjunto de elementos en A de mayor valor donde $w \leq 7$

Observación:

Dado un $A[1:n]$, la solución de $A[1:n+1]$ es el óptimo de $A[1:n]$ o ese óptimo más $v[n+1]$.

solo si $v \geq 0$ y $w_{A[1:n]} + w_{n+1} \leq W$

Subproblema:

Conjunto de elementos en $A[1:i]$ de mayor valor donde $w \leq 7$

Formalmente:

$$OPT(i, w) = \begin{cases} 0 & , i=0 \vee w=0 \\ \max \{ OPT(i-1, w), OPT(i-1, w-w_i) + v_i \mid w_i \leq w \} \end{cases}$$

Pseudocódigo:

Knapsack(v, w, w_{\max}):

$DP = \text{Zeros}(\text{len}(v)+1, w_{\max}+1)$

for $i = [1 \dots \text{len}(v)]$:

for $w = [1 \dots w_{\max}+1]$:

if ($w[i] \leq w$):

$DP[i][w] = \max \{ DP[i-1][w], DP[i-1][w-w[i]] + v[i] \}$

else:

$DP[i][w] = DP[i-1][w]$

return $DP[\text{len}(v)][w_{\max}+1]$