



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

IEE2683 — Laboratorio Control Automático

Experiencia 2: Identificación y Loopshaping

Grupo N°1: Milena González - Mathías Lambert - Rodrigo Nazar

4 de mayo de 2020

1. Introducción

El diseño de controladores tiene como objetivo sintetizar una estructura matemática, que pueda cambiar la respuesta natural de un sistema para poder cumplir con las especificaciones de desempeño deseadas. Estas especificaciones se pueden formular en el dominio del tiempo o de la frecuencia y apuntan a mejorar la estabilidad y tolerancia a perturbaciones del sistema. Para poder diseñar un controlador se debe contar con información del sistema a intervenir. Existen distintas formas de obtener los parámetros de un modelo para poder controlarlo en base a sus parámetros que se conocen como técnicas de identificación paramétricas.

Sin embargo, en esta experiencia se intenta representar el proceso mediante la respuesta fundamental del sistema (ya sea respuesta al impulso/escalón respuesta en frecuencia). Estos modelos de identificación mediante la respuesta del sistema se conocen como modelos no-paramétricos, que serán el foco de la experiencia y que asumen que los sistemas estudiados son lineales e invariantes en el tiempo. Para identificar la respuesta fundamental de forma no paramétrica, se debe construir una serie de señales de prueba y luego estudiar las relaciones entrada-salida. Luego para diseñar el controlador se puede sintonizar un controlador tipo PID o bien usando el método *loop-shaping* que se utiliza en esta experiencia.

En cuanto al diseño mediante *loop-shaping* la idea es formular especificaciones en lazo cerrado como un conjunto de requerimientos sobre la respuesta del sistema en lazo abierto en cascada con un controlador proporcional. A el controlador se le van agregando compensadores en cascada hasta lograr estabilizar el sistema y cumplir las especificaciones de diseño.

2. Marco Teórico

2.1. Conceptos

2.1.1. Modelos ARX, ARMAX, ARIMAX

Para diseñar un controlador se debe contar con información del sistema que se quiere controlar. Para determinar los parámetros del modelo no siempre es posible derivar un modelo matemático tratable a través de los principios fundamentales, por lo que se puede aproximar

el comportamiento de un sistema con un modelo de caja negra o estructura arbitraria. Generalmente se asume el modelo o la caja negra como lineal y mediante análisis de respuesta entrada-salida se determinan los parámetros del modelo.

Este grupo de modelos tienen todos la misma forma y sus diferencias radican en la diferencias en los parámetros polinomiales que se utilizan para realizar las estimaciones. Todos los modelos son de la forma como veremos a continuación y tiene la siguiente notación

- $y(k)$: output
- $u(k)$: input
- $e(k)$: perturbación
- n_u : numero de inputs
- nk_i : cantidad de muestras de input antes de que afecte el output
- **ARX**: Autoregressive eXogen es un modelo paramétrico para representar G y H en funciones racionales, en donde G es la función de transferencia y H representa las propiedades de ruido.

$$y = Gu + He$$

Es el modelo más simple que incorpora una señal de entrada. El modelo paramétrico corresponde a:

$$G(z) = z^{-nk} \frac{B(z)}{A(z)} \quad H(z) = \frac{1}{A(z)}$$

donde A y B son polinomios en el operador de retraso z^{-1}

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}$$

$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb}$$

Los términos na y nb determinan el orden de los polinomios que determinan el número de polos y número de ceros + 1 respectivamente y nk es el número de retrasos de la entrada a la salida. El modelo se representa generalmente como

$$A(z)y(k) = B(z)u(k - n) + e(k)$$

En este modelo, el ruido o perturbación se representa por $\frac{1}{A}$, por lo que el comportamiento dinámico del sistema estará acoplado al ruido. A continuación se muestra una representación del sistema ARX

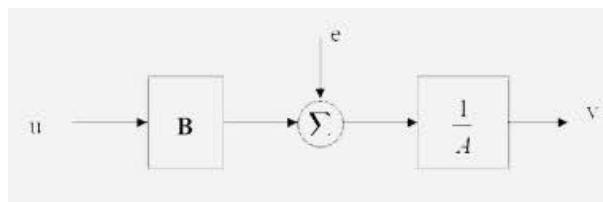


Figura 1: Modelo ARX

Uno de los problemas que tiene este modelo es que incorpora parte de las dinámicas estocásticas como parte de las dinámicas del sistema.

- **ARMAX:** Autoregressive moving average model eXogen es un modelo polinomial, igual que el anterior, pero se introduce el polinomio $C(z)$ al modelo ARX de manera que la nueva ecuación que representa el modelo es:

$$A(z)y(k) = B(z)u(k - n) + C(z)e(k)$$

donde C se puede representar como

$$C(z) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_{nc}z^{-nc}$$

que actúa como un ponderador sobre el vector de perturbación. Esto le da mayor flexibilidad al modelo en términos de su capacidad de representar el ruido del sistema. Este tipo de modelo se utiliza para perturbaciones de baja frecuencia en el vector de entrada que llevan al sistema a un comportamiento no deseado. El flujo del sistema se muestra en la figura a continuación:

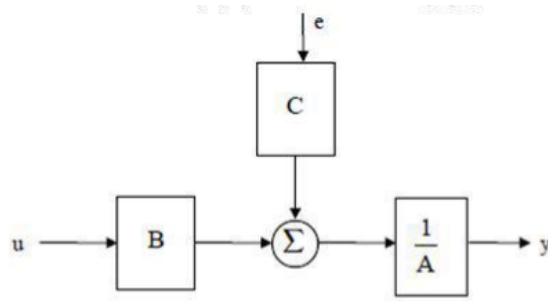


Figura 2: Modelo ARMAX

- **ARIMAX:** Autoregressive Integrated Moving Average Model eXogen es una generalización del modelo anterior, pero que se le agrega un integrador en el término del error o perturbación, por lo que la expresión queda:

$$A(z)y(k) = B(z)u(k - n) + C(z)e(k) \cdot \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

Este modelo es útil cuando la perturbación no es estacionaria, ya que permite trabajar mejor con la perturbación y por ende facilitar el estudio del sistema.

2.1.2. Modelos NARMAX

Non-linear Autoregressive Moving Average with eXogeneous input corresponde a un modelo similar a los anteriores, pero con la capacidad de representar sistemas no lineales. Un modelo NARMAX tiene la siguiente estructura

$$y(t) = F[y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n_a), u(t-1), \dots, u(t-n_b-nk+1), e(t-1), \dots, e(t-n_u)] + e(t)$$

2.1.3. Pseudo-random-binary-sequence (PRBS)

un PRBS es una secuencia binaria que se genera con un algoritmo determinístico, pero que es muy difícil de predecir por lo que tiene un comportamiento estadístico similar a una secuencia aleatoria real. Se utiliza en telecomunicaciones como en técnicas de simulación y correlación.

Una secuencia binaria tiene la siguiente forma

$$a_j \in \{0, 1\} \forall j = 0, 1, \dots, N - 1$$

la secuencia binaria pasa a ser una secuencia binaria pseudo-aleatoria (PRBS) si su función de auto-correlación que está dada por

$$C(v) = \sum_{j=0}^{N-1} a_j \cdot a_{j+v}$$

puede tomar solo 2 valores

$$C(v) = \begin{cases} u & \text{si } v = 0 \\ u \cdot \frac{u-1}{N-1} & \text{e.o.c} \end{cases} \quad (1)$$

2.1.4. Ventana de Hamming y Hanning

Con el fin de poder analizar y procesar señales se utilizan ventanas, las cuales son funciones matemáticas que se aplican con el fin de evitar las discontinuidades a principio y al final de los bloques analizador. En el fondo, es un recorte de la sección de interés de la señal que se quiere analizar. La ventana más simple es la rectangular, la cual se define como

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases} \quad (2)$$

Lo que hace esta función al multiplicarla por una señal $s(t)$ es simplemente obtener los primeros T segundos de la señal en un intervalo T , por lo que se estudia la señal truncada $h(t) \cdot s(t)$. Sin embargo en el dominio de Fourier esta operación es una convolución con un sinc, lo que genera *leakage* lo que hace problemático el estudio de la señal. Es por esto que en la práctica se utilizan funciones con forma de campana.

Una de las funciones con forma de campana es la ventana de Hann, esta función se define como

$$w(n) = 0.5(1 - \cos(\frac{2\pi n}{N-1}))$$

que gráficamente se representa como

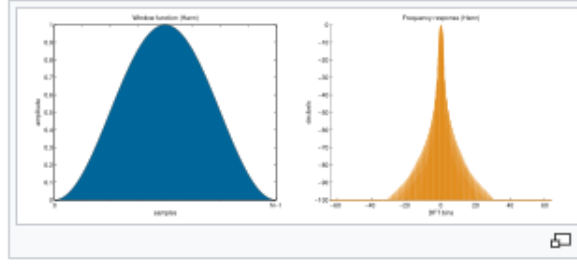


Figura 3: Ventana de Hann

Por otro lado, la ventana de Hamming es igual a la ventana de Hann, pero coeficientes diferentes. Su fórmula es la siguiente

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)$$

La finalidad de este cambio disminuye el valor máximo de los lobulos laterales pero sus amplitudes disminuyen más lentamente que en Hann. Gráficamente

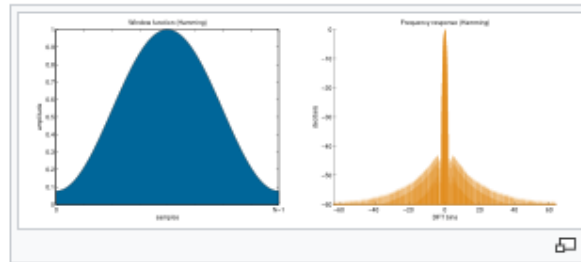


Figura 4: Ventana de Hamming

2.1.5. Espectro de coherencia

Es una medida estadística utilizada para establecer relaciones entre 2 señales. A grandes rasgos mide la transferencia de potencia entre la entrada y salida de un sistema. La coherencia se define como:

$$C_{xy}(f) = \frac{|G_{xy}|^2}{G_{xx}G_{yy}}$$

con G_{xy} es la transformada de Fourier de la correlación entre las dos señales y G_{xx} , G_{yy} son las transformadas de las auto-correlaciones de cada una de las señales.

2.1.6. Frecuencia *crossover*

Las frecuencias de cruce corresponden a las frecuencias en las cuales la ganancia es unitaria o 0 [db] y la fase -180° .

2.1.7. Margen de ganancia

Corresponde a la magnitud de ganancia que se necesita agregar o quitar al sistema para que la ganancia sea unitaria cuando la fase es -180° . Valor que se le debe sumar (en dB) para volver inestable el sistema. Este valor tiene relevancia porque su signo nos permite inferir si el sistema es estable o inestable. Este valor se puede obtener fácilmente del diagrama de Bode.

2.1.8. Margen de Fase

Similar al Margen de Ganancia, corresponde a que tan distante está de los -180° la fase del sistema cuando la ganancia es unitaria. De otra manera, ángulo que se le debiera restar a la fase de $G(s)H(s)$ para volver el sistema inestable.

2.1.9. Ancho de Banda del lazo de control

Indica que tan bien un sistema registra una entrada a distintas frecuencias. El ancho de banda se determina con la frecuencia a la cual la función de transferencia decae 3 dB por debajo de su valor en frecuencia 0. Indica de alguna manera las propiedades de respuesta transitorias en el dominio del tiempo de un sistema de control.

2.2. Compensadores

A continuación se explica el efecto sobre la respuesta en frecuencia de los siguientes compensadores.

2.2.1. Ganancia estática

La ganancia estática con respecto a la respuesta en frecuencia del sistema no afecta la fase (al menos que sea negativa). Si analizamos la respuesta en frecuencia en el diagrama de Bode, la ganancia estática aumenta la magnitud del gráfico verticalmente.

2.2.2. Controlador PI

El controlador PI añade un polo en el origen y un cero en el semiplano izquierdo. Permite al sistema a llegar a error permanente 0 en muchos casos, pero disminuye el rango de estabilidad del sistema. Al introducir polos y ceros al sistema, modifica el diagrama de Bode en magnitud y fase.

2.2.3. Compensador en fase de adelanto

Este compensador es de la forma

$$\frac{Y}{X} = \frac{s - z}{s - p}$$

donde $|z| < |p|$ y generalmente están en el semiplano izquierdo. Este compensador produce un adelanto en altas frecuencias y mejora la estabilidad del sistema

2.2.4. Compensador en fase de atraso

Tiene la misma estructura que el anterior, pero $|p| < |z|$ por lo que produce atraso en bajas frecuencias. Se recomienda que el polo y el cero estén cerca el uno del otro y del origen.

2.3. Análisis de Archivos

2.3.1. Retenedores de orden 0

Los retenedores de orden cero cumplen la función de pasar del dominio discreto al continuo para la simulación del sistema.

2.3.2. Ruido en la Salida

Para ver si existe ruido a la salida del sistema, generamos una entrada de valor cero, la cual permite ver la salida del sistema a entrada nula.

Respuesta a entrada 0

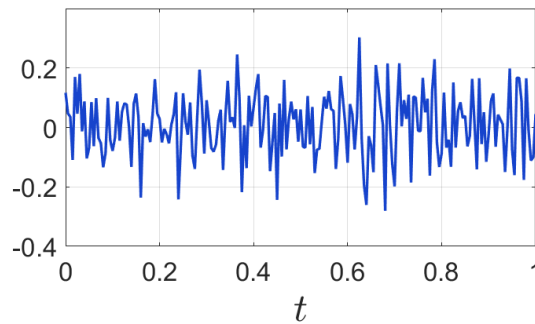


Figura 5: Salida de la planta con entrada cero

En la salida se puede observar que la planta presenta ruido porque lo que será necesario aplicar un filtro que lo elimine.

2.3.3. Entradas del Sistema

Al ver el código entregado y correr el archivo test.m podemos observar las entradas u_1 y u_2 y respuesta del sistema a dichas entradas.

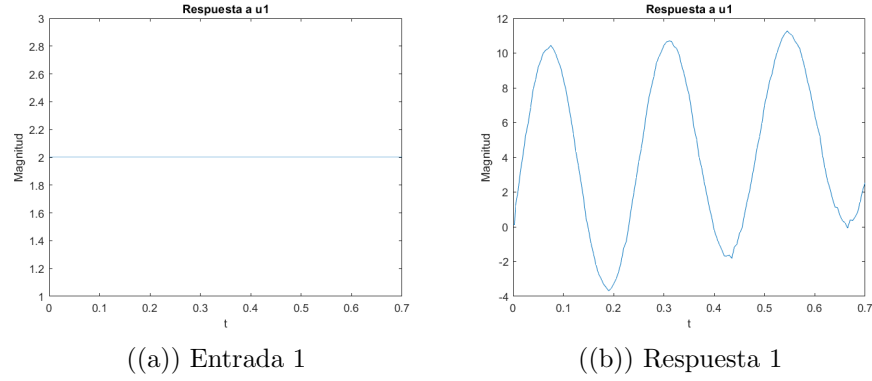


Figura 6: Entrada - Salida u_1

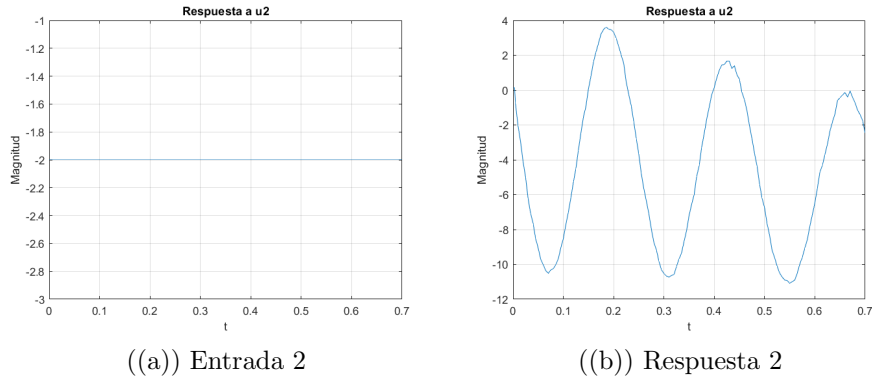


Figura 7: Entrada - Salida u_2

2.3.4. Inferencia de la respuesta

De acuerdo a la forma obtenida en la respuesta podemos inferir que el sistema es inestable, y es de orden 2 o mayor.

2.4. Análisis Archivo de prueba inestable en lazo abierto

2.4.1. Estabilidad en Lazo Abierto

Para analizar la estabilidad en lazo abierto, en el archivo test2 analizamos la respuesta de la planta con y sin realimentación para cada una de las entradas como se muestra a continuación

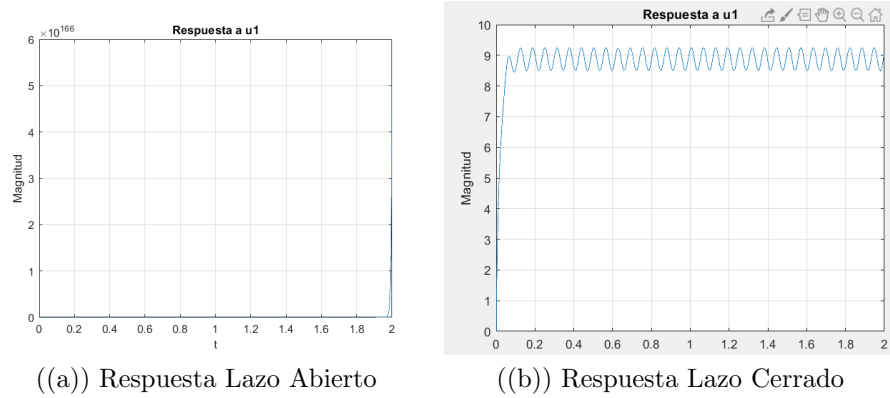


Figura 8: Respuesta lazo abierto y cerrado entrada u_1

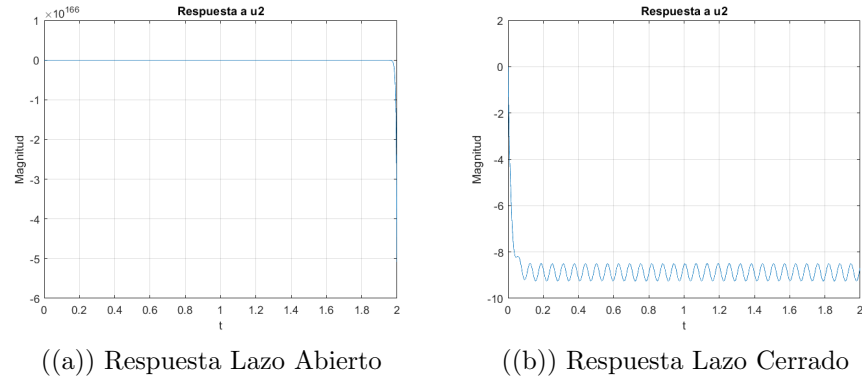


Figura 9: Respuesta lazo abierto y cerrado entrada u_2

Como se puede ver en la diferencia de las respuestas de la planta en lazo abierto y cerrado podemos inferir que la planta en lazo abierto es inestable.

2.4.2. Controlador que actúa sobre la planta

El controlador que actúa sobre la planta es proporcional $C_s = 0.3$. Este tiene como objetivo estabilizar la planta.

2.4.3. Perturbaciones o ruido en el sensor

Para analizar la existencia de ruido en el sensor se analiza la respuesta del sistema con entrada 0. De la respuesta se puede ver que existe una perturbación con comportamiento sinusoidal. La frecuencia de este ruido puede ser útil para el diseño del loop-shaping del sistema.

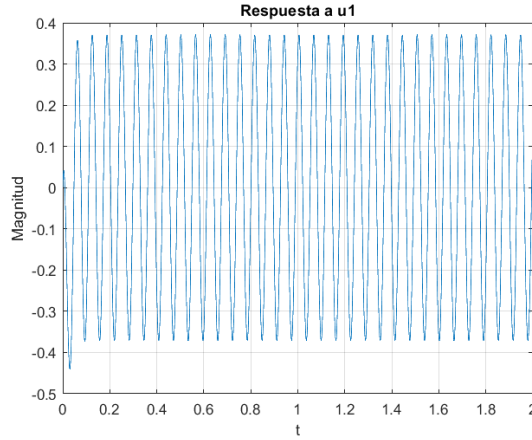


Figura 10: Salida planta con entrada nula

2.4.4. Inferencia de la respuesta

A continuación se muestra la respuesta del sistema en sistema cerrado (la misma que se presentó en la sección 1.4.1)

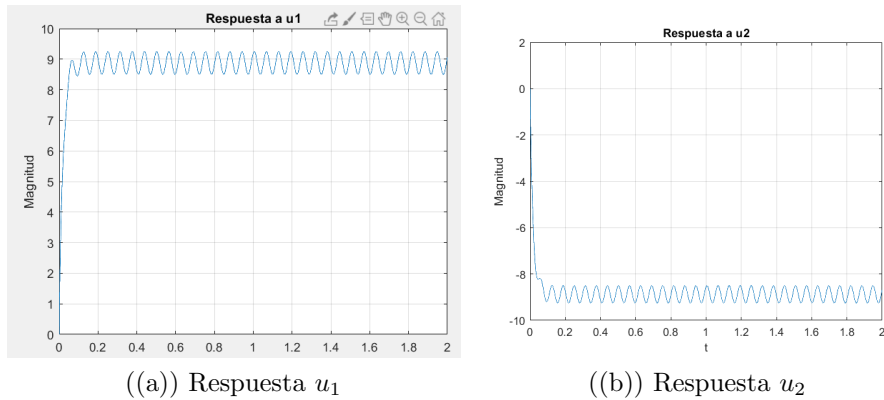


Figura 11: Respuesta sistema lazo cerrado

Se puede ver que el sistema en lazo cerrado con el controlador proporcional se vuelve estable, sin embargo presenta una oscilación en torno al punto de estabilización de 16 Hz.

3. Desarrollo de la Experiencia

Durante la experiencia se realizará la caracterización no paramétrica de una planta en lazo abierto, esto para estimar la respuesta en la frecuencia de este proceso desconocido.

Luego, se procederá a implementar una rutina de identificación no paramétrica para el lazo cerrado, el cual cuenta con una planta inestable en el lazo abierto. La caracterización del sistema dará paso a la implementación de un controlador que usa el método de *loop-shaping*.

Las plantas otorgadas para realizar la experiencia estaban compiladas para poder ser simuladas desde *Matlab* instalado en un computador con *Windows* como sistema operativo. Es por esto que tuvimos que generar las respuestas de las plantas en uno de estos computadores y exportarla en un *Workspace* de *Matlab* y trabajar desde otros sistemas operativos.

El flujo de los programas de identificación de las plantas se describe en la siguiente imagen:

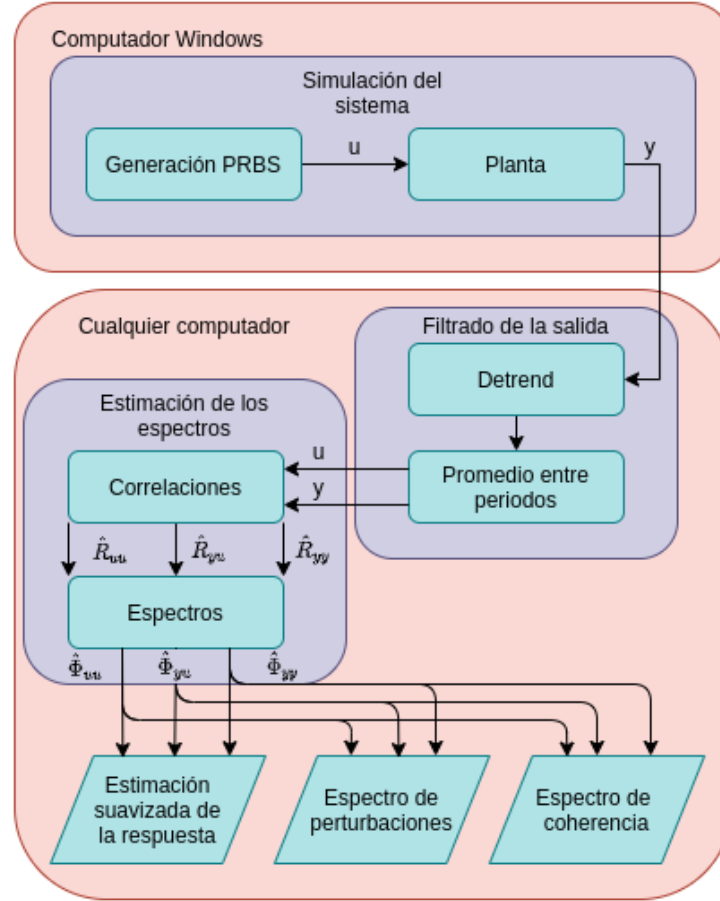


Figura 12: Diagrama de flujo del programa

En las próximas secciones se detallará cada una de las partes que se ilustran en la figura 12.

Los códigos de identificación de cada una de las plantas están adjuntos al informe, pero los datos (*workspaceID.mat* y *workspaceCT.mat*) de cada una están disponibles en el siguiente [link](#). Estos *workspaces* son tan pesados porque contienen la información de muchas simulaciones del sistema frente a entradas de distintas naturalezas, amplitudes, frecuencias, etc. Esta fue la forma de poder portar el código de la simulación para otros sistemas operativos distintos de Windows.

3.1. Identificación en Lazo Abierto

Para obtener buenas estimaciones de la planta nos guiamos por el procedimiento que se señala a continuación.

3.1.1. Respuesta a entrada cero

En un principio, simulamos la planta con entrada cero. Reflejada en la siguiente figura:

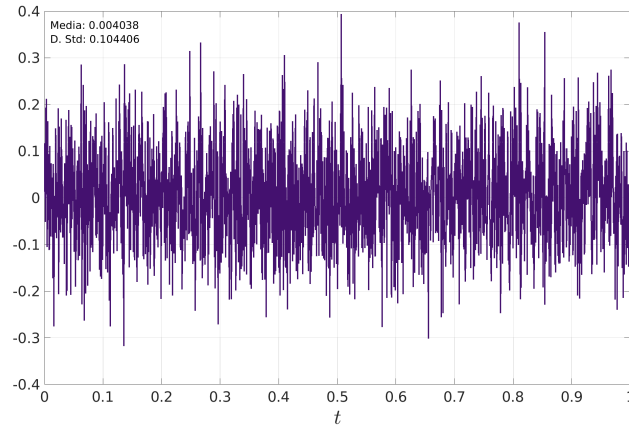


Figura 13: Planta en lazo abierto con entrada cero.

Podemos observar que la señal de salida está altamente distorsionada. Esta señal está centrada en 0 y tiene una desviación estándar cercana al 0.1. Podemos concluir que esta medición corresponde principalmente a ruido.

3.1.2. Respuestas con escalones de entrada

Luego, se procedió a estimular la planta con escalones de distintas amplitudes. La siguiente imagen muestra los resultados obtenidos:

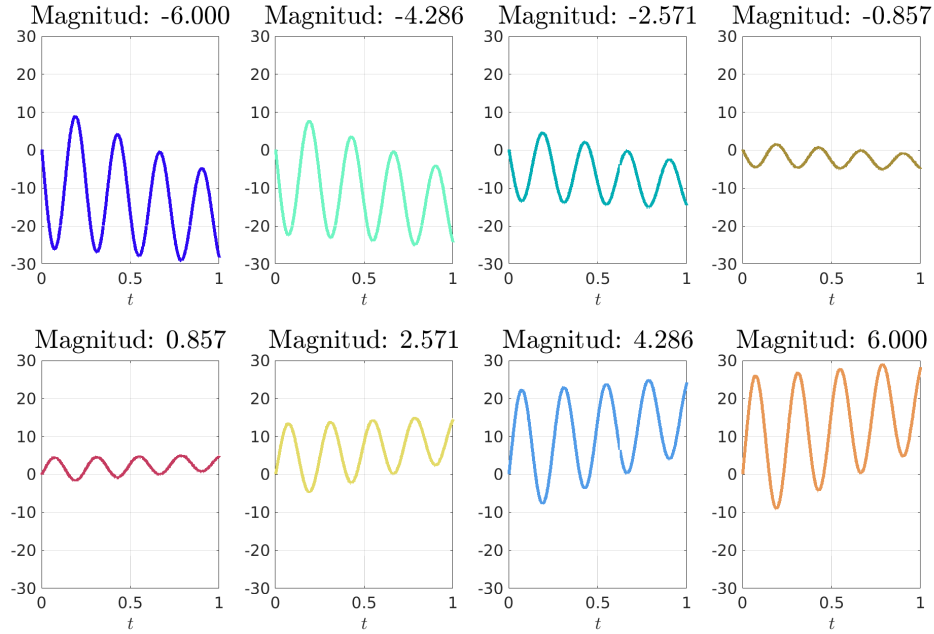


Figura 14: Planta en lazo abierto con distintos escalones de entrada.

Podemos apreciar que al estimular la planta con estos escalones, se aprecia una respuesta oscilatoria. Al observar las salidas obtenidas por escalones negativos, podemos ver una tendencia a que el valor de *offset* a decaer. Lo opuesto ocurre cuando los escalones son de magnitud positiva. Otra observación que se puede realizar es que mientras menor sea el valor absoluto de la magnitud del escalón, menor será la amplitud de la respuesta oscilatoria.

3.1.3. Respuestas con sinusoides de entrada

Después estimulamos la planta estimulándola con sinusoides de distintas frecuencias y amplitudes, obteniendo los siguientes resultados:

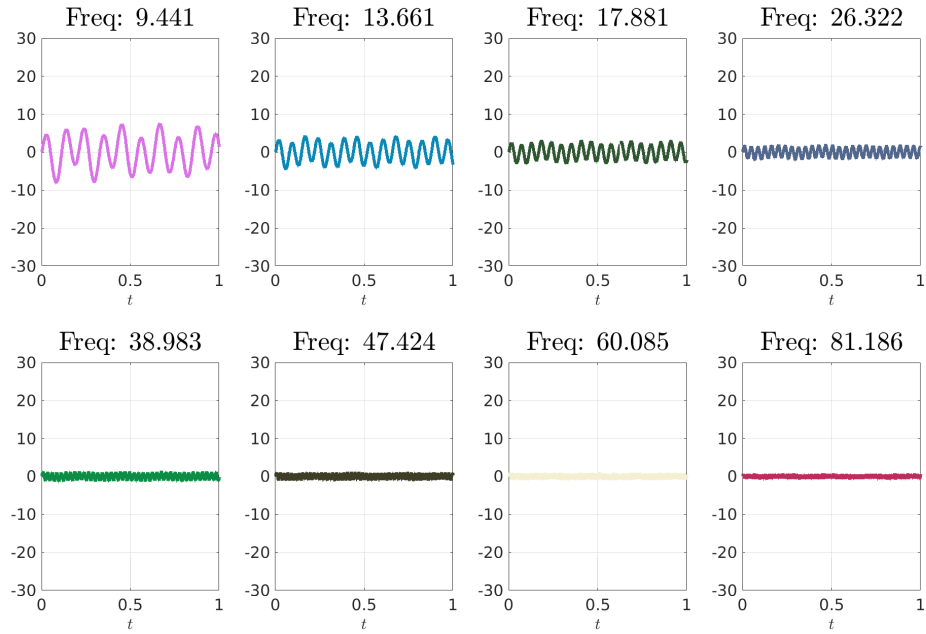


Figura 15: Planta en lazo abierto con una senoide de magnitud 2.659 y distintas frecuencias de entrada.

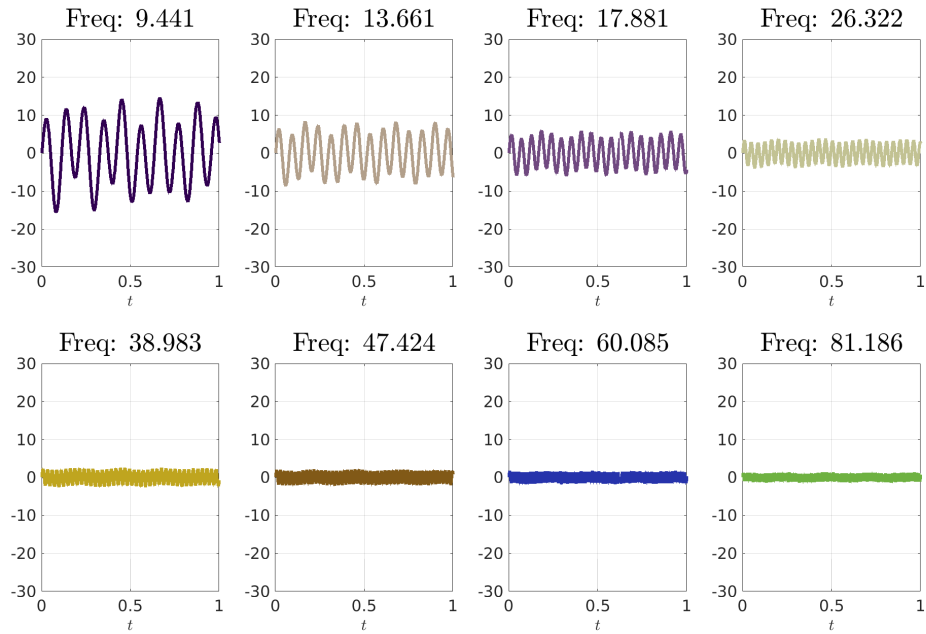


Figura 16: Planta en lazo abierto con una senoide de magnitud 5.218 y distintas frecuencias de entrada.

Podemos apreciar que para una misma frecuencia, las salidas son semejantes, cambiando proporcionalmente su amplitud con respecto a la anchura de la entrada. También, se puede observar que el número de periodos de la salida calza con la frecuencia de la entrada (reconocible en las frecuencias bajas). Adicionalmente se aprecia que a medida que la frecuencia aumenta, la amplitud de la salida va reduciendo drásticamente, siempre centrada en 0. Esto da la impresión de que la respuesta en frecuencia de la salida actúa como un filtro pasa bajos.

3.1.4. Filtrado de la respuesta en el dominio del tiempo

Para esta etapa, se diseñó una *PRBS* de largo $2^{16} - 1$ datos y 20 periodos. Se excitó la planta con ella y los resultados obtenidos se muestran en la siguiente figura:

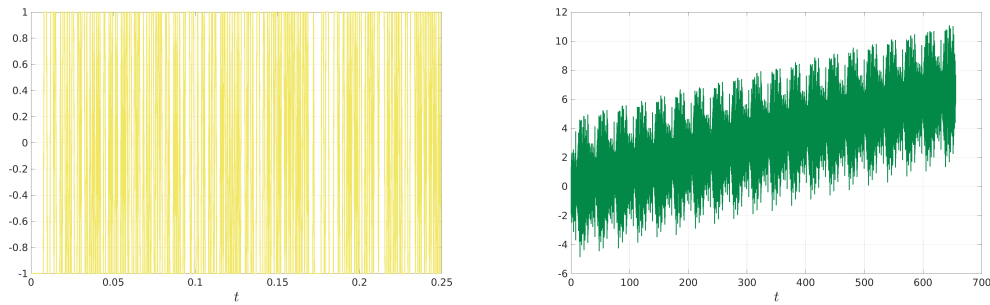


Figura 17: A la izquierda la *PRBS* y a la derecha la salida del sistema.

Notamos que la salida del sistema, al ser excitado por una *PRBS*, tiene la forma de una rampa adicionada a una serie de perturbaciones periódicas. Estos factores son importantes, ya que esta señal deberá ser filtrada para así poder realizar la caracterización de la planta.

Luego procedimos a filtrar la salida, esto se realizó quitando la tendencia a subir de esta (con la función *detrend* de *matlab*). Obteniendo el siguiente resultado de la salida:

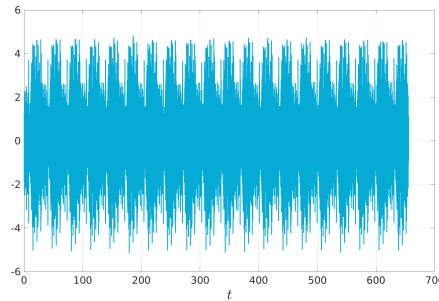


Figura 18: Salida del sistema después del *detrend*.

Después se calculó el promedio de la función en cada uno de los periodos de excitación por separado. Así se puede eliminar el ruido gaussiano entre cada uno de ellos, obteniendo un periodo representativo de la respuesta:

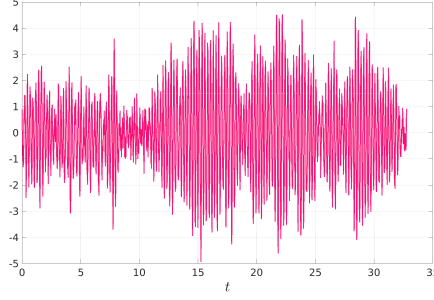


Figura 19: Periodo representativo de la respuesta de la planta.

Así, tenemos una muestra de la señal de salida con menor cantidad de ruido.

3.1.5. Estimación de los espectros

Para realizar esta sección, nos basamos en el procedimiento de Blackman–Tukey mostrado por el documento entregado en clases [9], el cual dice lo siguiente:

1. Diseñar una función ventana $W_\gamma(\tau)$ con $\tau \in [-\gamma, \gamma]$.
2. Calcular la estimación de la función de correlación entre las señales u e y utilizando un desplazamiento periódico como:

$$\hat{R}_{uy}^N = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)y(t - \tau), \tau \in [-\gamma, \gamma] \quad (3)$$

3. Calcular una estimación del espectro como:

$$\hat{\Phi}_{uy}^N = \sum_{\tau=-\gamma}^{\gamma} W_\gamma(\tau) \hat{R}_{uy}^N(\tau) e^{-j\omega\tau} \quad (4)$$

4. Para las señales u de entrada e y de salida, calcular los valores de \hat{R}_{uu}^N , $\hat{\Phi}_{uu}^N$, \hat{R}_{yu}^N , $\hat{\Phi}_{yu}^N$, \hat{R}_{yy}^N y $\hat{\Phi}_{yy}^N$
5. Obtener la estimación suavizada de la respuesta en frecuencia de la planta como:

$$\hat{G}_N(e^{j\omega}) = \frac{\hat{\Phi}_{yu}^N}{\hat{\Phi}_{uu}^N} \quad (5)$$

Calcular el espectro de perturbación como:

$$\hat{\Phi}_v^N(\omega) = \hat{\Phi}_{yy}^N(\omega) - \frac{|\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega)|^2}{\hat{\Phi}_{uu}^N(\omega)} \quad (6)$$

Calcular el espectro de coherencia como:

$$\kappa = \sqrt{\frac{|\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega)|^2}{\hat{\Phi}_{uu}^N(\omega)\hat{\Phi}_{yy}^N(\omega)}} \quad (7)$$

En el paso (1), nosotros función de eventanado elegimos utilizar una ventana de *Hanning* con $\gamma = 2^{14} - 1$, la cual es una función de suavizado de muestras. Esta se muestra en la figura 3.

Luego, teniendo en cuenta los pasos (2) y (3), hicimos los cálculos de las funciones utilizando la función *mycorr* en Matlab para obtener \hat{R}_{uu}^N , \hat{R}_{yu}^N y \hat{R}_{yy}^N . Después las suavizamos utilizando la ventana de *Hanning* y con la ayuda de la transformada rápida de fourier (*fft*), procedimos a calular los valores de los espectros $\hat{\Phi}_{uu}^N$, $\hat{\Phi}_{yu}^N$ y $\hat{\Phi}_{yy}^N$.

Finalmente en el paso (5) se obtuvieron los valores de la respuesta en frecuencia de la planta, su espectro de perturbación y su espectro de coherencia. Obteniendo los siguientes resultados:

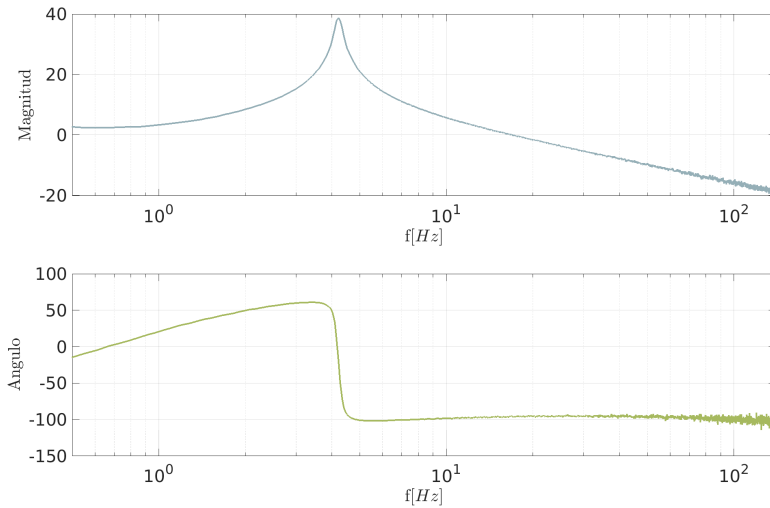


Figura 20: Diagrama de bode de la planta en lazo abierto

Del diagrama de bode, se puede apreciar que efectivamente la respuésa de la planta es de un filtro pasa bajo. Este tiene un overshoot cerca de los 4 Hz y después decae a una velocidad cercana a los $-20 \frac{dB}{decada}$ (tomando como referencia los 10 y 100 Hz). Por su parte, en la fase se puede apreciar que sube de manera exponencial (lineal en el gráfico logarítmico) hasta los 4 Hz que tiene una baja muy brusca. Tanto el márgen de ganancia como el de fase son infinitos, ya que la fase nunca llega a los -180° .

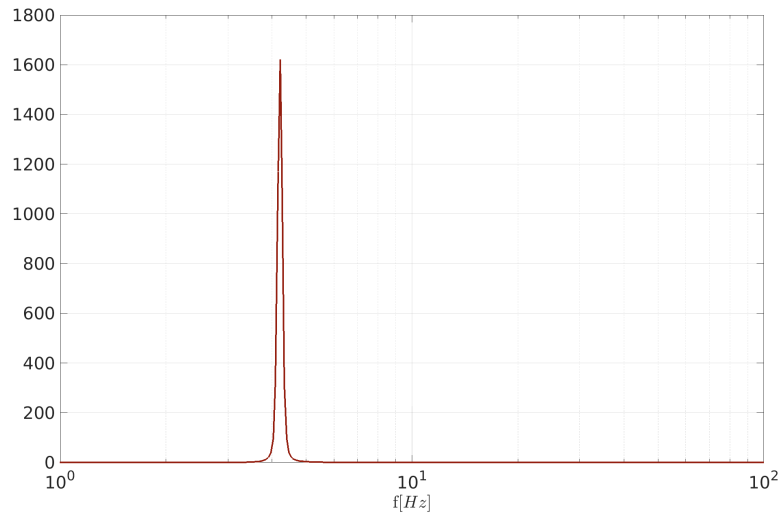


Figura 21: Espectro de perturbación de la planta en lazo abierto

Observando el espectro de perturbación, podemos observar que este posee un punto muy alto al rededor de los 3 y 4 Hz. Estas frecuencias coinciden con el overshoot de la magnitud del diagrama de bode y el cambio en su fase.

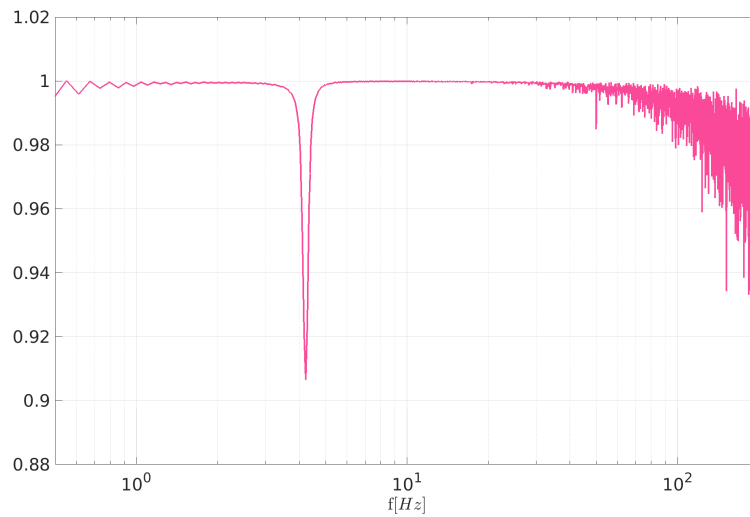


Figura 22: Espectro de coherencia de la planta en lazo abierto

Por su parte, el espectro de coherencia se mantiene en 1 en su mayor parte. Esto se puede interpretar como que la salida está correlacionada en un alto nivel con respecto a las entradas. Notemos que el peak de bajada que tiene el espectro entre los 3 y 4 Hz sólo desciende hasta el 91 % de coherencia, por lo que su efecto no es tan significativo.

3.2. Identificación en Lazo Cerrado y Loop Shaping

En esta sección se busca identificar la respuesta de la planta en lazo cerrado, estimando el diagrama de Bode, de Nyquist y sus espectros de coherencia y perturbación. El procedimiento utilizado es análogo al sistema anterior, el cual se detalla a continuación.

3.2.1. Respuesta a entrada cero

Al igual que la planta anterior, comenzamos viendo la respuesta del sistema a entrada cero.

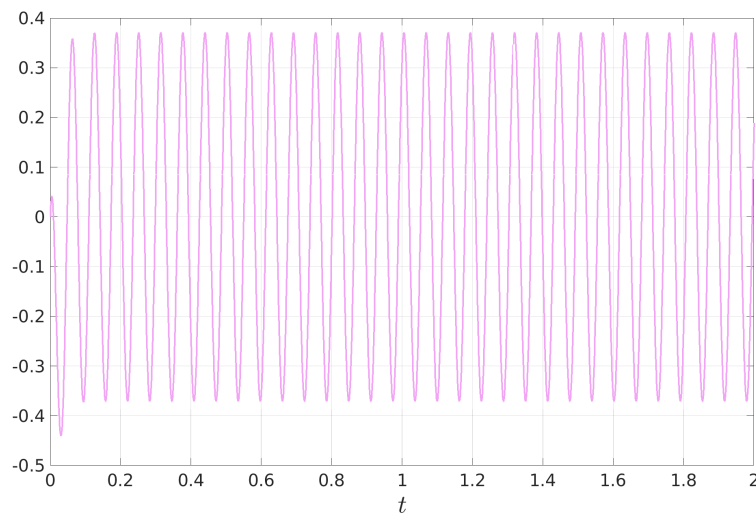


Figura 23: Planta en lazo cerrado con entrada cero.

En este caso, vemos que la salida del sistema es una senoide centrada en cero y con una amplitud cercana a 0.38.

3.2.2. Filtrado de la respuesta en el dominio del tiempo

Para esta etapa, se excitó la planta con un *PRBS* de 20 periodos y largo $2^{16} - 1$. Obteniendo la siguiente señal de salida:

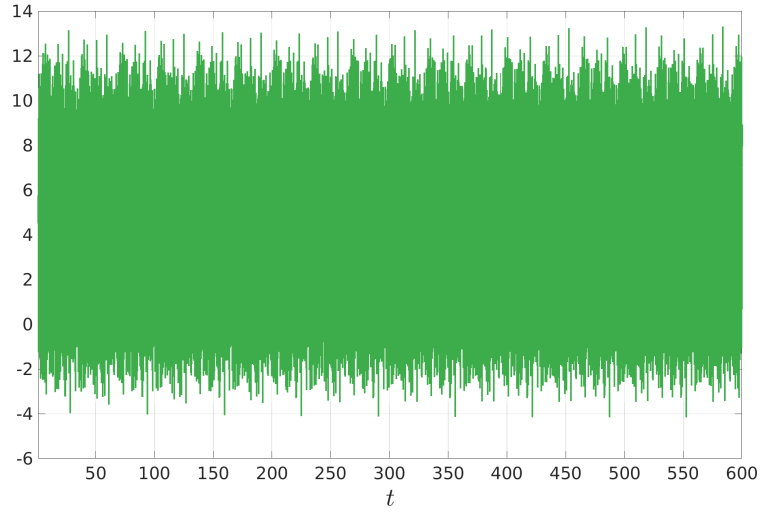


Figura 24: Salida del sistema en lazo cerrado excitado por la *PRBS*.

Se realizó el mismo filtrado de la sección anterior. Se quitó todo comportamiento lineal con la función *detrend* de matlab y luego se calculó el promedio de todos los periodos, para así eliminar el ruido que existe entre ellos. Resultando en la siguiente señal procesada:

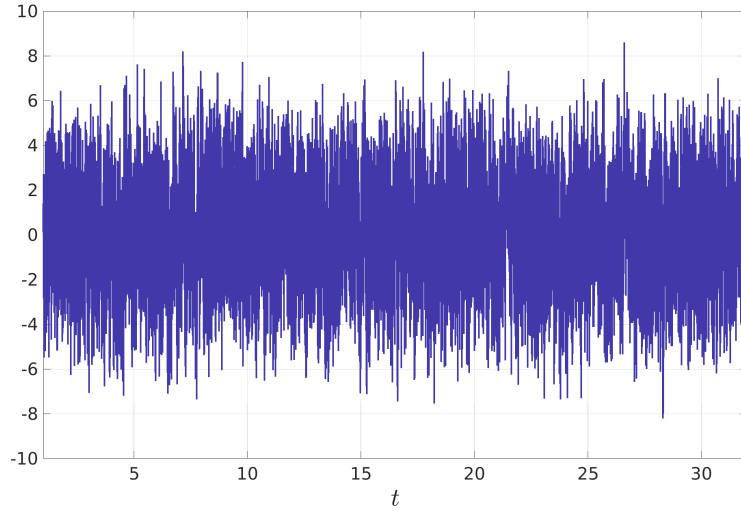


Figura 25: Salida filtrada del sistema en lazo cerrado excitado por la *PRBS*.

Con esto, tenemos una muestra de la señal de salida con menos ruido.

3.2.3. Estimación de los espectros

Nuevamente aplicamos el procedimiento de Blackman-Tukey para obtener los gráficos que necesitábamos. La función W_γ es la misma que la anterior y los resultados son los siguientes:

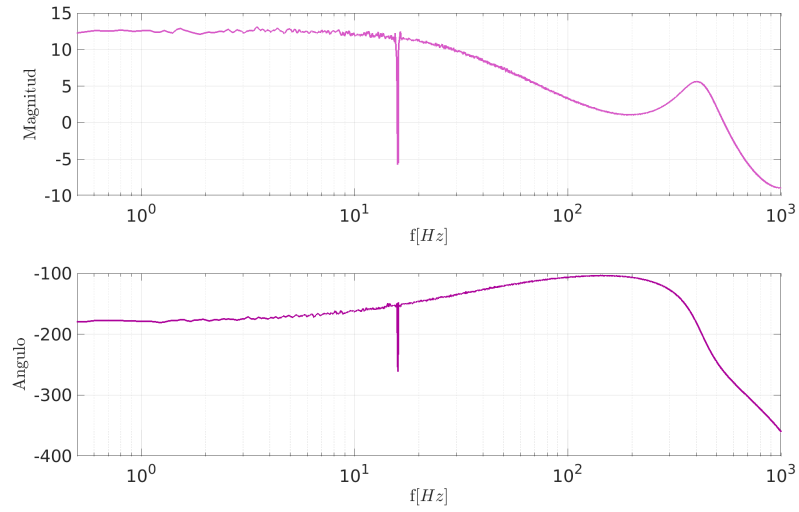


Figura 26: Estimación del diagrama de Bode de la planta en lazo cerrado.

En este caso, la respuesta en frecuencia si tiene márgenes de ganancia y fase finitos, ya que la magnitud corta en un punto los 0 dB y la fase los -180° . El margen de ganancia es de -5.6 dB y el de fase es -78° . Comprobamos que la planta es inestable, ya que ambos valores son negativos.

Después calculamos el espectro de perturbación del sistema, obteniendo el siguiente gráfico:

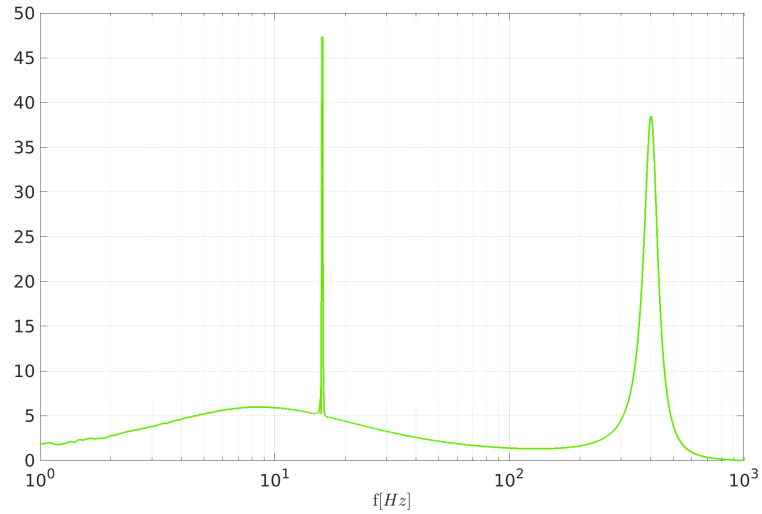


Figura 27: Espectro de perturbación de la planta inestable.

En este caso, se pueden observar la presencia de ciertas perturbaciones en los 400 Hz. El espectro de coherencia obtenido es el siguiente:

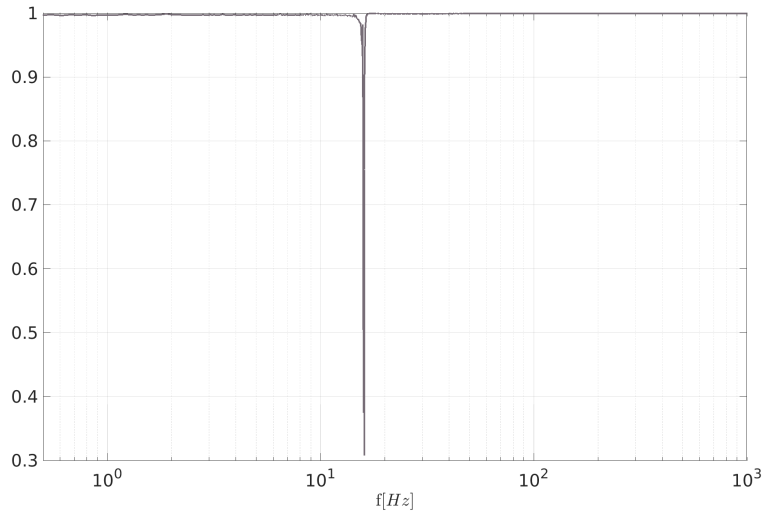


Figura 28: Espectro de coherencia de la planta inestable.

En este caso, la mayoría de las frecuencias están dentro del 100 % de coherencia, a excepción de las cercanas a los 15 Hz. Esta frecuencia corresponde a la de la senoide que se puede observar en la 23. Esta aparece sin necesidad de excitar la planta, por lo que es independiente y poco coherente con la señal de entrada.

Ahora, calculamos el diagrama de Nyquist del sistema. Esto lo hicimos graficando la parte real versus la parte imaginaria de la estimación suavizada de la respuesta, presente en la ecuación 5.

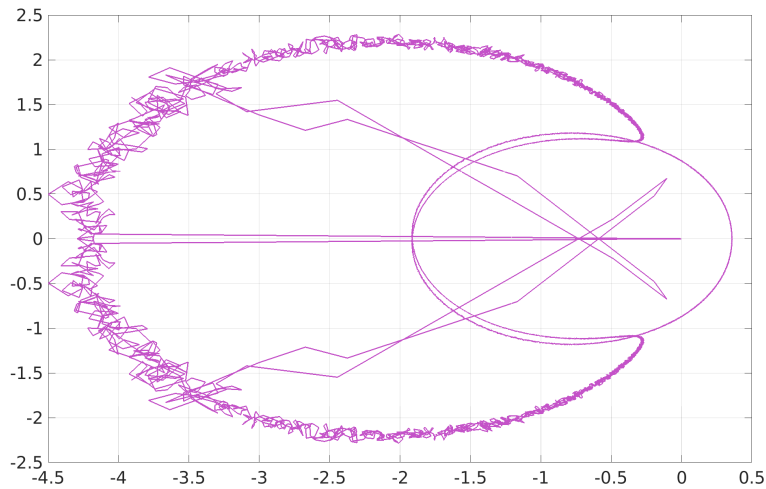


Figura 29: Diagrama de Nyquist de la planta inestable.

En la figura 27 notamos que existen líneas que están atravesando el diagrama que denotan

un comportamiento extraño en el diagrama. Si filtramos las frecuencias, tomando sólo las que tienen un 99 % de coherencia según el diagrama de coherencia de la figura 28, obtenemos el diagrama de más abajo:

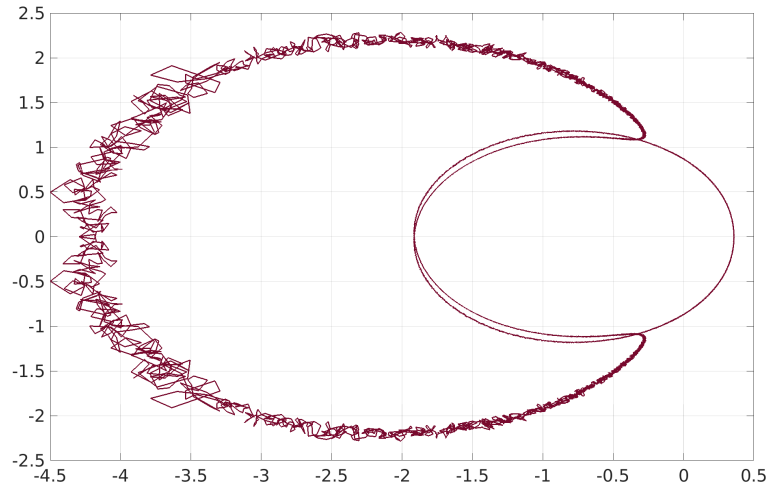


Figura 30: Diagrama de Nyquist filtrado de la planta inestable.

En este caso, se puede apreciar el diagrama de Nyquist de manera más pura. Notamos que el diagrama encierra una vez el punto $(-1, 0)$. Realizando una animación para ver en que dirección se ocurre el encierro, nos damos cuenta que es en sentido antihorario.

3.2.4. Diseño Controlador - Loop Shaping

Para el diseño utilizamos como entrada un escalón unitario. Como el sistema es inestable una forma de estabilizar es agregar un integrador, por lo que utilizamos un compensador de atraso de fase con $p = 0.01$ y $z = 3$. Se obtuvo la siguiente respuesta:

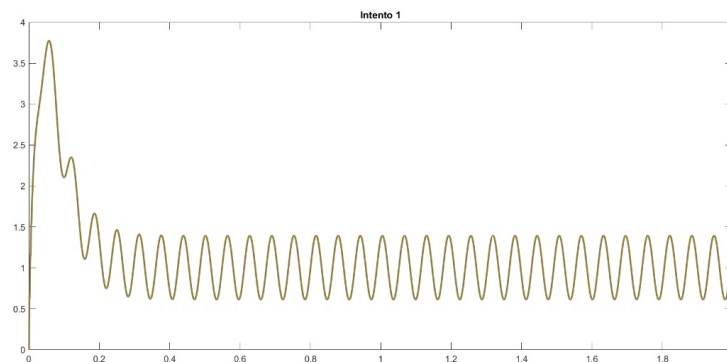


Figura 31: Respuesta escalón primer compensador

En esta respuesta notamos que eliminamos el error permanente y ahora la respuesta oscila alrededor de 1. Luego agregamos un segundo compensador de atraso, esta vez utilizando $p = 50$ y $z = 2000$, estos fueron seleccionados considerando la respuesta en frecuencia y que el tiempo de muestreo es $T_s = 0.0005$. Se obtuvo la siguiente respuesta:

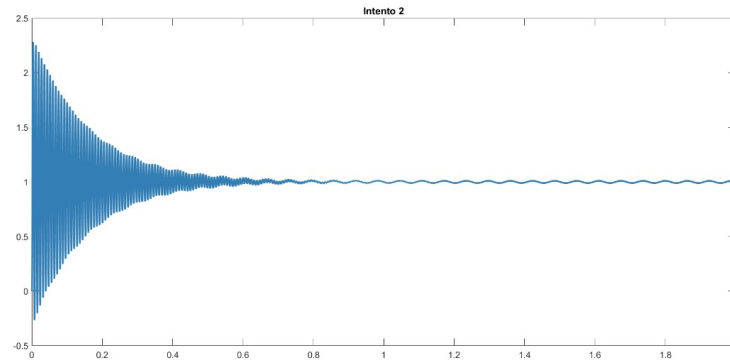


Figura 32: Respuesta escalón con dos compensadores

Esta respuesta redujo las oscilaciones alrededor del punto de establecimiento pero agrego transiente de oscilatorio con un peak de 2.3 veces las magnitud de entrada. Para eliminar el transiente oscilatorio era necesario agregar un tercer compensador de adelanto de fase. Para seleccionar la ubicación del cero y el polo se utilizó una búsqueda exhaustiva en donde se corrieron 5000 simulaciones con distintos ubicaciones de polos y ceros, se utilizó una distribución uniforme para seleccionar los siguientes puntos base $[0.1, 1, 10, 30, 100, 200, 500, 1000, 2000]$ y luego se pondero mediante una distribución uniforme entre 0 y 1. Para seleccionar el valor óptimo se utilizó el RMSE entre la respuesta y el escalón unitario. Se obtuvo que $p = 708.6334$ y $z = 308.1688$. Se obtuvo la siguiente respuesta:

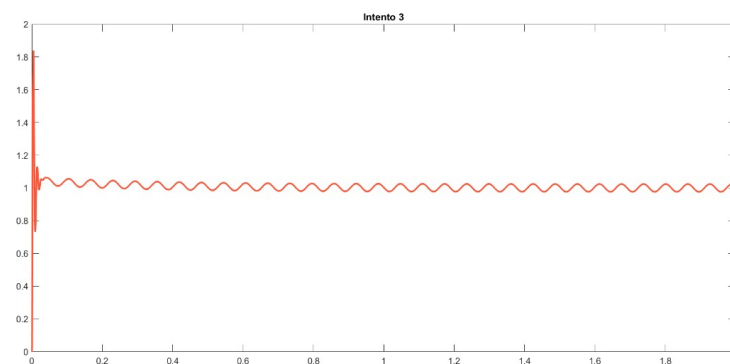


Figura 33: Respuesta escalón con tres compensadores

Se observa que la respuesta redujo el transiente pero que mantiene un pequeño comportamiento oscilatorio respecto al 1.

4. Conclusiones

En la experiencia realizada, se identificó y caracterizó una planta estable lazo abierto y una planta inestable. Para encontrar los modelos se hizo un método no-paramétrico de forma que se encontró la respuesta en frecuencia analizando la relación entrada-salida del sistema para distintas entradas en magnitud y frecuencia que fueron aplicadas. El control de la planta inestable en lazo cerrado, se hizo mediante el método *loop-shaping*. En él se agregaron distintos compensadores en cascada al sistema hasta obtener el control deseado.

Referencias

- [1] R. Diversi, U. Soverini, R. Guidorzi. (2010). European Journal of Control. Volume 16.
- [2] <http://www.monografias.com/trabajos-pdf/metodos-identificacion-dinamica/metodos-identificacion-dinamica.pdf>
- [3] https://en.wikipedia.org/wiki/Nonlinear_system_identification#NARMAX_methods
- [4] Window function. Wikipedia. Disponible en: <https://en.wikipedia.org/wiki/Windowfunction>
- [5] Pseudorandom binary sequence. Wikipedia. Disponible en: [https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudorandom binary sequence](https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudorandom_binary_sequence)
- [6] Ventana (función). Wikipedia. Disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/Ventana_\(funci3n\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Ventana_(funci3n))
- [7] Tema 7 Regulaci3n Automática. Universidad de Oviedo. Disponible en <http://isa.uniovi.es/docencia/raeutig/tema7.pdf>
- [8] Respuesta en frecuencia en sistemas de control. Disponible en https://www.academia.edu/5419831/RESPUESTA_EN_FRECUENCIA_EN_SISTEMAS_DE_CONTROL
- [9] Open-loop frequency domain identification. Documento entregado en clases.