

Teoria da computação

Problem set 0

Rodrigo Santos
Universidade NOVA de Lisboa

Exercício 1

Simplifique os seguintes conjuntos:

(a) $(\{1, 3, 5\} \cup \{3, 1\}) \cap \{3, 5, 7\}$

$$(\{1, 3, 5\} \cup \{3, 1\}) \cap \{3, 5, 7\} = \{1, 3, 5\} \cap \{3, 5, 7\} = \{3, 5\}.$$

(b) $(\{1, 2, 5\} \setminus \{5, 7, 9\}) \cup (\{5, 7, 9\} \setminus \{1, 2, 5\})$

$$(\{1, 2, 5\} \setminus \{5, 7, 9\}) \cup (\{5, 7, 9\} \setminus \{1, 2, 5\}) = \{1, 2\} \cup \{7, 9\} = \{1, 2, 7, 9\}$$

(c) $\mathbb{Z} \cap [-1, 1[$

$$\mathbb{Z} \cap [-1, 1[= \{-1, 0\}$$

(d) $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}) \cap [0, 1]$

$$(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}) \cap [0, 1] =]0, 1[$$

(e) $(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{R}) \cup \mathbb{N}$

$$(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{R}) \cup \mathbb{N} = \emptyset \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

Exercício 2

Qual é a negação lógica das seguintes frases?

(a) **Está a chover ou a nevar.**

Não está a chover e não está a nevar.

(b) **Todos os marcianos têm pelo menos um cão.**

Existe pelo menos um marciano que não tem um cão.

(c) **Existe um ser humano com mais de 3 metros de altura.**

nenhum ser humano tem mais do que 3 metros de altura.

Exercício 3

Descreva informalmente, mas de forma clara, cada um dos seguintes conjuntos:

(a) $\{n \in \mathbb{Z} \mid n \geq -100 \wedge n \leq 100\}$

Todos os números inteiros (positivos e negativos) maiores ou iguais a -100 e menores ou iguais 100 .

(b) $\{n \in \mathbb{N} \mid \exists k(k \in \mathbb{N} \wedge (n = 3k \vee n = 5k))\}$

Todos os números naturais múltiplos de 3 ou de 5.

(c) $\{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid b = a^2\}$

Todos os pares de numeros inteiros (positivos e negativos) tais que o elemento b é o quadrado de a . Por outras palavras são os pares ordenados em que o segundo elemento é o quadrado do primeiro.

Exercício 4

Defina os seguintes conjuntos por compreensão:

(a) O conjunto dos racionais maiores que 1 e menores que 10.

$$\{n \in \mathbb{Q} \mid n > 1 \wedge n < 10\}$$

(b) O conjunto dos inteiros que são quadrados perfeitos.

$$\{n \in \mathbb{Z} \mid n = x^2 \wedge x \in \mathbb{Z}\}$$

(c) O conjunto dos inteiros que são múltiplos de 10.

$$\{n \in \mathbb{Z} \mid n = 10k \wedge k \in \mathbb{N}\}$$

(d) O conjunto dos inteiros negativos que são múltiplos de 7.

$$\{n \in \mathbb{Z} \mid n < 0 \wedge n = 7k \wedge k \in \mathbb{N}\}$$

(e) O conjunto dos racionais que não são inteiros.

$$\{n \in \mathbb{Q} \mid n \notin \mathbb{Z}\}$$

(f) O conjunto dos subconjuntos finitos de \mathbb{N} .

$$\{A \mid A \subseteq \mathbb{N} \wedge A \in \mathbb{N}^*\}$$

Exercício 5

Se o conjunto A tem a elementos e o conjunto B tem b elementos, quantos elementos tem $A \times B$?

Resposta:

$A \times B$ tem $a * b$ elementos.