The Rise of the Ballz Fundamentos Inteligência Artificial







Nome	Nº	Email	PL
Eduardo Cruz	2018285164	eduardo.cruz@student.uc.pt	PL3
Gustavo Bizarro	2018298933	uc2018298933@student.uc.pt	PL9
Rodrigo Sobral	2018298209	uc2018298209@student.uc.pt	PL7

Índice

Índice <u>Introdução</u> **Dificuldades Iniciais Experimentação** Ataque e Posse de Bola <u>Valorizações</u> **Penalizações Resultados Defense Valorizações** <u>Penalizações</u> Parametrização Standard Resultados One vs One Parametrização Standard Atacante 2 vs Guarda Redes Atacante 2 vs Atacante 2 **Conclusão Webgrafia**

(clique sob o tópico para aceder ao seu conteúdo)

Introdução

Neste trabalho prático, colocámos em prática um dos principais conceitos utilizados atualmente em machine learning, as redes neuronais.

Uma rede neuronal (abordagem conexionista, diretamente inspirada no funcionamento dos cérebros) nada mais é que um conjunto de sistemas, inspirados no funcionamento cognitivo animal, que adquire autoconhecimento ao ser exposto a variadas situações, através de tentativa e erro.

Esta rede é efetivamente similar a uma rede de pesca, onde vários nós, a que chamamos neurónios, se encontram ligados entre si por sinapses, através das quais podem enviar sinais a outros neurónios. Estes neurónios estão usualmente agrupados em 3 ou mais tipos de camadas (*input, hidden* e *output*):

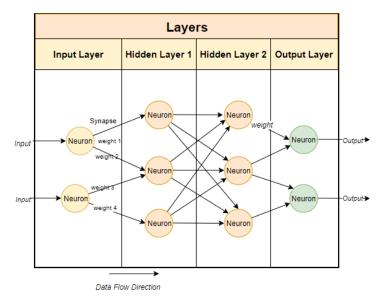


Figura 1 - Rede Neuronal

Tipicamente, estes neurónios e sinapses têm um peso associado (*weight*) que vai sofrendo adaptações de acordo com o nível de aprendizagem da rede.

Neste trabalho prático, um dos nossos objetivos foi encontrar uma função de aptidão unânime (ou não) a todos os cenários experimentais, que permitisse, através da atribuição de uma pontuação (fitness) relativa ao desempenho de cada indivíduo (agente d31), e recorrendo a um algoritmo genético, criar um processo evolutivo muito semelhante ao da teoria da seleção natural de Darwin, onde as novas gerações são criadas com base em mutações e recombinações dos genes dos indivíduos mais aptos das gerações anteriores, logo o que o nosso algoritmo genético irá fazer é aperfeiçoar a rede, para que esta consiga aprender e melhorar a sua performance ao longo do tempo.

Inicialmente, o nosso agente 'd31-r' não possuía a capacidade de conseguir executar as diversas tarefas propostas para este trabalho, tais como, defender a bola da sua baliza ou marcar um golo na baliza adversária.

Portanto, o nosso objetivo primordial passava por desenvolvermos

controladores que permitissem obter, no final do trabalho, um agente capaz de praticar futebol correta e autonomamente. Gradualmente, através de um sistema de scoring, cuja pontuação (fitness) é determinada através da função de aptidão, os agentes que concretizam com maior sucesso as tarefas previstas obterão um maior valor de fitness. A partir daqui, através de operadores genéticos como a recombinação de 1-ponto e/ou a mutação gaussiana ou aleatória, conseguimos, de geração para geração, obter indivíduos da população com características mais propensas e capazes de apresentarem o comportamento desejado, eliminando os genótipos que se traduzem num fitness inferior e dando continuidade aos genótipos que permitem obter um maior fitness. Estes processos adaptativos são dados por uma probabilidade de ocorrência e contribuem para a 'aprendizagem' da rede neuronal. Desenvolvemos um operador de recombinação de 1-ponto (single point crossover) que consiste na definição dum limite aleatório num intervalo unitário para o qual é feita uma junção com a cópia dos genes dum indivíduo até esse ponto, e outra cópia dos genes de outro indivíduo a partir desse ponto. Podendo o tipo de mutação ser alterado entre aleatória e gaussiana, todos os genótipos do indivíduo sofrem uma mutação cujos valores podem variar entre -1 e 1 (no caso de ser aleatória) ou podem ser incrementados a partir dos parâmetros da média e desvio padrão (no caso de ser gaussiana).

Experimentação

Foram disponibilizados vários mapas, com diferentes condições de simulação, para evoluirmos e melhorarmos a performance futebolística do agente. Para isto, decidimos fazer uma distinção entre agentes Atacantes, cujo principal objetivo é marcar golos na baliza adversária, e agentes Defensores, cujo objetivo passa por evitar que sejam marcados golos na sua própria baliza.

Partindo deste pressuposto, inicialmente, procurámos desenvolver várias funções de aptidão, tanto para evoluir indivíduos Atacantes como para evoluir Defensores.

Corremos então várias simulações com parâmetros iguais, para cada uma dessas funções de aptidão, observámos a evolução no comportamento dos indivíduos da população de geração para geração, e por fim analisámos os dados, registados em ficheiros .csv, resultantes de todas as simulações, para efetuarmos a escolha daquela que considerámos ser a função de aptidão que melhor se adequaria e permitiria uma adaptação e evolução eficiente do agente. Por exemplo, no caso da escolha da função de aptidão a explorar para o Atacante, tivemos em conta o facto de que apenas com uma função, ao qual chamámos atacante2, se verificasse uma intenção do indivíduo, depois de ter marcado o 1º golo, de voltar a ir ao encontro da bola para repetir a marcação de golos. Este foi o principal fator na escolha da função de aptidão para desenvolver indivíduos Atacantes, no entanto, ainda tentámos efetuar algumas pequenas alterações a essa função, como por exemplo ao peso adicionado ao fitness aquando da marcação de um golo, com vista a melhorá-la, contudo verificámos que era necessário existir um certo equilíbrio entre o peso atribuído aos golos marcados ou sofridos e os restantes fatores. A seguir apresentamos dois gráficos que permitem reforçar esta observação:

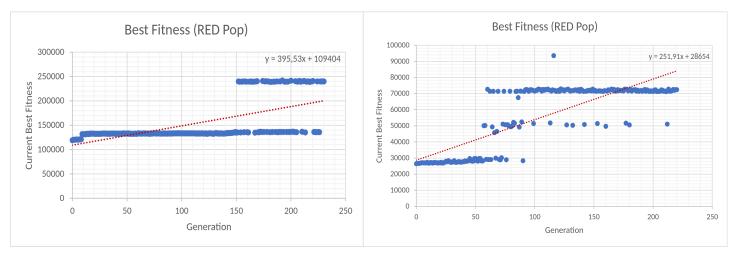


Figura 2 - Best Fitness

Figura 3 - Best Fitness

Pop. Size	Simult. Sim.	Tournament Size	Simulations Time (s)	Mutation Method	Mutation	SinglePoint Crossover	Elitist
75	75 75 5		30	Gaussian	0.1	0.8	Yes

Ambos os gráficos foram obtidos no mapa *Evolving-ControlTheBallToAdversary*, com os mesmos parâmetros de experimentação, apenas com uma diferença nos pesos atribuídos pela marcação de cada golo na função *atacante2*. No gráfico da esquerda, por cada golo marcado, 120000 pontos eram adicionados ao valor do *fitness*, enquanto que no gráfico da direita, 20000 pontos eram adicionados. De notar que a marcação de golos é apenas um dos fatores valorizados na função, não o único. Verificamos que no gráfico da esquerda o melhor indivíduo da população marca no máximo 2 golos, enquanto que no gráfico da direita, o melhor indivíduo da população chega a marcar 4 golos.

Decidimos elaborar um formato experimental no qual definimos uma parametrização inicial (standard) para cada cenário, parâmetros esses que fizemos variar para cada teste, com vista a chegarmos ao conjunto de parâmetros mais favoráveis ao sucesso da evolução da população, através da interpretação do impacto que a variação de cada parâmetro tem, ou seja, procurámos, através da experimentação e variação dos parâmetros moldar a nossa solução àquela que permitia obter o melhor resultado final.

Ataque e Posse de Bola

Como mencionado acima, escolhemos explorar a função de ativação que nos permitiu marcar, no melhor caso, um total de 4 golos durante os 30 segundos de simulação da geração 116. Dado que nesta situação o objetivo é treinar um agente a marcar golos na baliza adversária enquanto mantém a posse de bola, a função de aptidão teve em consideração alguns dos seguintes fatores:

Valorizações

- **Número de golos marcados:** por cada golo marcado na baliza adversária, é incrementado ao fitness, 20000 pontos.

- **Distância percorrida:** é somado ao fitness o dobro do valor da distância percorrida. É também somado um valor resultante da quantidade de golos marcados em função da distância percorrida.
- **Velocidade média do agente:** quanto maior for a velocidade média do agente, maior será o fitness resultante.
- Velocidade média da bola: quanto maior for a velocidade média da bola, maior será o fitness resultante. É também valorizado o facto da velocidade média da bola ser superior à velocidade média do agente; por outro lado, o contrário é penalizado.
- Distância média da bola à baliza adversária e à própria baliza: no caso da distância média da bola à baliza adversária ser superior à distância média da bola à própria baliza, ou seja, no caso em que a bola passa mais tempo do lado da baliza adversária do que da própria baliza, o fitness é incrementado 2500 pontos, caso contrário, o fitness é penalizado.

Penalizações

- Distância média à parede mais próxima, nula: não é desejável que o agente passe o jogo todo encostado à parede, daí sofrer uma penalização quando tal se verifica.
- Golos sofridos: por cada golo sofrido, 30000 pontos são retirados ao fitness.
- **Distância percorrida nula:** o agente é prejudicado se não percorrer qualquer distância.
- Velocidade média da bola nula ou 0 toques na bola: o facto do agente não tocar na bola é bastante penalizado.
- **Distância do agente à sua baliza:** Caso o agente não saia da sua posição inicial ou da sua própria baliza, 4500 pontos são descontados ao seu fitness.

Resultados

Começámos, no mapa Evolving-ControlTheBallToAdversary, por procurar o conjunto de probabilidades de mutação e de crossover que nos permitisse obter uma melhor e mais rápida evolução da população. A escolha da probabilidade de crossover e/ou de mutação é crítica para o sucesso do algoritmo genético. Através de alguma leitura complementar e posterior discussão decidimos que seria mais interessante, tendo em conta o contexto deste problema, explorar valores da probabilidade de mutação inferiores para probabilidades de crossover superiores. A recombinação é um operador genético que permite combinar a informação genética de dois indivíduos. É uma forma de criar, estocasticamente, novas soluções a partir da população existente. Por outro lado, a operação de mutação permite manter a diversidade genética de geração para geração. Embora a mutação seja um aspeto chave na evolução, dado que permite, por vezes, gerar indivíduos mais capazes que os da população da geração anterior, uma probabilidade de mutação elevada pode propiciar a perda de genótipos vantajosos, ao introduzir, constantemente, demasiada diversidade. O gráfico seguinte foi obtido nas mesmas condições do gráfico do Figura 3, para uma probabilidade de mutação gaussiana de 5% e de

crossover 1-ponto de 60%:

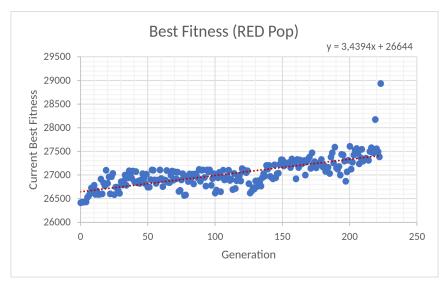


Figura 4 - Best Fitness

Comparando estes resultados com os obtidos na Figura 3, cujos parâmetros diferem apenas na probabilidade de mutação e de recombinação, percebemos que esta diferença é extremamente prejudicial e impactante na evolução da população. É percetível a ocorrência de marcação de apenas 1 golo nestas condições.

Tendo em conta o resultado da Figura 4, optámos pegar novamente nos parâmetros utilizados para a Figura 3, e de aumentarmos 10% a probabilidade de crossover, para 90%, mantendo a probabilidade de mutação a 10%, para percebermos qual o efeito e se seria vantajoso, ou não, optar por uma percentagem de crossover superior. De seguida apresentamos o resultado obtido para esses parâmetros:

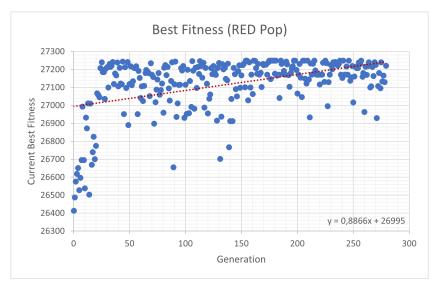


Figura 5 - Best Fitness

Novamente, comparando o resultado da Figura 5 com o resultado da Figura 3, em que a única diferença ao nível dos parâmetros reside na probabilidade de crossover, percebemos que efetivamente os 80% de crossover utilizados na Figura

3, permitiram obter um resultado, ao nível da marcação de golos, bastante melhor. De notar que em todas estas experimentações, a aprendizagem e melhoria da rede neuronal é evidente ao longo das gerações.

Optámos por explorar então qual o efeito que teria uma redução de 10% na probabilidade de crossover de 80% da Figura 3. Ao diminuirmos a probabilidade de recombinação para 70% ficou claro que com esta probabilidade (70%), conseguiríamos obter os melhores resultados possíveis, dado que, chegada a uma determinada geração, vários indivíduos da população já se encontravam com a capacidade de marcar 4 golos em 30 segundos, e os restantes conseguiam marcar 3 golos:

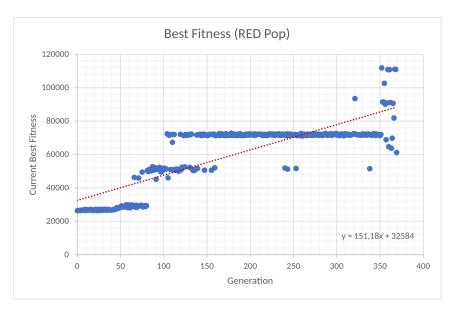


Figura 6 - Best Fitness

Analisámos também os gráfico com a média do fitness para cada geração, e é bastante visível, que os parâmetros da Figura 6 são os que permitem uma maior e melhor evolução da população de indivíduos:

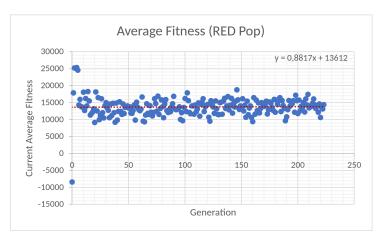


Figura 4 - Average Fitness

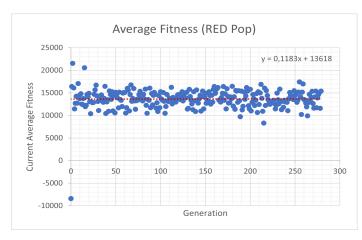
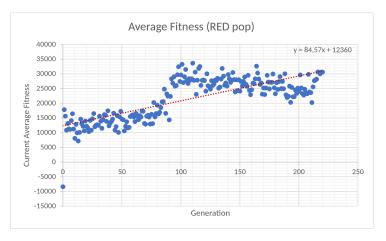


Figura 5 - Average Fitness



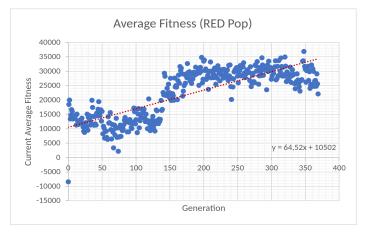


Figura 3 - Average Fitness

Figura 6 - Average Fitness

Considerámos que seria interessante visualizar o efeito que a redução do número da população teria no resultado, portanto, pegámos nos melhores parâmetros obtidos até ao momento, da Figura 6 onde o tamanho da população era de 75 indivíduos e executámos para uma população de 35 indivíduos:

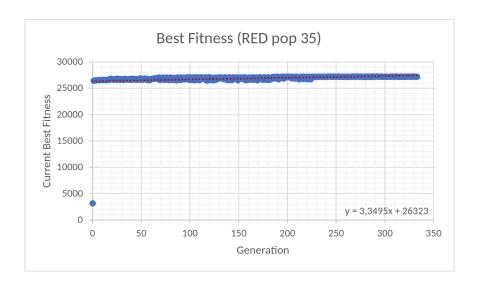


Figura 7 - Best Fitness

Comparando este gráfico com o do Figura 6, percebemos que o número de indivíduos da população afeta imenso a capacidade de evolução e aprendizagem da rede neuronal. A rede seria capaz de evoluir até ao ponto que evoluiu na Figura 6, no entanto, seria necessário um número muito superior de gerações para visualizarmos essa evolução. Isto prende-se com o facto de o número de indivíduos testados em cada geração ser diferente, ou seja, uma maior população permite uma maior evolução geracionais.

Aferimos também o efeito que teria o parâmetro Elitist desligado, para as mesmas condições do teste da Figura 6. Obtivemos então o seguinte gráfico que nos permitiu confirmar a expectativa que tinhamos de que a evolução visualizada seria diminuta, comparativamente à obtida com o parâmetro Elitist ativado:

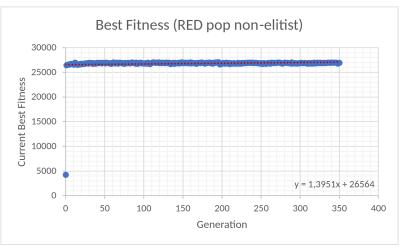
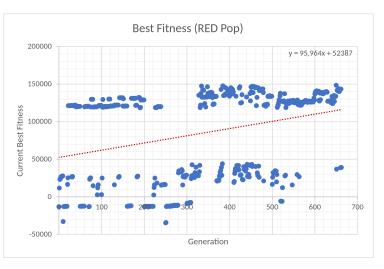


Figura 8 - Best Fitness (non-elitist)

Partindo das conclusões obtidas anteriormente decidimos passar para a evolução no mapa Evolving-ControlTheBallToAdversaryGoalRandomBall, onde a posição inicial da bola era alterada de N em N gerações. Considerámos que seria interessante manter o tempo de 30 segundos por simulação e ter a bola a mudar de posição de 10 em 10 gerações. Após alguma testagem percebemos que este intervalo de gerações permitiria ao agente adaptar-se progressivamente à mudança de posição da bola e melhorar a sua capacidade de encontrar e marcar a bola. Voltámos a testar as várias funções de aptidão desenvolvidas inicialmente, para percebermos se alguma demonstrava vantagens relativamente àquela que acreditámos ser melhor para o mapa anterior (atacante2).

Importámos a população da geração 319, obtida no teste da Figura 6, e iniciámos as simulações a partir dessa população. Os parâmetros utilizados foram os mesmos descritos no teste da Figura 6, para ambas as funções de aptidão:



Best Fitness (RED pop) 100000 90000 80000 Fitness 60000 Best Current 40000 30000 20000 y = 33,441x + 40950 10000 320 420 620 -80 520 720 Generation

Figura 9 - Best Fitness (função atacante0)

Figura 10 - Best Fitness (função atacante2)

No gráfico da Figura 9 foi utilizada a função de ativação atacante0, onde podemos observar que o melhor indivíduo da população em cada geração, não ultrapassou a marcação de 1 golo, enquanto que no gráfico da direita, onde foi utilizada a função de aptidão atacante2 é bastante visível a gradual melhoria da rede neuronal. A razão para o gráfico da Figura 10 ser bastante diferente do gráfico da Figura 6

prende-se com o facto de o indivíduo de 10 em 10 gerações ser exposto a uma situação diferente (bola deslocada) à qual se necessita de adaptar novamente, embora, ao longo das gerações se verifique que essa adaptação se torna mais fácil e rápida. A partir da geração 300, o melhor indivíduo da população marca sempre pelo menos um golo, mesmo nas gerações em que a bola muda de posição, o que demonstra a aprendizagem eficiente da rede neuronal. Acreditamos que a aprendizagem realizada neste mapa capacita os indivíduos de um comportamento desejável no mapa Evolving-OneVsOne, dada as condições aleatórias a que os indivíduos foram expostos durante a sua evolução.

Defense

Tendo em conta que nesta situação o objetivo é única e exclusivamente impedir que a bola se continue deslocando em direção à baliza, então, há alguns fatores que são cruciais para o sucesso do agente, entre os quais:

Valorizações

- Número de golos defendidos: esta é praticamente auto explicativa, quanto menos golos o agente sofrer melhor, a situação ideal seria inclusive não sofrer nenhum, nesses casos o agente é extremamente beneficiado comparativamente aos demais.
- Número de toques na bola: idem aspas.
- **Distância do agente à bola:** se o agente não toca na bola, pelo menos que esteja perto de o fazer, portanto são valorizadas as situações onde o agente se aproxima da bola.
- **Distância mínima da bola ao golo e velocidade média:** é preciso que a defesa do agente seja uma defesa de qualidade, portanto temos de fazer com que o agente tenha uma velocidade alta o suficiente para que o impacto com a bola faça com que ela figue o mais distante possível da baliza.
- **Distância percorrida:** por fim é necessário fazer com que o agente não fique estático, portanto beneficiamos proporcionalmente os movimentos que o agente percorre.

Penalizações

- Contacto com a bola nulo: pior que n\u00e3o defender a bola, \u00e9 nem tocar nela, portanto a maior redu\u00e7\u00e3o de aptid\u00e3o prov\u00e9m da incapacidade do agente tocar seguer na bola.
- Golos sofridos: de forma proporcional, o agente é prejudicado em função dos golos que sofre.
- Distância percorrida nula: o agente é prejudicado se não exercer qualquer tipo de movimento.
- **Distância do agente à sua baliza:** mas pior que estar estático é tentar defender a bola dentro da baliza, portanto, sempre que a distância do agente à baliza é nula, o agente é gravemente prejudicado.

Parametrização **Standard**

Population Size	Simultaneous Simulations	Tournament Size	Simulations Time (s)	Mutation Method	Mutation	Crossover
75	75	5	15	Gaussian	0.05	0.6

Resultados

Com a **parametrização standard**, podemos ver pelo gráfico, que a capacidade evolutiva do agente é enorme inicialmente, onde, em alguns casos, chega mesmo a conseguir defender a bola na primeira geração, mas a médio-longo prazo acaba por não ser um crescimento significativo. Precisamente devido à justificação dada anteriormente, o agente acaba por já estar apto e não ter muito mais margem de evolução.

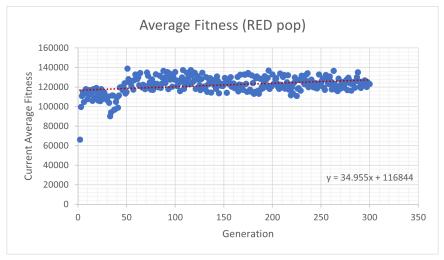


Figura 11 - Parametrização standard

Quando alteramos a **mutation** para 60% podemos verificar que há uma variação muito maior de resultados, o que faz todo o sentido. Ao aumentar a probabilidade de mutação, fazemos com que não haja um controlo tão grande da evolução da população, pois uma mutação pode potencializar ou atenuar as capacidade dum indivíduo, e sobre isso não há qualquer tipo de controlo.

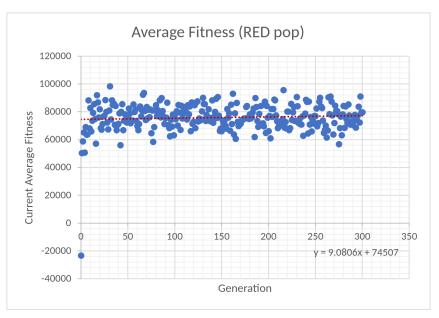


Figura 12 - mutation=0.6

Por outro lado, alterando o **crossover** para *5%* fazemos com que a possibilidade evolutiva da população decresça, uma vez que não haverão tantas recombinações genéticas entre indivíduos, o que é claramente visível pelos resultados levantados.

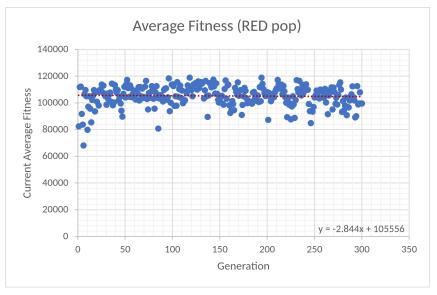


Figura 13 - crossover=0.05

Além de alterar os parâmetros padrão decidimos experimentar desativar a opção *Elitist*. Esta opção está disponível na interface *Inspector* da *Unity* e tem a função de ativar ou desativar a capacidade evolutiva da população. Como a capacidade evolutiva da população está intrinsecamente associada à seleção por torneio, vamos analisar os resultados dos *bests* em vez da média populacional.

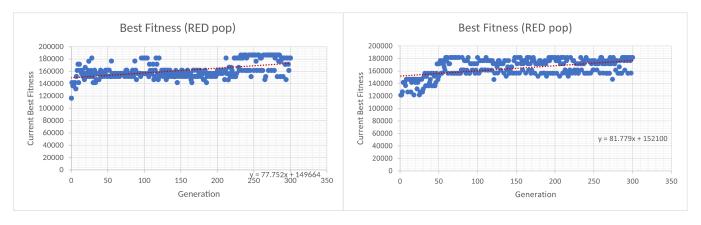


Figura 14 - Elitist=Off

Figura 15 - Elitist=On

Comparativamente aos resultados *best* com a parametrização *standard* e o *Elitist* ativo, é notável a falta de desenvolvimento populacional. Apesar do gráfico da *Figura 14* ter um declive ligeiro, é possível verificar que os registos finais não fogem muito dos iniciais, ao contrário da *Figura 15*, onde é claro um crescimento de aptidão, nomeadamente durante as gerações iniciais.

Todas estas experimentações foram resultantes de situações onde a bola era "rematada" sempre da mesma direção, mas e se a bola estiver a vir de direções das quais o agente não está à espera? Vamos ver como o agente se comporta.

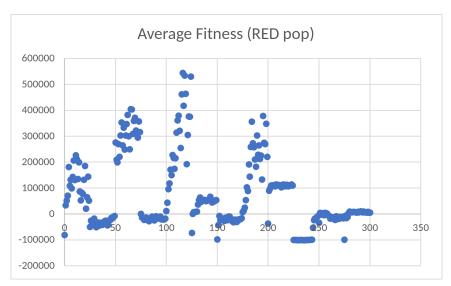


Figura 16 - Bola Random

Podemos ver que a população leva algumas gerações até conseguir uma boa aptidão e conseguir defender várias bolas. No entanto, quando a bola é reposicionada a aptidão cai, portanto o agente precisa de reaprender a defender o novo remate.

Porém, existem ângulos cegos, isto é, remates que o agente não consegue defender precisamente porque a bola vem de sítios que o agente não tem capacidade de alcançar. Esses casos podem ser facilmente verificados pelos resultados levantados nas gerações finais, onde a população tem uma aptidão muito reduzida comparativamente a gerações anteriores.

One vs One

Neste cenário decidimos pôr à prova as funções de aptidão desenvolvidas até agora. Portanto, fizemos simulações de competição para dois cenários diferentes, um entre um atacante e um guarda redes e outro entre dois atacantes.

Com o confronto entre dois agentes, cria-se uma disputa de *fitness* e sai vencedor aquele que conseguir ter uma melhor prestação em cada simulação, daí por isso, desta vez não faremos uma análise aos *bests* durante as gerações, mas sim às médias. Neste contexto os *bests* tornam-se enganosos, isto é, não faz sentido analisar o melhor indivíduo sendo que a performance dele não depende única e exclusivamente dele, mas também do seu agente oponente. Portanto é importante fazer uma análise da população como um todo, para perceber se a evolução está efetivamente patente na população.

Não só não precisamos de implementar nenhuma função de aptidão específica (porque esta etapa é no fundo a aplicação de populações previamente treinadas), como também não precisamos de fazer variar todos os parâmetros evolutivos exaustivamente como já foi feito, visto que já temos a noção do impacto de cada um. No entanto, alguns parâmetros tiveram de sofrer alterações, nomeadamente o tempo de simulação (de 15s para 30s) e o número de gerações (de 300 para 1000), isto porque, a população precisará de mais tempo de execução e evolução, para que os resultados levantados sejam mais conclusivos.

Parametrização Standard

Pop.	Simult.	Tourn.	Sim.	Mutation	Mutation	Crossover	Mutation	Crossover
Size	Sim.	Size	Time (s)	Method	Blue	Blue	Red	Red
75	75	5	30	Gaussian	0.05	0.6	0.1	

Atacante 2 vs Guarda Redes

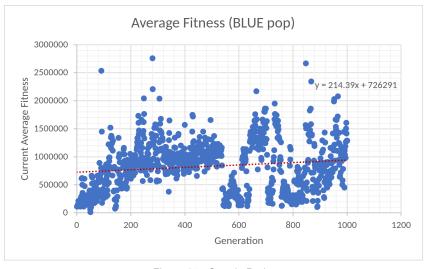


Figura 17 - Guarda Redes

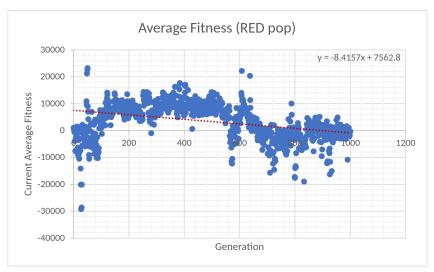


Figura 18 - Atacante2

Os gráficos vão ao encontro da explicação dada anteriormente, como podemos observar, à medida que a aptidão média da população azul sobe (de forma geral), a da população vermelha desce, o que demonstra o contraste de resultados evolutivos.

Atacante 2 vs Atacante 2

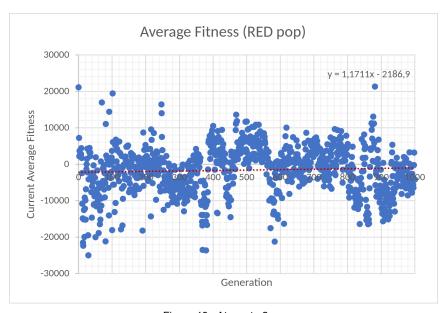


Figura 19 - Atacante 2

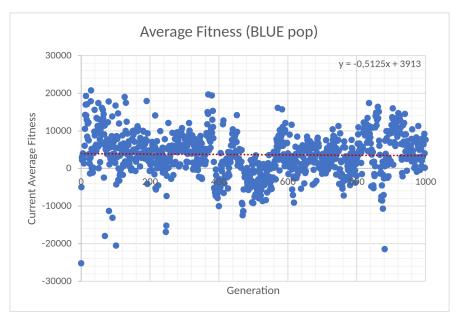


Figura 20 - Atacante 2

Como era de prever, nenhum dos atacantes conseguiu uma evolução significativa, isto porque as funções de aptidão de certa forma anulam-se, já que a aptidão de ambos depende dos golos que marcam.

Por outro lado, quando um guarda redes sofria um golo do atacante, ele tinha uma tendência muito maior à evolução, visto que a sua função era a defesa de bolas e não a marcação de golos.

Conclusão

Uma das dificuldades com a qual nos deparámos na primeira abordagem foi a interpretação do código fornecido, na tentativa de percebermos o que é que necessitava de ser alterado ou adicionado. Associado a esta dificuldade esteve também a parametrização correta para a testagem do código, uma vez que na interface *Unity* se encontravam diversos parâmetros por definir.

Foi também desafiante no princípio, conseguir colocar o agente a "dar os primeiros passos" até marcar uma quantidade significativa de golos.

Posteriormente, reunindo informações dadas pelos professores durante as aulas práticas de todos os membros do grupo, conseguimos aperfeiçoar o que tínhamos feito até então.

Mais tarde, passando para a fase de experimentação e, analisando os resultados recolhidos, conseguimos ter uma percepção mais abrangente e realista do que se trata um Algoritmo Genético e quais os parâmetros adequados para se tirar o máximo partido dele.

Relativamente à recombinação conseguimos concluir que quanto maior a sua probabilidade de ocorrência, maior será a curva de progresso da população ao longo das gerações, já que, como referido anteriormente, as novas gerações são fruto duma recombinação do indivíduo mais apto da população anterior.

Por outro lado, a mutação é algo que acontece a nível individual e, ao contrário da recombinação, não dá garantias de melhoria. Uma mutação no indivíduo tanto pode beneficiar ou prejudicar a sua aptidão. Portanto, quanto maior for a sua probabilidade de ocorrência, maiores as variações nos resultados das populações.

Acerca da aptidão das populações, chegámos à conclusão que mais gerações não são propriamente sinónimo de mais aperfeiçoamento, é preciso encontrar um valor grande o suficiente para que os agentes se consigam desenvolver mas pequeno o suficiente para que os agente não comecem a fazer tarefas indesejadas.

No final, os resultados obtidos acabaram por se aproximar dos esperados na larga maioria das tarefas.

Webgrafia

- http://www.cibtech.org/J-ENGINEERING-TECHNOLOGY/PUBLICATIONS/20 15/VOL-5-NO-3/05-JET-006-PATIL-MUTATION.pdf
- https://en.wikipedia.org/wiki/Crossover (genetic algorithm)
- https://en.wikipedia.org/wiki/Mutation (genetic algorithm)
- https://en.wikipedia.org/wiki/Tournament_selection