Macroeconomía Internacional Cuantitativa

Francisco Roldán*

October 2023
a entregar no después del 8 de noviembre

1. Deuda con default (Arellano)

En clase vimos el problema de un soberano que emite deuda defaulteable a un conjunto de inversores extranjeros. El soberano toma como dada una función $q(b', y)$, que dice a qué precio puede colocar una cantidad de deuda b' cuando el nivel de ingreso de hoy es y, y resuelve

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}(b,y) &= \max\left\{ v^R(b,y) + \varepsilon_R, v^D(y) + \varepsilon_D \right\} \\
v^R(b,y) &= \max_{b'} u(y - b + q(b',y)b') + \beta\mathbb{E}\left[\mathcal{V}(b',y') \mid y\right] \\
v^D(y) &= u(h(y)) + \beta\mathbb{E}\left[\psi\mathcal{V}(0,y') + (1-\psi)v^D(y') \mid y\right]
\end{aligned}$$

donde los shocks ε_i son *iid* entre sí y entre períodos con distribución de valor extremo tipo 1 con parámetro de escala χ, de modo que $\varepsilon_R - \varepsilon_D$ tiene distribución logística con parámetro χ. Esto da lugar a expresiones explícitas para la probabilidad de default *ex-post* $\mathcal{P}(b,y)$ y la función de valor

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(b,y) &= \frac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b,y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)} \\
\mathcal{V}(b,y) &= \chi \log\left(\exp(v^D(y)/\chi) + \exp(v^R(b,y)/\chi)\right)
\end{aligned}$$

Los acreedores extranjeros son neutrales al riesgo y descuentan el futuro a tasa $\frac{1}{1+r}$, así que para que estén dispuestos a comprar un bono, tiene que ser que el repago esperado descontado sea igual al precio de venta

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r}\mathbb{E}\left[1 - d(b',y') \mid y\right]$$

*email: *froldan6@gmail.com*

1.1 *Regiones de repago y default*

Usando un modelo resuelto con los parámetros por default, mostrame con un `contour` la probabilidad de default como función de y y b. Cuándo es más riesgosa la deuda?[1]

Opcional: Qué pasa con ese contour cuando variás la paciencia del deudor β o el costo de default Δ (no hace falta hacer todo un vector de posibilidades, podés elegir un valor alternativo que muestre los efectos). Tiene sentido? Muy opcional: podés también usar los gráficos de $\mathcal{V}$, v^R, v^D que te pido en 1.2 para entender mejor lo que está pasando (por ejemplo dónde se cruzan).

1.2 *Mecánica de los shocks de preferencias*

Para ver cómo χ afecta al equilibrio (además de a la resolución del modelo), vamos a resolver el mismo modelo con distintos valores de χ. En `arellano.jl` el constructor que yo escribí tiene por default $\chi = 0.01$. Te voy a pedir que resuelvas el modelo para $\chi \in \{0.0001, 0.1\}$.

Para cada resolución, en el mismo gráfico quiero ver las tres funciones de valor, $\mathcal{V}$, v^R, v^D, como función del nivel de deuda b.[2] Lo importante es que se crucen v^R y v^D cosa de que podamos ver el efecto del default (si $v^R > v^D$ en todo el gráfico, es que la opción de defaultear no vale nada). Para los parámetros que estamos usando, podés lograr eso fijando $y = 1$ (o sea, usando el índice de la grilla de y que tenga el valor más cercano a 1 posible, debería ser justo el medio de la grilla).

Podés poner los gráficos uno al lado del otro (variando χ) o rebuscártelas para poner toda la información en un solo gráfico. Pero quiero que notes dos cosas: primera, cómo cambia la relación entre $\mathcal{V}$ y v^R y v^D cuando χ se hace más grande, y por qué? Segunda, mirá los valores en el eje y. Los niveles son de utilidad así que no representan nada, pero es lo mismo cuánto es χ para el valor de este agente? Las v^R como v^D son iguales o distintas cuando cambiás χ? Por qué pasa eso?

1.3 *Cuántos defaults son por los precios?*

El gobierno en el modelo de default (y, capaz, en la realidad también) en muchos casos diría que terminó haciendo un default porque los precios eran desfavorables (o sea, que si le permitían hacer rollover de la deuda, sí podía pagar). Vamos a investigar un poco esta dinámica en el modelo que tenemos. Para esto, quiero que armes la siguiente solución fuera de expectativas racionales: hacé que el precio de los bonos sea consistente con que el gobierno siempre repague, y resolvé el modelo (permitiéndole al gobierno elegir

[1] No te olvides que, como vimos en clase, `contour` invierte los ejes x e y. Para graficar $f(x, y)$ como que naturalmente identificamos el primer argumento con el eje horizontal, pero pensando en una matriz A_{xy}, la primera componente es el 'eje' vertical, como que `A[:,jy]` es un vector columna y `A[jx,:]` es una fila.

[2] Ojo, la función v^D no depende del nivel de deuda, así que para graficarla y hacer la comparación tenés dos opciones. Opción 1: meterte en la documentación de PlotlyJS y usar `shapes` para agregar una línea horizontal al gráfico. Opción 2: multiplicar $v^D(y)$ por un vector de unos del largo de `bgrid` para que te quede algo que puedas graficar como función de b.

si paga o no) pero enfrentando esos precios. Una vez hecho esto, dibujá la región de default del modelo original (con precios de equilibrio que reflejan la probabilidad de default) y la del modelo con estos otros precios. Son distintas, es una de las dos un subconjunto de la otra? Hay defaults que sólo ocurren porque enfrentás malos precios?

Nota Dado que tenemos los shocks de preferencias, no tenemos una zona "de default" y una zona "de repago". Pero una cosa que podés hacer para comparar ambas es hacer lo siguiente: en cada modelo, dado b, podés buscarte el menor y tal que la probabilidad de default $\mathcal{P}(b, y)$ es menor que un umbral (por ejemplo 0.5), usando por ejemplo la función `findfirst`. Esto te va a definir una función $y^\star(b)$ que vendría a ser como la frontera entre la región de repago y la de default (defaulteás cuando $y \leq y^\star(b)$ con probabilidad al menos 0.5). Finalmente podés dibujarte las funciones $y^\star(b)$ para ambos modelos, como función de b, y ver si se cruzan, si una está siempre encima de la otra, etc.

1.4 Retorno a mercados según el ingreso

Siempre alguien pregunta por qué ψ era un parámetro constante. Es verdad que eso parece tonto: si pensás que la recuperación de acceso a mercados ocurre porque hay una negociación por detrás, parece factible que sea más probable reacceder a mercados cuando el y es alto que cuando es bajo.

Vamos a modificar el modelo básico para reemplazar el parámetro ψ por una función exógena que se nos ocurra a nosotros $\psi(y)$, por ejemplo

$$\psi(y) = \psi_0 + \psi_1(y - \bar{y})$$

donde ψ_0 y ψ_1 son parámetros y $\bar{y}$ es la media del proceso de y (en nuestro caso, $\bar{y} = 1$). Para modificar el código de `arellano.jl` e implementar esta variante, vas a tener que

- Agregar ψ_0 y ψ_1 al diccionario de parámetros. Una recomendación que me parece razonable es $\psi_0 = 0.282$ (el valor que teníamos en el modelo original para ψ) y $\psi_1 = 1$.
  - El 1 es totalmente arbitrario así que podés jugar con ese parámetro si querés. Únicamente tenés que tener cuidado que $\psi(y) \in (0, 1)$ para todos los y de la grilla.
- Modificar la función que calcula $v^D(y)$ para que use el valor de ψ que corresponda al valor de y en cada caso

Mostrame la función de valor $\mathcal{V}(b, y)$ como función de b, fijando $y = 1$ (o lo más parecido) pero con una línea para $\psi_1 = 0$ (el caso original) y otra para $\psi_1 = 1$ (el caso en el que la probabilidad de regreso a mercados es variable). Hay alguna diferencia interesante? Por qué pensás que pasa?

1.4.1 *Retorno a mercados según el tamaño del default – opcional*

En este caso vamos a hacer que la probabilidad de volver a los mercados dependa de cuánta deuda fue defaulteada. En este caso vamos a tener

$$\psi(b) = \min\{1, \psi_0 + \psi_1 b\}$$

donde $\psi_0, \psi_1 \geq 0$ son parámetros. Lo que queremos capturar es que países que hagan default sobre cantidades más grandes de deuda tienden a tardar más a recuperar acceso a mercados internacionales de crédito [CITATION NEEDED].

Repitiendo los pasos del punto anterior, cuál es el efecto de aumentar ψ_1 sobre esta economía (por ejemplo, dejando $\psi_0 = 0.282$)? Qué pasa con las zonas de default y repago?

Nota: este apartado es un poco más difícil porque la dependencia de ψ sobre la cantidad de deuda *sobre la que se hizo originalmente el default* introduce una nueva variable de estado para la v^D.

1.5 *Simulador de defaults*

En clase escribimos código para simular el modelo con default, y no se los mostré pero les paso código que simule el modelo con deuda de largo plazo (es básicamente igual al caso de deuda de un período). Una cosa que sí tiene distinta es que en vez de devolver un montón de vectores para cada variable, este devuelve un *diccionario* de vectores, a los que podés acceder con `sample[k][jt]` para `k::Symbol` y `jt::Int`.

El constructor `Arellano` por default tiene los costos originales $h(y) = \max(y, \hat{y})$, donde $\hat{y} = 0.969$, pero también vimos cómo usar las funciones `switch_Costo` para cambiarlo (también las agregué para el caso de deuda larga).

Con los costos originales de Arellano y deuda de un sólo período (fijate que podés hacer esto o creando un `Arellano` o un `DeudaLarga` con $\rho = 1, \hbar = 1$), simulando el modelo por un número grande de períodos:

1. Cómo es la relación deuda/PBI en la economía simulada? Podés reportar una media o un histograma que muestre la distribución entera.

2. Cuál es la frecuencia de default? (o sea, si miro un siglo, en promedio cuántas veces voy a pasar de estar en repago a estar en default?)

3. Más difícil y opcional: En promedio, cuánto es la deuda *al momento del default*? Cuál era la probabilidad de default en el período anterior a que ocurra el default?

Ahora, si la deuda es de largo plazo, por ejemplo $\rho = 0.05$, cómo cambia la deuda/PBI? (si en el punto anterior creaste un `DeudaLarga`, fijate de cambiar ρ en el diccionario de parámetros cambiando también κ, lo podés hacer a mano o usando la función `switch_`ρ). Qué pasa cuando además pasamos a costos lineales (por ejemplo haciendo $\Delta = 0.05$)? Y costos cuadráticos (Chaterjee y Eyigungor usan d0 = -0.18819, d1 = 0.24558)?