Universidad Carlos III

Heurística y Optimización 2022-23

Práctica 1

Curso 2022-23

PROGRAMACIÓN LINEAL

Fecha de entrega: **28/10/22**

GRUPO: **80**

Carlos Sánchez Arroyo 100451282

Rodrigo Valderrey Tarrero-100451271

Índice

1. URL de la práctica

La práctica ha sido desarrollada haciendo uso de GLPK por los dos miembros del grupo, el link de acceso al repositorio es el siguiente:
https://github.com/carlossanchezarroyo/Pr-ctica-1-Heur-stica.git.

2. Introducción

La memoria se divide en tres partes diferenciadas.

En la primera parte de la memoria se explican los modelos implementados para resolver los dos problemas (variables de decisión, función objetivo y restricciones). Se encontrarán aquí los desarrollos de las partes 1 y 2, junto con los modelos inventados por el grupo en la parte 3.

A continuación se pueden encontrar los resultados que se han obtenido fruto de dicha implementación acompañados de un análisis. Además, se especificarán las rutas que se deben tomar para alcanzar este resultado.

Por último se encuentran las conclusiones acerca de la práctica sacadas por los alumnos.

3. Descripción de los modelos

Para representar el problema representamos las paradas siguiendo las siguientes correspondencias:

Representación de la parada en el enunciado	**Nombre que recibe en el modelado**
Parking	0
s1	1
s2	2
s3	3
Colegio	4

3.1 Primera parte

Las variables de decisión que hemos decidido oportunas para el desarrollo de la primera parte del problema son las siguientes:

Significado de la variable	**Representación de la variable**
A: Matriz de aristas usadas	A_{5x5} con $A_{ij} \in \{0, 1\} \; \forall\, i, j \; \{0, 1, 2, 3, 4\}$
F: Matriz de flujo	F_{5x5} con $F_{ij} \in \mathbb{N} \; \forall\, i, j \; \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Asimismo se han establecido las siguientes matrices de números constantes:

Significado de la matriz	**Matriz**
P: Matriz de personas esperando en cada parada Con ella se representa el número de alumnos que esperan en la parada correspondiente.	$P_{1x5} = (0\ 15\ 5\ 10\ 0)_{1x5}$
C: Matriz de costes En esta matriz (de tamaño ixj) se representan los kilómetros necesarios para ir desde un vértice "i" hasta otro vértice "j" del grafo. Para penalizar que no se vaya desde un vértice al mismo, se ha establecido un coste muy alto para la diagonal, al igual que para escoger aristas que no existen (del parking al colegio directamente).	$C_{5x5} = \begin{pmatrix} 10000 & 8 & 10 & 10 & 10000 \\ 8 & 10000 & 3 & 7 & 6 \\ 10 & 3 & 10000 & 5 & 7 \\ 10 & 7 & 5 & 10000 & 4 \\ 10000 & 6 & 7 & 4 & 10000 \end{pmatrix}$

También se han establecido los siguientes valores constantes, para hacer más general el problema y que sea sencillo cambiar valores para problemas diferentes:

Significado constante	**Valor**
Personas: Representa el total de personas que deben ser transportadas en el problema.	30
Capacidad: Representa el máximo número de alumnos que puede contener un autobús.	20

Una vez explicadas las variables de decisión necesarias para este problema y las constantes usadas en él para el correcto funcionamiento del método simplex, la formalización del problema propuesto en la parte 1 será la siguiente:

La función objetivo quedará de la siguiente manera:

El coste total para este problema será 5€ por cada km recorrido, más 120€ por cada autobús que sale del parking.	$min\, z = 5 * \sum_{i=0}^{4} \sum_{j=0}^{4} (A_{ij} * C_{ij}) + 120 * \sum_{j=0}^{4} A_{kj},\ \forall\ k \{0\}$

Las restricciones a las que está sujeto el modelo son:

Explicación de la restricción	**Formalización de la restricción**
Salen del parking un máximo de 3 autobuses.	$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} \leq 3, \forall k\{0\}$
Sale del parking al menos un autobús.	$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} \geq 1, \forall k\{0\}$
Los autobuses totales que llegan al colegio son los que inicialmente salieron del parking.	$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} = \sum_{j=0}^{4} A_{jt}, \forall k\{0\}\ \forall t\{4\}$
A cada parada (1,2,3) llega un autobús únicamente.	$\sum_{j=0}^{4} A_{ij} \leq 1, \quad \forall i\{1, 2, 3\}$
Los autobuses que salen de cada parada (1,2,3) son los mismos que entran en la misma.	$\sum_{j=0}^{4} (A_{ij} - A_{ji}) = 0, \quad \forall i\{1, 2, 3\}$
El flujo de personas que llega al parking es 0.	$\sum_{j=0}^{4} F_{kj} = 0, \forall k\{0\}$
El flujo de personas que sale, menos el que entra, menos las personas que se añaden al pasar por esa parada, es 0.	$\sum_{j=0}^{4} (F_{ij} - F_{ji} - A_{ij} * P_{1j}) = 0, \forall i\{1, 2, 3\}$
El flujo total de lo que llega al colegio es igual a la constante Personas.	$\sum_{i=0}^{4} F_{ik} = Personas, \forall k\{4\}$
No llegan autobuses al parking.	$\sum_{i=0}^{4} A_{ik} = 0, \forall k\{0\}$
No salen autobuses del colegio.	$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} = 0, \forall k\{4\}$
El flujo de personas del parking a cualquier parada es el número de personas que esperan en la misma.	$F_{kj} = A_{kj} * P_{j}, \quad \forall j\{0, 1, 2, 3, 4\}\ \forall k\{0\}$
De una parada no pueden salir más de "x" personas. Este número está contenido en la constante Capacidad.	$\sum_{j=0}^{4} F_{ij} \leq Capacidad, \quad \forall i\{1, 2, 3\}$

No se puede ir de vuelta a la parada de la que se viene (si esto ocurriese un autobús podría no salir del parking y no llegar al colegio).	$A_{ij} + A_{ji} \leq 1, \forall i \{1, 2\} \forall j \{2, 3\}, i \neq j$
El flujo de personas que sale del colegio es 0.	$\sum_{j=0}^{4} F_{kj} = 0, \forall k\{4\}$
El flujo para ir de una parada a otra debe ser mayor o igual que el A_{ij} correspondiente por el P_{1j} correspondiente.	$A_{ij} * P_{1j} \leq F_{ij}, \forall i \{1, 2, 3\} \forall j\{1, 2, 3\}$
El flujo para ir de una parada a otra debe ser menor o igual que la variable A_{ij} correspondiente multiplicado por 100 (si A_{ij} es 0, no habrá flujo).	$F_{ij} \leq A_{ij} * 100, \forall i \{1, 2, 3\} \forall j\{1, 2, 3, 4\}$

Con las variables del problema con la siguiente forma:

$A_{ij} \in \{0, 1\} \forall i, j \{0, 1, 2, 3, 4\}$ y $F_{ij} \in \mathbb{N} \forall i, j \{0, 1, 2, 3, 4\}$

3.2 Segunda parte

Para esta parte se ha tomado como base la formalización que se ha detallado anteriormente. Para representarla se ha decidido emplear la siguiente conversión de los datos:

Representación del alumno en el enunciado	**Nombre que recibe en el modelado**
A1	0
A2	1
A3	2
A4	3
A5	4
A6	5
A7	6
A8	7

En cuanto a las constantes que se dan en el problema se ha cambiado el valor de Personas y Capacidad a 8 y 4 respectivamente. Además, se ha eliminado la matriz P que existía en la parte 1 y se ha añadido la siguiente matriz:

Significado de la matriz	**Matriz**
H: Relación de hermanos Es una matriz binaria 7x7, que indica la relación de hermanos existente entre alumnos. Se ha supuesto que esta matriz se introduce correctamente desde un principio por el usuario. Se ha contemplado que A4 y A5 puedan tener varios hermanos, mientras se encuentren en la misma parada, y no sean A5 y A4 respectivamente. En el ejemplo descrito quedaría de la siguiente forma:	$H_{7x7} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
D: Disponibilidad en las paradas Una matriz binaria 8x5 que indica con un 1 si la parada "j" está disponible para el alumno "i". En caso de existir un 0 la parada no estará disponible. En el ejemplo que se expone en el enunciado de la parte 2 esta matriz sería la siguiente:	$D_{8x5} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

En cuanto a las variables, se han añadido una serie de variables contenidas en una matriz, que es la siguiente:

Significado de la variable	**Representación de la variable**
P: Personas esperando en cada parada Es una matriz binaria 8x5, que indica, en el caso de tener algún valor 1, que la persona correspondiente a "i" está esperando en la parada "j".	P_{8x5} con $P_{ij} \in \{0, 1\}\ \forall\ i\ \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $\forall\ j\ \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Para las restricciones de este problema, se han eliminado las siguientes pertenecientes a la parte 1. Con esto aseguramos que, al añadir variables dentro de la matriz P, las restricciones sean lineales. Por otra parte, se han añadido una nueva serie de restricciones, para garantizar la correcta funcionalidad del nuevo problema descrito. La nueva formalización del problema de la parte 2 es:

La función objetivo quedará de la siguiente manera:

El coste total para este problema será 5€ por cada km recorrido, más 120€ por cada autobús que sale del parking.	$min\, z = 5 * \sum_{i=0}^{4} \sum_{j=0}^{4} (A_{ij} * C_{ij}) + 120 * \sum_{j=0}^{4} A_{kj},\ \forall\ k\{0\}$

Las restricciones a las que está sujeto el modelo son:

Explicación de la restricción	**Formalización de la restricción**
Salen del parking un máximo de 3 autobuses.	$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} \leq 3,\ \forall k\{0\}$
Sale del parking al menos un autobús.	$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} \geq 1,\ \forall k\{0\}$
Los autobuses totales que llegan al colegio son los que inicialmente salieron del parking.	$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} = \sum_{j=0}^{4} A_{jt},\ \forall k\{0\}\ \forall t\{4\}$
A cada parada (1,2,3) llega un autobús únicamente.	$\sum_{j=0}^{4} A_{ij} \leq 1,\ \ \forall i\{1, 2, 3\}$
Los autobuses que salen de cada parada (1,2,3) son los mismos que entran en la misma.	$\sum_{j=0}^{4} (A_{ij} - A_{ji}) = 0,\ \ \forall i\{1, 2, 3\}$
El flujo de personas que llega al parking es 0.	$\sum_{j=0}^{4} F_{kj} = 0,\ \forall k\{0\}$
El flujo total de lo que llega al colegio es igual a la constante <u>Personas.</u>	$\sum_{i=0}^{4} F_{ik} = Personas,\ \forall k\{4\}$
No llegan autobuses al parking.	$\sum_{i=0}^{4} A_{ik} = 0,\ \forall k\{0\}$
No salen autobuses del colegio.	$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} = 0,\ \forall k\{4\}$
De una parada no pueden salir más de “x” personas. Este número está contenido en la	$\sum_{j=0}^{4} F_{ij} \leq Capacidad,\ \ \forall i\{1, 2, 3\}$

constante Capacidad.	
No se puede ir de vuelta a la parada de la que se viene (si esto ocurriese un autobús podría no salir del parking y no llegar al colegio).	$A_{ij} + A_{ji} \leq 1$, $\forall\, i\,\{1, 2\}\, \forall\, j\,\{2, 3\},\ i \neq j$
El flujo de personas que sale del colegio es 0.	$\sum_{j=0}^{4} F_{kj} = 0$, $\forall\, k\{4\}$
El flujo para ir de una parada a otra debe ser menor o igual que la variable A_{ij} correspondiente multiplicado por 100 (si A_{ij} es 0, no habrá flujo).	$F_{ij} \leq A_{ij} * 100$, $\forall\, i\,\{1, 2, 3\}\ \forall\, j\{1, 2, 3, 4\}$
El flujo de personas que sale del parking es menor o igual a las personas que hay esperando en la parada.	$F_{kj} <= \sum_{i=0}^{7} P_{ij}$, $\forall\, j\,\{1, 2, 3, 4\}$, $\forall\, k\,\{0\}$
El flujo de personas que sale del parking, si A_{ij} es 1, debe ser más grande o igual que el número de personas esperando en esa parada.	$20 = A_{kj} * 20 + \sum_{i=0}^{7} (P_{ij}) - F_{kj}$, $\forall\, j\,\{0, 1, 2, 3, 4\}$, $\forall\, k\,\{0\}$
El flujo de personas que sale del parking, si A_{ij} es 0, debe ser 0	$F_{kj} <= A_{kj} * 100$, $\forall\, j\,\{0, 1, 2, 3, 4\}$, $\forall\, k\,\{0\}$
El flujo para ir de una parada a otra debe ser tan grande como lo que ha llegado a esa parada más las personas que se van a recoger (si se va a esa parada)	$20 = A_{ij} * 20 + \sum_{t=0}^{7} (P_{tj}) + \sum_{k=0}^{4} (F_{ki}) - Fij$, $\forall\, i, j\,\{1, 2, 3\}$
El flujo para llegar al colegio debe ser menor o igual que el flujo total que ha llegado a esa parada.	$F_{it} <= \sum_{k=0}^{4} A_{ki}$, $\forall\, i\,\{1, 2, 3\}$, $\forall\, t\,\{4\}$
El flujo para ir de una parada a otra debe ser mayor o igual que el A_{ij} correspondiente por	$A_{ij} \leq F_{ij}$, $\forall\, i\,\{1, 2, 3\}\ \forall\, j\{1, 2, 3\}$

el P_{1j} correspondiente.	
La suma de las columnas de P debe ser menor o igual que la constante Capacidad.	$Capacidad\ >= \sum_{i=0}^{7} P_{ij}\ ,\ \forall\ j\ \{0, 1, 2, 3, 4\}$
Cada alumno solamente puede estar asignado a una parada de las que tiene disponibles.	$\sum_{j=0}^{4} P_{ij} * D_{ij} = 1\ ,\ \ \forall\ i\ \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
No se pueden asignar paradas que no estén disponibles	$\sum_{j=0}^{4} P_{ij} = 1\ ,\ \ \forall\ i\ \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
Los hermanos se deben encontrar en la misma parada.	$(P_{it} - P_{jt}) * H_{ij} = 0\ ,\ \forall\ i, j\ \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $\forall\ t\ \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Con las variables del problema con la siguiente forma:

$A_{ij} \in \{0, 1\}\ \forall\ i, j\ \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $F_{ij} \in \mathbb{N}\ \forall\ i, j\ \{0, 1, 2, 3, 4\}$ y
$Pij \in \{0, 1\}\ \forall\ i\ \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\ \forall\ j\ \{0, 1, 2, 3, 4\}$

3.3 Explicación de decisiones

Para las formalizaciones explicadas en los 2 apartados anteriores se han realizado procesos parecidos para llegar a la solución del problema, ya que la segunda parte de la práctica es una modificación que hace el problema de la parte 1 más complejo.

En cuanto a la primera parte, primero se han impuesto restricciones que impiden que lleguen o salgan autobuses de donde no deberían (por ejemplo, no pueden llegar autobuses al parking), además de especificar que un autobús no puede volver a las paradas que ya han visitado, ya que utilizando solver se podían generar bucles de ir de una parada a otra y que de esta manera no llegasen todos los alumnos al colegio. Además de estas restricciones, se han añadido una serie de nuevas restricciones que controlan que la matriz de flujo de personas se corresponda con el resto de variables. Gracias a esto, se puede garantizar que las variables de esta matriz se corresponden con el número de personas acumulado en cada ruta, y que este no supere la capacidad de cada autobús.

En cuanto a la segunda parte, se han eliminado las restricciones pertenecientes a la primera parte que no eran lineales para las nuevas variables establecidas. Además de convertir estas eliminadas en una nueva serie de restricciones lineales para que el funcionamiento sea el mismo, se han añadido restricciones para garantizar que las personas se asignen adecuadamente a las paradas, contemplando las que tienen disponibles y si tienen hermanos.

4. Análisis de los resultados

4.1 Primera parte

A la hora de resolver la primera parte, primero se ha construido un excel con todos los datos del problema, y para resolverlo por este método se ha hecho uso de la herramienta "solver". Los datos introducidos en esta herramienta para su correcta ejecución son los siguientes:

Función de las celdas	**Enumeración de las celdas**
La celda que contiene el valor de la función objetivo es la siguiente:	$B$5
Las celdas declaradas como variables son las siguientes:	$E$25:$I$29;$E$33:$I$37

En cuanto a las restricciones, estas son las introducidas en el solver:

Formalización de la restricción	**Celdas de la restricción**
$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} \leq 3, \forall k\{0\}$	$B$12 >= 1
$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} \geq 1, \forall k\{0\}$	$B$12 <= 3
$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} = \sum_{j=0}^{4} A_{jt}, \forall k\{0\} \; \forall t\{4\}$	$B$12 = $B$13
$\sum_{j=0}^{4} A_{ij} \leq 1, \quad \forall i\{1, 2, 3\}$	$B$16 <= 1 $B$17 <= 1 $B$18 <= 1
$\sum_{j=0}^{4} (A_{ij} - A_{ji}) = 0, \; \forall i\{1, 2, 3\}$	$B$16 <= $B$21 $B$17 <= $B$22 $B$18 <= $B$23
$\sum_{j=0}^{4} F_{kj} = 0, \forall k\{0\}$	$B$26 = 0
$\sum_{j=0}^{4} (F_{ij} - F_{ji} - A_{ij} * P_{1j}) = 0$ $, \forall i\{1, 2, 3\}$	$B$29 = 0 $B$30 = 0 $B$31 = 0
$\sum_{i=0}^{4} F_{ik} = Personas, \forall k\{4\}$	$B$34 = $E$17

$\sum_{i=0}^{4} A_{ik} = 0 , \forall k\{0\}$	\$B\$37 = 0
$\sum_{j=0}^{4} A_{kj} = 0 , \forall k\{4\}$	\$B\$40 = 0
$F_{kj} = A_{kj} * P_{j} , \forall j \{0, 1, 2, 3, 4\} \ \forall k\{0\}$	\$B\$43 = \$E\$33 \$B\$44 = \$F\$33 \$B\$45 = \$G\$33 \$B\$46 = \$H\$33 \$B\$47 = \$I\$33
$\sum_{j=0}^{4} F_{ij} \leq Capacidad , \forall i \{1, 2, 3\}$	\$B\$50 <= \$E\$19 \$B\$51 <= \$E\$19 \$B\$52 <= \$E\$19
$A_{ij} + A_{ji} \leq 1 , \forall i \{1, 2\} \forall j \{2, 3\}, \ i \neq j$	\$B\$55 <= 1 \$B\$56 <= 1 \$B\$57 <= 1
$\sum_{j=0}^{4} F_{kj} = 0 , \forall k\{4\}$	\$B\$60 = 0
$A_{ij} * P_{1j} \leq F_{ij} , \forall i \{1, 2, 3\} \ \forall j\{1, 2, 3\}$	\$B\$68 <= \$H\$34 \$B\$69 <= \$H\$35 \$B\$70 <= \$H\$36 \$B\$72 <= \$G\$34 \$B\$73 <= \$G\$35 \$B\$74 <= \$G\$36 \$B\$76 <= \$F\$34 \$B\$77 <= \$F\$35 \$B\$78 <= \$F\$36
$F_{ij} \leq A_{ij} * 100 , \forall i \{1, 2, 3\}$ $\forall j\{1, 2, 3, 4\}$	\$I\$34 <= \$B\$63 \$I\$35 <= \$B\$64 \$I\$36 <= \$B\$65 \$H\$34 <= \$B\$81 \$H\$35 <= \$B\$82 \$H\$36 <= \$B\$83 \$G\$34 <= \$B\$85 \$G\$35 <= \$B\$86 \$G\$36 <= \$B\$87 \$F\$34 <= \$B\$89 \$F\$35 <= \$B\$90 \$F\$36 <= \$B\$91

$A_{ij} \in \{0, 1\} \forall\, i, j\, \{0, 1, 2, 3, 4\}$	\$E\$33:\$I\$37 = entero
$F_{ij} \in \mathbb{N} \forall\, i, j\, \{0, 1, 2, 3, 4\}$	\$E\$25:\$I\$29 = binario

Tras haber realizado este paso correctamente, se ha procedido a implementar el modelo usando GLPK.

En total se ha hecho uso de 50 variables, y con todas las restricciones explicadas anteriormente, se consigue restringir el problema para esta solución y posibles variaciones del mismo.

El resultado obtenido tras implementar el problema en ambos casos es el mismo. Con un coste total de 400€, se recogen a los 30 alumnos de las paradas y se llevan al colegio, con 20 alumnos como máximo en cada autobús. Para esta solución hay 2 rutas diferentes. La primera de ellas empieza yendo del parking a S1, a continuación pasa por la parada S2 y por último va al colegio, y al llegar lleva a 20 alumnos. La segunda ruta sale del parking a la parada S3, y de esta va directamente al colegio, llegando con 10 alumnos.

4.2 Segunda parte

Tras modelizar el problema descrito en la segunda parte, el grupo ha procedido directamente a implementarlo en GLPK, y tomando como base el código de la primera parte que ya había sido implementado.

En total se ha hecho uso de 90 variables, y con todas las restricciones explicadas anteriormente, se consigue restringir el problema para esta solución y posibles variaciones, mientras los parámetros iniciales sean introducidos de forma correcta..

El resultado obtenido tras ejecutar el código ha sido que los 8 alumnos se recogen y se llevan al colegio con un total de 585€. Se ha comprobado que cada alumno se encontraba en una de las paradas que tenía disponible. Debido a que en este caso A4 y A5 son hermanos, en la parada S2 había 2 personas, y había 3 personas en cada una de las otras dos paradas (S1, S2), y esto suponía que los autobuses, al tener una capacidad de 4 personas, no podían pasar por dos paradas consecutivas. Así que para este resultado se utilizan 3 rutas, cada una va a una parada, y de dicha parada va al colegio. El flujo de cada ruta se representa correctamente en la matriz correspondiente, y llegan desde las paradas correspondientes el número de personas que había esperando en ellas.

4.3 Batería de pruebas

Para ambos ejercicios se han realizado distintas pruebas con ejemplos diferentes al propuesto en el enunciado, modificando el archivo ".dat" correspondiente. En el caso de la parte 1 se han realizado las siguientes pruebas:

Explicación	**Resultado obtenido**
Se ha probado a dejar S3 sin personas esperando en ella, y que en S2 estuviesen esperando 20 personas.	El resultado son dos rutas, una que pase por S1 y otra por S2. El coste total es de 395€.
Se ha probado que en S1 estén esperando 25 personas.	Para este caso no se encuentra solución, ya que varias rutas no pueden pasar por una misma parada, y no caben en 1 autobús las personas esperando en S1.
Se ha probado a añadir una parada S4 al modelo. Sus km a todas las paradas son 10, y en esa parada esperan 10 personas, sumando un total de 40 alumnos.	El resultado son 2 rutas. La primera pasa primero por S1 y luego por S2. La segunda pasa por S4 y más tarde por S3. En total el coste de esta nueva ruta es de 450€.

Para la segunda parte de la práctica se han realizado las siguientes pruebas:

Explicación	**Resultado obtenido**
Se ha probado que A4 y A5 no sean hermanos.	Para este caso se asignan 4 personas en S1 y otras 4 en S3, por lo que no es necesario pasar por S2. Se utilizan dos rutas, una para cada parada. El coste total es de 380€.
Se ha probado que A4 y A5 tengan a A6 como hermano, y A6 tenga disponibles las paradas S2 y S3.	El resultado obtenido tiene a los 3 hermanos esperando en S2, y se utilizan 3 rutas diferentes, una por cada parada, ya que de otra manera se superaría la capacidad máxima de los autobuses. El coste total es de 585€.
Se ha probado que A1, A2, A3 y A4 sean hermanos y tengan las 3 paradas disponibles, que A5 y A6 tengan disponible S1, y A7 y A8 tengan disponible S3.	El resultado es que los 4 hermanos se van a situar en S1 y se necesitarán 2 rutas. La primera pasará solo por S1 y la segunda primero por S2 y luego por S3. El coste total sería de 405€.
Se ha probado que A1, A2, A3, A4 y A5 sean hermanos con todas las paradas disponibles.	No se encuentra solución, ya que en una parada como máximo puede haber 4 personas esperando.

5. Conclusiones acerca de la práctica

Esta práctica ha ayudado a ambos integrantes del grupo a practicar modelizando problemas más complejos que los vistos en clase, y gracias a esto se han descubierto nuevas formas de crear variables y restricciones, además de nuevos puntos de vista que hacen más sencilla la resolución de un problema.

En cuanto a las herramientas utilizadas para realizar la práctica, se ha hecho uso de las hojas de cálculo de Microsoft Office, y para programar con el lenguaje MathProg se ha utilizado GLPK. En las hojas de cálculo ha sido muy sencillo representar el problema y empezar a plantearlo desde un inicio, sin embargo su gran desventaja es el proceso mediante el cual hay que añadir las restricciones. Este problema se resuelve al programar en GLPK, ya que se pueden combinar las restricciones que tengan la misma forma en una sola línea dejando el código del problema más claro, pero no se puede ver todo el problema tan bien representado visualmente como se ve en las hojas de cálculo.