



INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO
División Académica de Actuaría, Estadística y Matemáticas
Departamento Académico de Estadística

Temario de Cálculo de Probabilidades I (EST-14101)

Coordinador: Ernesto J. Barrios Zamudio
Email: ebarrios@itam.mx
Ext. 3840

Agosto-Diciembre, 2019

PRERREQUISITOS:

Álgebra Superior II y
Cálculo Diferencial e Integral II.

OBJETIVOS:

- Conocer, entender y manejar correctamente la teoría axiomática de la probabilidad de manera que se comprendan sus consecuencias más relevantes.
- Conocer, comprender y aplicar el concepto de variable aleatoria como una herramienta para la simplificación del cálculo de probabilidades y la construcción de familias paramétricas como modelos para representar situaciones que involucren incertidumbre.
- Conocer, identificar y manejar apropiadamente los modelos probabilísticos comúnmente usados para describir fenómenos aleatorios.

En cada objetivo se especifica el nivel máximo cognoscitivo.
Los niveles cognoscitivos son:

- I. **CONOCIMIENTO (CON):** Capacidad de reproducir la información transmitida en el proceso de enseñanza-aprendizaje
- II. **COMPRENSIÓN (COM):** Capacidad de referir con precisión la información pero en términos propios, sin alterar el sentido original.
- III. **SABER HACER (SH)** implica:
Aplicación: Capacidad de utilizar los principios, procedimientos y métodos propios de la materia para resolver problemas específicos.
Análisis: Capacidad de identificar los componentes de un sistema y explicar la relación que existe entre ellos.
Síntesis: Capacidad de integrar elementos aislados para obtener un sistema coherente.
Evaluación: Capacidad de formular juicios de valor sobre problemas, trabajos, soluciones y métodos.

1. Probabilidad y axiomas de probabilidad (6 sesiones)

Bibliografía: C1, H1, F1 y 2, M1, R2

- Ilustrar la utilidad del cálculo de probabilidades en la vida diaria a partir del concepto de incertidumbre. (CON)
- Describir el contexto histórico de la Teoría de Probabilidad. (CON)
- Distinguir los diferentes enfoques con los que se puede asignar una probabilidad en una situación práctica. (CON)
- Explicar e identificar los elementos y propiedades de un espacio probabilístico: Espacio Muestral, Sigma Álgebra y Función de Probabilidad. (COM)
- Identificar espacios probabilísticos discretos y continuos. (COM)
- Comprender los axiomas de probabilidad y llevar a cabo demostraciones a partir de éstos. (SH)
- Solucionar problemas que involucren el cálculo de probabilidades de eventos compuestos. (SH)
- Utilizar correctamente las técnicas de conteo para el cálculo de probabilidades bajo el enfoque clásico. (SH)
- Identificar ejemplos y saber calcular probabilidades de eventos cuando el espacio muestral no tenga resultados equiprobables. (SH)

1.1 Introducción.

1.2 Probabilidad clásica, frecuentista y subjetiva.

1.3 Concepto de probabilidad. Espacio muestral, sigma álgebra y función de probabilidad.

1.4 Espacios muestrales con resultados equiprobables.

1.5 Espacios muestrales con resultados no equiprobables.

2. Probabilidad condicional e independencia (4 sesiones)

Bibliografía: C1, H1, F5, M1, R3, W2

- Entender el concepto de probabilidad condicional como consecuencia de una reducción del espacio muestral por haberse obtenido información adicional. (COM)
- Reconocer y resolver problemas en los que se consideren argumentos de tipo condicional. (SH)
- Calcular la probabilidad de la intersección de n ($n = 2, 3, \dots$) eventos a partir de probabilidades condicionales (regla de la multiplicación). (SH)
- Entender el concepto de independencia estocástica y sus consecuencias como una propiedad de la función de probabilidad. (COM)
- Identificar conjuntos de eventos independientes. Aplicar ese conocimiento en el cálculo de probabilidades. (SH)
- Expresar y calcular la probabilidad de un evento en términos de una partición del espacio muestral (Teorema de Probabilidad Total). (SH)
- Explicar y aplicar el Teorema de Bayes bajo la idea de actualización de información. (SH)

2.1 Probabilidad condicional.

2.2 La regla de la multiplicación.

2.3 Independencia de dos o más eventos.

2.4 Teorema de la probabilidad total.

2.5 Teorema de Bayes.

3. Variables aleatorias (5 sesiones)

Bibliografía: C1, H3 y 5, F9, M2, R4 y 5, W3 y 4

- Explicar el concepto de variable aleatoria como una función, reconocer la necesidad de este concepto en la Teoría de Probabilidad y su utilidad en el cálculo de probabilidades. (COM)
- Comprender y aplicar los conceptos de: Función de densidad y función de distribución para variables aleatorias discretas y continuas, las relaciones y diferencias entre ellas así como su utilidad en el cálculo de probabilidades. (SH)
- Reconocer otras formas de caracterización de variables aleatorias (Funciones de supervivencia, funciones de riesgo, etc.). (CON)
- Traducir problemas reales que involucran incertidumbre en términos de variables aleatorias. (SH)

3.1 Definición de variables aleatorias discretas y continuas.

3.2 Función de distribución: caso discreto y continuo.

3.3 Función de densidad para variables aleatorias discretas.

3.4 Función de densidad para variables aleatorias continuas.

4. Características de una variable aleatoria (8 sesiones)

Bibliografía: C2, H4, F9, M2, R4 y 5, W3 y 4

- Comprender e interpretar el concepto de esperanza como un operador lineal y sus propiedades, y aplicar esto en el cálculo y la interpretación de momentos centrales y no centrales (hasta orden cuarto). (SH)
- Definir y utilizar la función generadora de momentos y sus propiedades. (SH)
- Calcular la esperanza condicional de una variable aleatoria cuando se tiene información sobre la *misma* variable aleatoria. (SH)
- Saber de la existencia de otras medidas resumen del comportamiento de una variable aleatoria y calcular e interpretar las mismas. (SH)

4.1 Momentos: centrales y no centrales.

4.2 Media, varianza y desviación estándar.

4.3 Propiedades de la esperanza y la varianza.

4.4 Función generadora de momentos.

4.5 Esperanza condicional de X con respecto a un subconjunto de la variable X.

4.6 Cuantiles, cuartiles, moda, coeficiente de variación, coeficiente de sesgo, coeficiente de curtosis.

5. Algunas familias paramétricas (7 sesiones)

Bibliografía: C3, H3 y 5, F6 y 7, M3, R4 y 5

- Explicar y utilizar la definición de familia paramétrica de distribuciones de variables aleatorias discretas y continuas. (COM)
- Entender los supuestos y propiedades de los modelos de distribuciones discretas y continuas que se presenten en el curso y discriminar bajo qué circunstancias un modelo es útil en cierta situación práctica. (SH)

5.1 Concepto de familia paramétrica.

- 5.2 Distribuciones discretas: uniforme discreta, Bernoulli, binomial, Poisson, geométrica, binomial negativa.
- 5.3 Distribuciones continuas: uniforme, normal, exponencial, gamma, beta, Cauchy, Weibull, lognormal, doble exponencial, Pareto.

BIBLIOGRAFÍA:

- **(B)** Blitzstein, Joseph K. and Hwang, Jessica. (2014). *Introduction to Probability*. Chapman and Hall. Boca Raton, FL.
- **(H)** Hoel, P., Port S. & Stone C. (1971). *Introduction to Probability Theory*. Houghton Mifflin Company: Boston.
- **(M)** Mood A.M., Graybill F.A. & Boes D. (1974). *Introduction to the Theory of Statistics*. Mc Graw Hill: Singapore.
- Rincón, L. (2014). *Introducción a la probabilidad*.
<http://lya.fciencias.unam.mx/lars/Publicaciones/Prob1-2014.pdf>
- **(R)** Ross, S. (2002). *A First Course in Probability*. 6a. ed. Prentice Hall: New Jersey.

MATERIAL DE CONSULTA:

- **(C)** Casella G. & Berger R. (2002). *Statistical Inference*. 2a.ed. Duxbury: California.
- ***(W)** Wackerly, D.D., Mendenhall III, W. & Scheaffer, R.L. (2002). *Mathematical Statistics with Applications*. 6a. ed. Duxbury: California.

***Nota:** Este libro tiene un nivel inferior al nivel que se desea del curso, pero puede ser utilizado como complemento para ilustrar algunos conceptos con ejemplos básicos.

Otros:

De acuerdo al artículo 27° del Reglamento de Alumnos:

Los exámenes finales se aplicarán exclusivamente a los alumnos que aparezcan en las actas formuladas para tal efecto. En ningún caso se podrá exentar al alumno de la presentación de estos exámenes. El examen de fin de cursos debe ser aprobado para que puedan tomarse en cuenta los demás criterios de evaluación.

De acuerdo al artículo 29° del Reglamento de Alumnos:

Se calificará como no acreditada (N.A.) cualquier materia cuando el alumno incurra en alguna práctica fraudulenta. Será obligación del Jefe del Departamento Académico que corresponda hacer la notificación pertinente para que la Dirección Escolar imponga la sanción que proceda. Los antecedentes del caso serán incluidos en el expediente del alumno.

EVALUACIÓN:

El curso se evaluará con la calificación de dos o tres exámenes parciales, a criterio del profesor, y el examen final. El examen final será acumulativo y tendrá una ponderación de 35%.

Es condición necesaria para aprobar la asignatura el tener una calificación aprobatoria en el examen final.