

Tarea 1

Prof: Nancy Hitschfeld K.

Auxiliares: Pablo Pizarro R., Pablo Polanco Galleguillos, Mauricio Araneda H.

Ayudantes: Iván Torres, María José Trujillo Berger

Fecha de entrega: 15/04/19 23:59 hrs

Problema

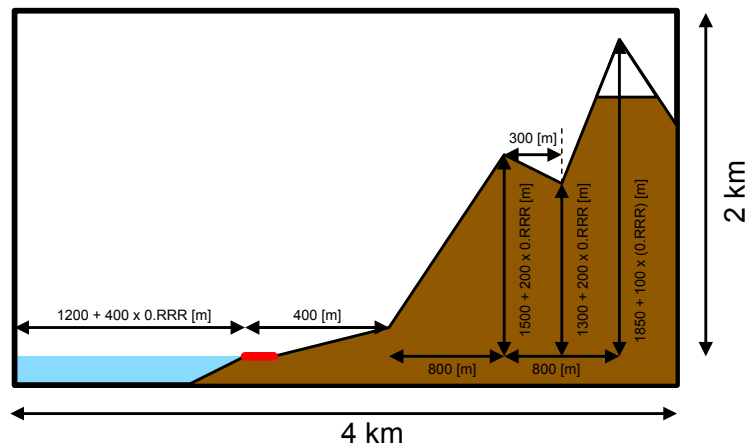
En una región del litoral central Chileno se planea construir una planta industrial destinada a la refinación del petróleo. El diseño propuesto considera una gran emisión de calor a la atmósfera, por lo cual en la evaluación de impacto ambiental se le pide a usted, como alumno del curso de computación gráfica, modelar el comportamiento térmico de la atmósfera con la planta en operación.

Se le pide modelar un perfil del litoral (corte transversal en dirección Este–Oeste) de 4 [km] de ancho y 2 [km] de alto parecido al de la figura. La planta se ubicará en la playa (entendida como el borde entre el mar y las montañas; en la figura se indica por una franja roja).

Por simplicidad consideraremos que la temperatura de la atmósfera $T(x, y)$ cumple la ecuación de Poisson:

$$\frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} = \rho(x, y)$$

En donde $\rho(x, y)$ es una **función cualquiera** que depende de la distancia (x, y) con respecto al centro de la planta. Nótese que si $\rho(x, y) = 0$ se tiene la ecuación de Laplace vista en clases. Esta función se debe proveer a los métodos que resuelvan el sistema como si fuese una variable (Ver código 1 en Anexo).



Condiciones de borde

La temperatura de la superficie del mar varía a lo largo del día de acuerdo a la siguiente receta: $T = 4^{\circ}\text{C}$ entre las 00:00 y las 08:00 hrs; luego T aumenta linealmente hasta alcanzar los 20°C a las 16:00; y finalmente T decrece linealmente hasta alcanzar $T=4^{\circ}\text{C}$ a las 24:00 (Ver figura 1 del anexo). Para el problema asumiremos que la temperatura superficial del mar varía en la forma descrita independiente de la temperatura atmosférica.

La temperatura de la atmósfera (en ausencia de fuentes de calor que no sean la superficie del mar) varía en el tiempo igual que la temperatura en la superficie del mar pero además decae linealmente en 6°C cada 1000 [m]. Asumiremos que nuestra caja es suficientemente grande para que los bordes de nuestro perfil no se vean afectados por la planta industrial.

Por su parte, la temperatura del suelo en la región continental es constante e igual a 20°C todo el día, excepto por sobre los 1800 [m], donde hay nieve (que consideraremos a 0°C).

En cuanto a la planta, esta tiene chimeneas que cubren un ancho de 120 [m] ubicada al nivel del mar. El comportamiento térmico de la chimenea a lo largo del día esta descrito por la siguiente expresión (como función de la hora t):

$$T = 450 \left(\cos \left(\frac{\pi}{12} \cdot t \right) + 2 \right) \quad [^{\circ}\text{C}]; \quad t \in [0, 24]$$

Geografía

El perfil geográfico a estudiar está detallado en la figura y contiene algunos elementos aleatorios que dependen de RRR (los últimos 3 dígitos de su RUT, antes del dígito verificador). En particular:

- Partiendo del Oeste, la superficie del mar cubre $1200 + 400 \times 0.\text{RRR}$ [m].
- A partir del borde costero, la planta industrial tiene chimeneas cubriendo un ancho plano de 120 [m] (la región roja de la figura).
- Luego de la planta hay una inclinación suave que aumenta 100 [m] de altura por cada 300 [m] que se recorre hacia el Este. Esta inclinación llega hasta 400 [m] a partir del borde costero.
- Luego de la pequeña inclinación, viene la cordillera de la costa que caracterizamos por dos cimas triangulares. La primera tiene una altura máxima de $1500 + 200 \times 0.\text{RRR}$ [m], la cual se ubica a 1200 [m] de la orilla del mar.
- A continuación hay un punto de menor altura: $1300 + 200 \times 0.\text{RRR}$ [m], el cual se ubica a 1500 [m] de la orilla del mar.
- Luego viene una segunda cima, más alta que la primera que alcanza $1850 + 100 \times 0.\text{RRR}$ [m] a 2000 [m] desde la orilla del mar. Recuerde que todos los puntos de la superficie que están a más de 1800 [m] están cubiertos de nieve a 0°C .
- Decida Ud. qué hacer con el tramo que falta.

Requerimientos

1. Elija una discretización apropiada para resolver el problema, identifique las condiciones de borde y las ecuaciones presentes en el sistema.
2. Genere el terreno siguiendo las instrucciones previamente mencionadas en la sección *Geografía*.
3. Con $\rho(x, y) = 0$, para las horas $t = 0, 8, 12, 16, 20$ grafique la temperatura atmosférica (junto a las condiciones geográficas). Use el método de **sobre-relajación sucesiva**¹ para resolver numéricamente el problema. Explore varios valores de ω entre 0 y 2, puede usar también la fórmula del ω óptimo vista en clases (Ver anexo), en donde n y m son el alto y ancho de la matriz.
4. Con $\rho(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+120}}$, x e y en metros, resuelva el sistema para las horas anteriormente descritas.

Informe

El informe debe incluir:

- Breve descripción del problema. **(0.25pto)**
- Descripción de la generación del terreno. **(0.5pto)**
- Descripción de la solución numérica. **(0.25pto)**
- Resultados obtenidos y posterior análisis de los mismos. **(2.5pto)**
Responda las siguientes preguntas:
 - ¿Los resultados tienen sentido?
 - ¿Afecta en algo el mar al sistema?
 - ¿Las condiciones geográficas afectan al sistema?
 - ¿En qué horas se obtiene la menor temperatura media en el sistema?
 - ¿Cambia en algo la solución del sistema si $\rho(x, y) \neq 0$?
- Use el método de sobre-relajación sucesiva con distintos ω y estudie el tiempo que tarda su programa en generar las soluciones tras un número de iteraciones *fijo*, grafique ω vs tiempo de ejecución y comente los resultados. **(2.0pto)**
- Conclusiones. **(0.5pto)**

Formato PDF: Los informes entregados en otro formato serán evaluados con nota **1.0**

Fecha de entrega: Domingo 15 de Abril a las 23:59 hrs.

¹ De no hacerlo así obtendrá la nota mínima.

Condiciones de entrega

- La tarea es individual y las copias serán penalizadas.
- Entregas solo vía U-Cursos.
- Adjuntar archivo `README.txt` con instrucciones de ejecución.
- Recuerde adjuntar **TODOS** los archivos en cada entrega, ya que los auxiliares y ayudantes sólo tienen acceso a la última entrega de su tarea.
- **NO** se aceptarán archivos atrasados una vez el plazo haya finalizado, aunque esto implique que su tarea no ejecute.
- Al hacer el informe usted debe decidir qué es interesante y agregar las figuras correspondientes. No olvide anotar los ejes, las unidades e incluir una *caption* o título que describa el contenido de cada figura.
- No olvide indicar su RUT en el informe.
- Repartición de puntaje: 50 % implementación y resolución del problema; 50 % calidad del reporte entregado: demuestra comprensión del problema y su solución, claridad del lenguaje, calidad de las figuras utilizadas.

Recomendaciones

- Revisar documentación y tutoriales de Python para obtener en detalle las funciones disponibles y ejemplos de uso.
- Consultas a través del foro de U-Cursos o auxiliares.
- Sea ordenado con su código , agregue comentarios y utilice nombre útiles en sus variables y funciones.
- Planifique su tiempo y comience su tarea con anticipación. No comience a programar directamente. Comprenda el problema, realice esquemas y plantee un algoritmo de solución.
- Considere el uso de la programación orientada a objetos para el desarrollo de su solución (ver auxiliares).

Anexos

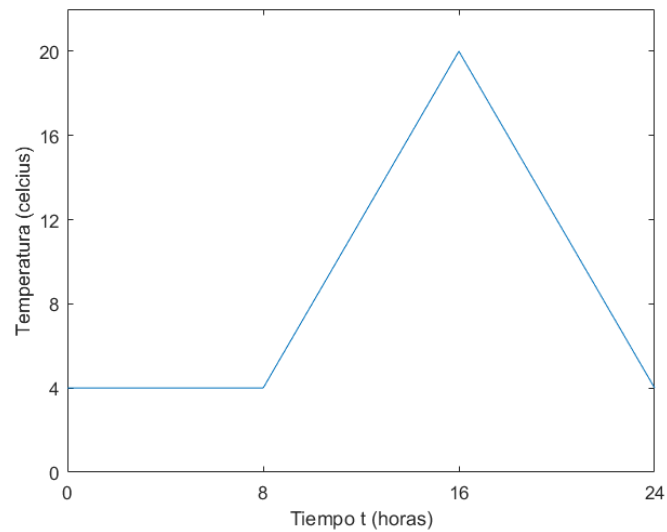


Figura 1: Variación de temperatura del sistema

Código 1: Ejemplo paso función por argumento

```
1 def rho(x, y):
2     return 1 / (x**2 + y**2 + 120)**0.5
3
4 ...
5
6 def iniciarIteracion(f):
7     ...
8     matriz[i][j] = f(i/h, j/h) # h dimension grilla
9
10 ...
11
12 iniciarIteracion(rho) # Se pasa la funcion rho por variable
```

$$\omega = \frac{4}{2 + \sqrt{4 - \left(\cos\left(\frac{\pi}{n-1}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{m-1}\right) \right)^2}} \quad (1)$$