PROBLEMA DO CORTE DE ESTOQUE COM GERAÇÃO DE COLUNAS

Rodrigo Veloso

May 2025

1 INTRODUÇÃO

Na indústria existem diversos processos em que, deve-se dividir, itens maiores, em diversos outros itens menores. De forma mais geral, podemos pensar nestes processos, no âmbito 1D, 2D e 3D.

Os problema 1D, se caracterizam pelo corte em apenas uma dimensão, como em corte de barras, tubos e bobinas.

Problemas 2D, podem ser observados, no corte de chapas metálicas, onde a partir de chapas retangulares,em geral, busca-se aproveitar o máximo possível da mesma.

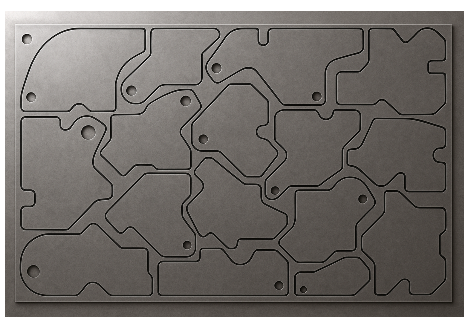

Figure 1: Exemplo de chapa metálica sendo cortada em peças menores

O processo de nesting 3D segue os mesmo princípios dos citados anteriormente, um exemplo bastante presente na indústria é, o carte de blocos de isopor em peças menores.

O objetivo deste material, é apresentar o problema do corte de estoque com geração de colunas, para otimizar problemas unidimensionais.

2 PROBLEMA DA MOCHILA

É um problema clássico de pesquisa operacional, onde busca-se alocar itens que possuem pesos e lucros associados, dentro de um espaço de tamanho fixo, de forma que, essa alocação gere o maior lucro possível, sendo que só pode-se carregar no máximo uma unidade de cada item.
Sendo assim, este problema possui uma função objetivo de maximização do lucro, restriçao dada pela capacidade da mochila e as variáveis de interesse sendo a indicaçao de o produto estar presente ou não na mochila. A seguir é mostrada a estrutura do modelo matemático.

$$Maximiza\c{c}\tilde{a}o \sum_{i=1}^{n} l_i . x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i . x_i <= L$$

$$x_i \in (0,1) \quad \text{i=1,2,...,n}$$

Onde,

$$\begin{aligned} [x_i, x_{i+1}, \ldots, x_n] &\text{ — Vetor das variáveis de interesse} \\ n &\text{ — n° de itens diferentes (variando de 0 a } n\text{)} \\ [p_i, p_{i+1}, \ldots, p_n] &\text{ — Vetor de pesos} \\ [l_i, l_{i+1}, \ldots, l_n] &\text{ — Vetor de lucros} \\ L &\text{ — Capacidade máxima da mochila} \end{aligned}$$

No contexto do corte unidimensional, pode-se interpretar o vetor de pesos como sendo o vetor com os comprimentos de cada item e o vetor de lucros como sendo o vetor composto pelo lucro que cada item gera, podendo ser um vetor unitário de dimensão ”n”, caso todos tenham igual importância para produção.
A resolução deste problema, será necessária para criação de novos padrões de corte na modelagem do problema de corte de estoque com geração de colunas.

3 Problema do corte de estoque unidimensional padrão

Um cenário muito comum na indústria é quando necessita-se cortar objetos de tamanho fixo, em objetos menores, por exemplo, barras e tubos metálicos, que em geral são comercializadas em comprimentos de 6m, a partir desta matéria-prima se produz os itens necessários.
Essa característica gera a necessidade de, criar padrões de corte que, promovam o melhor aproveitamento da matéria-prima e claro, atendendo a demanda. Sendo

assim, podemos definir padrão de corte neste contexto como: matéria-prima com indicação de como será cortada.
Agora olhando como o processo ocorre na prática, considere que uma fábrica tenha um estoque muito grande de tubos, ou que tenha condições de comprar quantos tubos forem necessários, para atender sua demanda e que todos estes tubos tenham comprimento L,conforme indicado na Figura 2a, podemos chamar esta condição de "condição com estoque ilimitado", esta é a primeira condição de cálculo do nosso problema.
A segunda condição é a que, existe demanda de produção de peças de diferentes comprimentos e todas as peças a serem produzidas, possuem comprimento menor ou igual a L, conforme indicado na Figura 2b.
Desta forma, temos o cenário de que será necessário cortar a menor quantidade de tubos de tamanho fixo, para atender a demanda. Para isso será necessário definir os melhores padrões de corte possíveis, para que sejam utilizadas menores quantidades de matéria-prima possível, um exemplo de como são estes padrões de corte estão indicados na Figura 2c. Nesta abordagem os padrões de corte são dados de entrada do problema
Em resumo, deve-se primeiramente definir todos padrões de corte possíveis, ou arbitrar o máximo de padrões de corte diferentes, em seguida definir a quantidade de cada padrão que deverá ser cortada.

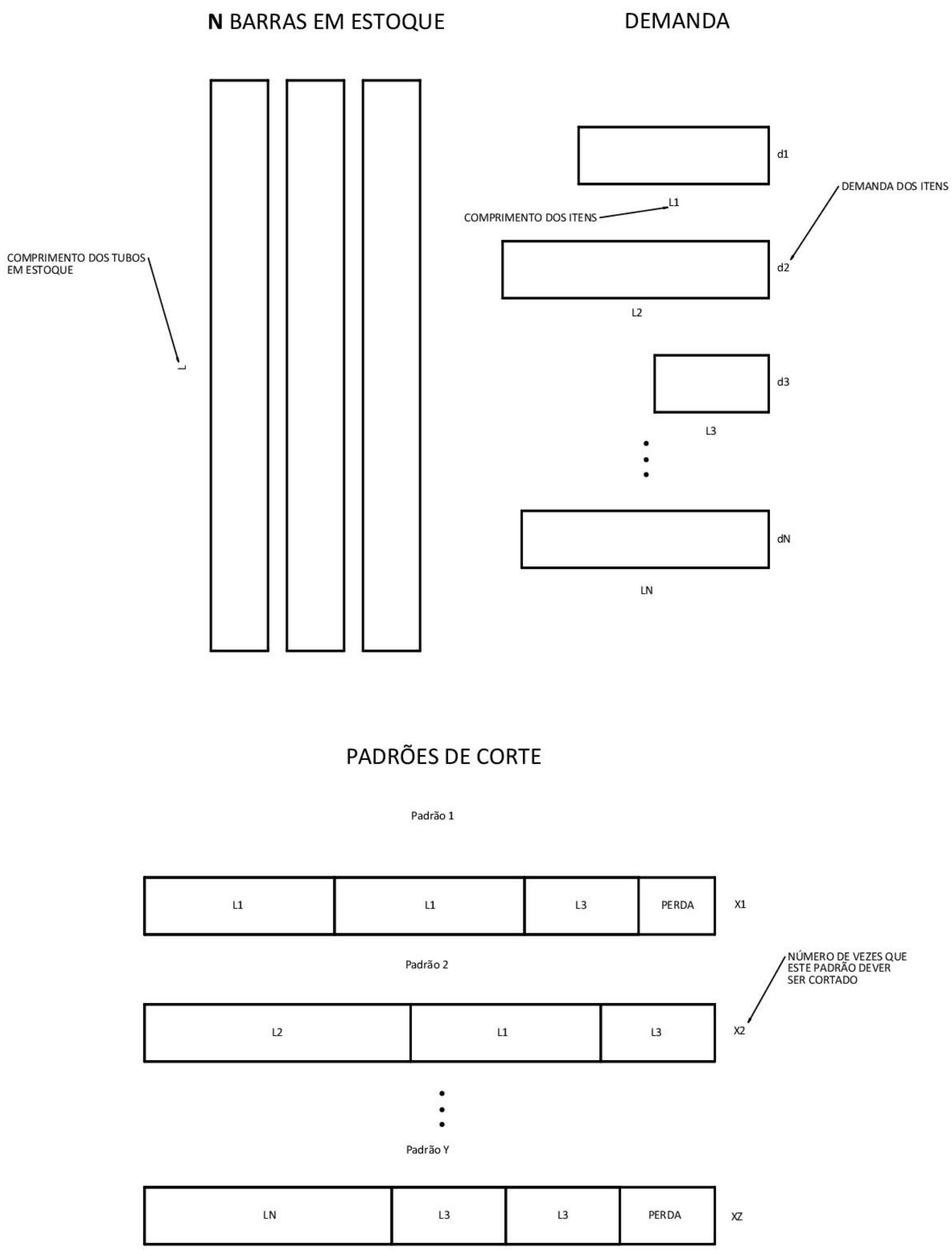

Figure 2: Visão geral do processo

A seguir está representado o modelo matemático.
Função objetivo

$$\text{Minimização} \sum_{j=1}^{m} x_j$$

Restrições

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} x_j.p_{j,i} >= d_i$$

Variáveis de decisão

$$x_j \in Z^+ \quad \text{j=1,2,...,m}$$
$$\text{i=1,2,...,n}$$

n — n° de itens diferentes (variando de 0 a n)
m — n° de padrões diferentes (variando de 0 a m)
$[x_j, x_{j+1}, \ldots, x_m]$ — Quantidade do padrão que será cortado no padrão j
$[p_{j,i}]$ — Quantidade do item i cortada no padrão j
$[d_i, d_{i+1}, \ldots, d_n]$ — Demanda de cada item i
L — Comprimento da matéria-prima em estoque
$[l_i, l_{i+1}, \ldots, l_n]$ — Comprimento de cada item i

4 Problema do corte de estoque com geração de colunas

Para evitar a necessidade de arbitrar manualmente os possíveis padrões de corte, existe a abordagem de geração de colunas, onde utiliza-se a resolução de um problema da mochila, para gerar um novo padrão a cada iteração, adicionando este padrão a resolução do problema de corte de estoque.

4.1 Problema principal

Função objetivo

$$\text{Minimização} \sum_{j=1}^{m} x_j$$

Restrições

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} x_j.p_{j,i} >= d_i$$

Variáveis de decisão

$$x_j \in Z^+ \quad \text{j=1,2,...,m}$$
$$\text{i=1,2,...,n}$$

$$
\begin{aligned}
n &\text{ — n° de itens diferentes (variando de 0 a } n\text{)}\\
m &\text{ — n° de padrões diferentes (variando de 0 a } m\text{)}\\
[x_j, x_{j+1}, \ldots, x_m] &\text{ — Quantidade do padrão que será cortado no padrão j}\\
[p_{j,i}] &\text{ — Quantidade do item i cortada no padrão j}\\
[d_i, d_{i+1}, \ldots, d_n] &\text{ — Demanda de cada item i}\\
L &\text{ — Comprimento da matéria-prima em estoque}\\
[l_i, l_{i+1}, \ldots, l_n] &\text{ — Comprimento de cada item i}
\end{aligned}
$$

4.2 Problema da mochila para geração de colunas

Funçao objetivo

$$\text{Maximização} \sum_{i=1}^{n} w_i y_i$$

Os pesos wi são as variáveis duais da solução do problema principal, por serem desta natureza tendem a gerar melhores padrões.
Restrição

$$\sum_{i=1}^{n} l_i . y_i <= L$$

$$y_i \in Z^+ \quad \text{i=1,2,...,n}$$

Após a resoluçao do problema da mochila, avalia-se o custo reduzido do padrão gerado, que é dado pela seguinte expressão:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i y_i^* - 1 > 0$$

Caso custo reduzido seja maior que 0, então deve-se adicionar o padrão gerado na base, caso contrário, nenhum padrão pode ser encontrado para aumentar o custo reduzido.

4.3 Tratamento de resíduos

4.4 Fluxograma do algoritmo

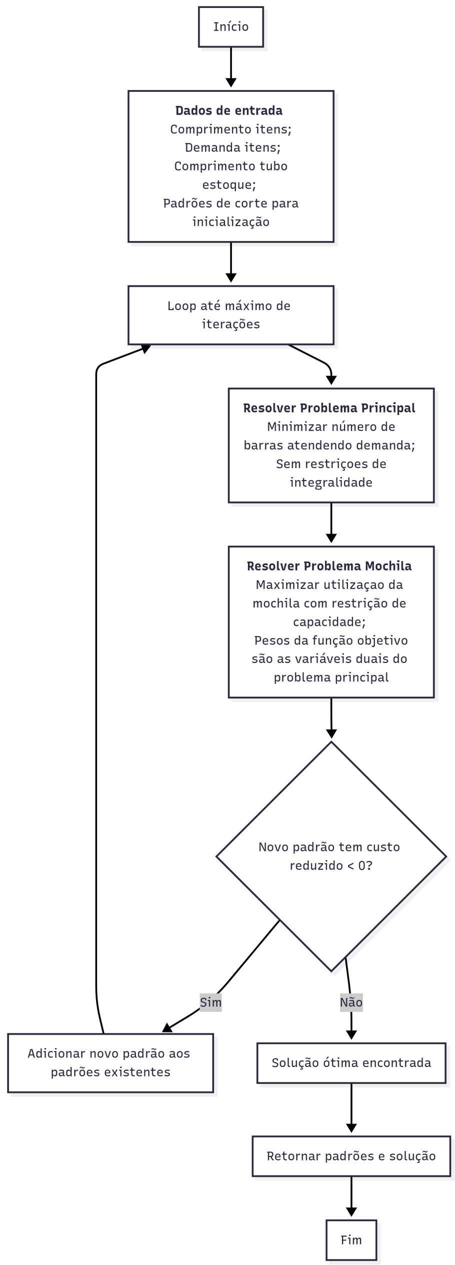

Figure 3: Fluxograma da resolução