	EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA DE 1º DE BACHILLERATO Curso **2023-2024** MATERIA: **MATEMÁTICAS I**	B

B.1. Calificación máxima: 1 punto.
Resuelve la siguiente ecuación:

$$\log\left(\sqrt{2x}-3\right)+\log\left(\sqrt{x-5}\right)+1=\log 30$$

B.2. Calificación máxima: 1 punto.
Resuelve gráficamente el siguiente sistema de inecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 5x-3y\geq 12 \\ x-4y<3 \\ 3x+7y\geq 15 \end{cases}$$

B.3. Calificación máxima: 1.2 puntos.
Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\operatorname{cotg}^2(x)-1=\frac{\cos(2x)}{\operatorname{sen}^2(x)}$$

B.4. Calificación máxima: 1.5 puntos.
Uno de los vértices de un hexágono regular tiene por coordenadas $P(-1,-1)$. Halla el número complejo cuyas raíces sextas son los vértices y los mismos.

B.5. Calificación máxima: 0.5 puntos.
Dados los vectores $\vec{A}(k,5)$ y $\vec{B}(6,4)$, halla k para que el ángulo formado por ambos vectores sea de 30°.

B.6. Calificación máxima: 2.1 puntos.
Dados los puntos $A(4,3)$, $B(-6,5)$ y $C(2,-2)$, se pide:

a) (0,7 puntos) La ecuación paramétrica de la recta que pasa por los puntos B y C.
b) (0,7 puntos) Las bisectrices de las rectas cuyo punto de intersección es B.
c) (0,7 puntos) La ecuación de la mediana que pasa por el punto A.

B.7. Calificación máxima: 0.5 puntos.
Halla m y n para que la siguiente función sea continua en todo su dominio:

$$f(x)=\begin{cases} 3x-2 \ \ si \ \ x\leq 2 \\ mx+n \ \ si \ \ 2<x<3 \\ 2n-3mx \ \ si \ \ x\geq 3 \end{cases}$$

B.8. Calificación máxima: 1.2 puntos.
En una oficina de correos sólo admiten paquetes con forma de prisma rectangular, tales que la anchura sea igual a la altura y, además, la suma de sus tres dimensiones debe ser de 72 cm. Halla las dimensiones del prisma para que el volumen sea máximo.

B.9. Calificación máxima: 1 punto.
La producción de una empresa la realizan, a partes iguales, cuatro turnos, de los que tres son diurnos y uno nocturno. El porcentaje de piezas defectuosas producidas en cada turno diurno es el 2 % y en el nocturno es del 10 %. Si se toma una pieza al azar de un turno al azar:

a) (0,6 puntos) Calcula la probabilidad de que la pieza sea defectuosa
b) (0,6 puntos) Si la pieza tomada es defectuosa, calcula la probabilidad de que se haya producido en un turno diurno.

(1)

$$\log\left(\sqrt{2x-3}\right) + \log\left(\sqrt{x-5}\right) + 1 = \log(30);$$

$$\frac{1}{2}\log(2x-3) + \frac{1}{2}\log(x-5) + 1\log(10) = \log(30);$$

$$\log(2x-3) + \log(x-5) + 2\log(10) = 2\log(30);$$

$$\log(2x-3) + \log(x-5) + \log(10^2) = \log(30^2)$$

$$(2x-3)\cdot(x-5)\cdot 100 = 900$$

$$(2x-3)(x-5) = 9$$

$$2x^2 - 13x + 15 = 9$$

$$2x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4\cdot 2\cdot 6}}{2\cdot 2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 48}}{4} = \frac{13 \pm 11}{4} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = \frac{13+11}{4} = \frac{24}{4} = 6 \\ x_2 = \frac{13-11}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\log\left(\sqrt{2\cdot 6-3}\right) + \log\left(\sqrt{6-5}\right) + 1 = \log(30)$$

$$\log\left(\sqrt{2\cdot\frac{1}{2}-3}\right) + \log\left(\sqrt{\frac{1}{2}-5}\right) + 1 \neq \log(30)$$

$\boxed{\text{Solución: } x = 6}$

(2)

$$\begin{cases} 5x - 3y \geq 12 \\ x - 4y < 3 \\ 3x + 7y \geq 15 \end{cases}$$

$5x - 3y = 12$

x	y
0	-4
3	1

$5\cdot 0 - 3\cdot 0 \geq 12$

$0 \not\geq 12$

✗

$x - 4y = 3$

x	y
3	0
-1	-1

$0 - 4\cdot 0 < 3$

$0 < 3$

✓

$3x + 7y = 15$

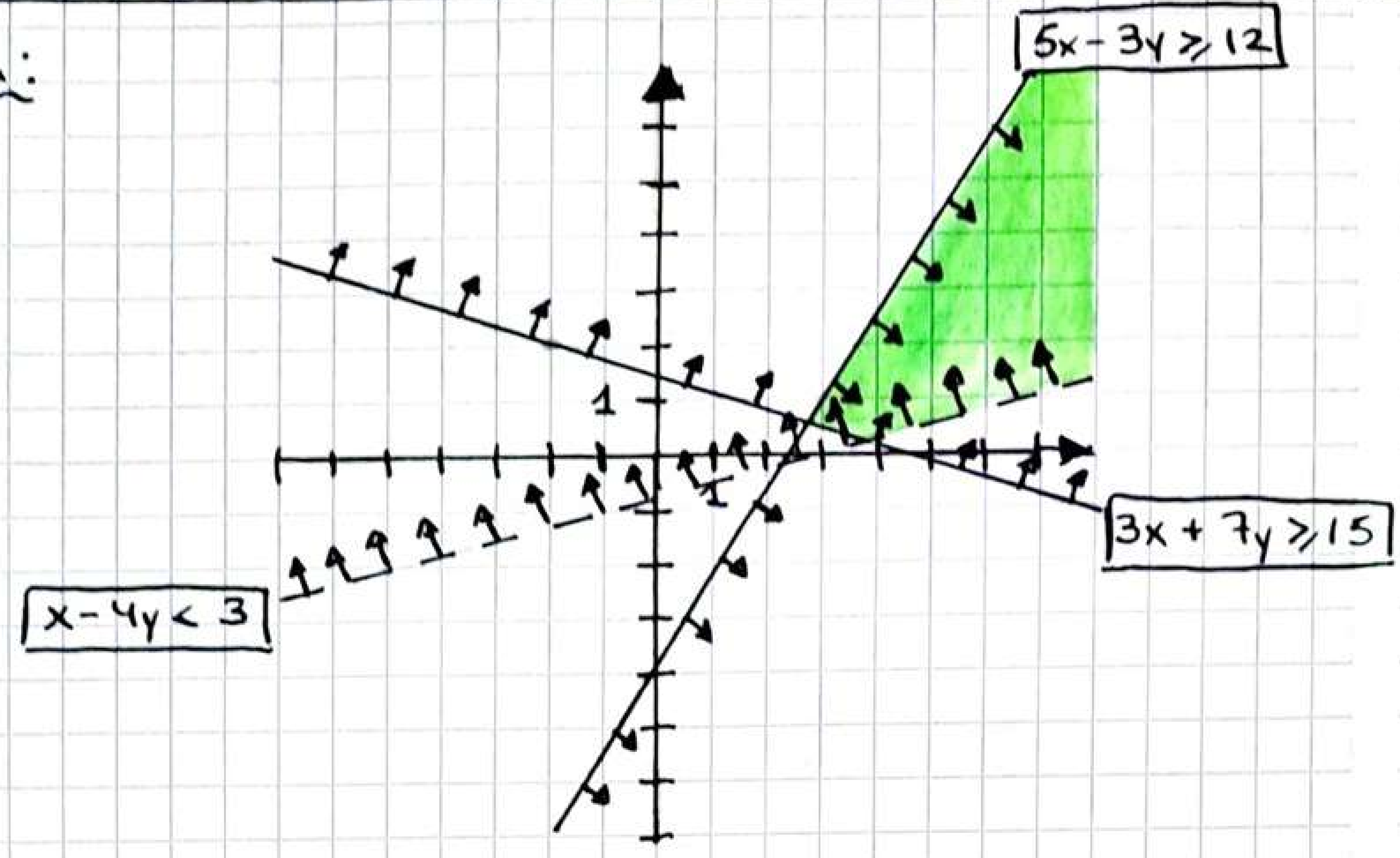
x	y
5	0
-2	3

$3\cdot 0 + 7\cdot 0 \geq 15$

$0 \not\geq 15$

✗

Solución:



③

$$\cot g^2(x) - 1 = \frac{\cos(2x)}{\operatorname{sen}^2(x)}$$

$$\frac{\cos(2x)}{\operatorname{sen}^2(x)} = \frac{\cos^2(x) - \operatorname{sen}^2(x)}{\operatorname{sen}^2(x)} = \frac{\cos^2(x)}{\operatorname{sen}^2(x)} - \frac{\operatorname{sen}^2(x)}{\operatorname{sen}^2(x)} =$$

$$= \frac{\cos^2(x)}{\operatorname{sen}^2(x)} - 1 = \cot g^2(x) - 1$$

④

$$(-1, -1) = -1 - i = \sqrt{2}_{225^\circ}$$

$$\hookrightarrow r = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{-1}{-1}\right) = 45^\circ \xrightarrow{\text{III}} 225^\circ$$

$$\sqrt[6]{z} = \sqrt{2}_{225^\circ} \Rightarrow z = \left(\sqrt{2}_{225^\circ}\right)^6 = 8_{270^\circ}$$

$$\delta = \sqrt[6]{8} = \sqrt{2}$$

$$\beta = \frac{270^\circ + 360^\circ k}{6} = \begin{cases} k=0 \Rightarrow \beta = 45^\circ \\ k=1 \Rightarrow \beta = 105^\circ \\ k=2 \Rightarrow \beta = 165^\circ \\ k=3 \Rightarrow \beta = 225^\circ \\ k=4 \Rightarrow \beta = 285^\circ \\ k=5 \Rightarrow \beta = 345^\circ \end{cases}$$

Solución:

$z_1 = \sqrt{2}_{45^\circ}$

$z_2 = \sqrt{2}_{105^\circ}$

$z_3 = \sqrt{2}_{165^\circ}$

$z_4 = \sqrt{2}_{225^\circ}$

$z_5 = \sqrt{2}_{285^\circ}$

$z_6 = \sqrt{2}_{345^\circ}$

5

$\vec{A}(k,5)$
$\vec{B}(6,4)$ $\qquad \widehat{\vec{A}\,\vec{B}} = 30^\circ$

$$\cos 30^\circ = \frac{k\cdot 6 + 5\cdot 4}{\sqrt{k^2+5^2}\sqrt{6^2+4^2}} \; ;$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6k+20}{\sqrt{k^2+25}\,\sqrt{52}} \; ;$$

$$\sqrt{3\cdot 52\cdot (k^2+25)} = 2(6k+20)$$

$$\sqrt{156k^2+3900} = 12k+40$$

$$156k^2+3900 = (12k+40)^2$$

$$156k^2+3900 = 144k^2+960k+1600$$

$$12k^2-960k+2300=0$$

$$3k^2-240k+575=0$$

$$k = \frac{240 \pm \sqrt{57600-4\cdot 3\cdot 575}}{6} = \frac{240\pm\sqrt{57600-6900}}{6} =$$

$$= \begin{cases} k_1 = \dfrac{120+65\sqrt{3}}{3} \approx 77'5 \\ k_2 = \dfrac{120-65\sqrt{3}}{3} \approx 2'5 \end{cases}$$

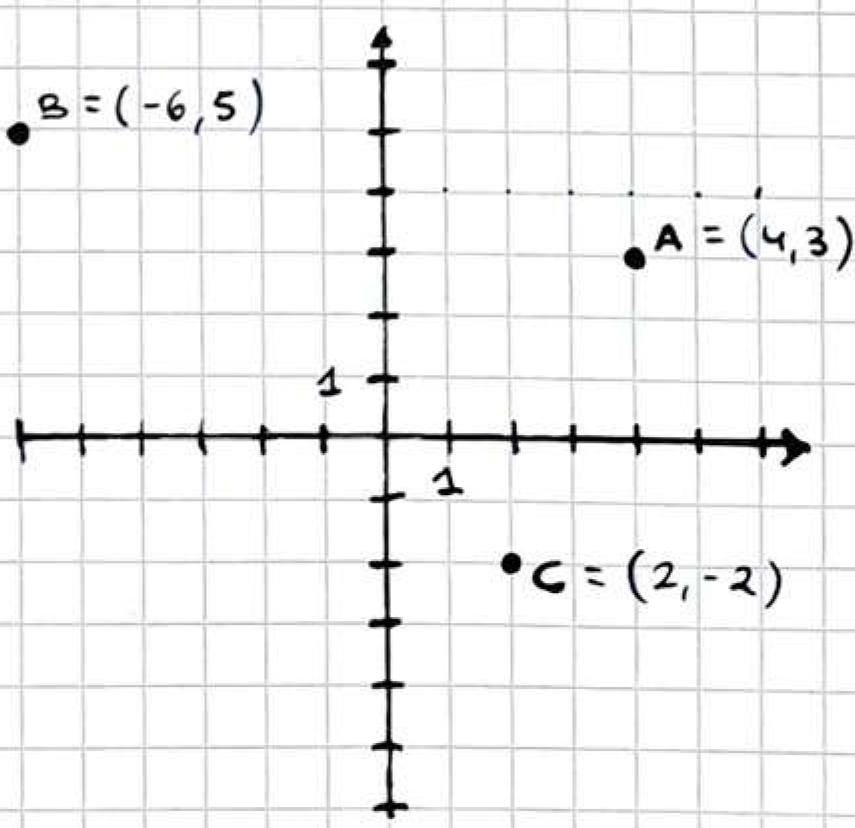
Solución:
$k = 2'5$
$k = 77'5$

6

a)

$$\vec{BC} = (2-(-6),\,-2-5) = (8,-7)$$

$$\begin{cases} x = -6+8t \\ y = 5-7t \end{cases}$$



b)

$$\overline{BC}: \begin{cases} x = -6+8t \\ y = 5-7t \end{cases} \Rightarrow 7x+8y+2=0$$

$$\overrightarrow{AB} = (-6-4, 5-3) = (-10, 2)$$

$$\overline{AB}: \frac{x-4}{-10} = \frac{y-3}{2} \Rightarrow 2x+10y-38=0$$

$$\text{dist}(P, \overline{AB}) = \text{dist}(P, \overline{BC}) \quad [P=(x,y)]$$

$$\text{dist}(P, \overline{AB}) = \frac{|2x+10y-38|}{\sqrt{2^2+10^2}} = \frac{|2x+10y-38|}{2\sqrt{26}}$$

$$\text{dist}(P, \overline{BC}) = \frac{|7x+8y+2|}{\sqrt{7^2+8^2}} = \frac{|7x+8y+2|}{\sqrt{113}}$$

$$B_1: \frac{2x+10y-38}{2\sqrt{26}} = \frac{7x+8y+2}{\sqrt{113}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{113}(2x+10y-38) = 2\sqrt{26}(7x+8y+2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{113}x + 10\sqrt{113}y - 38\sqrt{113} = 14\sqrt{26}x + 16\sqrt{26}y + 4\sqrt{26} \Rightarrow$$

$$\approx\!> -50,13x + 24,72y - 424,34 = 0$$

$$B_2: \frac{2x+10y-38}{2\sqrt{26}} = \frac{-(7x+8y+2)}{\sqrt{113}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{113}(2x+10y-38) = 2\sqrt{26}(-7x-8y-2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{113}x + 10\sqrt{113}y - 38\sqrt{113} = -14\sqrt{26} - 16\sqrt{26} - 4\sqrt{26} \Rightarrow$$

$$\approx\!> 92,65x + 187,89y - 383,55 = 0$$

c)

$$PM_{\overline{BC}} = \left(\frac{-6+2}{2}, \frac{5+(-2)}{2}\right) = \left(\frac{-4}{2}, \frac{3}{2}\right) = \left(-2, \frac{3}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{APM_{\overline{BC}}} = \left(-2-4, \frac{3}{2}-3\right) = \left(-6, -\frac{3}{2}\right)$$

$$\overline{APM_{\overline{BC}}} : \frac{x-4}{-6} = \frac{y-3}{-\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{3}{2}x - 6y + 12 = 0$$

Solución:

a) $\overline{BC} : \begin{cases} x = -6 + 8t \\ y = 5 - 7t \end{cases}$

b) $B_1 : -50,13x + 24,72y - 424,34 = 0$

$B_2 : 92,65x + 187,89y - 383,55 = 0$

c) $\overline{APM_{\overline{BC}}} : \frac{3}{2}x - 6y + 12 = 0$

7

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x \leq 2 \\ mx + n & \text{si } 2 < x < 3 \\ 2n - 3mx & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \to 2^-} (3x-2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4 \\ \lim_{x \to 2^+} (mx+n) = 2m + n \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 3} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \to 3^-} (mx+n) = 3m + n \\ \lim_{x \to 3^+} (2n - 3mx) = 2n - 9m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m+n=4 \Rightarrow n=4-2m \\ 3m+n=2n-9m \end{cases}$$

$$3m+(4-2m)=2(4-2m)-9m;$$

$$3m+4-2m=8-4m-9m$$

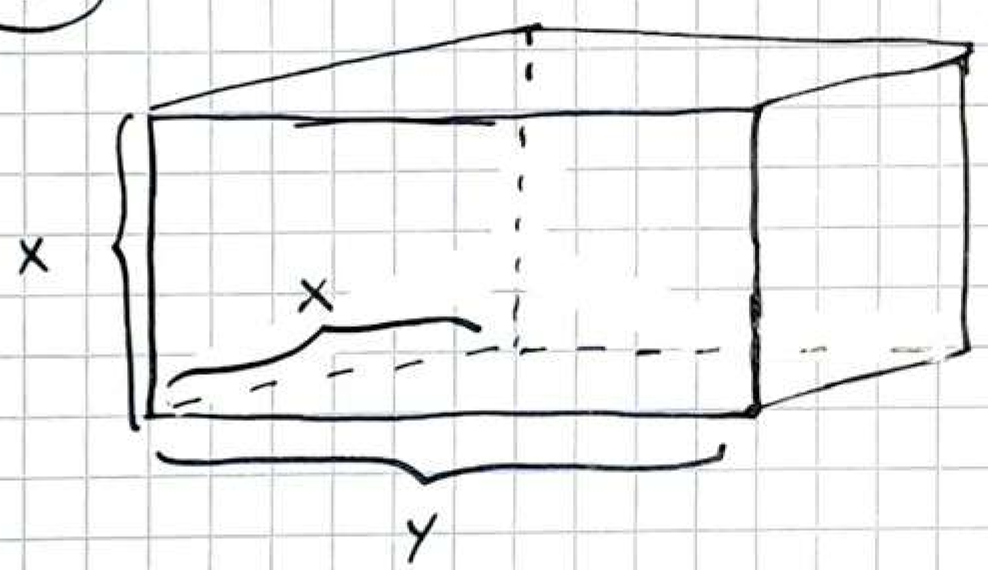
$$14m=4$$

$$m=\frac{2}{7}$$

$$n=4-2\cdot\frac{2}{7}=\frac{24}{7}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Solución:}\\ m=\frac{2}{7}\\ n=\frac{24}{7}\end{array}}$$

8



$$\begin{cases} x+x+y=72 \\ V=x\cdot x\cdot y \Rightarrow \max. \end{cases}$$

$$2x+y=72 \Rightarrow y=72-2x$$

$$V=x^2\cdot(72-2x)=72x^2-2x^3=V(x)$$

$$V'(x)=144x-6x^2$$

$$144x-6x^2=0 \Rightarrow x(144-6x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ [NO VALE]} \\ 144-6x=0; \\ \quad x=24 \end{cases}$$

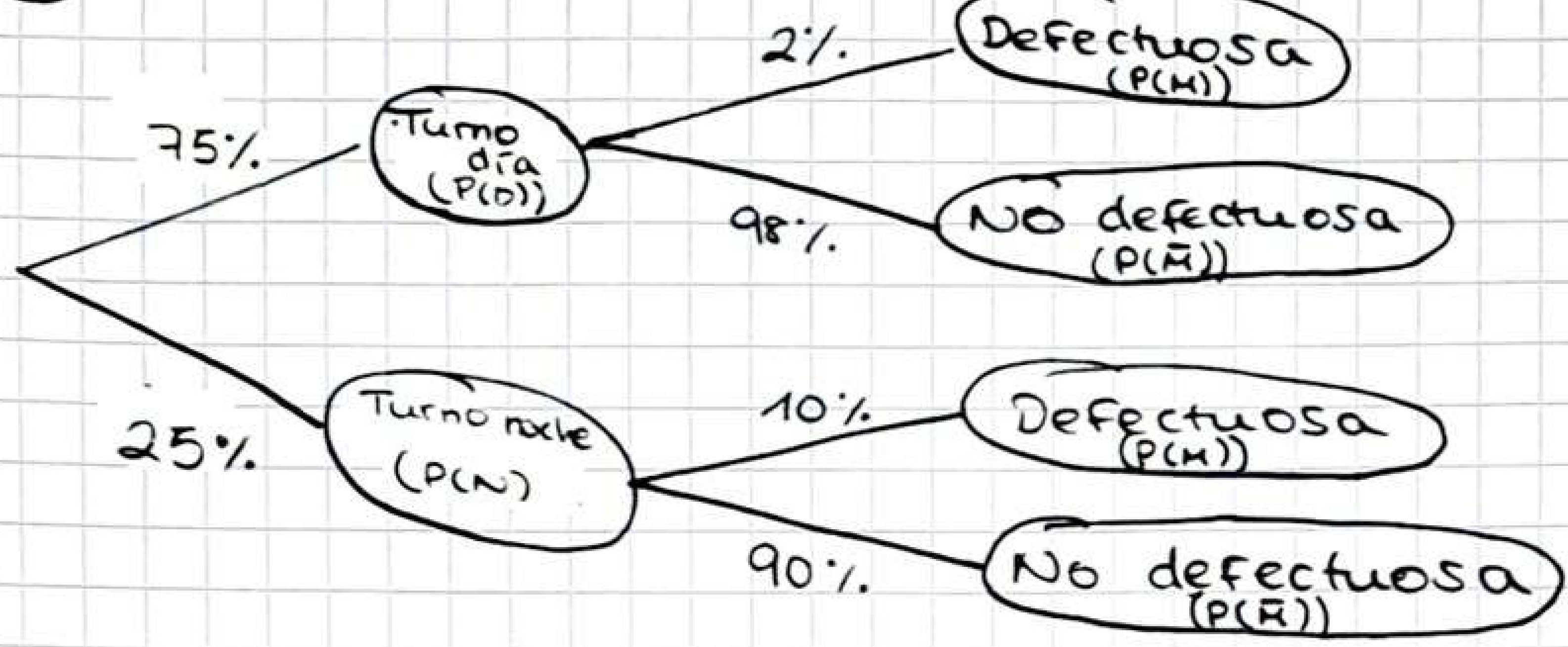
$$V''(x)=144-12x$$

$$V''(24)=-144<0 \Rightarrow x=24 \text{ es máximo.}$$

$$y=72-2\cdot 24=24$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Solución}\\ x=24 \text{ cm}\\ y=24 \text{ cm}\end{array}}$$

9



a) $P(M) = P(D)\cdot P(M) + P(N)\cdot P(M) =$

$$= \frac{75}{100}\cdot\frac{2}{100} + \frac{25}{100}\cdot\frac{10}{100} =$$

$$= \frac{3}{200} + \frac{1}{40} = \frac{1}{25} = 0'04$$

b) $P(D/M) = \dfrac{P(D\cap M)}{P(M)} = \dfrac{\frac{75}{100}\cdot\frac{2}{100}}{\frac{1}{25}} =$

$$= \frac{\frac{3}{200}}{\frac{1}{25}} = \frac{75}{200} = \frac{3}{8} = 0'375$$

Solución:

a) $P(M) = 0'04$

b) $P(D/M) = 0'375$