TRIGONOMETRÍA

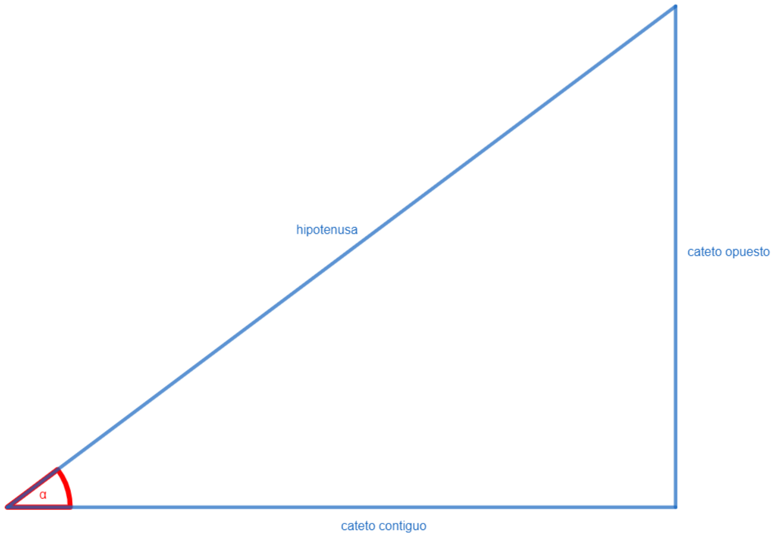
$sen(x)$

TEORÍA

RODRIGO ALCOCER

ÍNDICE

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS



- $sen(\alpha) = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$
- $cos(\alpha) = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa}$
- $tag(\alpha) = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo}$
- $cosec(\alpha) = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto}$
- $sec(\alpha) = \frac{hipotenusa}{cateto\ contiguo}$
- $cotag(\alpha) = \frac{cateto\ contiguo}{cateto\ opuesto}$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO CUALQUIERA

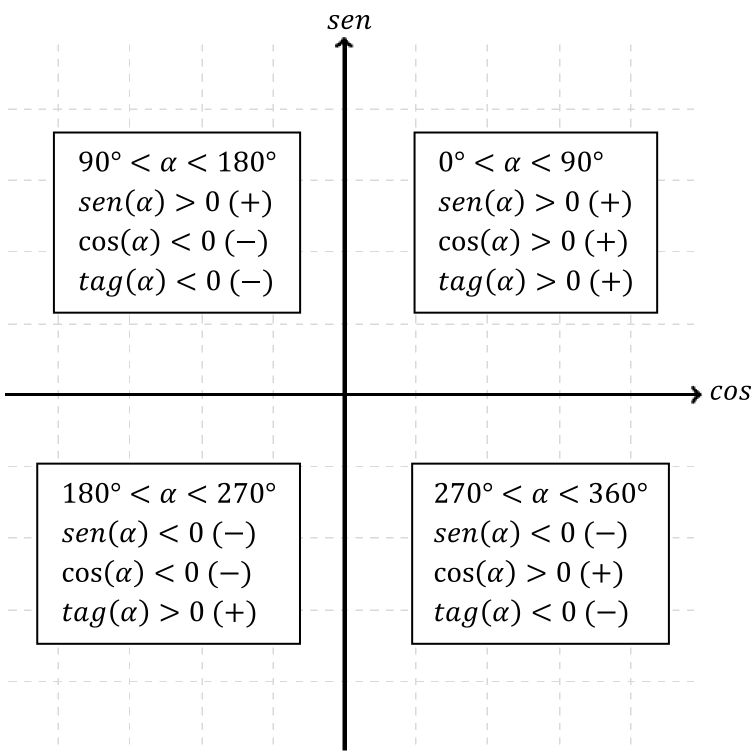


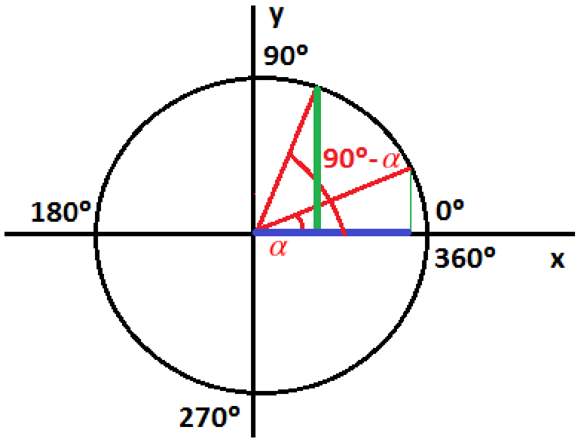
TABLA DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES

	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tag	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$	0	$\nexists$	0

RELACIONES DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS ENTRE CUADRANTES

ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

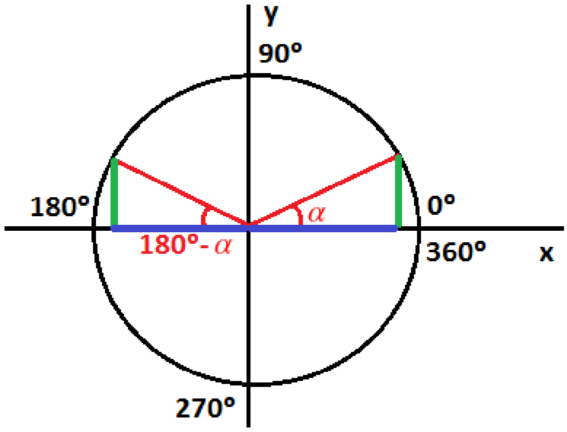
Se dice cuando la suma de dos ángulos hace 90°.



- $sen(90^{\circ} - \alpha) = cos(\alpha)$
- $cos(90^{\circ} - \alpha) = sen(\alpha)$
- $tag(90^{\circ} - \alpha) = cotag(\alpha)$

ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

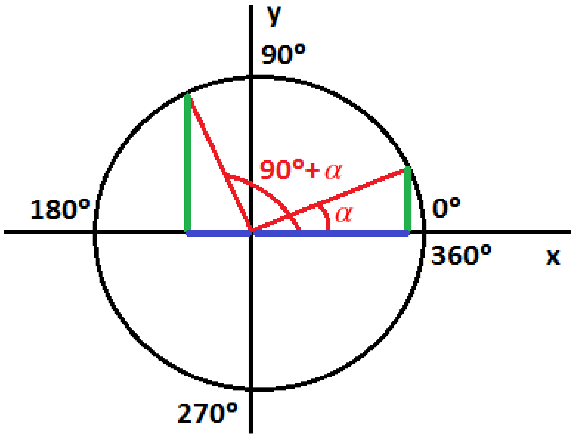
Se dice cuando la suma de dos ángulos hace 180°.



- $sen(180^{\circ} - \alpha) = \mathrm{sen}(\alpha)$
- $cos(180^{\circ} - \alpha) = -cos(\alpha)$
- $tag(180^{\circ} - \alpha) = -tag(\alpha)$

ÁNGULOS QUE DIFIEREN EN 90°

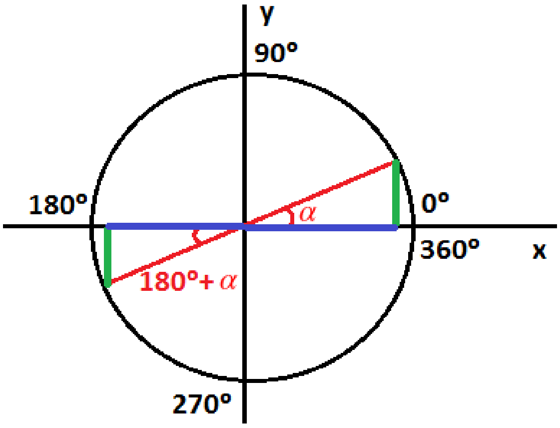
Se dice cuando la resta de dos ángulos hace 90°.



- $sen(\alpha + 90) = \cos(\alpha)$
- $cos(\alpha + 90) = -sen(\alpha)$
- $tag(\alpha + 90) = -cotag(\alpha)$

ÁNGULOS QUE DIFIEREN EN 180°

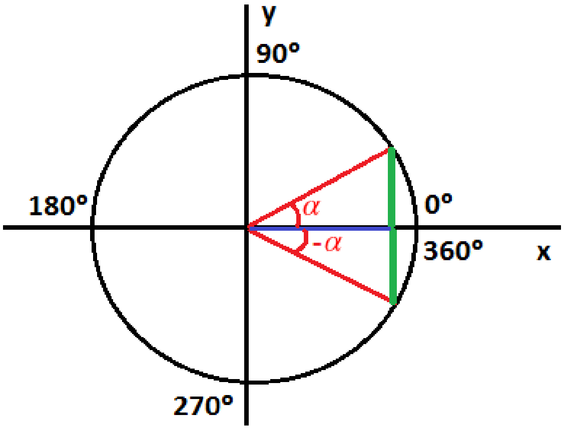
Se dice cuando la resta de dos ángulos hace 180°.



- $\text{sen}(\alpha + 180) = -sen(\alpha)$
- $cos(\alpha + 180) = -cos(\alpha)$
- $tag(\alpha + 180) = \text{tag}(\alpha)$

ÁNGULOS OPUESTOS

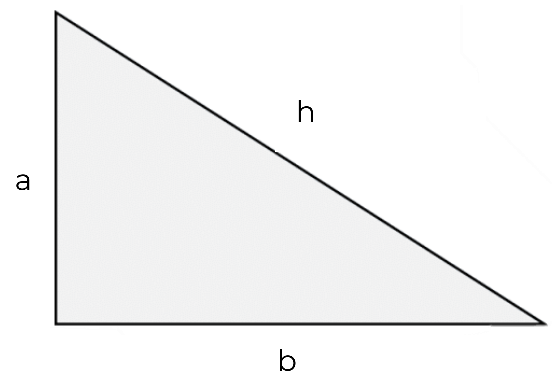
Se dice cuando la suma de dos ángulos hace 360°.



- $\text{sen}(-\alpha) = -sen(\alpha)$
- $cos(-\alpha) = cos(\alpha)$
- $tag(-\alpha) = -\text{tag}(\alpha)$

TEOREMAS FUNDAMENTALES

TEOREMA DE PITÁGORAS

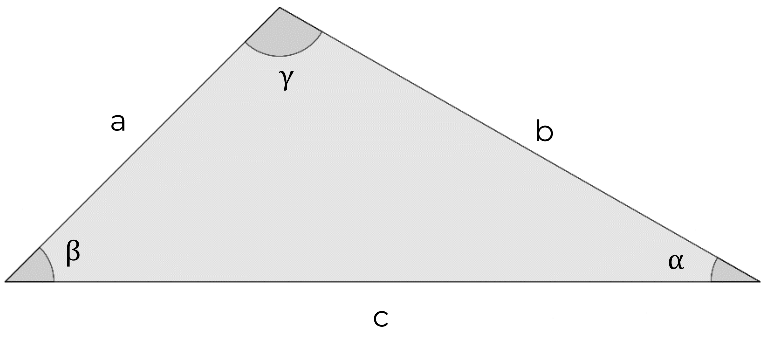


El teorema dice que la hipotenusa al cuadrado equivale a la suma del primer cateto al cuadrado más el segundo cateto al cuadrado. O lo que es lo mismo:

$$h^2 = a^2 + b^2$$

Este teorema nos sirve para realizar la resolución de triángulos rectángulos, en donde debe haber un ángulo recto (90°).

TEOREMA DEL SENO



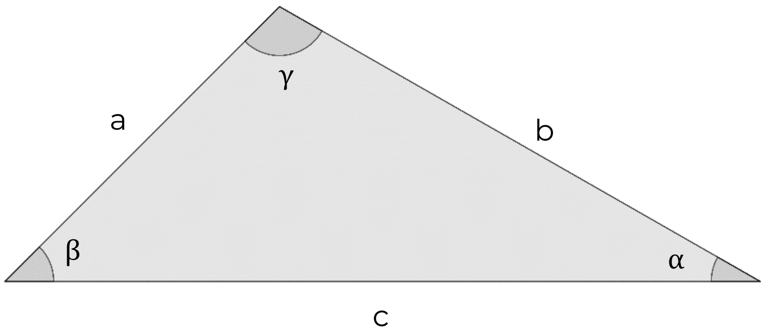
El teorema es una proporción entre las longitudes de los lados de un triángulo y los senos de sus ángulos opuestos. O lo que es lo mismo:

$$\frac{a}{sen(\alpha)} = \frac{b}{sen(\beta)} = \frac{c}{sen(\gamma)}$$

Este teorema nos sirve para realizar la resolución de triángulos cualesquiera en las siguientes situaciones:

DATOS	INCÓGNITA
Dos ángulos y un lado	Otro lado
Dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos	Otro ángulo

TEOREMA DEL COSENO



El teorema relaciona un lado de un triángulo cualquiera con los otros dos y con el coseno del ángulo formado por estos dos lados. O lo que es lo mismo:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$$

Este teorema nos sirve para realizar la resolución de triángulos cualesquiera en las siguientes situaciones:

DATOS	INCÓGNITA
Los tres lados	Cualquier ángulo
Dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos	El otro lado o los otros ángulos
Dos lados y el ángulo que forman	El otro lado o los otros ángulos

FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS

SUMA DE DOS ÁNGULOS

- $sen(\alpha+\beta) = sen(\alpha)\cdot\cos(\beta) + sen(\beta)\cdot\cos(\alpha)$
- $cos(\alpha+\beta) = cos(\alpha)\cdot\text{sen}(\beta) - cos(\beta)\cdot\text{sen}(\alpha)$
- $tag(\alpha+\beta) = \frac{tag(\alpha)+tag(\beta)}{1-tag(\alpha)\cdot tag(\beta)}$

RESTA DE DOS ÁNGULOS

- $sen(\alpha-\beta) = sen(\alpha)\cdot\cos(\beta) - sen(\beta)\cdot\cos(\alpha)$
- $cos(\alpha-\beta) = cos(\alpha)\cdot\text{sen}(\beta) + cos(\beta)\cdot\text{sen}(\alpha)$
- $tag(\alpha-\beta) = \frac{tag(\alpha)-tag(\beta)}{1-tag(\alpha)\cdot tag(\beta)}$

ÁNGULO DOBLE

- $sen(2\alpha) = 2\cdot sen(\alpha)\cdot\cos(\alpha)$
- $\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - sen^2(\alpha)$
- $tag(2\alpha) = \frac{2\cdot tag(\alpha)}{1-tag^2(\alpha)}$

ÁNGULO MITAD

- $sen\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha)}{2}}$
- $cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos(\alpha)}{2}}$
- $tag\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}}$

TRANSFORMACIÓN DE SUMAS O RESTAS A PRODUCTOS

- $sen(\alpha) + sen(\beta) = 2\cdot sen\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
- $sen(\alpha) - sen(\beta) = 2\cdot sen\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$
- $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cdot\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
- $\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\cdot sen\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot sen\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$