**עבודה 3 – מבוא ללמידה וניתוח של מידע רב**

שאלה 3

סעיף א

תיאור הגרף G:

* Input layer – מכיל d נוירונים, כאשר ערך כל נוירון קלט מתאים לקואורדינטה של .
* Output layer – עם נוירון output יחיד בעל פונקציית אקטיבציה sign. כל הנוירונים של   
  ה-Input layer מחוברים לנוירון של ה-Output layer.

נוכיח ש- . נראה זאת על ידי הכלה דו-כיוונית.

*: יהי . נוכיח שקיים עבורו לכל . נגדיר , כאשר הם המשקלים של הצלעות בין ה-Input layer ל-Output layer.  
יהי , לפי הגדרת , מתקיים ש- . לפי הגדרת הרשת מתקיים שה-output של ה-Output layer הינו  
.  
 תהא . באופן דומה נגדיר   
ומשום ש- אז .*

*סעיף ב*

*טענת עזר: לא קיים מפריד לינארי עבור שמחזיר 1 אם ורק אם לכל יש ב-x יותר קואורדינטות חיוביות משליליות.*

*הוכחה: יהי ונניח בשלילה שלכל אם ורק אם ב- יש יותר קואורדינטות חיוביות משליליות.*

* *מקרה א: אם w מכיל רק אפסים אז ברור שההנחה שגויה.*
* *מקרה ב: w מכיל רק קואורדינטה אחת שהיא לא 0, בה"כ אז ניקח  
   ו בסתירה להנחה.*
* *מקרה ג: w מכיל שתי קואורדינטות שהן לא 0, בה"כ .*

1. *אם נגדיר אזי ולכן בסתירה להנחה.*
2. *אחרת, לפחות אחד מ- ואז נגדיר ונקבל ש- ולכן .*

* *מקרה ד: מכיל 3 קואורדינטות שהן לא 0.*

*אם כל או שאחד בלבד חיובי אז באופן דומה למקרה ג2  
נגדיר .*

*אחרת, שניים בלבד מהקוארדינטות חיובית, בה"כ אז באופן דומה למקרה ג1   
נגדיר .*

*ולבסוף, אם כל אז נגדיר   
ואז ולכן בסתירה.*

*כעת נגדיר את מבנה רשת הנוירונים ונראה שקיימת היפותזה כנדרש.*

תיאור הגרף G:

* Input layer – מכיל 3 נוירונים , כאשר ערך כל נוירון קלט מתאים   
  לקואורדינטה של .
* Hidden layer – מכיל 3 נוירונים, נסמנם כך שכל נוירון קלט מחובר ל , ולכל יש פונקציית אקטיבציה .
* Output layer –מכיל נוירון output יחיד בעל פונקציית אקטיבציה sign. כל הנוירונים של   
  ה- Hidden layerמחוברים לנוירון של ה-Output layer.

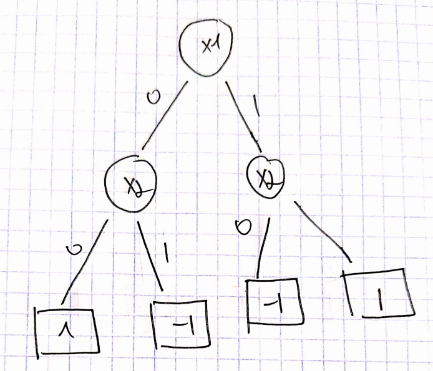
נראה שקיימת היפותזה כך שלכל אם ורק אם ב-x יש יותר קואורדינטות חיוביות משליליות. נבחר כאשר הוא וקטור המשקלים של נוירון , וקטור המשקלים של , – כנ"ל עבור ו- וקטור המשקלים של נוירון ה-output.

אז נשים לב ש- ומכאן , שזוהי בדיוק ההיפותזה הנדרשת.

שאלה 4

סעיף א

נראה שקיים עץ החלטה שמסווג במדויק את המדגם בעומק 2 ונראה שלא קיים עץ כנ"ל בעומק .

הסבר לנכונות העץ: לכל , אם אז יורד במורד תת העץ השמאלי, ושם העץ מחזיר 1 אם ורק אם , בדומה עבור ותת העץ הימני.

עבור עץ החלטה בעומק 1, ניתן לשאול רק עבור קואורדינטה אחת. אם השורש שואל לפי אז ברור שהעץ לא מסווג נכון את המדגם. אחרת, בה"כ השורש שואל עבור , מכיוון שבמדגם כל דוגמה מופיעה לפחות פעם אחת, אז שתי הדוגמאות נמצאות במדגם. אם התשובה של תת העץ המתאים ל- מחזירה 1, אז הוא טועה לגבי , ואם תשובתו היא 0 אז הוא טועה לגבי . סה"כ נקבל שעץ החלטה בעומק 1 לא יכול לסווג נכון את המדגם.