Practicumverslag Computationele Intelligentie

Cornelis Bouter (studentnummer) en Roel Brouwer (3976866) 27 juni 2014

Hoofdstuk 1

Implementatie algoritmen

1.1 Hill-climbing

1.1.1 Algemeen

Representatie en bepalen begintoestand

Sudoku's zijn gerepresenteerd als een dubbel array $(n^2 \times n^2)$ van cijfers $(1 \text{ t/m } n^2)$. In dit hele verslag wordt met n de wortel van de breedte (of hoogte) van de puzzel bedoeld. Voor een puzzel van 9 bij 9 geldt dus, bijvoorbeeld n=3. We beschouwen dus alleen vierkante sudoku's. Probleemtoestanden zijn volledig ingevulde sudoku's, wat betekent dat er nog iets met de input moet gebeuren om een begintoestand te verkrijgen.

De lege vakjes in de sudoku worden gevuld door een willekeurig getal dat nog niet in het $n \times n$ blok voorkomt. Welk getal in het vakje terecht komt wordt bepaald door de volgende functie:

Het resultaat is een volledig gevulde begintoestand.

Evaluatie

Het is nodig om toestanden te beoordelen, zodat ze vergeleken kunnen worden en we daadwerkelijk kunnen klimmen.

De onderstaande evaluatiefunctie doet dat door het aantal missende cijfers in alle rijen en kolommen bij elkaar op te tellen:

```
Evalueer (Sudoku)
   TeReturnen = 0;
   contains = boolean[n * n];
   // Telt alle ontbrekende cijfers in de rijen op.
   for i = 0 tot n * n
       for k = 0 tot n * n
          contains[k] = false;
       for j = 0 tot n * n
          contains[Sudoku[i][j] - 1] = true;
       for k = 0 tot n * n
          if(!contains[k])
              TeReturnen++;
   // Telt alle ontbrekende cijfers in de kolommen op.
   for i = 0 tot n * n
       for k = 0 tot n * n
          contains[k] = false;
       for j = 0 tot n * n
           contains[Sudoku[j][i] - 1] = true;
       for k = 0 tot n * n
           if(!contains[k])
              TeReturnen++;
   return TeReturnen;
```

Zoekoperator

Het bepalen van de volgende toestand in het *hill-climbing* gebeurt aan de hand van de zoekoperator (hieronder in pseudo-code uitgewerkt). Deze geeft een nieuwe sudoku terug, die van de oude verschilt op twee vakjes: de eerste verwisseling die een verbetering opleverde in de evaluatiewaarde van de sudoku.

```
ZoekOperator (Sudoku)
   // eval bevat de waarde die de evaluatiefunctie aan de sudoku geeft.
   eval = Sudoku.evalueer();
   // Verwisselen gaat per nxn-blok. g en h representeren het blok. Het zijn constantes die bij
   // de variabelen die de positie van de vakjes binnen het blok representeren (i, j, k en l)
   // worden opgeteld om het juiste vakje te kunnen identificeren. Tot is exclusief. In de
   // volgende geneste loops worden alle wissel-mogelijkheden afgelopen tot er een gevonden is
   // die de huidige toestand verbetert.
   for g = 0 tot n*n (ophogen per 3)
       for h = 0 tot n*n (ophogen per 3)
          for i = 0 tot n
              for j = 0 tot n
                  for k = 0 tot n
                     for 1 = 0 tot n
                         if ((i,j) en (k,l) representeren niet hetzelfde vakje EN
                             (i,j) en (k,l) zijn variabele vakjes)
                             // Verkrijg de nieuwe sudoku door de vakjes te verwisselen.
                             Sudoku.verwissel(g + i, h + j, g + k, h + 1);
                             // Als de nieuwe beter is zijn we klaar.
                             if (Sudoku.evalueer() > eval)
                                return Sudoku;
                             // Anders maken we de verwisseling ongedaan.
                             else
                                Sudoku.verwissel(g + i, h + j, g + k, h + 1);
   // Als er niks verwisseld kan worden, zitten we in een lokaal
   // optimum. We geven niets terug.
   return null;
```

Een lokaal optimum (of plateau) is gevonden op het moment dat de zoekoperator niets teruggeeft: alle

successor-toestanden zijn dan immers slechter dan of even goed als de huidige toestand.

Het is noodzakelijk dat deze zoekoperator-functie systematisch alle mogelijk successors langsgaat. Op die manier kunnen we er zeker van zijn dat geen van de successor-toestanden meer een verbetering is, en weten we dat we in een lokaal optimum (of plateau) zitten.

1.1.2 Random Restart

Met het klaarstaan van de zoekoperator die in de vorige sectie besproken is, is het implementeren van random restart relatief eenvoudig. In pseudo-code ziet dat er als volgt uit:

1.1.3 Iterated Local Search

Zoekoperator

Voor het implementeren van *iterated local search* is het nodig geweest de zoekoperator iets aan te passen, of beter gezegd: een variant op de zoekfunctie toe te voegen.

De zoekoperator die voor het beklimmen van de heuvel, het hill-climbing deel, gebruikt wordt, loopt alle swap-mogelijkheden in een bepaalde volgorde door, en kiest de eerste die een verbetering is. Voor iterated local search is een random walk nodig. Een random walk geeft niets om het antwoord op de vraag of een opvolger-toestand al dan niet een verbetering is. Het moet een willekeurige opvolger-toestand kunnen kiezen, ongeacht de waarde die de evaluatiefunctie aan die toestand geeft.

Wanneer de oude implementatie gebruikt zou worden, zou het dan steeds voor de eerste optie kiezen: het swappen van de eerste twee niet-vaste vakjes in het blok in de linksbovenhoek van de sudoku. Dat willen we niet, daarom veranderen we de zoekoperator-functie zodat deze twee willekeurige vakjes (binnen hetzelfde blok - natuurlijk) van plaats verwisseld worden:

```
RandomZoekOperator (Sudoku)
  // g en h representeren het blok waarin het verwisselen wordt uitgevoerd.
  g, h = randomInt(0, n) * n;
  // i, j, k en l representeren de twee vakjes die verwisseld worden.
  i, j, k, l = randomInt(0, n);
  while ((i,j) en (k,l) representeren hetzelfde vakje OF
     (i,j) of (k,l) is een vast vakje)
     // Nieuwe waardes voor i, j, k en l.
     i, j, k, l = randomInt(0, n);
  // Verwissel de genoemde vakjes in de sudoku en return het resultaat
  return Sudoku.verwissel(g + i, h + j, g + k, h + l);
```

Zoek algoritme

Gebruik makend van de hierboven beschreven zoekoperator(s) (zowel de willekeurige als de deterministische versie), is de implementatie van *iterated local search* als volgt:

1.2 Constraint Satisfaction

1.2.1 Algemeen

Representatie

Een Constraint Satisfaction Problem (CSP) bestaat uit drie componenten: de variabelen (X), de domeinen (D) en de constraints (C). Hieronder beschrijven we hoe we elk van deze componenten hebben gerepresenteerd in onze code.

- Variabelen (X). De variabelen zijn vakjes in de sudoku. Deze vakjes zijn gerepresenteerd als objecten met een waarde en een domein en methoden om informatie over deze twee zaken op te vragen of ze te manipuleren. "Vaste vakjes" zijn gerepresenteerd door vanaf het begin maar n element in het domein te stoppen.
- **Domeinen** (D). De domeinen zitten ingebakken in de objecten die hierboven beschreven zijn, aangezien de relatie variabele-domein in principe 1 op 1 is.
- Constraints (C). Constraints zijn ook gerepresenteerd als objecten. We hebben ervoor gekozen om alleen binaire constraints te implementeren, aangezien alle hogere constraints tot binaire constraints te herleiden zijn. Een constraint is een object dat twee vakjes "bij zich heeft" en methoden bevat om te kijken welke vakjes dat zijn en of het constraint geschonden is. Aangezien in dit probleem alleen constraints van de vorm $X \neq Y$ voorkomen is in die laatste methode ingebakken dat getest wordt of de waarde van het ene vakje ongelijk is aan de waarde van het andere vakje.

Het probleem (de sudoku) is gerepresenteerd als een lijst van variabelen en een lijst van constraints.

Elke variabele heeft dan $2(n^2-1)+(n-1)^2$ constraints. Er zitten n^2-1 andere vakjes in dezelfde rij, en evenveel in dezelfde kolom. Er zitten daarbij nog n^2 vakjes in hetzelfde blok, daarvan moeten we het vakje zelf (1) en de vakjes die al in de rij/kolom zitten (2(n-1)) nog afhalen. Dan komen we uit op $(n^2-(1+2(n-1)))=(n-1)^2$ extra vakjes.

Hieronder laten we zien hoe het probleem gerepresenteerd wordt, door een (deel van de) constructor van het object dat het probleem representeert te tonen.

```
Sudoku(Input)
   // Input is de originele input waaruit de begintoestand gehaald is.
   X = Variabelen[n * n][n * n];
   // l en k voor de blokken, i en j identificerren de vakjes in de blokken.
   for 1 = 0 tot n
       for k = 0 tot n
          for i = 0 tot n
              for j = 0 tot n
                  waarde = Input[l * n + i][k * n + j];
                  // Als het een leeg vakje is, maken we een variabelen aan met een volledig
                      domein.
                  if (waarde == 0)
                     X[1 * n + i][k * n + j] = Variabelen(0, VolDomein);
                  // Anders is het een gevuld vakje, en bevat het domein maar een element.
                  else
                     X[1 * n + i][k * n + j] = Variabelen(waarde, EnkelDomein);
   Constraints = Constraint[n * n][n * n][2 * (n * n - 1) + ((n - 1) * (n - 1))];
   // Er worden constraints aangemaakt voor alle mogelijke combinaties van twee vakjes die in
   // dezelfde rij, kolom, of hetzelfde blok zitten. Deze worden bij de juiste vakjes in het
   // array gestopt, zodat aan het eind van het verhaal elk blokje een lijst heeft van de
   // constraints die voor hem gelden. De precieze uitwerking daarvan is voor dit verslag
   // niet relevant en kan in de code worden teruggevonden.
```

Consistency check

Het is belangrijk om na elke stap in het zoeken naar de oplossing na te gaan of met het nemen van deze stap geen constraints geschonden worden.

Gegeven dat een bepaald vakje gewijzigd is, wordt met behulp van onderstaande methode gecontroleerd of er geen constraints geschonden worden:

1.2.2 Backtracking

Gegeven de hierboven beschreven representatie van CSP is het relatief eenvoudig om backtracking te implementeren. Dit gebeurt recursief, waarbij steeds vakjes worden ingevuld, tot het mis gaat. Op dat moment wordt de laatste keuze herzien, totdat alle opties "op" zijn, of er een oplossing gevonden is. De onderstaande pseudocode laat zien hoe wij dit geïmplementeerd hebben.

Er wordt aan enkele hulpmethoden gerefereerd, waarvan geen pseudocode beschikbaar is in dit verslag. Dit zijn vrij eenvoudige methoden, waarvan de implementatie voor zich spreekt. Voor de precieze implementatie verwijzen we naar de code.

```
Backtracking(Sudoku)
   NieuweSudoku = BacktrackingRecursief(Sudoku);
   if (NieuweSudoku != null)
       Print(NieuweSudoku);
   else
       Print("Geen oplossing.");
BacktrackingRecursief(Sudoku)
   // Als de sudoku volledig ingevuld is, zijn we klaar in de recursie
   if(Sudoku.volledigIngevuld())
       return Sudoku;
   // We pakken het eerste vakje (variabele) dat nog niet is ingevuld.
   Vakje = VindVolgende(Sudoku);
   for i = 0 tot Vakje.domein.length
       // Als i in het domein zit, gaan we eens proberen om Vakje in te vullen met i + 1. We
           zetten de waarde op i + 1 (en verkleinen ook het domein zodat het alleen nog i + 1
           bevat).
       if (Vakje.ElementInDomein(i + 1)) {
           OudDomein = Vakje.domein;
          Vakje.waarde = i + 1;
          // Als er geen constraints geschonden worden, gaan we een niveau dieper de recursie in.
          if (Sudoku.Consistent(Vakje.X, Vakje.Y))
              NieuweSudoku = BacktrackingRecursief(Sudoku);
              if (NieuweSudoku != null) return NieuweSudoku;
          // Als we hier terecht komen is het blijkbaar mislukt en kan i + 1 niet in Vakje worden
               ingevuld. We maken het vakje dus weer leeg en zetten het domein netjes terug.
          Vakje.waarde = 0;
          Vakje.domein = OudDomein;
   // Er kan niets voor dit vakje worden ingevuld, dus de puzzel is onoplosbaar:
   return null;
```

1.2.3 Forward Checking

TODO

Hoofdstuk 2

Experimentele resultaten

2.1 Hill-climbing

2.1.1 Algemene observaties

Efficiëntie

(Rekentijd en aantal toestanden tot lokaal optimum)

Accepteren gelijke toestanden

2.1.2 Random Restart

Efficiëntie

(Rekentijd en aantal toestanden tot globaal optimum)

2.1.3 Iterated Local Search

Efficiëntie

(Rekentijd en aantal toestanden tot globaal optimum)

2.2 Constraint Satisfaction

2.2.1 Backtracking

2.2.2 Forward Checking

Appendices - introductie

Voor het testen van de verschillende algoritmen hebben we vijf puzzels van elke soort (n=3,4,5) gebruikt. En hiervan is afkomstig van de website van het vak, de andere vier komen van menneske.no. De puzzels zijn te vinden in de txt-bestanden met de namen test_ $nx_nr_bron.$ txt, waarbij $x \in \{3,4,5\}, nr \in \{1,2,3,4,5\}$ en $bron \in \{ci, menneske\}$.

De testresultaten zijn uitgesplitst naar het soort puzzel (de n-waarde) en de specifieke puzzel waarop getest is. In de paragraaf bij de puzzel wordt vervolgens precies aangegeven wat getest is.

Appendix A

Testresultaten Random Restart Hill-climbing

A.1 9*9 puzzels (n=3)

Voor elke puzzel in deze sectie zijn 15 testruns uitgevoerd. Van deze runs wordt het volgende weergeven:

- Lokale maxima. Het algoritme bereikt eerst een aantal lokale maxima voor het globale maximum bereikt wordt. Van de eerste 15 lokale maxima die bereikt zijn wordt hier weergeven:
 - Het gemiddeld aantal stappen dat het kostte om vanaf de begintoestand naar het lokale maximum te komen;
 - De gemiddelde waarde van de evaluatiefunctie voor deze lokale maxima (m.a.w. hoeveel cijfers staan er gemiddeld nog verkeerd?).
- Globaal maximum. Uiteindelijke bereikt het algoritme meestal een globaal maximum (als dat niet binnen 15 minuten gebeurd is, bevatten de kolommen over het globale maximum geen informatie). Van het globale maximum wordt weergeven:
 - Het aantal stappen dat gezet is voor het globale maximum bereikt was;
 - De tijd (in milliseconden) die het kostte het globale maximum te bereiken;
 - Hoeveel lokale maxima langsgekomen zijn voordat het globale maximum gevonden was (= hoeveel keer een random restart heeft plaatsgevonden);
 - Hoeveel stappen er vanaf de laatste herstart gezet zijn om het globale maximum te bereiken.

A.1.1 Puzzel 1 (test_ $n3_1ci$)

	Lokale maxima		Globaal maximum			
Testnr.	stappen	evaluatie	stappen	tijd (ms)	lokale optima	laatste klim
1	24	12	83801	12661	3243	31
2	24	9,9	28602	4376	1114	31
3	25	8,9	79208	11866	3085	44
4	24	9,3	88237	13550	3447	31
5	25	10,9	236198	35407	9245	33
6	26	8,8	203321	30898	7909	31
7	26	10,2	74913	11450	2920	32
8	26	11,1	25339	3873	975	26
9	24	9,7	168835	25533	6597	29
10	24	11,2	24687	3768	954	21
11	26	10,3	63134	9521	2456	26
12	26	9,5	218689	32873	8529	28
13	26	9,8	87454	13186	3405	30
14	25	10,2	126969	18006	4947	25
15	25	10,2	51102	7718	1977	37
Gemiddeld:	25,1	10,1	104032,6	15645,7	4053,5	30,3

$A.1.2 \quad Puzzel \ 2 \ (test_n3_2_menneske)$

	Lokale maxima		Globaal maximum			
Testnr.	stappen	evaluatie	stappen	tijd (ms)	lokale optima	laatste klim
1	8	15	Wer	d niet binn	en 15 minuten g	evonden
2	8	16				
3	7	15				
4	10	15				
5	7	16				
6	8	15				
7	6	17				
8	7	16				
9	8	15				
10	7	18				
11	8	15				
12	7	17				
13	8	15				
14	8	16				
15	8	15				
Gemiddeld:	7,7	15,7				

A.1.3 Puzzel 3 (test_n3_3_menneske)

	Lokale	maxima	Globaal maximum			
Testnr.	stappen	evaluatie	stappen	tijd (ms)	lokale optima	laatste klim
1	7	17	Wer	rd niet binn	en 15 minuten g	evonden
2	7	17				
3	7	17				
4	7	18				
5	8	16				
6	7	16				
7	7	16				
8	7	16				
9	9	17				
10	8	17				
11	7	17				
12	8	17				
13	7	18				
14	7	17				
15	7	17				
Gemiddeld:	7,3	16,9				

A.1.4 Puzzel 4 (test_n3_4_menneske)

	Lokale maxima		Globaal maximum		
Testnr.	stappen	evaluatie	stappen tijd (ms) lokale optima laatste klim		
1	7	16	Werd niet binnen 15 minuten gevonden		
2	7	14			
3	7	15			
4	6	16			
5	8	15			
6	7	15			
7	7	14			
8	7	16			
9	7	16			
10	8	15			
11	7	15			
12	7	15			
13	6	16			
14	7	15			
15	7	16			
Gemiddeld:	7	15,3			

A.1.5 Puzzel 5 (test_n3_5_menneske)

	Lokale	maxima	Globaal maximum			
Testnr.	stappen	evaluatie	stappen	tijd (ms)	lokale optima	laatste klim
1	6	16	2017	280	86	32
2	7	15	10128	1235	433	32
3	6	14	13049	1566	555	34
4	7	16	60000	6989	2566	32
5	7	15	11866	1406	509	35
6	6	16	60588	7048	2602	25
7	6	14	9328	1146	391	27
8	7	15	5366	673	226	28
9	6	18	9808	1184	412	28
10	6	16	49993	5839	2146	34
11	5	16	15863	1933	6683	27
12	5	16	60006	6895	2564	30
13	6	17	64164	7435	2753	29
14	6	15	33467	3862	1421	32
15	6	14	83975	9668	3592	37
Gemiddeld:	6,1	15,5	32641,2	3810,6	1795,9	30,8

A.2 16 * 16 puzzels (n = 4)

Voor elke puzzel in deze sectie zijn 5 testruns uitgevoerd. Bij geen enkele van de puzzels werd binnen 15 minuten een oplossing bereikt. Er wordt dus alleen maar data weergegeven van de eerste 10 gevonden lokale maxima:

- Het gemiddeld aantal stappen dat het kostte om vanaf de begintoestand naar het lokale maximum te komen;
- De gemiddelde waarde van de evaluatiefunctie voor deze lokale maxima (m.a.w. hoeveel cijfers staan er gemiddeld nog verkeerd?).

A.2.1 Puzzel 1 (test_n4_1_ci)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	31	101
2	30	100
3	32	99
4	28	102
5	29	101
Gemiddeld:	30	100,6

A.2.2 Puzzel 2 (test_n4_2_menneske)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	35	83
2	35	87
3	35	89
4	36	85
5	38	86
Gemiddeld:	35,8	86

A.2.3 Puzzel 3 (test_n4_3_menneske)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	36	89
2	39	81
3	38	84
4	33	87
5	35	89
Gemiddeld:	36,2	86

A.2.4 Puzzel 4 (test_n4_4_menneske)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	36	95
2	35	91
3	36	89
4	39	91
5	36	89
Gemiddeld:	36,4	91

A.2.5 Puzzel 5 (test_n4_5_menneske)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	29	91
2	32	88
3	32	87
4	29	89
5	33	87
Gemiddeld:	31	88,4

A.3 25 * 25 puzzels (n = 5)

Voor de eerste twee puzzels in deze sectie zijn 5 testruns uitgevoerd, voor de laatste drie zijn dat er 3. Bij geen enkele van de puzzels werd binnen 15 minuten een oplossing bereikt. Er wordt dus alleen maar data weergegeven van de eerste 10 gevonden lokale maxima:

- Het gemiddeld aantal stappen dat het kostte om vanaf de begintoestand naar het lokale maximum te komen;
- De gemiddelde waarde van de evaluatiefunctie voor deze lokale maxima (m.a.w. hoeveel cijfers staan er gemiddeld nog verkeerd?).

A.3.1 Puzzel 1 (test_n5_1_ci)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	72	269
2	67	260
3	70	270
4	72	265
5	69	268
Gemiddeld:	70	266,4

$A.3.2 \quad Puzzel \ 2 \ (test_n5_2_menneske)$

Testnr.	stappen	evaluatie
1	82	210
2	90	202
3	83	212
4	82	205
5	87	199
Gemiddeld:	84,8	205,6

A.3.3 Puzzel 3 ($test_n5_3$ _menneske)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	87	219
2	90	220
3	83	227
Gemiddeld:	86,7	222

A.3.4 Puzzel 4 (test_n5_4_menneske)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	85	215
2	81	219
3	85	220
Gemiddeld:	83,7	218

A.3.5 Puzzel 5 ($test_n5_5_menneske$)

Testnr.	stappen	evaluatie
1	83	226
2	87	225
3	84	220
Gemiddeld:	84,7	223,7

Appendix B

Testresultaten Iterated Local Search

- B.1 9 * 9 puzzels (n = 3)

 B.1.1 Puzzel 1 (test_n3_1_ci)
- B.1.2 Puzzel 2 (test_n3_2_menneske)
- B.1.3 Puzzel 3 ($test_n3_3$ _menneske)
- B.1.4 Puzzel 4 (test_n3_4_menneske)
- B.1.5 Puzzel 5 (test_n3_5_menneske)
- B.2 16 * 16 puzzels (n = 4)
- $B.2.1 \quad Puzzel \ 1 \ (test_n4_1_ci)$
- B.2.2 Puzzel 2 (test_n4_2_menneske)
- $B.2.3 \quad Puzzel \ 3 \ (test_n4_3_menneske)$
- B.2.4 Puzzel 4 (test_n4_4_menneske)
- B.2.5 Puzzel 5 (test_n4_5_menneske)
- B.3 25 * 25 puzzels (n = 5)
- $B.3.1 \quad Puzzel \ 1 \ (test_n5_1_ci)$
- B.3.2 Puzzel 2 (test_n5_2_menneske)
- $B.3.3 \quad Puzzel \ 3 \ (test_n5_3_menneske)$
- B.3.4 Puzzel 4 (test_n5_4_menneske)
- $B.3.5 \quad Puzzel \ 5 \ (test_n5_5_menneske)$

Appendix C

Testresultaten Constraint Satisfaction - backtracking

9*9 puzzels (n = 3) C.1C.1.1Puzzel 1 (test_n3_1_ci) C.1.2Puzzel 2 (test_n3_2_menneske) C.1.3Puzzel 3 (test_n3_3_menneske) C.1.4 Puzzel 4 (test_n3_4_menneske) C.1.5Puzzel 5 (test_n3_5_menneske) C.216 * 16 puzzels (n = 4)C.2.1Puzzel 1 (test_n4_1_ci) C.2.2Puzzel 2 (test_n4_2_menneske) C.2.3Puzzel 3 (test_n4_3_menneske) C.2.4 Puzzel 4 (test_n4_4_menneske) C.2.5Puzzel 5 (test_n4_5_menneske) 25 * 25 puzzels (n = 5)C.3C.3.1Puzzel 1 (test_n5_1_ci) C.3.2Puzzel 2 (test_n5_2_menneske) C.3.3Puzzel 3 (test_n5_3_menneske) C.3.4Puzzel 4 (test_n5_4_menneske) C.3.5Puzzel 5 (test_n5_5_menneske)

Appendix D

Testresultaten Constraint Satisfaction - forward checking

9 * 9 puzzels (n = 3)D.1D.1.1 Puzzel 1 (test_n3_1_ci) D.1.2Puzzel 2 (test_n3_2_menneske) D.1.3 Puzzel 3 (test_n3_3_menneske) D.1.4 Puzzel 4 (test_n3_4_menneske) D.1.5Puzzel 5 (test_n3_5_menneske) 16 * 16 puzzels (n = 4)D.2D.2.1Puzzel 1 (test_n4_1_ci) D.2.2Puzzel 2 (test_n4_2_menneske) D.2.3Puzzel 3 (test_n4_3_menneske) D.2.4 Puzzel 4 (test_n4_4_menneske) D.2.5Puzzel 5 (test_n4_5_menneske) 25 * 25 puzzels (n = 5)D.3D.3.1Puzzel 1 (test_n5_1_ci) D.3.2Puzzel 2 (test_n5_2_menneske) D.3.3Puzzel 3 (test_n5_3_menneske) D.3.4 Puzzel 4 (test_n5_4_menneske)

Puzzel 5 (test_n5_5_menneske)

D.3.5