



# Hoofdstuk 1

## Inleiding

# Primitieve Gegevens

Primitieve datawaarden zijn datawaarden die niet afbreekbaar zijn (in dezelfde programmeertaal)

boolean: `#t`, `#f`

symbol: `'apple`

number: `3`, `0+4i`, `3.1415`, `22/7`

character: `#\a`, `#\newline`, `#\space`

procedure: `#<primitive:sin>`

# Samengestelde Gegevens

Samengestelde data is data die met behulp van een dataconstructor geconstrueerd wordt. De samenstellende delen zijn primitieve data waarden of – op hun beurt – samengestelde data. Samengestelde data is dus data die afbreekbaar is (in dezelfde programmeertaal)

heet ook "datastructuur"

pair: (1 . 2)

cons

string: "hello world"

make-string

vector: #(1 2 3)

make-vector

# Dataconstructoren

Dataconstructor:  
Geheugen reserveren + Onderdelen initialiseren

## Procedurele Constructoren

```
(make-string 10)      (cons 1 2)  
(make-vector 110)
```

## Letterlijke Constructoren

```
#(2 1 "hi!")  
"Madam, I'm Adam"
```

# Accessoren, Mutatoren & Operaties

## Accessoren

```
(String-ref s 10)
```

```
(car c)
```

```
(vector-ref v 7)
```

## Mutatoren

```
(vector-set! v 10 "new")
```

```
(set-car! c ())
```

## Operaties

```
(reverse l)
```

```
(+ 2 110)
```

```
(member? l element)
```

# Datatypes

Elke datawaarde behoort tot een verzameling met een zekere naam: het datatype van de waarde

vector                      number  
                 pair  
                                 procedure  
string                      boolean

Het datatype definieert ook welke operaties toepasbaar zijn op zijn waarden

(+ #t #f)

# Algoritmen

Een algoritme is een algemene en berekenbare procedure om een probleem op te lossen

```
(define (fac n)
  (define (fac-rec n)
    (if (= n 0)
        1
        (* n (fac-rec (- n 1)))))
  (if (odd? n)
      (error "It's odd!")
      (fac-rec n)))
```

Eigenlijk gewoon een Scheme procedure

Abu Abdullah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi  
("degene van Khwarizmi")

Om de code van een bankkaart te kraken bel je het orakel van Pluto!

# Primitieve Algoritmen

Een primitief algoritme is een algoritme dat niet afbreekbaar is (in dezelfde programmeertaal)

+      eq?      member?  
-      car      sin

Sommige haakjes!



# Samengestelde Algoritmen

Samengestelde algoritmen zijn algoritmen die met behulp van een algoritmische constructoren geconstrueerd wordt. De samenstellende delen zijn primitieve algoritmen of – op hun beurt – samengestelde algoritmen. Samengestelde algoritmen zijn dus afbreekbaar (in dezelfde programmeertaal)

letrec    lambda  
cond  
do    let\*    if

define

# Procedurele Abstractie

Procedurele abstractie bestaat erin een (betekenisvolle) naam te geven aan een samengestelde procedure

Verdeelt programmeurs in 2 groepen: gebruikers en implementator

```
(define (fib n)
  (define (iter n a b)
    (if (= n 0)
        b
        (iter (- n 1) b (+ a b))))
  (iter n 0 1))
```

Gebruikerscode leesbaar en korter. Implementatorcode makkelijk te onderhouden

```
(define (fib n)
  (if (< n 2)
      1
      (+ (fib (- n 1)) (fib (- n 2)))))
```

# Proceduretypes

Een procedure werkt op invoer van een zeker datatype en produceert waarden van een zeker datatype. De combinatie van deze types is het proceduretype van de procedure.

`sin     (number → number)`

`car     (pair → any)`

`append   (pair pair → pair)`

`(argtype-1 ... argtype-n → result-type)`

# Een complex voorbeeld

`(argtype-1 ... argtype-n → result-type)`

```
(define (zero f a b epsilon)
  (define c (/ (+ a b) 2))
  (cond ((< (abs (f c)) epsilon) c)
        ((< (* (f a) (f c)) 0) (zero f a c epsilon))
        (else (zero f c b epsilon))))
```

`zero    ( (number → number) number number number → number )`

Zo'n proceduretype  
is geen Scheme!

# Data Abstractie

Procedurele abstractie bestaat erin een (betekenisvolle) naam te geven aan een samengestelde procedure

Data abstractie bestaat erin een (betekenisvolle) naam te geven aan samengestelde data

Verdeelt programmeurs in 2 groepen: gebruikers en implementators

Gebruikerscode leesbaar en korter. Implementatorcode makkelijk te onderhouden

Data abstractie wordt verwezenlijkt m.b.v. ADT's ...

# Abstracte Data Types (ADT's)

Een ADT bestaat uit een naam voor een datatype en een aantal proceduretypes die de procedures beschrijven waarmee data elementen van het ADT gemanipuleerd kunnen worden. Dit zijn proceduretypes voor de constructoren, de accessoren, de mutators en de operaties.

Verdeelt programmeurs in 2 groepen: gebruikers en implementators

# Een voorbeeld

ADT complex

```
new          ( number number → complex )
complex?     ( any → boolean )
+            ( complex complex → complex )
-            ( complex complex → complex )
/            ( complex complex → complex )
*            ( complex complex → complex )
modulus      ( complex → number )
argument     ( complex → number )
real         ( complex → number )
imag         ( complex → number )
```

Implementators kiezen  
voor een representatie  
en een implementatie

# Procedurele ADT Implementatie

```
(library
  (complex)
  (export new complex? real imag + - / * modulus argument)
  (import (rename (except (rnrs base (6)) complex?)
                  (+ number+) (* number*) (/ number/) (- number-))))

(define complex-tag 'complex)
(define (get-real c)
  (cadr c))
(define (get-imag c)
  (caddr c))

(define (new r i)
  (list complex-tag r i))

(define (complex? any)
  (and (pair? any)
       (eq? (car any) complex-tag)))

(define (real c)
  (get-real c))

(define (imag c)
  (get-imag c))
```

Niet-geëxporteerde  
namen zijn privé aan de  
implementatie

Refereer naar R6RS  
voor de import-clause



# Procedurele ADT Implementatie

```
(define (+ c1 c2)
  (define real (number+ (get-real c1) (get-real c2)))
  (define imag (number+ (get-imag c1) (get-imag c2)))
  (new real imag))

(define (* c1 c2)
  (define real (number- (number* (get-real c1) (get-real c2))
                        (number* (get-imag c1) (get-imag c2))))
  (define imag (number+ (number* (get-real c1) (get-imag c2))
                        (number* (get-imag c1) (get-real c2))))
  (new real imag))

(define (- c1 c2)
  (define real (number- (get-real c1) (get-real c2)))
  (define imag (number- (get-imag c1) (get-imag c2)))
  (new real imag))
```

# Procedurele ADT Implementatie

```
(define (/ c1 c2)
  (define denom (number+ (number* (get-real c2)
                                    (get-real c2))
                          (number* (get-imag c2)
                                    (get-imag c2))))
  (define real (number+ (number* (get-real c1)
                                  (get-real c2))
                        (number* (get-imag c1)
                                  (get-imag c2))))
  (define imag (number- (number* (get-imag c1)
                                  (get-real c2))
                        (number* (get-real c1)
                                  (get-imag c2))))
  (new (number/ real denom) (number/ imag denom)))

(define (modulus c)
  (sqrt (number+ (number* (get-real c) (get-real c))
                 (number* (get-imag c) (get-imag c)))))

(define (argument c)
  (atan (get-imag c) (get-real c)))
```

# Gebruik van het ADT

```
(import (prefix (a-d examples complex (1)) complex:)
        (rnrs base (6))
        (rnrs io simple))

(define cpx1 (complex:new 1 4))
(define cpx2 (complex:new 5 3))

(display (complex:+ cpx1 cpx2)) (newline)

(display (complex:* cpx1 cpx2)) (newline)

(display (complex:+ cpx1 cpx2)) (newline)

(display (complex:* cpx1 cpx2)) (newline)

(display (complex:real cpx1)) (newline)

(display (complex:imag cpx2)) (newline)

(display (complex:modulus cpx1)) (newline)

(display (complex:argument cpx2))
```

# Object-gebaseerde Implementatie

```
(define (make-complex r i)
  (define (complex+ c)
    (make-complex (+ r (c 'real))
                  (+ i (c 'imag))))
  (define (complex* c)
    (make-complex (- (* r (c 'real))
                     (* i (c 'imag)))
                  (+ (* r (c 'imag))
                     (* i (c 'real')))))
  (define (complex- c)
    (make-complex (- r (c 'real))
                  (- i (c 'imag))))
  (define (complex/ c)
    (define denom (+ (* (c 'real)
                        (c 'real))
                    (* (c 'imag)
                        (c 'imag))))
    (define real (+ (* r (c 'real)) (* i (c 'imag))))
    (define imag (- (* i (c 'real)) (* r (c 'imag))))
    (make-complex (/ real denom) (/ imag denom)))
  (define (modulus)
    (sqrt (+ (* r r) (* i i))))
  (define (argument)
```

# Object-gebaseerde Implementatie

```
(define (make-complex r i)
  ...
  (define (real)
    r)
  (define (imag)
    i)
  (lambda (message . args)
    (cond ((eq? message '+) (apply complex+ args))
          ((eq? message '-') (apply complex- args))
          ((eq? message '*') (apply complex* args))
          ((eq? message '/') (apply complex/ args))
          ((eq? message 'modulus) (modulus))
          ((eq? message 'argument) (argument))
          ((eq? message 'real) (real))
          ((eq? message 'imag) (imag))
          ((eq? message 'complex->list) (list 'complex r i))
          (else (error "Complex Number Message Not Understood")))))
```

De dispatcher encapsuleert  
privé procedures en data  
van de datastructuur

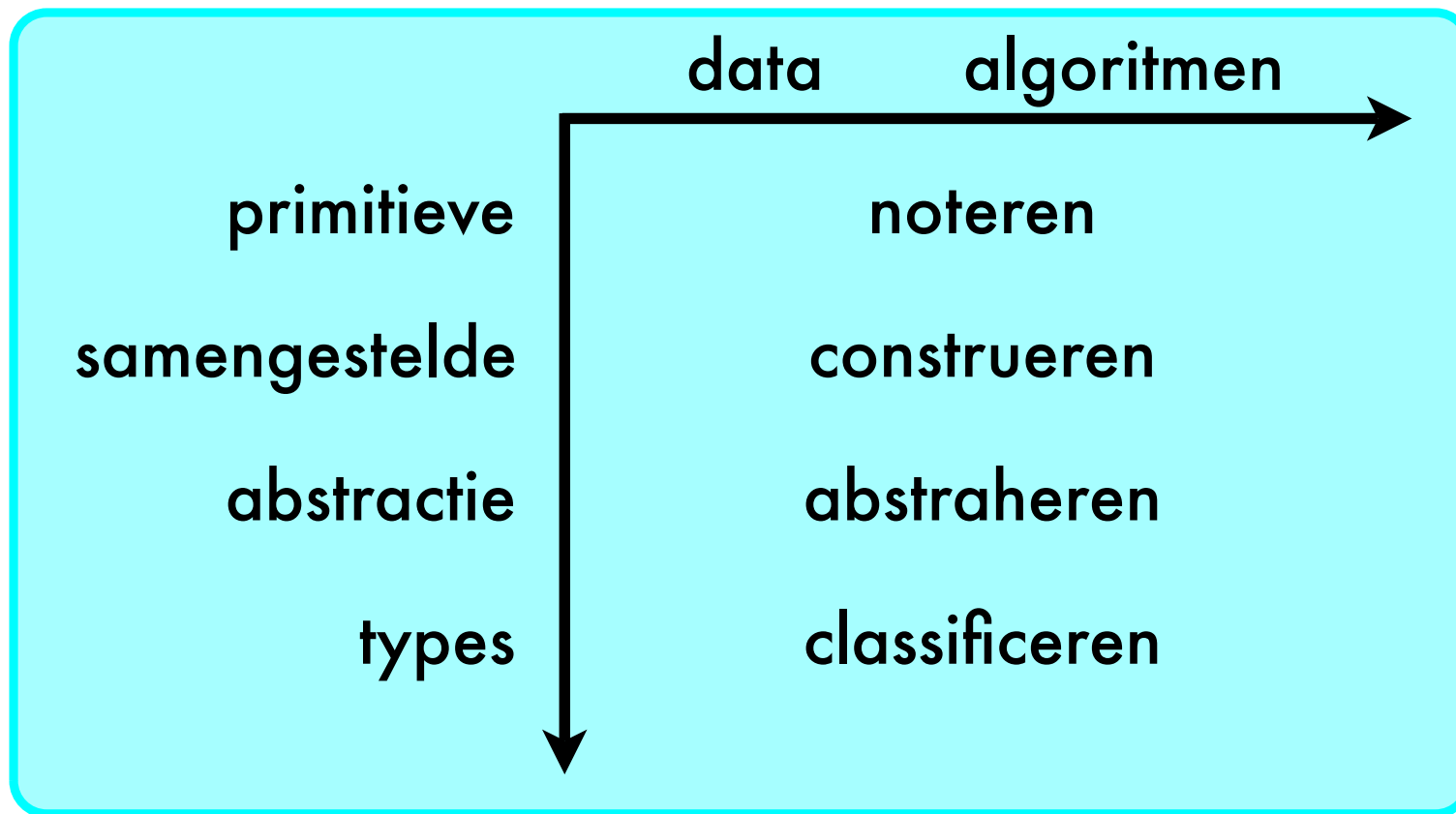
# Gebruik van het ADT

```
(define cpx1 (make-complex 1 4))  
(define cpx2 (make-complex 5 3))  
  
(display ((cpx1 '+ cpx2) 'complex->list)) (newline)  
(display ((cpx1 '* cpx2) 'complex->list)) (newline)  
(display ((cpx1 '- cpx2) 'complex->list)) (newline)  
(display ((cpx1 '/ cpx2) 'complex->list)) (newline)  
  
(display (cpx1 'real)) (newline)  
(display (cpx2 'imag)) (newline)  
(display (cpx1 'modulus)) (newline)  
(display (cpx2 'argument))
```

De object-gebaseerde benadering is korter, veiliger en vervuilt minder

De object-gebaseerde is niet altijd veiliger, is complexer en consumeert meer geheugen

# Samenvatting Concepten



# Opslagdatastructuren

Een datastructuur die dient om datawaarden op te slaan noemen we een opslagdatastructuur (Eng: storage data structure). De opgeslagen waarden noemen we records .

Een telefoonboek

Complex getal

Een bibliotheekcatalogus



# Voorbeeld Opslagdatastructuur

```
(library
  (max-o-mem)
  (export new max-o-mem? read write!)
  (import (rnrs base (6))
           (rnrs mutable-pairs)))

(define max-o-mem-tag 'max-o-mem)

(define (new << init)
  (list max-o-mem-tag << init))

(define (max-o-mem? any)
  (and (pair? any)
       (eq? (car any) max-o-mem-tag)))

(define (read mom)
  (caddr mom))

(define (write! mom new-value)
  (define << (cadr mom))
  (define value (caddr mom))
  (if (<< value new-value)
      (set-car! (caddr mom) new-value))
  mom)
```

De max-o-mem  
implementatie hangt niet  
af van het soort waarden  
die opgeslagen worden!

Enkel de grootste  
waarde wordt  
onthouden

# Genericiteit

```
(library
  (max-o-mem)
  (export new max-o-mem? read write!)
  (import (rnrs base (6))
    (rnrs mutable-pairs)))

(define max-o-mem-tag 'max-o-mem)
```

Een generische datastructuur is een datastructuur die onafhankelijk is van het datatype van de elementen die in de datastructuur zitten. In Scheme wordt dit met een hogere-orde constructor bewerkstelligd.

```
(caddr mom))

(define (write! mom new-value)
  (define << (cadr mom))
  (define value (caddr mom))
  (if (<< value new-value)
    (set-car! (caddr mom) new-value))
  mom))
```

# Generische ADT's

```
ADT max-o-mem< T >  
  
new  
  ( ( T T → boolean ) T → max-o-mem< T > )  
max-o-mem?  
  ( any → boolean )  
write!  
  ( max-o-mem< T > T → max-o-mem< T > )  
read  
  ( max-o-mem< T > → T )
```

ADT geparametriseerd  
met het type T van de  
opgeslagen waarden

```
(define complex-mom (mom:new complex< (complex:new 0 0)>))  
  
(define number-mom (mom:new < 0>))
```

`complex-mom`  $\in$  `max-o-mem<complex>`

`number-mom`  $\in$  `max-o-mem<number>`

# Voorbeeld van Gebruik

```
(import (rnrs base (6)) (rnrs mutable-pairs (6)) (rnrs io simple)
      (prefix (a-d examples max-o-mem) mom:)
      (prefix (a-d examples complex (1)) complex:))
```

```
(define (greatest lst << init)
  (define max (mom:new << init))
  (define (iter lst)
    (mom:write! max (car lst))
    (if (not (null? (cdr lst)))
        (iter (cdr lst))))
  (iter lst)
  (mom:read max))
```

max ∈ max-o-mem<complex>

max ∈ max-o-mem<number>

```
(define (complex< c1 c2)
  (define (square x) (* x x))
  (< (sqrt (+ (square (complex:real c1)) (square (complex:imag c1))))
    (sqrt (+ (square (complex:real c2)) (square (complex:imag c2))))))
```

```
(define integer-list (list 1 2 3 4 5))
(define complex-list (list (complex:new 1 0) (complex:new 0 1)
                           (complex:new 3 4) (complex:new 4 3)))
```

```
(display (greatest integer-list < 0)) (newline)
(display (greatest complex-list complex< (complex:new 0 0))) (newline)
```

# Het Dictionary ADT

```
ADT dictionary< K V >

new
  ( ( K K → boolean ) → dictionary< K V > )
dictionary?
  ( any → boolean )
insert!
  ( dictionary< K V > K V → dictionary< K V > )
delete!
  ( dictionary< K V > K → dictionary< K V > )
find
  ( dictionary< K V > K → V U {#f} )
empty?
  ( dictionary< K V > → boolean )
full?
  ( dictionary< K V > → boolean )
```

key-value paren

associatief geheugen

records

sleutelvelden

satellietvelden

# Dictionaries: Voorbeeld

```
(define english-dutch (new string=?))

(insert! (insert! english-dutch "algorithm" "algoritme")
        "ADT" "Abstract Datatype")

(insert! english-dutch "key" "sleutel")
(insert! english-dutch "value" "waarde")
(insert! english-dutch "accessor" "uitlezer")
(insert! english-dutch "mutator" "overschrijver")
(insert! english-dutch "operation" "operatie")

(delete! english-dutch "mutator")
(if (find english-dutch "mutator")
    (error "It is still there!" "mutator"))
```

`english-dutch ∈ dictionary<string string>`

# Performantie van Algoritmen

Mensen vinden computers goed als die snel zijn en weinig kosten. Geheugen kost geld.

De experimentele benadering

We zouden de snelheid van een algoritme kunnen meten met een stopwatch of met de `(time (algoritme))` expressie.

Nadelen: absoluut en niet algemeen

# Snelheid Meten

We tellen het aantal computationele stappen die nodig zijn bij een invoer van grootte  $n$ .

Dit levert een functie op,  $f_A(n)$ , de performantiekarakteristiek van algoritme A

Deze methode is algemeen en relatief: we kunnen  $f_A(n)$  en  $f_B(n)$  op wetenschappelijke wijze vergelijken



# Voorbeeld

```
(define (greatest l)
  (define (iter el l)
    (cond
      ((null? l) el)
      ((< el (car l)) (iter (car l) (cdr l)))
      (else (iter el (cdr l)))))
  (iter 0 l))
```

In het ergste geval is:

$$f_{\text{biggest}}(n) = 6n + 2$$

In het beste geval is:

$$f_{\text{biggest}}(n) = 5n + 2$$

# Soorten Analyses

Bij een worst-case analyse onderzoeken we de prestatiekenarakteristiek van een algoritme en gaan we uit van de slechtst mogelijke invoer

Bij een best-case analyse onderzoeken we de prestatiekenarakteristiek van een algoritme en gaan we uit van de best mogelijke invoer

Bij een average-case analyse onderzoeken we de prestatiekenarakteristiek van een algoritme en gaan we uit van de gemiddelde invoer

# Performantieschattingen: Motivatie

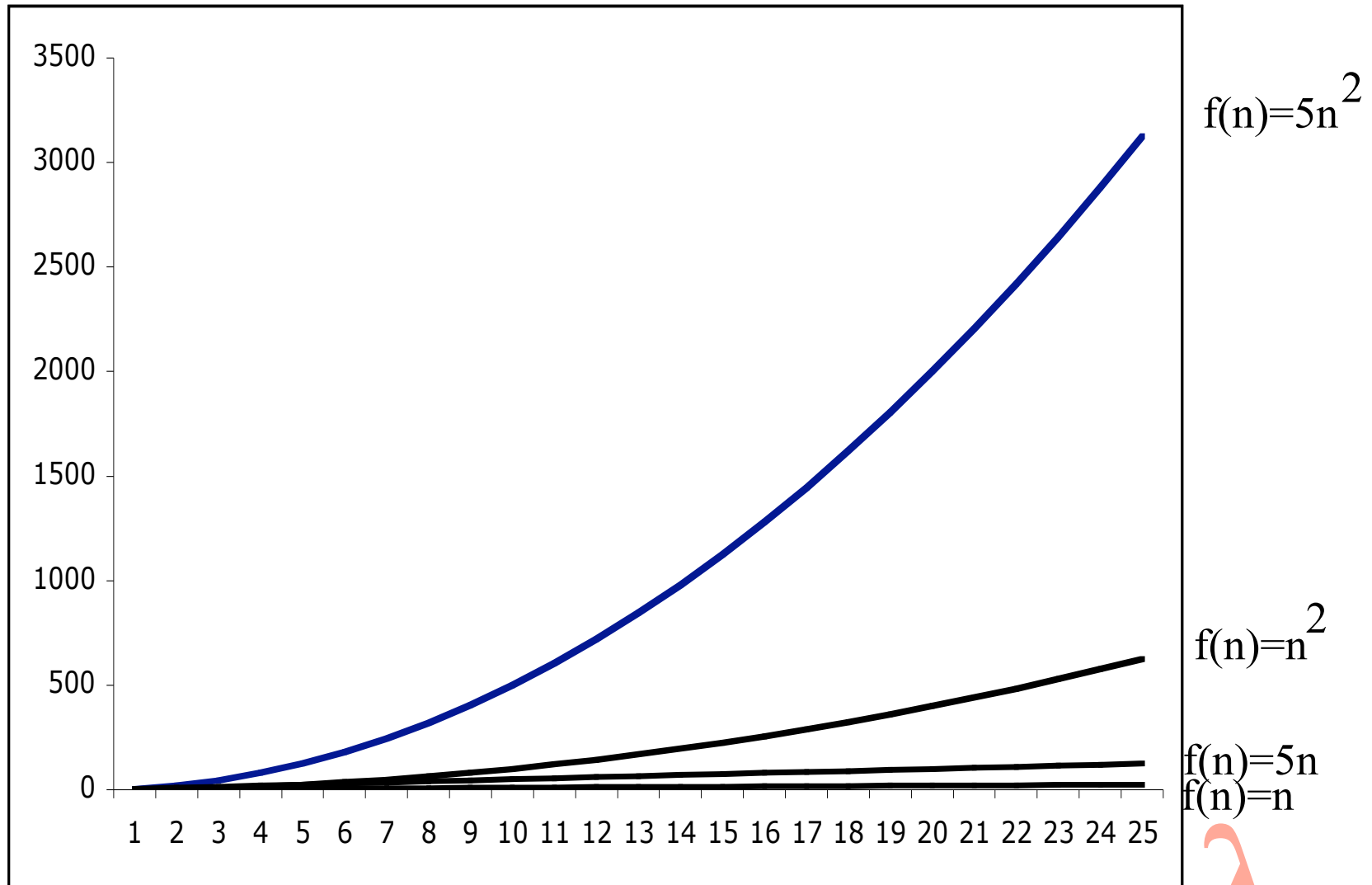
De ene primitieve operatie is de andere niet.

Eén primitieve operatie kan soms trager zijn dan 2 primitieve operaties

Een paar extra primitieve operaties (onafhankelijk van  $n$ ) maken het verschil niet.

Beter is te zeggen dat " $f_{\text{biggest}}(n) = an+b$  voor zekere  $a$  en  $b$ , relatief klein"  
Of nog: "het algoritme is lineair"

# Voorbeeld: lineair vs. kwadratisch



# Andere Voorbeelden

$n$	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	$n$	$n \cdot \log(n)$	$n^2$	$n^3$	$2^n$
2	1	2	2	2	4	8	4
4	2	2	4	8	16	64	16
8	3	3	8	24	64	512	256
16	4	4	16	64	256	4096	65536
32	5	6	32	160	1024	32768	4294967296
64	6	8	64	384	4096	262144	$1.85 \times 10^{19}$
128	7	12	128	896	16384	2097152	$3.40 \times 10^{38}$
256	8	16	256	2048	65536	16777216	$1.16 \times 10^{77}$
512	9	23	512	4608	262144	134217728	$1.34 \times 10^{154}$
1024	10	32	1024	10240	1048576	1073741824	$1.79 \times 10^{308}$

We hebben een techniek nodig die ons laat zeggen dat  $n$ ,  $2n$ ,  $10n+5$  allen van de soort  $an+b$  zijn en dat bvb.  $n^2$  en  $3n^2+4n+3$  van soort  $n^2$  zijn

# Grote $\Theta$

$$\Theta(g(n)) = \{ f \mid \exists c_1, c_2 > 0, n_0 \geq 0 : \forall n \geq n_0 : \\ 0 \leq c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n) \}$$

$5n \in \Theta(n)$   
 $5n^2 \notin \Theta(n)$   
 $n/34 \in \Theta(n)$   
 $6n+2.3 \in \Theta(n)$   
 $1 \notin \Theta(n^2)$   
 $5n \notin \Theta(n^2)$   
 $10n^3+3n^2 \notin \Theta(n^2)$

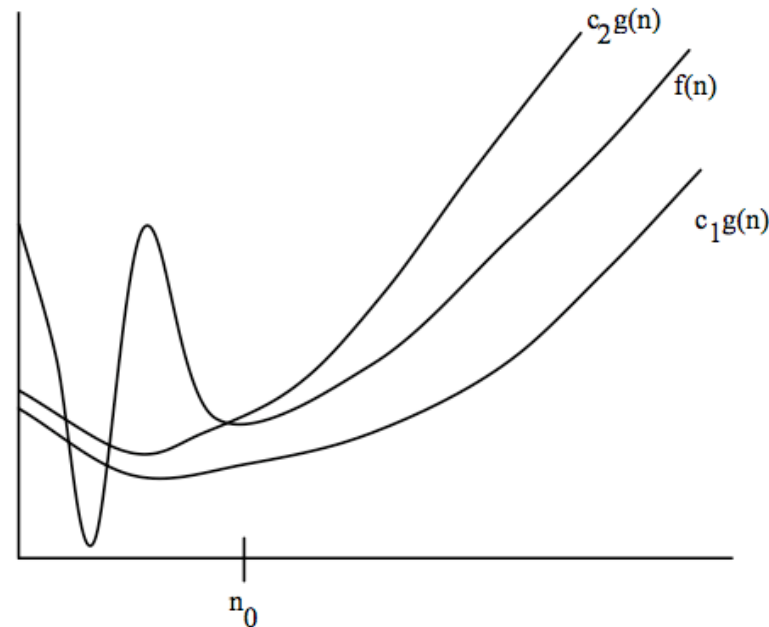


Figure 1.7:  $f(n) \in \Theta(g(n))$

# Grote O

$$O(g(n)) = \{ f \mid \exists c, n_0 \geq 0 : \forall n \geq n_0 : 0 \leq f(n) \leq c g(n) \}$$

$5n \in O(n)$   
 $5n^2 \notin O(n)$   
 $n/34 \in O(n)$   
 $6n+2.3 \in O(n)$   
 $1 \in O(n^2)$   
 $5n \in O(n^2)$   
 $10n^3+3n^2 \notin O(n^2)$

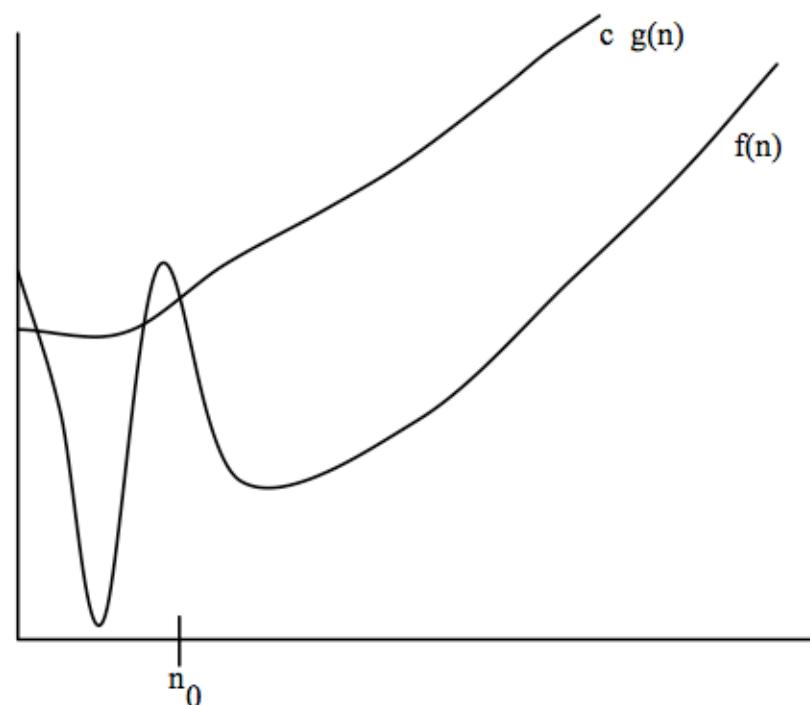


Figure 1.8:  $f(n) \in O(g(n))$

# Grote $\Omega$

$$\Omega(g(n)) = \{ f \mid \exists c, n_0 \geq 0 : \forall n \geq n_0 : 0 \leq c g(n) \leq f(n) \}$$

$5n \in \Omega(n)$   
 $5n^2 \in \Omega(n)$   
 $n/34 \in \Omega(n)$   
 $6n+2.3 \in \Omega(n)$   
 $1 \notin \Omega(n^2)$   
 $5n \notin \Omega(n^2)$   
 $10n^3+3n^2 \in \Omega(n^2)$

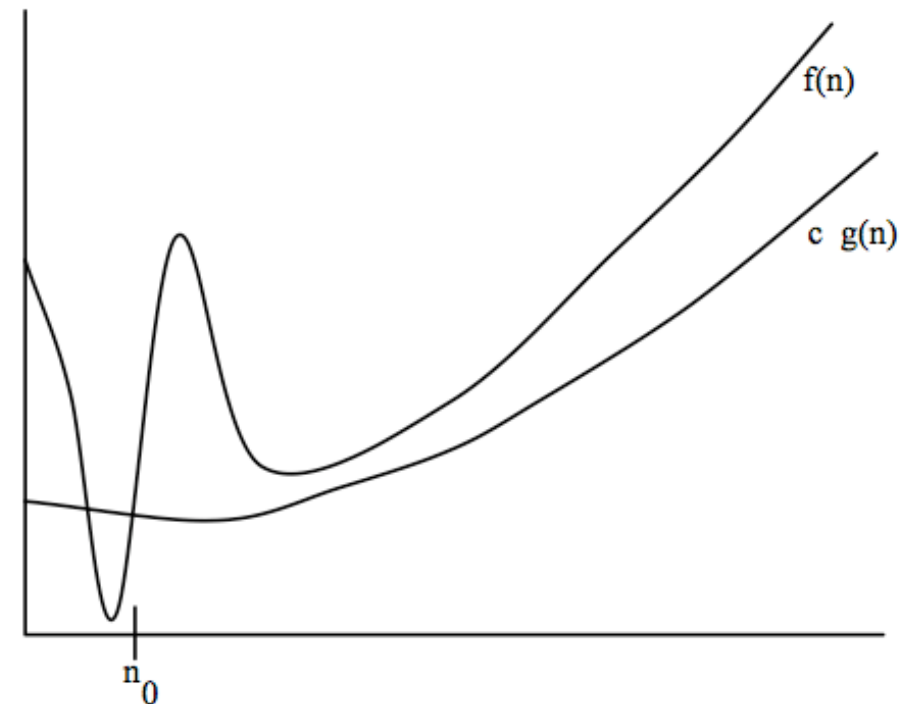


Figure 1.9:  $f(n) \in \Omega(g(n))$



# Eigenschappen + Opmerkingen

Voor alle functies  $f$  en  $g$  geldt:

$f \in \Theta(g)$  als en slechts als  $f \in \Omega(g)$  én  $f \in O(g)$

Let soms toch op:

- In zeldzame gevallen zitten er heel grote constanten in  $\Theta$ ,  $\Omega$  en  $O$ -expressies verborgen
- $\Theta$ ,  $\Omega$  en  $O$  zijn enkel nuttig om functies van *verschillende* orde te vergelijken. Eén algoritme van  $O(n)$  kan toch véél sneller zijn dan een ander van  $O(n)$ .

# Rekenregels

- $O(c.f) = O(f)$  voor constanten  $c$ 
  - Gevolg:  $O(c) = O(1)$
  - Gevolg:  $O(\log_a(n)) = O(\log_b(n))$
- Enkel dominante termen tellen mee:  
 $O(t_1(n) + t_2(n)) = O(\max(t_1(n), t_2(n)))$

waarbij:

$$1 < \log(n) < \sqrt{n} < n < n \cdot \log(n) < n^{k-1} < n^k < 2^n < n!$$

# Analyse van Scheme Expressies

$O(f_{(\text{set! } v \ E)}(n))$	$= O(1) + O(f_E(n)) = O(f_E(n))$
$O(f_{(\text{set-car! } c \ E)}(n))$	$= O(f_{(\text{set-cdr! } c \ E)}(n))$ $= O(f_E(n))$
$O(f_{(\text{lambda } \text{lst } \text{body})}(n))$	$= O(1)$
$O(f_{(\text{define } n \ E)}(n))$	$= O(f_E(n))$
$O(f_{(\text{let } ((v1 \ e1) (v2 \ e2) \dots (vn \ en) \ b1 \ b2 \dots bk)}(n))$	$= O(\max_i(f_{ei}(n)) + \max_j(f_{bj}(n)))$ $= O(\max_{\{i,j\}}\{f_{ei}(n), f_{bj}(n)\})$
$O(f_{(\text{begin } e1 \dots en)}(n))$	$= O(f_{e1}(n) + \dots + f_{en}(n))$ $= O(\max_i(f_{ei}(n)))$
$O(f_{(\text{cond } ((c1 \ a1) \dots (cn \ an)))}(n))$	$= O(\max_i\{f_{ci}(n), f_{ai}(n)\})$
$O(f_{(\text{if } c \ t \ e)}(n))$	$= O(\max\{f_c(n), f_t(n), f_e(n)\})$
$O(f_{(p \ a1 \dots an)}(n))$	$= O(1) + O(f_{ai}(n)) + \dots + O(f_{an}(n))$
voor $p \in \{+, -, \text{and}, \text{or}, \text{eq?}, \text{vector-ref}, \text{vector-set}, \text{car}, \text{cdr}, \dots\}$	
$O(f_{(f \ a1 \dots an)}(n))$	$= O(f_f(n) + f_{a1}(n) + \dots + f_{an}(n))$

**$\text{list} \rightarrow X, X \rightarrow \text{list}, \text{string-append}, \dots \in O(n)$**

# De named let

```
(define (fac n)
  (let fac-loop
    ((result 1)
     (factor n))
    (if (= factor 0)
        result
        (fac-loop (* result factor) (- factor 1)))))
```

```
(define (fac n)
  (define (fac-loop result factor)
    (if (= factor 0)
        result
        (fac-loop (* result factor) (- factor 1))))
  (fac-loop 1 n))
```

Dus de performantiekenarakteristiek zoeken is equivalent aan de analyse van een (recursieve) procedure.

# Analyse van Scheme Procedures

Voor niet-rekursieve Scheme procedures:  
Bepaal  $O$  voor alle deexpressies van de  
body en neem de som, t.t.z. het maximum.

```
(define (weird vector)
  (define len (vector-length vector))
  (if (odd? len)
      (a-linear-function len)
      (a-quadratic-function len)))
```

$$f_{\text{weird}} \in O(n^2)$$

# Analyse van Scheme: Recursie

```
(define (fac n)
  (if (= n 0)
      1
      (* n (fac (- n 1)))))
```

Recurrentievergelijkingen

$$f_{\text{fac}}(n) = 1 + f_{\text{fac}}(n-1)$$



Vuistregel: voor een recursieve Scheme procedure bepaal je  $O(b(n))$  voor de body en bepaal je  $O(r(n))$  voor het aantal recursieve oproepen. De procedure is dan  $O(b(n).r(n))$

$b_{\text{fac}}(n) \in O(1)$   
 $r_{\text{fac}}(n) \in O(n)$   
Dus:  
 $f_{\text{fac}}(n) \in O(n)$

# Voorbeelden

```
(define (fib1 n)
  (if (< n 2)
      1
      (+ (fib1 (- n 1)) (fib1 (- n 2))))))
```

$$b_{\text{fib1}}(n) \in O(1)$$

$$r_{\text{fib1}}(n) \in O(2^n)$$

Dus:

$$f_{\text{fib1}}(n) \in O(2^n)$$

Eigenlijk is:

$$f_{\text{fib1}}(n) \in \Theta(\phi^n)$$

```
(define (fib2 n)
  (define (iter n a b)
    (if (= n 0)
        b
        (iter (- n 1) b (+ a b))))
  (iter n 0 1))
```

$$b_{\text{iter}}(n) \in O(1)$$

$$r_{\text{iter}}(n) \in O(n)$$

Dus:

$$f_{\text{iter}}(n) \in O(n)$$

# Meerdere Parameters

```
(define (sum n m)
  (if (= n 0)
      m
      (+ 1 (sum (- n 1) m))))

(define (times n m)
  (if (= m 1)
      n
      (sum n (times n (- m 1)))))
```

$$b_{\text{sum}}(n,m) \in O(1)$$

$$r_{\text{sum}}(n,m) \in O(n)$$

Dus:

$$f_{\text{sum}}(n,m) \in O(n)$$

$$b_{\text{times}}(n,m) \in O(n)$$

$$r_{\text{times}}(n,m) \in O(m)$$

Dus:

$$f_{\text{times}}(n,m) \in O(n.m)$$



# Analyse van Geheugenverbruik

Mensen vinden computers goed als die snel zijn en weinig kosten. Geheugen kost geld.

- De meeste algoritmen uit deze cursus zijn “in-place”: ze consumeren geen extra geheugen naast het geheugen ingenomen door de invoer.
- Als algoritmen tóch extra geheugen vragen, meten we dat op dezelfde manier als tijd:  $\Theta$ ,  $\Omega$  en  $O$

$\text{fib1} \in \Theta(n)$   
 $\text{fib2} \in \Theta(1)$

# Hoofdstuk 1

1.1 Data en Dataconstructoren

1.2 Algoritmen en Algoritmische Constructoren

1.3 Procedurele Abstractie en Proceduretypes

1.4 Data abstractie en ADT's

1.4.1 ADTs implementeren in Scheme

1.4.2 Abstractie vs. Genericiteit

1.4.3 Het Dictionary ADT

1.5 Het meten van performantie

1.5.1 Het meten van snelheid

1.5.2 Grote O

1.5.3 Grote O en Scheme Expressies

1.5.4 Grote O en Scheme Procedures

1.5.5 Het meten van geheugenverbruik

