MASD Assignment 5

hfc635
wqm216
wgh762

October 2021

1

1)

Da sandsynligheden for krone er $\frac{1}{2}$ og sandsynligheden for at kaste 4 eller under med en terning er $\frac{4}{6}$ eller $\frac{2}{3}$ kan vi udtrykke sandyndligheden ved:

$\frac{1}{2} * \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

2)

Mulige tilfælde for kast, hvor summen af det første og andet kast giver 4 kan udtrykkes ved:

$P(X_1, X_2) = P(1,3) + P(2,2) + P(3,1)$

Det vil sige at vi blot skal bruge vores tabel til at regne sandsynligheden ud for hver af disse tilfælde og ligge dem sammen.

$\frac{107}{1000} * \frac{52}{1000} + \frac{195}{1000} * \frac{195}{1000} + \frac{52}{1000} * \frac{107}{1000} = 2(\frac{107}{1000} * \frac{52}{1000}) + \frac{195}{1000}^2 = 0,049153$

3)

Sandsynligheden for at det første kort er en af disse fire er $\frac{4}{52}$, da der er 4 mulige kort det kan være ud af 52 kort. Sandsyndligheden for at det andet kort vi trækker er en af de fire givet at det første var en af de fire er $\frac{3}{51}$, da vi har 3 muligheder ud af 51 kort. Tredje og fjerde kort følger samme logik. Dermed kan man udtrykke sandsynligheden ved :

$\frac{4}{52} * \frac{3}{51} * \frac{2}{50} * \frac{1}{49} = \frac{1}{270725} = 0,00000369378$

2

1)

Eftersom mængden af tal der i A_i svarer til den største værdi i A divideret med i, (fordi division er i bund og grund måden man finder svaret på "hvor mange gange går x op i y?") så kan mængderne i hver findes på følgende måde: (Dette virker dog kun fordi A er en talrække fra 1 til 50. Dette ville ikke virke hvis det var en talrække med tal der forekommer mere end en gang)

$|A_2| = \lfloor \frac{50}{2} \rfloor = 25$

$|A_3| = \lfloor \frac{50}{3} \rfloor = 16$

$|A_4| = \lfloor \frac{50}{4} \rfloor = 12$

2)

Givet at det er symbolet for 'eller' brugt i spørgsmålet, så ville svaret være summen af værdierne, fundet ved at bruge samme metode som i del-opgave a), altså:

$$|A_2 \cup A_3 \cup A_7| = \lfloor \frac{50}{2} \rfloor + \lfloor \frac{50}{3} \rfloor + \lfloor \frac{50}{7} \rfloor = 25 + 16 + 7 = 48$$

3

1)

Her kan man betragte det som at finde ud af hvor mange kombinationer af der er af et set som indeholder 10 og 5 og har kardinalitet 10. Vi har derfor 98 mulige valg til 8 pladser, men uden at tillade gentagelser. Dvs. at vi skal bruge uordnet udvælgelse uden gentagelser:

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$\binom{n=98}{k=8} = \frac{98!}{8!(98-8)!} = 157366449604$

2)

Da vi har 3 tilfælde af S, 3 af T, 1 af A, 2 af I og 1 af C kan dette udregnes ved at først at at placere de 3 S'er på en af de 10 pladser, derefter placere de 3 T'er på de resterende 7 pladser osv. Dette vil altså give os permationer med netop disse bogstaver. Til sidst skal vi trække 1 fra, da vi ikke er interesseret i tilfældet "STATISTICS", da vi antager at ordet selv ikke er sit eget anagram.

$$\binom{10}{3} * \binom{7}{3} * \binom{4}{1} * \binom{3}{2} * \binom{1}{1} - 1 = \frac{10!}{(3!(10-3)!} * \frac{7!}{3!(7-3)!} * \frac{4!}{1!(4-1)!} * \frac{3!}{2!(3-2)!} * \frac{1!}{1!(1-1)!} - 1 = 50399$$

3)

Vi har et lige antal gæster $n \geq 20$, hvoraf k af dem er kvinder og $n - k$ er mænd når $10 \leq k \leq n$. Vi invitere nu halvdelen.

Med nøjagtigt 10 kvinder tilstede

Da vi har præcis 10 kvinder, kan vi sige at alle pladser efter de 10 første må være mænd. Derfor har vi kun 1 mulighed. Vi kan opstille løsningen således, hvor n = 1 og k $\geq \frac{20}{2} - 10$:

$$\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{1+k-1}{1-1} = \binom{k}{0} = \frac{k!}{0!(k-0)!} = \frac{k!}{k!} = 1$$

Det vil sige at der kun er en løsning med 10 kvinder tilstede.

Med mindst 10 kvinder tilstede

Vi opstiller løsningen således, hvor n = 2 og k $\geq \frac{20}{2} - 10$:

$$\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{2+k-1}{k!(1-k)!} = \frac{1+k!}{k!(1-k)!}$$

4)

Vi har $(x_1, x_2 ... x_6) = 50$ og skal finde alle unikke løsninger, vi stater med at sætte n = 50 og k = 6. Dette kan opskrives således:

$$\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{50+6-1}{6-1} = \binom{55}{5} = \frac{55!}{5!(55-5)!} = 3478761$$

Derved kan vi se at vi har 3478761 unikke løsninger