$y^7 + y^6 + 2y^5 + 10y^4 + 13y^3 + 5y^2 = 0 \rightarrow$ Ecuación diferencial

$y' - 6y = 5e^{6x} \cdot y^4 \rightarrow$ Ecuación diferencial de 1.er orden (BERNOULLI)

$\rightarrow y' = 6y + 5e^{6x} \cdot y^{4} \rightarrow \alpha = 4$

$p(x) = 6 \quad q(x) = 5e^{6x}$

Se trata de una ecuación de Bernoulli y sabemos que $z = y^{+1-\alpha}$ y como

$z' (1-\alpha) \cdot p(x) \cdot z + (1-\alpha) \cdot q(x)$, entonces

$z' = (1-4) \cdot 6z + (1-4) \cdot 5e^{6x} \rightarrow \boxed{z' = -18z - 15e^{6x}}$

$\boxed{1}$ $z_h' = -z_h$

Resolvemos la ecuación lineal.

$y' = -18y - 15e^{6x} \begin{cases} p(x) = -18 \\ g(x) = -15e^{6x} \end{cases} \rightarrow y' = -18$

$\frac{dy}{dx} = -18y \cancel{-15e^{6x}} \rightarrow \int \frac{dy}{18y} = -\int \cancel{15e^{6x}} \cdot dx$

$\hookrightarrow \cancel{\frac{18y^2}{2} = 15e^{6x} + C} \rightarrow -\frac{1}{18} \log y = x + C \rightarrow e^{-\frac{1}{18}\log y} = e^{x+C}$

$\rightarrow \boxed{y^{-\frac{1}{18}} = e^x \cdot D} \rightarrow \boxed{y = e^{-18x} \cdot D}$

$\cdot\ y = e^{-18x} \cdot D(x) \Rightarrow \rightarrow y' = \frac{d}{dx}(e^{-18x} \cdot D(x))$

$\rightarrow \boxed{y' = e^{-18x} \cdot (-18) \cdot D(x) + D'(x) \cdot e^{-18x}}$

$\underbrace{-18e^{-18x} \cdot D(x) + D'(x) \cdot e^{-18x}}_{y'} = 5e^{6x} \cdot \underbrace{(e^{-18x} \cdot D(x))^2}_{y^2} + 6 \cdot \underbrace{(e^{-18x} \cdot D(x))}_{y}$

$\begin{cases} \cdot\ D(x) = \\ \cdot\ D'(x) = \end{cases}$

5). $\begin{cases} y' + xy = 3xe^{x^2} \\ y(0) = 2 \end{cases}$ $\longrightarrow$ Ecuación diferencial 1º Orden (LINEAL)

$y' + xy = 0 \longrightarrow y' = -xy \longrightarrow \frac{dy}{dx} = -xy \longrightarrow \frac{dy}{y} = -x \cdot dx$

$\longrightarrow \int \frac{dy}{y} = \int -x \cdot dx \Rightarrow \log y = -\frac{x^2}{2} + C$

$\hookrightarrow e^{\log y} = e^{-\frac{x^2}{2} + C} \longrightarrow \boxed{y = e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot D}$

$\cdot\ y = e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot D(x) \longrightarrow y' = \frac{d}{dx}\left(D(x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}\right) = D'(x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} + e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot (-x) \cdot D(x)$

$y' = -xy$ $\hookrightarrow y' = D'(x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} + D(x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot (-x)$

$D'(x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} + \cancel{D(x) \cdot -xe^{-\frac{x^2}{2}}} = \cancel{-x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot D(x)} + 3xe^{x^2}$

$\rightarrow D'(x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} = 3x \cdot e^{x^2} \rightarrow \{D'(x) = 3x \cdot e^{\frac{3}{2}x^2}$

Dx$\int 3x \cdot e^{\frac{3}{2}x^2}\, dx = e^{\frac{3}{2}x^2} + C$

$y = e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \left(e^{\frac{3}{2}x^2} + C\right) = e^{x^2} + e^{-\frac{x^2}{2}} C$ Para $y(0) = 2$

$C = 1$

$\boxed{y = e^{x^2} + e^{-\frac{x^2}{2}}}$