Nichtmonotone Systeme der deontischen Logik und ihre Bedeutung für die Behandlung bedingter Normen

DISSERTATION
zur Erlangung des Doktorgrades
an der Kultur- und Gesellschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Universität Salzburg

eingereicht von
ROGER BONATI

Salzburg 2005

Diese Dissertation entstand unter der Leitung von Herrn O.Univ.Prof.Dr. Edgar Morscher, Zweitgutachter ist Herr O.Univ.Prof.Mag.Dr. Reinhard Kleinknecht.

Ich danke Herrn Morscher für seinen Einsatz und die große Geduld, mit der meine Arbeit von ihm betreut wurde. Seine Ratschläge und die hilfreiche Kritik waren ein maßgeblicher Einfluss. Auch Herrn Kleinknechts Verbesserungsvorschläge wurden von mir sehr dankbar aufgenommen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Univ.-Ass.Mag.DDr. Hannes Leitgeb für seine überaus wertvollen Anregungen, sowie Frau Anneliese Müller: ihre Hilfsbereitschaft bei der Korrespondenz und ihre Ermunterungen waren für mich stets eine Motivation.

An dieser Stelle möchte ich auch meinen Eltern und meiner Freundin für ihren Beistand meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Bei vielen in der Alltagsprache formulierten Normsätzen handelt es sich um bedingte Normen. Unabhängig davon, ob es um eine Diskussion moralischer Themen in der Ethik, um eine juristische Interpretation von Rechtsinhalten oder um eine allgemeine Erörterung von Vorschriften geht: Für das Problem der Repräsentierung einer bedingten Norm in der deontischen Standardlogik (SDL)[1] gibt es keine letztendlich befriedigenden Lösungsansätze. Da das Problem der Darstellung bedingter Normen in SDL auch mit den bekannten Paradoxien von SDL zusammenhängt, lohnt es sich, die wichtigsten Paradoxien ausführlich zu diskutieren.[2] Im ersten Abschnitt dieser Arbeit werden die klassischen Ansätze, wie man bedingte Normen in SDL darstellen kann, vorgestellt und kritisiert. Dabei wird eine erste grobe Unterscheidung unternommen zwischen Systemen mit einstelligen Operatoren und Systemen, die eine zweistellige Operatorensyntax verwenden. Allerdings werden auch durch die Verwendung von zweistelligen Operatoren nicht alle Probleme gelöst. Im zweiten Teil werden zwei moderne *nichtmonotone* Lösungsansätze für diese Probleme der deontischen Logik vorgestellt und besprochen. Für die Diskussion dieser Systeme erweist es sich als sinnvoll, zunächst einen allgemeinen Überblick über nichtmonotone Logiken zu geben.

BEMERKUNG 1 (VORBEMERKUNG)
In den Zitaten dieser Arbeit passe ich die Symbole des Originals stillschweigend unserer Notation an.

[1] Ich werde im weiteren Verlauf dieser Arbeit auf das System der deontischen Standardlogik mit ‘SDL’ Bezug nehmen.

[2] Bei den meisten diskutierten Paradoxien kommen in den Prämissen bedingte Normen vor.

Teil I

Bedingte Normen in den Standardsystemen der deontischen Logik

Kapitel 1

Bedingte Normsätze in der Ethik und im Recht

1.1 Verschiedene Typen von Normsätzen

1.1.1 Normsatz

Ein Normsatz ist im allgemeinen ein beliebiger Satz einer Sprache, in dem eine normative Phrase vorkommt, die nicht durch eine epistemische oder eine andere intensionale Phrase wie z.B. “Hans glaubt, daß”, “Peter weiß, daß” oder “Im Mittelalter war es der Fall, daß” neutralisiert wird.[1] Ein Beispiel ist:

> Peter soll sein Versprechen halten.

Präzise kann man diesen Begriff aber nur im Rahmen einer reglementierten Sprache definieren, wie sie in den folgenden Kapiteln vorgestellt wird. Wir werden im Verlauf dieses Abschnitts zwei Sprachen dieser Art - SDL und SDL_2 - kennenlernen. In beiden Sprachen kommen Normoperatoren vor, in SDL $\mathbf{O}$, $\mathbf{F}$ und $\mathbf{P}$ und in SDL_2 die zweistelligen Varianten dieser Operatoren. Man kann in einer formalen deontischen Sprache folgende Repräsentierung von normativen Phrasen der Alltagssprache vornehmen:

- Das Zeichen ‘$\mathbf{O}$’ steht für “es ist geboten, daß gilt:”

[1] Vgl. [Morscher, 1996].

- Das Zeichen '**F**' steht für "es ist verboten, daß gilt:"

- Das Zeichen '**P**' steht für "es ist erlaubt, daß gilt:"

Die genaue Syntax und Semantik dieser Operatoren wird zwar erst bei der Vorstellung der deontischen Systeme behandelt, wir können aber bereits festhalten, was eine *normative Formel einer deontischen Sprache* ist und wie wir diesen Begriff weiter differenzieren können:

DEFINITION 1 (NORMATIVE FORMEL)

- Eine *normative Formel* einer deontischen Sprache $\mathcal{L}_D$ ist eine Formel α von $\mathcal{L}_D$, in der ein Normoperator von $\mathcal{L}_D$ vorkommt. [2]

- Eine *rein normative* Formel einer deontischen Sprache $\mathcal{L}_D$ ist eine wff α von $\mathcal{L}_D$, bei der sich jede atomare Formel, die in α vorkommt, an jeder Stelle ihres Vorkommens im Bereich eines Normoperators von $\mathcal{L}_D$ befindet.

- Eine *gemischt normative* Formel einer deontischen Sprache $\mathcal{L}_D$ ist eine normative Formel von $\mathcal{L}_D$, die nicht rein normativ ist.[3]

1.1.2 Imperativsätze

Ein Imperativ ist ein spezieller Normsatz, nämlich ein solcher, der nur ein einfaches Gebot oder Verbot ausdrückt:

> Erschieß den Verräter!

In der Alltagssprache haben Imperative gewisse grammatische Eigenheiten, von denen wir hier absehen, weil wir uns weitgehend innerhalb von formalen Sprachen bewegen.

[2] In allen behandelten Systemen dieser Arbeit kommen außer den deontischen Operatoren keine weiteren - eventuell neutralisierenden - Operatoren vor, insbesondere keine epistemischen Operatoren. Aus diesem Grund können wir bei unserer Definition auf die Einschränkung verzichten, daß der Normoperator nicht im Bereich eines neutralisierenden Operators steht.

[3] Eine Formel einer deontischen Sprache $\mathcal{L}_D$ ist also nicht normativ gdw sie weder rein noch gemischt normativ ist.

Dennoch ist es immer noch nicht leicht, die Menge der Imperative einer normativen Sprache genau und adäquat zu bestimmen. Da aber in dieser Arbeit oft von Systemen für Imperative die Rede ist, will ich hier festlegen, daß ein Imperativ einer normativen Sprache $\mathcal{L}_D$ eine normative Formel α mit folgenden Vereinbarungen ist:[4]

DEFINITION 2 (IMPERATIVFORMEL)

1. Für Formeln α einer Sprache mit einem einstelligen deontischen Operator gilt:

   - Eine Formel α ist eine *Imperativformel* gdw gilt: α ist von der Form '$\mathbf{O}\beta$' oder '$\mathbf{O}\neg\beta$', wobei β atomar ist.

2. Für Formeln α einer Sprache mit einem dyadischen Operator gilt:[5]

   - Eine Formel α ist eine *Imperativformel* gdw gilt: α ist von der Gestalt '$\mathbf{O}(\beta/\gamma)$' oder '$\mathbf{O}(\neg\beta/\gamma)$', wobei β atomar und γ eine beliebige Formel nicht normativer Gestalt ist.

1.1.3 Bedingte Norm

Für Franz von Kutschera ist eine bedingte Norm eine Norm, die "nur unter bestimmten Bedingungen" gilt.[6] Seine Beispiele lauten: "Wenn Fritz krank ist, soll Hans ihn besuchen" und "Wenn das Vermögen von Herrn Kunze eine bestimmte Summe überschreitet, muß er Vermögenssteuer zahlen". Hans Lenk weist auf die Verwendung von bedingten Normen im Alltag hin:[7]

> In Rechts- und Moralkodizes sind die meisten Normsätze bedingt, d.h., nur unter bestimmten Bedingungen ist die durch die Normvorschrift gekennzeichnete Handlung auszuführen. So lautet etwa § 965 BGB: "Wer eine verlorene Sache findet und an sich nimmt, hat dem Verlierer oder dem Eigentümer oder einem sonstigen Empfangsberechtigten unverzüglich Anzeige zu

[4]Die beiden folgenden Definitionen von *Imperativformel* haben nur wenig mit dem zu tun, was man üblicherweise unter einem Imperativ versteht. Sie dienen nur dem technischen Zweck, für eine wichtige Gruppe von Formeln einen gemeinsamen Terminus einzuführen, der in der Literatur üblich ist, auf die im Folgenden Bezug genommen wird.

[5]Bei Systemen mit dyadischen Operatoren muß hier eine gewisse willkürliche Abstraktion vorgenommen werden: Bei einem Imperativ der Gestalt '$\mathbf{O}(\beta/\gamma)$' darf das Antecedens γ eine beliebig komplexe Formel sein, sofern in γ kein Normoperator vorkommt.

[6][von Kutschera, 1973, S. 24]

[7][Lenk, 1974, S. 112, Hervorhebung von mir.]

machen". Diese für alle bürgerlichen Rechtspersonen gültige Gesetztesnorm gibt eine Handlungsanweisung nur für den Fall, daß jemand eine verlorene Sache findet und an sich nimmt. *Nur bei Erfüllung der Bedingung ist die Vorschrift anwendbar.*

In SDL gibt es genau zwei Wege, wie man eine bedingte Norm darstellen kann: $\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta$ und $\mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta)$. Ich nenne hierbei α das *Antecedens* und β das *Konsequens* der bedingten Norm. Für die Verknüpfung von Antecedens und Konsequens einer bedingten Norm finden in den übrigen Systemen dieser Arbeit unterschiedliche Konditionale Verwendung: in der dyadischen deontischen Logik und im System von Horty der mit '$/$' bezeichnete konditionale Junktor eines zweistelligen - dyadischen - Normoperators $\mathbf{O}(\alpha/\beta)$ und im System von Asher und Bonevac die nichtmonotonen konditionalen Junktoren der Gestalt '$>$' und '$>_{\mathbf{O}}$'.

DEFINITION 3 (BEDINGTE NORMEN IN DER DEONTISCHEN LOGIK)

1. Bedingte Norm in SDL

   - Eine Formel α ist eine *bedingte Norm von SDL gemäß Repräsentierung 1* gdw gilt: α ist von der Form '$\mathbf{O}(\beta \rightarrow \gamma)$'.
   - Eine Formel α ist eine *bedingte Norm von SDL gemäß Repräsentierung 2* gdw gilt: α ist von der Form '$\beta \rightarrow \mathbf{O}\gamma$'.

2. Bedingte Norm in SDL_2

   - Eine Formel α ist eine *bedingte Norm von* SDL_2 gdw gilt: α ist von der Form '$\mathbf{O}(\gamma/\beta)$'.

1.2 Gültigkeit einer Norm

Gemäß dem Nonkognitivismus kann eine Norm weder wahr noch falsch sein; die Kognitivisten behaupten dagegen, daß einer Norm ein üblicher Wahrheitswert zugeordnet werden kann. Ich will mich nicht auf eine Diskussion dieser Theorien einlassen; ohne für eine dieser Positionen Partei ergreifen zu wollen, lege ich fest, daß eine Norm *gültig* oder *ungültig* sein kann.

1.2.1 Gültigkeit von Normen schlechthin

In der Semantik von SDL wird die Gültigkeit von Normen auf Welten relativiert: Man sagt, daß eine Norm $\mathbf{O}\alpha$ in einer Welt w eines Modells M gültig ist, wenn α gemäß M in allen von w aus gesehen idealen Welten wahr ist. Eine Norm von SDL_2 der Gestalt '$\mathbf{O}(\beta/\alpha)$' ist gültig in einem Modell M, wenn β gemäß M in allen idealen α-Welten wahr ist.[8]

In SDL und SDL_2 ist für eine Norm charakteristisch, daß ihre Gültigkeit bzw. Ungültigkeit im Rahmen eines Modells schlechthin festgelegt ist. Es ist nicht möglich, daß die Gültigkeit der Norm in irgendeiner Weise "aufgehoben" wird.[9]

1.2.2 Prima facie gültige Normen und aktual gültige Normen

William David Ross erörterte als erster die Möglichkeit, daß eine Norm nicht "schlechthin", sondern lediglich "prima facie" gültig sein kann. Zur Veranschaulichung listet er Verpflichtungen von Menschen zueinander auf, die er für prima facie gültig hält: die Beziehungen zwischen Gläubiger und Schuldner, Versprechengeber und Versprechensadressat, Ehemann und Ehefrau, Eltern und Kind, Freund und Freund, Landsmann und Landsmann und viele weitere sind für ihn Quellen von prima-facie-Pflichten:[10]

> [...] each of these relations is the foundation of a *prima facie* duty, which is more or less incumbent on me according to the circumstances of the case.

Beispielsätze mit prima-facie-gültigen Normen lassen sich leicht finden:

- Man soll seine Schulden begleichen!
- Ein gegebenes Versprechen ist zu halten!
- Man soll seinem Ehepartner beistehen!
- Man soll sich um sein Kind kümmern!

[8] Eine präzise Definition der Semantik für Normformeln wird bei der Diskussion der Systeme SDL und SDL_2 vorgestellt.

[9] Vgl. Definition (17), S. 47.

[10] Eine "Norm schlechthin" ist für Ross eine Norm "sans phrase", vgl. [Ross, 1930, S. 19ff.]. Dort befinden sich auch viele der hier vorgestellten Beispiele.

- Man soll einem Freund zu Hilfe kommen!
- Man soll seinem Landsmann beistehen!
- Man darf nicht töten!
- Man soll sich um alle seine Mitmenschen sorgen!
- Nie wieder Krieg!

In dem folgenden, auf einer Internetseite gefundenen Gedankenexperiment wird die Gültigkeit der moralischen Verpflichtung, nicht zu lügen, an einem drastischen Beispiel diskutiert:[11]

> What if the only way to prevent physical injury to an innocent person is through telling a lie? Consider the case of Anne Frank.
>
> Solution: Deny that moral rules are absolute; state rather that they hold prima facie or "other things being equal." This means that nothing other than another moral rule could override them. It would not be justified to ignore a moral duty because I found it inconvenient, or because I did not want to do what it dictates. The weightier or more stringent rule takes precedence.

Ich nenne eine Norm, die prima facie gültig ist, einfach eine *prima-facie-Norm*. Im Kontrast zu einer prima-facie-Norm ist eine aktuale Norm - Ross nennt dies eine *duty proper* - eine Norm, die nicht von einer anderen Norm aufgehoben wird. Er identifiziert prima-facie-Pflichten mit solchen Pflichten, die genau dann echte Pflichten sind, wenn sie nicht von einer anderen Pflicht aufgehoben werden:[12]

> I suggest '*prima facie* duty' or 'conditional duty' as a brief way of referring to the characteristic (quite distinct from that of being a duty proper) which an act has, in virtue of being of a certain kind (e.g. the keeping of a promise) of being an act which would be a duty proper if it were not at the same time of another kind which is morally significant.

[11] Siehe die Internetseite: http://itc.utk.edu/graber/primafacie.html
[12] Vgl. [Ross, 1930, S. 19ff].

Nach Ross ist die Bewertung einer prima-facie-Norm nur relativ zu einem Umstand möglich. Welche von zwei konkurrierenden prima-facie-Pflichten bei einem Normkonflikt zu einer echten Pflicht geadelt wird, ist letztendlich eine Frage der Gewichtung:[13]

> When I am in a situation, as perhaps I always am, in which more than one of these *prima facie* duties is incumbent on me, what I have to do is study the situation as fully as I can until I form the considered opinion (it is never more) that in the circumstances one of them is more incumbent than any other; then I am bound to think that this *prima facie* duty is my duty *sans phrase* in the situation.

Während die Unterscheidung der bedingten Normen von allen anderen Normen syntaktischer Art ist, handelt es sich bei der Unterscheidung zwischen prima-facie-Normen und aktualen Normen um eine semantische Unterscheidung. Diese Unterscheidung läßt sich weder in SDL noch in SDL_2 ausdrücken, wohl aber im System von Asher und Bonevac.

1.2.3 Primäre und sekundäre Normen

Wir führen jetzt eine weitere Unterscheidung ein, nämlich diejenige zwischen primären und sekundären Normen. Dabei können wir eine beliebige prima-facie-Norm zunächst einmal zugleich auch als *primäre Norm* auffassen. Wird unter einem gegebenen Umstand α eine solche primäre Norm N aufgehoben bzw. außer Kraft gesetzt[14] und tritt an Stelle der primären Norm eine andere Norm in Kraft, so will ich diese Norm eine *relativ zur primären Norm N und zum Umstand α sekundäre Norm* oder einfach *sekundäre Norm* nennen.

1.3 Bedingte Normen im Alltag und einige ethische Maximen

Ich will die folgenden Beispiele in bestimmten Gruppen bündeln:

[13] Ebenda.

[14] Auf Seite 112 wird eine Möglichkeit vorgestellt, wie man die Redeweise des "außer Kraft setzens" formal definieren kann.

1.3.1 Bedingte Normen

Die folgende Norm ist sprachlich zwar als unbedingtes Gebot formuliert, aber sie läßt sich durchaus als bedingte Norm repräsentieren:
"Notleidenden ist zu helfen!"

- Wenn jemand in Not ist, soll ihm geholfen werden.

Das Gebot, ein Versprechen zu halten, kann man als eine bedingte Norm analysieren:

- Wenn man etwas versprochen hat, soll man sein Versprechen auch halten.

1.3.2 Prima-facie-Gebote

Charakteristisch für prima-facie-Gebote ist, daß es Ausnahmefälle gibt, in denen die genannte Norm aufgehoben wird. Ein Beispiel für eine unbedingte prima-facie-Norm ist:

- Du sollst nicht töten. Ausnahme: man tötet aus Notwehr.

Die meisten prima-facie-Normen sind allerdings bedingt:

- Wenn jemand in Not ist, soll ihm geholfen werden. Ausnahme: Die Umstände gestatten keine Hilfe.

In vielen Kontexten ist ein Versprechen ein typisches Beispiel nicht nur für eine bedingte Norm, sondern auch für eine bedingte prima-facie-Norm:

- Wenn man etwas versprochen hat, soll man sein Versprechen halten. Ausnahme: Die Umstände erlauben es nicht, etwa weil - wie unten in Beispiel (1) dargestellt - ansonsten eine anderes, wichtigeres Gebot nicht erfüllt werden kann, oder weil es - wie es in Beispiel (2) illustriert wird - unter den gegebenen Umständen unmöglich ist, das Versprechen zu erfüllen.

BEISPIEL 1 (PRIMA-FACIE-GEBOT)
Wenn ich meinem Arbeitskollegen versprochen habe, ein Frühstück zu besorgen, dann soll ich dies auch tun. Ausnahme: Auf dem Weg zur Arbeit erleidet ein Passant eine Herzattacke, so daß ich verpflichtet bin, ihm Hilfe zu leisten.

Beispiel 2 (prima-facie-Gebot)
Wenn ich meinem Bruder versprochen habe, ein Geschenk aus dem Urlaub mitzubringen, dann soll ich dies auch tun. Ausnahme: Ich habe kein Geld mehr, weil ich im Urlaub ausgeraubt wurde.

Mögliche Ausnahmen, unter denen eine prima facie gültige Norm nicht gültig ist, sind: Man versäumt durch Einhalten der Norm einer bedeutenderen Norm Folge zu leisten, oder man ist aus anderweitigen, gewichtigen Gründen nicht in der Lage, die Norm zu erfüllen.

1.3.3 Sekundäre Normen für den Fall, daß eine primäre Norm verletzt wurde

Die in diesem Abschnitt formulierten Normen sind Beispiele für einen sogenannten "contrary-to-duty" Imperativ.[15] Darunter versteht man eine Vorschrift, die für den Fall greift, daß bereits ein anderes "primäres" Gebot verletzt wurde. Dieser Fall kann freilich in einer deontisch perfekten Welt nicht auftreten, er ist aber in unserer aktualen Welt (die natürlich alles andere als deontisch perfekt ist) leider an der Tagesordnung.

Beispiel 3 (kontranormative Verpflichtung)
Peter soll seine Mutter besuchen, und wenn er dies tut, dann soll er ihr über sein Kommen Bescheid geben. Kommt er allerdings nicht, soll er auch nicht Bescheid geben, daß er kommt.

Beispiel 4 (kontranormative Verpflichtung)
Peter darf Maria nicht schwängern, und wenn Peter Maria nicht schwängert, braucht er sie auch nicht zu heiraten. Falls Peter Maria allerdings doch schwängert, soll er sie auch heiraten.

[15] R.M. Chisholm prägte mit diesem Begriff einen mittlerweile üblichen terminus technicus, den ich am ehesten mit "kontranormative Verpflichtung" wiedergeben würde.

Kapitel 2

Die Darstellung bedingter Normen in SDL und ihre Probleme

Die ersten Versuche, Aussagen mit normativen Phrasen in einer logischen Sprache zu formalisieren, wurden 1926 von Ernst Mally unternommen. Mally führte für sein System den Namen "Deontik" ein, dieses System hatte jedoch schwerwiegende Mängel und wurde in den folgenden Jahren nicht weiter diskutiert.[1] Erst 1951 konnte von Wright ein erstes funktionsfähiges System der deontischen Logik aufstellen, und von ihm stammt auch der Terminus "deontische Logik".[2] Dieses System entspricht nicht ganz dem heutigen Standardsystem, letzteres wurde aber ausgehend von dem System von Wrights entwickelt.

2.1 Die deontische Standardlogik SDL

2.1.1 Die Syntax von SDL

Ich beziehe mich bei der syntaktischen Vorstellung von SDL auf die Darstellung von Hughes & Cresswell; dort ist SDL als das System D beschrieben.[3]

Das Alphabeth von SDL:

1. abzählbar viele Satzvariablen: $p, q, r, ...$ etc.

[1] Vgl. die ausführliche Diskussion von Mallys System in [Morscher, 1998].
[2] [von Wright, 1951]
[3] Vgl. [Hughes and Cresswell, 1996, S. 43 ff.] und die Diskussion von SDL in [Morscher, 2002b].

2. Junktoren: $\neg, \rightarrow$

3. Hilfszeichen: $($, $)$

4. Ein Satzoperator: **O**

Die Formeln (wffs) von SDL:

atomare Formeln
Jede Satzvariable ist eine atomare wff.

molekulare Formeln

1. Formeln, die durch Anwendung einstelliger Operatoren entstehen:

   (a) ist α eine wff, dann ist auch $\neg\alpha$ eine wff.[4]

   (b) ist α eine wff, die keinen **O**- Operator enthält, dann ist auch $\mathbf{O}\alpha$ eine wff.

2. Formeln, die durch Anwendung des binären Junktors entstehen:

   sind α und β wff, dann ist auch $(\alpha \rightarrow \beta)$ eine wff.[5]

Definitionen:

1. $\alpha \vee \beta =_{df} \neg\alpha \rightarrow \beta$

2. $\alpha \wedge \beta =_{df} \neg(\alpha \rightarrow \neg\beta)$

3. $\mathbf{P}\alpha =_{df} \neg\mathbf{O}\neg\alpha$

4. $\mathbf{F}\alpha =_{df} \mathbf{O}\neg\alpha$

Ein *Argument in SDL* ist eine Folge $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ von durch Beistriche getrennten Formeln, gefolgt von einem Argumentzeichen '$\therefore$' und einer Formel β:

$$\alpha_1, \ldots, \alpha_n \therefore \beta$$

[4] Als Metavariablen für Formeln verwende ich kleine griechische Buchstaben. Als Metavariablen für Satzvariablen verwende ich ein mit einer Variablen indiziertes 'p ': p_i.

[5] Ich übernehme die Konvention, bei Formeln, die für sich alleine stehen, die äußeren Klammern zu vernachlässigen.

Die Formeln $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ nennt man hierbei die *Prämissen* des Argumentes und β die *Konklusion*.

2.1.2 Die Axiome und die Schlußregeln von SDL

Die Axiome von SDL:

Die tautologischen Axiome von SDL:

- A: Ist α eine tautologische Formel von SDL, dann ist α ein Axiom von SDL.[6]

Die deontischen Axiome von SDL:

1. D1: $\mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\mathbf{O}\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta)$
2. D2: $\mathbf{O}\alpha \rightarrow \neg\mathbf{O}\neg\alpha$

Die Schlußregeln von SDL:

Die fundamentalen Regeln von SDL:

1. Der Modus Ponens MP: $\frac{\alpha, \alpha \rightarrow \beta}{\beta}$
2. Die deontische Necessierungsregel DN: $\frac{\alpha}{\mathbf{O}\alpha}$

Abgeleitete Regeln von SDL:[7]

1. DN*: $\frac{\alpha \rightarrow \beta}{\mathbf{O}\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta}$[8]

---

[6]Man kann als aussagenlogische Axiome die übliche Fregebasis verwenden:

1. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
2. $(\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
3. $[\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)] \rightarrow [(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)]$

Da die AL vollständig ist, kann man jede allgemeingültige Formel der AL mit Hilfe von Modus Ponens und diesen drei Axiomen beweisen.

[7]Ich füge SUBST und DN* nur der Bequemlichkeit wegen meinem Regelsatz hinzu. Da ich zur Formulierung der Axiome Metavariablen für beliebige wffs verwende, könnte ich mich auf die Schlußregeln MP und DN beschränken, SUBST und DN* können mit diesen Regeln aus den genannten Axiomen abgeleitet werden.

[8]Vgl. Die Regel DR1 in [Hughes and Cresswell, 1996, S. 30].

2. Die Substitutionsregel SUBST:[9] $\frac{\alpha}{\alpha\frac{\beta_1,\ldots,\beta_n}{p_{i_1},\ldots,p_{i_n}}}$

2.1.3 Die Semantik von SDL

Da ich oft semantisch argumentiere, gebe ich zu obiger Syntax eine adäquate Semantik für SDL an. Darauf aufbauend werde ich die metalogisch wichtigen Begriffe der Semantik - *Erfüllung*, *Modell*, *Modell einer Formelmenge*, *Erfüllung einer Formelmenge*, *gültig* und *allgemeingültig* - im Anschluß definieren.

DEFINITION 4 (INTERPRETATION VON SDL)
Eine *Interpretation* I von SDL ist ein Tripel $\langle W, R, V\rangle$, für das gilt:

1. $W \neq \emptyset$[10]

2. R ist eine Relation mit $R \subseteq (W \times W)$. R ist *seriell* auf $W \times W$, d.h. für alle $w \in W$ gibt es mindestens ein $v \in W$, so daß wRv.

3. V ist eine zweistellige Funktion mit Formeln $\alpha \in$ SDL an erster Stelle und Welten $w \in W$ an zweiter Stelle. V hat folgende Eigenschaften:

   (a) $V(\alpha, w) \in \{0, 1\}$ für alle Welten $w \in W$ und atomaren Formeln α.

   (b) $V(\neg\alpha, w) = 1$ gdw $V(\alpha, w) = 0$.

   (c) $V(\alpha \rightarrow \beta, w) = 0$ gdw $V(\alpha, w) = 1$ und $V(\beta, w) = 0$.

   (d) $V(\mathbf{O}\alpha, w) = 1$ gdw für alle $v \in W$ mit wRv gilt: $V(\alpha, v) = 1$.

---

[9] $\alpha\frac{\beta_1,\ldots,\beta_n}{p_{i_1},\ldots,p_{i_n}}$ ist diejenige Formel, die aus α dadurch entsteht, daß simultan jedes Vorkommnis von p_{i_k} in α durch β_k für $k = 1, \ldots, n$ ersetzt wird, falls p_{i_k} in α überhaupt vorkommt. Die Satzvariablen $p_{i_1}, \ldots, p_{i_n}$ von α sind dabei paarweise verschieden.

[10] W ist die Menge der "möglichen Welten".

2.1.4 Metalogische Definitionen für SDL

2.1.4.1 Semantische Definitionen der Metalogik von SDL

DEFINITION 5 (ERFÜLLUNG EINER FORMEL)
Eine Interpretation $I = \langle W, R, V \rangle$ von SDL[11] *erfüllt* eine Formel α in einer Welt $w \in W$ gdw $V(\alpha, w) = 1$, d.h.:

$$\models_{I,w} \alpha \text{ gdw } V(\alpha, w) = 1$$

Wenn eine Interpretation I eine Formel α in einer Welt w erfüllt (d.h.: wenn $\models_{I,w} \alpha$), dann sagt man auch: Das geordnete Paar $\langle I, w \rangle$, bestehend aus der Interpretation $I = \langle W, R, V \rangle$ und einer Welt $w \in W$, ist ein *Modell* von α.[12]

DEFINITION 6 (ERFÜLLUNG EINER FORMELMENGE)
Eine Interpretation *I erfüllt eine Formelmenge Γ in einer Welt $w \in W$* gdw für alle Formeln $\alpha \in \Gamma$ gilt: $V(\alpha, w) = 1$, d.h.:

$$\models_{I,w} \Gamma \text{ gdw für alle } \alpha \in \Gamma \text{ gilt: } \models_{I,w} \alpha$$

Wenn eine Interpretation I eine Formelmenge Γ in einer Welt w erfüllt (d.h.: wenn $\models_{I,w} \Gamma$), dann sagt man auch: Das geordnete Paar $\langle I, w \rangle$, bestehend aus der Interpretation $I = \langle W, R, V \rangle$ und einer Welt $w \in W$, ist ein *Modell* von Γ.[13]

DEFINITION 7 (GÜLTIGKEIT EINER FORMEL UNTER EINER INTERPRETATION)
Eine Formel α von SDL ist *gültig unter einer Interpretation I* gdw für jede Welt $w \in W$ gilt: $V(\alpha, w) = 1$, d.h.:

$$\models_I \alpha \text{ gdw für alle } w \in W \text{ gilt: } \models_{I,w} \alpha$$

DEFINITION 8 (ALLGEMEINGÜLTIGKEIT)
Eine Formel α von SDL ist *allgemeingültig* gdw für jede Interpretation I gilt: α ist gültig unter I, d.h.:

$$\models \alpha \text{ gdw für alle } I \text{ gilt: } \models_I \alpha$$

[11]Bei den Definitionen der folgenden semantischen Begriffe können wir die Relativierung auf SDL vernachlässigen, weil sie sich aus dem jeweiligen Kontext von selbst ergibt.

[12]Wenn es für eine Formel α eine Interpretation I und eine Welt $w \in W$ gibt, so daß $\models_{I,w} \alpha$, sagt man auch: die Formel α hat ein Modell, bzw. α ist erfüllbar; analog für Formelmengen, siehe Definition (6).

[13]Vgl. obige Fußnote (12).

DEFINITION 9 (LOGISCHE FOLGE AUS EINER FORMELMENGE)
Eine Formel α von SDL *folgt logisch aus einer Formelmenge* Γ gdw jedes Modell von Γ auch ein Modell von α ist, d.h.:[14]

$$\Gamma \models \alpha \text{ gdw für alle } I \text{ und für alle } w \text{ gilt: wenn } \models_{I,w} \Gamma, \text{ dann } \models_{I,w} \alpha$$

Abschließend will ich noch den Begriff *gültiges Argument* definieren:

DEFINITION 10 (SDL-GÜLTIGES ARGUMENT)
Ein Argument $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \therefore \beta$ ist *SDL-gültig* gdw die Konklusion β aus den Prämissen $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ logisch folgt, d.h.:[15]

$$\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\} \models \beta$$

2.1.4.2 Die Beweistheorie von SDL

Eine Formel γ von SDL ist eine *unmittelbare Konsequenz* einer Formel α bzw. von zwei Formeln α und β, wenn γ aus α bzw. aus α und β durch Anwendung einer der zwei Schlußregeln von SDL (MP bzw. DN) gewonnen wurde. Mit diesem Begriff wird anschließend *Beweis von SDL* definiert und bestimmt, wann eine Formel β in SDL *beweisbar* ('$\vdash \beta$') bzw. aus einer Formelmenge Γ *ableitbar* ist ('$\Gamma \vdash \beta$').

DEFINITION 11 (UNMITTELBARE KONSEQUENZ)
Für Formeln α, β und γ von SDL gilt:

1. γ ist gemäß MP eine *unmittelbare Konsequenz* von α und β gdw genau einer der beiden folgenden Fälle eintritt:

   (a) $\beta = \alpha \rightarrow \gamma$

   (b) $\alpha = \beta \rightarrow \gamma$

2. γ ist gemäß DN eine *unmittelbare Konsequenz* von α gdw gilt: $\gamma = \mathbf{O}\alpha$.

[14] Das Zeichen '$\models$' wird einerseits für Allgemeingültigkeit ($\models \alpha$) und andererseits auch für die Folgerungsbeziehung ($\Gamma \models \alpha$) verwendet.
[15] Ist $n = 1$, dann lasse ich einer üblichen Konvention folgend die Mengenklammern weg.

DEFINITION 12 (SDL-BEWEIS)
Ein *Beweis von β in SDL* (kurz: ein *SDL-Beweis*) ist eine endliche Folge von Formeln $\alpha_1, ..., \alpha_n$, deren letztes Glied α_n gleich β ist und für alle Folgeglieder α_i gilt:

1. α_i ist ein Axiom von SDL, oder

2. α_i ist gemäß DN eine unmittelbare Konsequenz einer Formel α_j, wobei $j < i$, oder α_i ist gemäß MP eine unmittelbare Konsequenz zweier Formeln α_j und α_k, wobei $j, k < i$.

DEFINITION 13 (SDL-BEWEISBARKEIT EINER FORMEL)
Eine Formel α ist *SDL-beweisbar* gdw es einen SDL-Beweis für α gibt. Man schreibt in diesem Fall:

$$\vdash \alpha$$

Anstatt zu sagen, daß α SDL-beweisbar ist, kann man auch sagen: α ist ein *Theorem* von SDL.

DEFINITION 14 (ABLEITBARKEIT EINER FORMEL IM SINNE VON SDL)
Eine Formel β ist aus einer Menge von Formeln Γ *SDL-ableitbar* gdw gilt: $\Gamma = \emptyset$ und $\vdash \beta$, oder es gibt Formeln $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \in \Gamma$, so daß $\vdash (\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta$. Man schreibt dafür:

$$\Gamma \vdash \beta$$

BEMERKUNG 2
Γ kann auch leer sein. $\emptyset \vdash \beta$ gilt offenbar genau dann, wenn $\vdash \beta$. Beweisbarkeit ist somit dasselbe wie Ableitbarkeit aus der leeren Menge.

BEMERKUNG 3
Wie Hughes und Cresswell zeigen, gilt, daß SDL korrekt und vollständig in folgendem Sinne ist:[16]

- Für alle Formeln α gilt: wenn $\vdash \alpha$, dann $\models \alpha$ (schwache Korrektheit).

- Für alle Formeln α gilt: wenn $\models \alpha$, dann $\vdash \alpha$ (schwache Vollständigkeit).

[16][Hughes and Cresswell, 1996, Korrektheit: S. 45; Vollständigkeit S. 120] Das System D von Hughes und Cresswell ist mit unserem System SDL äquivalent, daher gilt der Vollständigleitsbeweis von D auch für SDL.

- Für alle Formeln β und für alle Formelmengen Γ gilt: wenn $\Gamma \vdash \beta$, dann $\Gamma \models \beta$ (starke Korrektheit).

- Für alle Formeln β und alle Formelmengen Γ gilt: wenn $\Gamma \models \beta$, dann $\Gamma \vdash \beta$ (starke Vollständigkeit).

2.1.5 Eine alternative Darstellung der Semantik für SDL

Um die Bedeutung des **O**-Operators zu bestimmen, wurde in der Semantik eine Menge W und eine "Zugänglichkeitsrelation" $R \subseteq (W \times W)$ eingeführt, wobei R seriell ist und W nicht leer sein darf. Alternativ zu der Verwendung einer Zugänglichkeitsrelation kann man auch für alle Welten w eine Teilmenge $P(w)$ von W festlegen. $P(w)$ ist die Menge der *deontisch perfekten Welten relativ zu einer Welt* w, eine Teilmenge von W, die ebenfalls nicht leer sein darf:[17]

$$P : W \longrightarrow \wp(W) \text{ mit } P_w \neq \emptyset \text{ für alle } w \in W.$$

Man erhält eine äquivalente Semantik für SDL, wenn man bei der Definition (4) der Interpretation für SDL auf S. 22 anstelle von Punkt (2) und (3d) die Punkte (2') und (3d') der folgenden Definition (15) setzt:

DEFINITION 15 (INTERPRETATION VON SDL (ALTERNATIV))
Eine *alternative Interpretation* I für SDL ist ein Tripel $\langle W, P, V\rangle$, für das die Punkte (1) und (3a) - (3c) der Definition (4) gelten und anstelle der Punkte (2) und (3d) gilt:

- (2') $P : W \longrightarrow \wp(W)$ mit $P_w \neq \emptyset$ für alle $w \in W$.

- (3d') $V(\mathbf{O}\alpha, w) = 1$ gdw für alle $v \in P_w$ gilt: $V(\alpha, v) = 1$.

Jede Interpretation $I = \langle W, P, V\rangle$ enthält für jede Formel α und jede Welt $w \in W$ eine Festlegung darüber, ob α in W wahr oder falsch ist, ob also $V(\alpha, w) = 1$ oder $V(\alpha, w) = 0$. Damit legt I für jede Formel α die Menge der Welten fest, in denen α wahr ist, d.h $V(\alpha, w) = 1$. Diese Menge wird mit '$|\alpha|_I$' bezeichnet und wie folgt definiert:

[17] Anstelle von '$P(w)$' schreibe ich kurz 'P_w'.

DEFINITION 16 (PROPOSITION)
Die durch eine Formel α unter einer Interpretation I ausgedrückte *Proposition* $|\alpha|_I$ ist die Menge aller zur Interpretation I gehörigen Welten, in denen α erfüllt ist:

$$|\alpha|_I =_{df} \{w \in W \mid \models_{I,w} \alpha\}$$

BEMERKUNG 4
Durch die Menge $|\alpha|_I$ wird - zumindest bis zu einem gewissen Grad - der Sinn von α und damit die durch α ausgedrückte Proposition festgelegt; man kann die durch α unter einer bestimmten Interpretation ausgedrückte Proposition sogar mit der Menge $|\alpha|_I$ identisch setzen, wie dies durch die Definition (16) angedeutet wird.

BEMERKUNG 5
Wenn die Semantik von SDL mit solchen Propositionen aufgebaut wird, kann man auch sagen, daß $\mathbf{O}\alpha$ in einer Welt $w \in W$ erfüllt ist, wenn α in allen idealen Welten von w erfüllt ist. Dies besagt nichts anderes, als daß die Menge der relativ zu w idealen Welten eine Teilmenge der Proposition $|\alpha|_I$, bzw. eine Teilmenge der Menge derjenigen Welten, in denen α erfüllt ist, sein muß:

$$V(\mathbf{O}\alpha, w) = 1 \text{ gdw } P_w \subseteq |\alpha|_I$$

BEMERKUNG 6
Wenn es klar ist, um welche Interpretation es sich handelt, oder dies keine besondere Rolle spielt, lasse ich den Bezug auf I weg und schreibe nur $|\alpha|$.

2.2 Die Analyse bedingter Normen mit einstelligen Operatoren in SDL: Probleme und Grenzen von SDL

In der deontischen Standardlogik gibt es zwei Gruppen von Darstellungsweisen für bedingte Normen. Ich will am Beispiel der bedingten Verpflichtung ("commitment") die formalen Unterschiede dieser Interpretationen herausstellen und kritisieren. Dabei folge ich im wesentlichen Jaakko Hintikka, der sich eingehend dem Problem der bedingten Verpflichtung in SDL widmete.[18] Verpflichtet uns ein Akt, eine Situation oder ein Umstand p

[18] Vgl. [Hintikka, 1971]

zu einer Handlung der Art q, so kann dies in SDL mit

$$\mathbf{O}(p \rightarrow q) \tag{2.2.i}$$

oder aber durch

$$p \rightarrow \mathbf{O}q \tag{2.2.ii}$$

wiedergegeben werden.[19] Es sind dies genau die beiden Arten von bedingten Normen, die sich im Rahmen von SDL unterscheiden lassen. Beide Lösungsansätze führen zu kontraintuitiven Resultaten, die deutlich die Grenzen der Anwendbarkeit von SDL zeigen.[20]

2.2.1 Die Darstellung einer bedingten Verpflichtung durch $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$

Wenn wir bedingte Verpflichtungen mittels $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$ darstellen und dabei die obige Semantik voraussetzen, *verpflichtet* uns p zu q, wenn p in keiner oder q in jeder deontisch perfekten Welt realisiert ist, wenn also p verboten oder q geboten ist. Hier drängt sich schon das erste Problem dieser Darstellung auf. Das Paradox der *hergeleiteten Verpflichtung*[21] besagt: Falls $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$ als befriedigende Analyse einer Verpflichtung gelten soll, dann verpflichtet die Ausübung einer verbotenen Handlung p "zu allem" . Auf der anderen Seite ist man durch "alles" zur Ausübung einer gebotenen Handlung q verpflichtet. Dies sind naheliegende Deutungen zweier Theoreme von SDL, in denen die bedingte Norm (2.2.i) auftritt:

$$\mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q) \tag{2.2.iii}$$

$$\mathbf{O}q \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q) \tag{2.2.iv}$$

Da die Formeln (2.2.iii) und (2.2.iv) Theoreme von SDL sind, sind sie wegen der Korrektheit von SDL in allen möglichen Welten jeder Interpretation gültig.[22] Auffällig ist nach Hintikka, daß die kontraintuitiven Theoreme (2.2.iii) und (2.2.iv) ihren paradoxen

[19] Vgl. Punkt 1 von Definition (3) auf S. 13.

[20] Ich werde die gängigsten Paradoxien der deontischen Logik im nächsten Abschnitt (2.3) ab Seite 31 eingehender diskutieren.

[21] *Engl.: "paradoxes of (derived) commitment"* ([Prior, 1954], vgl. auch [Hintikka, 1971, S. 88]); siehe auch die Diskussion der Paradoxien in Kap. (2.3.2), S. 35.

[22] $\models \mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q)$ bzw.: $\models \mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(q \rightarrow p)$

Charakter im Grunde durch die materiale Implikation erhalten und somit (2.2.iii) und (2.2.iv) eigentlich keine spezifisch *deontischen* Paradoxien sind.

Positiv lässt sich zu Formel $\mathbf{O}(p \to q)$ (2.2.i) bemerken, daß sie unseren Intuitionen bezüglich den Anforderungen an eine Verpflichtung sehr entgegenkommt. Man kann eine Verpflichtung als eine Art Appell auffassen, aus unserer Welt durch Vollzug bestimmter Akte eine deontisch perfekte Welt zu machen. $\models_{I,w} \mathbf{O}(p \to q)$ besagt: Verpflichtet p in einer Welt $w \in W$ zu q und ist p in w der Fall, dann kann diese Welt (Situation) w nicht den Anforderungen einer deontisch perfekten Welt genügen, solange nicht auch q in w erfüllt ist. Diese Deutung einer *Verpflichtung* ist allerdings nur akzeptabel, wenn p und q aus normativer Sicht in w *neutral* sind, d.h. wenn gilt:

$\models_{I,w} \{\neg\mathbf{O}p, \neg\mathbf{O}q, \neg\mathbf{O}\neg p, \neg\mathbf{O}\neg q\}$

Wenn p und q nicht neutral sind, dann funktioniert dieser Appell nicht - es sind dann zumindest die zwei erörterten Fälle problematisch:[23]

Fall 1: p ist verboten ($\models_{I,w} \mathbf{O}\neg p$): Die Diskussion von Formel (2.2.iii) $\mathbf{O}\neg p \to \mathbf{O}(p \to q)$ zeigt, daß es bezüglich des verbotenen Aktes p einen Unterschied zwischen der aktuellen und einer deontisch perfekten Welt gibt: In einer deontisch perfekten Welt kann der verbotene Akt p gar nicht durchgeführt sein, in unserer unperfekten Welt allerdings leider schon.

Fall 2: q ist geboten ($\models_{I,w} \mathbf{O}q$): Bei der Diskussion von Formel (2.2.iv) $\mathbf{O}q \to \mathbf{O}(p \to q)$ ergeben sich analoge Probleme wie bei Fall 1, wenn man berücksichtigt, daß (2.2.iv) aufgrund von DN* logisch äquivalent mit $\mathbf{O}q \to \mathbf{O}(\neg q \to \neg p)$ - und daher auch mit (2.2.iii) - ist.

Quintessenz: Der Begriff "Verpflichtung" kann durch (2.2.i) unter zwei Umständen nicht adäquat analysiert werden: nämlich wenn das Antecedens einen verbotenen Akt beschreibt, oder wenn das Konsequens etwas beschreibt, was geboten ist. Die formale Darstellung durch (2.2.i) führt zu den Paradoxien der *abgeleiteten Gebote* (paradoxes of derived obligation): (2.2.iii) und (2.2.iv) sind bei der Interpretation einer Verpflichtung durch $\mathbf{O}(p \to q)$ *unerwünschte* Theoreme von SDL.

Es gibt aber außerdem noch einen zweiten Einwand gegen die Darstellung einer bedingten Norm durch (2.2.i): Mit einer faktischen Aussage p und (2.2.i) kann man nie zu

[23] Vgl. [Hintikka, 1971, S. 88f.]

einer konkreten Norm gelangen: Aus p und $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$ folgt nicht $\mathbf{O}q$. Dies entspricht aber nicht unseren Intuitionen bezüglich des Charakters einer bedingten Norm, die uns in einer bestimmten Situation eine *unmittelbare Vorschrift* liefern soll.

2.2.2 Die Darstellung einer bedingten Verpflichtung durch $p \rightarrow \mathbf{O}q$

Es ist hingegen durchaus wünschenswert, daß man aus einer bedingten Norm zusammen mit einer Tatsachenfeststellung eine *konkrete* Handlungsvorschrift ableiten kann. Betrachten wir die folgende bedingte Norm: "Wenn es brennt, dann sollst du Wasser holen". Aus einer solchen bedingten Norm und einer entsprechenden Tatsachenfeststellung ziehen wir im Alltag immer wieder gewisse Schlüsse zumindest insofern, als wir uns auf Grund einer Tatsache ("Es brennt jetzt") und einer einem Normkodex entsprechenden Verpflichtung hinsichtlich dieser Tatsache ("Wenn es brennt, sollst du Wasser holen") berechtigt fühlen, eine definite, nicht konditionale Verpflichtung ("Hole gefälligst Wasser!") zu verkünden. Bei einer Interpretation der bedingten Verpflichtung durch (2.2.i) wäre dies aber nicht zulässig.

Kann man diese Situation mit (2.2.ii) $p \rightarrow \mathbf{O}q$ (p sei die Aussage: es brennt; q: du holst Wasser) adäquat wiedergeben? Auf den ersten Blick ja, aber bei genauerer Betrachtung schleichen sich auch hier Paradoxien ein. So ist in SDL z.B. Formel (2.2.v) ableitbar:

$$\neg p \rightarrow (p \rightarrow \mathbf{O}q) \tag{2.2.v}$$

Eine Deutung von Formel (2.2.v) besagt, daß die Verpflichtung, Wasser zu holen, wenn es brennt ($p \rightarrow \mathbf{O}q$), von der Aussage impliziert ist, daß es nicht brennt ($\neg p$). Da (2.2.v) eine tautologische bzw. aussagenlogisch allgemeingültige Formel von SDL und somit (gemäß A) ein Axiom von SDL ist, kann man für 'q' und 'p' beliebige wffs substituieren, so daß eine beliebige Verpflichtung von der Negation des Antecedens der Verpflichtung impliziert wird. Damit haben wir wieder ein intuitiv unakzeptables Theorem von SDL erhalten. Ein weiterer Schwachpunkt von (2.2.ii) ist, daß $p \rightarrow \mathbf{O}q$ immer dann gilt, wenn $\mathbf{O}q$ gegeben ist: In SDL ist nämlich auch die Formel

$$\mathbf{O}q \rightarrow (p \rightarrow \mathbf{O}q) \tag{2.2.vi}$$

beweisbar und daher (wegen der Korrektheit von SDL) auch allgemeingültig. Formel

(2.2.vi) kann so gedeutet werden, daß man, wenn q geboten ist, durch beliebige Umstände zu q verpflichtet wird.

Ein wesentlicher Grund für diese Paradoxien liegt in der losen, schwachen Verknüpfung von p und $\mathbf{O}q$ in (2.2.ii) durch die materiale Implikation. Ähnlich wie bei der Diskussion von $\mathbf{O}(p \to q)$ wünscht man sich für die Darstellung mancher bedingten Normen in SDL eine stärkere Verknüpfung als "nur" die materiale Implikation. Es soll ein inhaltlicher Zusammenhang zwischen dem Umstand p und dem daraus resultierenden Gebot $\mathbf{O}q$ formal zur Geltung kommen, da man sonst schlecht von einer *Verpflichtung von p zu q* reden kann. Obwohl für Hintikka die Verwendung der materialen Implikation in SDL kein besonderes Problem darstellt, räumt er ein, daß man über dieses Thema durchaus diskutieren kann. Nicht jede alltägliche Redeweise bezüglich einer Verpflichtung kann mit der materialen Implikation in SDL angemessen dargestellt werden:[24]

> It is certainly true that in many of people's everyday uses of the notion of commitment such a stronger tie is presupposed. However, it is not clear to what extent this presupposition is due to 'pragmatic' or 'conversational' implications rather than to the basic logical force of the expressions involved. In any case, the question concerning the nature of this stronger tie is independent of our study of deontic notions which is very well served - at least up to a point - by the simple material-implication explication.

2.3 Die Paradoxien in der deontischen Logik

Ich will hier kurz die gängigen Paradoxien der deontischen Logik diskutieren und hiermit auch ein intuitiv faßbares Kriterium für die Leistungsstärke deontischer Systeme vorstellen. Eine Paradoxie ist ein logisch gültiges Argument, bei dem alle Prämissen plausibel sind, die Konklusion jedoch absurd erscheint. Bertrand Russell hat in seiner klassischen Arbeit *On Denoting* die Bedeutung der Paradoxien und Rätsel für die Entwicklung einer angemessenen (logischen) Theorie hervorgehoben:

> A logical theory may be tested by its capacity for dealing with puzzles, and it is a wholesome plan, in thinking about logic, to stock the mind with

[24][Hintikka, 1971, S. 90]

as many puzzles as possible, since these serve much the same purpose as is served by the experiments in physical science.[25]

Die gängigsten Paradoxien der deontischen Logik wurden von vielen Autoren eingehend diskutiert.[26] Bei der Erörterung der Paradoxien beschränke ich mich darauf, Aqvists Darstellung aus seinem Beitrag zum *Handbook of Philosophical Logic* zu übernehmen.[27] Manche der vorgestellten Paradoxien sind für die Diskussion bedingter Normen nicht weiter von Bedeutung. Ich möchte dennoch zumindest die klassischen Paradoxien wie etwa das Ross'sche Paradox aus zwei Gründen erwähnen:

1. Von den einfachen Paradoxien angeregt, findet man relativ leicht einen Übergang zu den etwas komplexeren Paradoxien von Chisholm und Forrester. Eine adäquate Behandlung bedingter Normen soll eine Lösung für die Problematik der "contrary-to-duty-imperatives" sowie für das Forresterparadox anbieten können.

2. Es ist zu hoffen, daß in einem adäquaten System für bedingte Normen nicht nur Probleme wie Normkonflikte zufriedenstellend behandelt werden, sondern als Nebeneffekt auch die übrigen vorgestellten Paradoxien gelöst werden können.

2.3.1 Das Paradox von Ross

Betrachten wir folgendes intuitiv unplausible Argument: Wenn Peter einen bestimmten Brief zustellen soll, dann soll er diesen Brief zustellen oder verbrennen. Für die Darstellung dieses Argumentes in SDL verwende ich die folgende Legende:

1. p: Peter stellt den Brief zu.

2. q: Peter verbrennt den Brief.

   Man betrachte nun die Formeln:

3. $\mathbf{O}p$: Es ist geboten, daß Peter den Brief zustellt.

[25] [Russell, 1905]

[26] Vgl. etwa [Morscher, 1974], [Stranzinger, 1977] und [Aqvist, 1984].

[27] Aqvist stellt die Paradoxien erst in der Umgangssprache und dann in deren logischer Form vor. Damit will er zeigen, daß viele deontische Systeme den alltäglichen Sprachgebrauch unangemessen wiedergeben.

4. $\mathbf{O}(p \vee q)$: Es ist geboten, daß Peter den Brief zustellt oder daß Peter den Brief verbrennt.[28]

Das Ross'sche Paradox besteht einerseits daraus, daß das Argument $\mathbf{O}p \therefore \mathbf{O}(p \vee q)$ in SDL logisch gültig ist:

$$\mathbf{O}p \models \mathbf{O}(p \vee q) \tag{2.3.i}$$

Auf der anderen Seite haben wir die intuitiv gerechtfertigte Annahme, daß nach unserem Hausverstand Aussage (4) nicht aus Aussage (3) logisch folgen sollte. Mit dem semantischen Deduktionstheorem[29] erhält man aus der obigen Folgerungsbeziehung $\models \mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$. Die Allgemeingültigkeit von $\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$ kann man auch mit der Semantik von SDL zeigen:

Beweis 1 ($\models \mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$)
Angenommen Formel $\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$ ist nicht allgemeingültig, d.h. $\not\models \mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$. Dann gibt es eine Interpretation I, so daß gilt: $\not\models_I \mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$. Dies besagt, daß es in I eine Welt $w \in W$ gibt, so daß $\models_{I,w} \mathbf{O}p$, aber $\not\models_{I,w} \mathbf{O}(p \vee q)$. $\models_{I,w} \mathbf{O}p$ besagt, daß für alle $v \in P_w$ gilt: $\models_{I,v} p$ und $\not\models_{I,w} \mathbf{O}(p \vee q)$ besagt, daß es ein $v' \in P_w$ gibt, so daß $\not\models_{I,v'} p \vee q$, d.h. $\not\models_{I,v'} p$ und $\not\models_{I,v'} q$. Das steht im Widerspruch dazu, daß in allen $v \in P_w$ - und daher speziell auch in v' - gilt: $\models_{I,v} p$. ■

Wegen der Vollständigkeit von SDL ist $\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$ ein Theorem von SDL, wie man auch leicht durch folgenden SDL-Beweis zeigen kann:

Beweis 2 ($\vdash \mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$)

1.)	$p \rightarrow (p \vee q)$	Tautologie der AL; Axiom A.
2.)	$\mathbf{O}[p \rightarrow (p \vee q)]$	(1), DN
3.)	$\mathbf{O}[p \rightarrow (p \vee q)] \rightarrow [\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)]$	Axiom D1.
4)	$\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$	(2), (3), MP.

■

Dieses Resultat war für Alf Ross hinreichend problematisch, um den Anspruch der deontischen Logik zu verwerfen, die formale Struktur unseres normativen Denkens zu

[28]Stilistisch besser klingt natürlich ein äquivalente Satz: "Peter soll den Brief zustellen oder verbrennen".
[29]$\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} \models \beta$ *gdw* $\{\alpha_1, ..., \alpha_{n-1}\} \models \alpha_n \rightarrow \beta$. Das syntaktische Pendant zum (semantischen) Deduktionstheorem lautet: $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} \vdash \beta$ *gdw* $\{\alpha_1, ..., \alpha_{n-1}\} \vdash \alpha_n \rightarrow \beta$.

beschreiben; sein Paradox stellte für ihn die Berechtigung der deontischen Logik an sich in Frage. Allerdings ist hier anzumerken, daß diese Paradoxie im Allgemeinen als nicht so gravierend beurteilt wird:

1. In SDL kann zwar die Formel $\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$ bewiesen werden, aber $[\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)] \rightarrow \mathbf{P}q$ ist natürlich nicht beweisbar:[30]

$$\nvdash [\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)] \rightarrow \mathbf{P}q$$

2. Die Paradoxie ist durch Anwendung der Necessierungsregel DN auf das AL Theorem $p \rightarrow (p \vee q)$ beweisbar. Man erkennt hier, daß mit der Necessierungsregel die bekannten Paradoxien der AL nach SDL importiert werden. In SDL sind mit sämtlichen Tautologien auch Formeln der Art $p \rightarrow p, p \rightarrow \top$ und $\bot \rightarrow p$ beweisbar; mit Hilfe der Necessierungsregel lassen sich daraus auch die normativen Verwandten dieser Formeln beweisen: $\vdash \mathbf{O}(p \rightarrow p), \vdash \mathbf{O}(p \rightarrow \top)$ und $\vdash \mathbf{O}(\bot \rightarrow p)$.

Für den Beweis der paradoxen Formeln ist allerdings nicht unbedingt die Necessierungsregel erforderlich, sondern es genügen dafür auch schon schwächere Schlußregeln wie $\frac{\alpha \rightarrow \beta}{\mathbf{O}\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta}$ (d. i. DN*) oder die noch schwächere Schlußregel $\frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{\mathbf{O}\alpha \leftrightarrow \mathbf{O}\beta}$. Hier lässt sich natürlich über die Zulässigkeit solcher Schlußregeln diskutieren. Ich denke aber, daß das Ross'sche Paradox eher in den Paradoxien der materialen Implikation wurzelt - ein spezifisches Problem der AL, welches unter Anderem von der Relevanzlogik untersucht wird. Der zweite Punkt ist in meinen Augen weniger ein Einwand gegen die Zulässigkeit der Necessierungsregel (oder auch schwächerer Schlußregeln) in SDL, sondern eher gegen das klassisch-aussagenlogische Fundament der deontischen Logik und ihrer Metasprache. Lösungsstrategien bestehen in der Verwendung einer Relevanzlogik oder eines nichtmonotonen Systems als logischer Grundlage für SDL (bzw. SDL_2). Vermeidet man eine deduktiv monotone Basis für die deontische Logik, so ist zu hoffen, daß sich die Paradoxien der materialen Implikation vermeiden lassen.

[30] Vgl. [Morscher, 1974, S. 173].

2.3.2 Arthur N. Priors Paradoxien der abgeleiteten Verpflichtung

Eine berühmtes, dem Ross'schen Paradox eng verwandtes Paradoxienmuster, bilden A. N. Priors Paradoxien der abgeleiteten Verpflichtung[31] ("paradoxes of derived commitment"). Diese Klasse von Paradoxien ist für unsere Untersuchung von besonderem Interesse, da sie mit intuitiv starken Argumenten die Schwäche von SDL hervorhebt, bedingte Normen nur sehr unbefriedigend darstellen zu können. Diese Paradoxien ergeben sich, wenn man die folgenden, intuitiv plausiblen, Gebote analysiert:

1. (Auch) wenn Peter Maria nicht schwängert, dann ist es, wenn Peter Maria (doch) schwängert, geboten, daß Peter Maria heiratet.
2. Wenn es geboten ist, daß Peter Maria heiratet, dann ist es, (auch) wenn Peter Maria schwängert, geboten, daß Peter Maria heiratet.
3. Wenn es verboten ist, daß Peter Maria schwängert, dann ist es (auch) geboten, daß Peter Maria heiratet, wenn Peter Maria (doch) schwängert.
4. Wenn es geboten ist, daß Peter Maria heiratet, ist es geboten, daß Peter Maria (auch dann) heiratet, wenn Peter Maria schwängert.

Setzen wir für p: Peter schwängert Maria, und für q: Peter heiratet Maria. Den obigen Sätzen entsprechen in SDL die folgenden allgemeingültigen Formeln:

- Satz (1):
$$\neg p \rightarrow (p \rightarrow \mathbf{O}q) \tag{2.3.ii}$$
- Satz (2):
$$\mathbf{O}q \rightarrow (p \rightarrow \mathbf{O}q) \tag{2.3.iii}$$
- Satz (3):
$$\mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q) \tag{2.3.iv}$$
- Satz (4):
$$\mathbf{O}q \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q) \tag{2.3.v}$$

[31] [Prior, 1954]

Da die formalen Repräsentanten von (1) - (4) Theoreme von SDL sind, sind auch die folgenden Argumente gültig:

1. $\neg p \therefore (p \rightarrow \mathbf{O}q)$ ist gültig: $\neg p \models (p \rightarrow \mathbf{O}q)$
2. $\mathbf{O}q \therefore (p \rightarrow \mathbf{O}q)$ ist gültig: $\mathbf{O}q \models (p \rightarrow \mathbf{O}q)$
3. $\mathbf{O}\neg p \therefore \mathbf{O}(p \rightarrow q)$ ist gültig: $\mathbf{O}\neg p \models \mathbf{O}(p \rightarrow q)$
4. $\mathbf{O}q \therefore \mathbf{O}(p \rightarrow q)$ ist gültig: $\mathbf{O}q \models \mathbf{O}(p \rightarrow q)$

Die *Paradoxien der abgeleiteten Verpflichtung* ergeben sich durch folgende Überlegungen: Betrachtet man das jeweilige Konsequens der Formeln (2.3.ii) - (2.3.v), so kann man sowohl $p \rightarrow \mathbf{O}q$ als auch $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$ als Kandidaten von SDL erwägen, um die bedingte Norm "p verpflichtet zu q" auszudrücken - wie z.B. die in katholischen Landstrichen akzeptierte - bedingte Norm der Umgangssprache: "Maria zu schwängern, verpflichtet Peter, sie zu heiraten". Die Formeln (2.3.ii) - (2.3.v) sind in SDL zwar allgemeingültig, aber es lassen sich durchaus für die Variablen dieser Formeln Aussagen substituieren, so daß die daraus resultierenden Einsetzungsinstanzen paradox erscheinen, wenn man sie alltagssprachlich wiedergibt:[32]

Fall 1: Da wegen Axiom A (2.3.ii) allgemeingültig ist, ergibt jede simultane Substitution für eine Satzvariable in (2.3.ii) ebenfalls einen allgemeingültigen Satz. Substituieren wir in (2.3.ii) für q die Formel $\neg q$, dann erhalten wir die allgemeingültige Formel $\neg p \rightarrow (p \rightarrow \mathbf{O}\neg q)$. Setzen wir für die Variable 'q' wieder wie bisher den umgangssprachlichen Satz "Peter heiratet Maria" ein, ergibt sich als umgangssprachliche Entsprechung der Formel $\neg p \rightarrow (p \rightarrow \mathbf{O}\neg q)$ der folgende Satz, der ebenfalls allgemeingültig sein müßte:

> (1') (Auch) wenn Peter Maria nicht schwängert, dann ist, wenn Peter Maria (doch) schwängert, geboten, daß Peter Maria *nicht* heiratet.

Dieser Satz ist im Allgemeinen jedoch nicht akzeptabel, da er das Gegenteil von dem auszudrücken scheint, was wir durch den ersten Beispielsatz ausdrücken wollten. Mit dem (allgemeingültigen) Satz (1') und dem (ebenfalls allgemeingültigen) Satz (1) können wir

[32] Vgl. die obige Diskussion der Formeln (2.2.i) und (2.2.ii).

aus der bloßen Tatsache, daß Peter Maria nicht schwängert, für den Fall daß er Maria doch schwängert, die Gebote ableiten, daß Peter Maria sowohl heiraten soll, als auch, daß er sie nicht heiraten soll. Eine Situation, die von Aqvist kurz und prägnant kommentiert wird:

> There are certainly legal systems where such an inference is rejected as absurd.[33]

Fall 2: Wir wählen zur Einsetzung für die Variable 'p' in (2.3.iii): "Peter tötet Maria." Da die Formel $\mathbf{O}q \rightarrow (p \rightarrow \mathbf{O}q)$ (2.3.iii) allgemeingültig ist, müßte auch das Ergebnis der Einsetzung dieses umgangssprachlichen Satzes in (2.3.iii) allgemeingültig sein. Wir erhalten wieder durch Einsetzung ein etwas seltsames Resultat: Wenn es geboten ist, daß Peter Maria heiratet, dann ist er aus logischen Gründen verpflichtet, Maria auch dann zu heiraten, wenn er sie tötet. Selbstverständlich würde aber niemand von irgend jemandem fordern, einen toten Menschen zu heiraten.[34]

Fall 3: Dieser Fall ist Fall 1 recht ähnlich, der einzige Unterschied liegt in der Interpretation des Konsequens. Da (2.3.iv) $\mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q)$ allgemeingültig ist, muß auch die Formel, welche man aus (2.3.iv) durch Substitution von $\neg q$ für q erhält, allgemeingültig sein: $\models \mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow \neg q)$. Wie im Fall 1 ist die Beweisbarkeit einer solchen Formel für SDL ein unangenehmes Resultat, was man wieder durch eine Übersetzung dieser Formel in die Umgangssprache erkennen kann:

> Wenn es verboten ist, daß Peter Maria schwängert, dann ist es geboten, daß Peter Maria *nicht* heiratet, wenn Peter Maria (doch) schwängert.

Wenn es also verboten ist, daß Peter Maria schwängert, dann verpflichtet der Umstand, daß Peter Maria schwängert, Peter sowohl dazu, Maria zu heiraten, als auch dazu, sie nicht zu heiraten: $\models \mathbf{O}\neg p \rightarrow [\mathbf{O}(p \rightarrow q) \wedge \mathbf{O}(p \rightarrow \neg q)]$. Dieses absurde Ergebnis zeigt uns, daß die Allgemeingültigkeit von Formel (2.3.iv) in der umgangssprachlichen Interpretation zu einem unhaltbaren Ergebnis führt.

Fall 4: Dieser Fall ist Fall 2 ähnlich, der einzige Unterschied liegt wiederum in der Interpretation des Konsequens. Da (2.3.v) $\mathbf{O}q \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q)$ allgemeingültig ist, ist wieder das Resultat jeder simultanen Ersetzung einer Satzvariablen in (2.3.v) ebenfalls ein

[33] *Deontic Logic*, S. 641. Allerdings könnte man dem wieder entgegenhalten, daß diese Situation - daß sowohl p als auch $\neg p$ zutrifft - aus logischen Gründen nie eintreten kann.

[34] Man beachte dazu auch Kants Sollen-Können-Prinzip .

allgemeingültiger Satz: $\models \mathbf{O}q \rightarrow \mathbf{O}(r \rightarrow q)$. Ich gebrauche hier zur Illustration als Einsetzung für die Variablen 'r' wieder den Satz: "Peter tötet Maria". Einmal mehr haben wir durch Substitution ein unhaltbares Ergebnis erhalten, nämlich: Wenn es geboten, daß Peter Maria heiratet, dann ist er verpflichtet, Maria auch dann zu heiraten, wenn er sie tötet.

2.3.3 Roderick M. Chisholms Paradoxien der kontranormativen Imperative

Die Erörterung der bisher vorgestellten Paradoxien hat gezeigt, daß SDL insofern "zu stark" ist, als einige Formeln beweisbar sind, deren Deutungen zu intuitiven Paradoxien führen. Auf der anderen Seite ist SDL in mancher Hinsicht "zu schwach", da es in der Alltagssprache viele allgemein akzeptierte Argumente gibt, die in SDL nicht plausibel repräsentierbar sind. Die folgenden beiden Paradoxienklassen - das Paradox von Chisholm und das Forresterparadox - belegen diese Ausdruckschwäche von SDL.

R.M. Chisholm löste mit seinem berühmten Aufsatz über die sogenannten "contrary-to-duty-imperatives" eine Diskussionswelle um die Behandlung seiner Paradoxien aus, die bis heute noch Wogen schlägt.[35] Die klassische Version von Chisholm bezieht sich auf die folgenden Sätze:

1. Peter soll seinen Nachbarn zu Hilfe kommen.
2. Wenn Peter seinen Nachbarn zu Hilfe kommt, so soll er ihnen darüber auch Bescheid geben.
3. Wenn Peter seinen Nachbarn nicht zu Hilfe kommt, so soll er ihnen auch nicht Bescheid geben.
4. Peter kommt seinen Nachbarn nicht zu Hilfe.

Diese Paradoxie wird in vielen Versionen diskutiert; ich übernehme die Darstellung von Aqvist, bei welcher der Begriff "Verpflichtung" besonders hervorgehoben wird:[36]

1. Es ist verboten, daß Peter Maria schwängert.

[35] [Chisholm, 1963]

[36] [Aqvist, 1984], S. 649ff. Aqvist seinerseits hat diese Version wiederum von van Eck übernommen.

2. Maria nicht zu schwängern, verpflichtet Peter, sie nicht zu heiraten.

3. Maria zu schwängern verpflichtet Peter dazu, Maria zu heiraten.

4. Peter schwängert Maria.

Bezeichnen wir die letzten vier Sätze der Reihe nach mit 'S_1', 'S_2', 'S_3' und 'S_4'. Dann gilt: Die Menge der Sätze $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ wird intuitiv i.A. als konsistent und nicht redundant angesehen, d.h. aus S kann man keinen Widerspruch ableiten, und keines der Elemente von S ist eine logische Folge der restlichen Elemente bzw. (wegen der starken Korrektheit von SDL) aus ihnen ableitbar.[37] Will man diese Sätze in SDL darstellen, kommt man mit jedem denkbaren Ansatz in Schwierigkeiten: Entweder wird die Forderung der Nichtredundanz von S verletzt, oder der Darstellungsversuch ist inkonsistent. Nehmen wir zur Veranschaulichung wieder die Legende von oben: p: Peter schwängert Maria, und q: Peter heiratet Maria. Es gibt in SDL genau vier mögliche Ansätze, S zu formalisieren:

Versuch 1:

1. $\mathbf{O}\neg p$

2. $\mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q)$

3. $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$

4. p

Einwand: in SDL ist (1.3) aus (1.1) ableitbar, obwohl intuitiv (1.1) und (1.3) von einander unabhängig sind; es wird gegen das Prinzip der Nichtredundanz von S verstoßen.

BEWEIS 3 ($\{\mathbf{O}\neg p\} \vdash \mathbf{O}(p \rightarrow q)$)

1.	$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$	Theorem der AL, Axiom A
2.	$\mathbf{O}[\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)]$	(2), DN
3.	$\mathbf{O}[\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)] \rightarrow [\mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q)]$	Axiom D1
4.	$\mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q)$	(3), (4), MP

■

[37] Die Elemente S_1, S_2, S_3 und S_4 von S sind voneinander (logisch) unabhängig.

Also gilt $\vdash \mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}(p \rightarrow q)$, und somit ist nach Definition (14) auf Seite 25 $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$ aus der Menge $\{\mathbf{O}\neg p\}$ ableitbar.

Versuch 2:

1. $\mathbf{O}\neg p$
2. $\neg p \rightarrow \mathbf{O}\neg q$
3. $p \rightarrow \mathbf{O}q$
4. p

Einwand: in SDL gilt natürlich $\vdash p \rightarrow (\neg p \rightarrow \mathbf{O}\neg q)$ bzw. wegen der Korrektheit von SDL auch $\models p \rightarrow (\neg p \rightarrow \mathbf{O}\neg q)$, obwohl intuitiv Satz (2.2) nicht aus Satz (2.4) logisch folgt. Auch hier liegt ein Verstoß gegen die Nichtredundanz von S vor.

Versuch 3:

1. $\mathbf{O}\neg p$
2. $\mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q)$
3. $p \rightarrow \mathbf{O}q$
4. p

Die Menge aus diesen vier Formeln nenne ich 'S_{Versuch3}'.

Einwand: Bei diesem Versuch wird die *Konsistenzbedingung* verletzt: Aus (3.1) und (3.2) ist $\mathbf{O}\neg q$ ableitbar (siehe Beweis (4) unten). Außerdem erhalten wir mit MP und Axiom D2: $\{p, p \rightarrow \mathbf{O}q\} \vdash \neg\mathbf{O}\neg q$; man kann also aus (3.3) und (3.4) $\neg\mathbf{O}\neg q$ ableiten. Wir erhalten somit bei unserem Versuch, die Menge S gemäß Versuch (3) in SDL zu repräsentieren, einen Widerspruch. Halten wir fest:

- $\{\mathbf{O}\neg p, \mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q)\} \vdash \mathbf{O}\neg q$ (1, 2)
- $\{p, p \rightarrow \mathbf{O}q)\} \vdash \neg\mathbf{O}\neg q$ (3, 4)

- und somit: $S_{\text{Versuch3}} \vdash \bot$

BEWEIS 4 ($\{\mathbf{O}\neg p, \mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q)\} \vdash \mathbf{O}\neg q$)

1.	$[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$	Axiom A
2.	$[\mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (\mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}\neg q)] \rightarrow$ $\{[\mathbf{O}\neg p \wedge \mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \mathbf{O}\neg q\}$	(1), SUBST: $\frac{\mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q), \mathbf{O}\neg p, \mathbf{O}\neg q}{p,q,r}$
3.	$\mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (\mathbf{O}\neg p \rightarrow \mathbf{O}\neg q)$	Axiom D1
4.	$[\mathbf{O}\neg p \wedge \mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \mathbf{O}\neg q$	(2), (3), MP

■

Also gilt $\vdash [\mathbf{O}\neg p \wedge \mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \mathbf{O}\neg q$, und somit ist nach Definition (14) auf Seite 25 $\mathbf{O}\neg q$ aus der Menge $\{\mathbf{O}\neg p, \mathbf{O}(\neg p \rightarrow \neg q)\}$ ableitbar.

Da die Satzmenge S laut Voraussetzung konsistent, S_{Versuch3} jedoch inkonsistent ist, kann man S in SDL gemäß Versuch (3) nicht repräsentieren.

Versuch 4:

1. $\mathbf{O}\neg p$
2. $\neg p \rightarrow \mathbf{O}\neg q$
3. $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$
4. p

Einwand: Der vierte mögliche Versuch, die Paradoxie von Chisholm in SDL zu lösen, scheitert genau wie Versuche (1) und (2) am Einwand der Nichtredundanz von S. Analog zu Versuch (1) ist (4.3) aus (4.1) ableitbar, und außerdem ist auch noch - wie im zweiten Ansatz - (4.2) aus (4.4) ableitbar.

2.3.4 Die Paradoxien des "guten Samariters", das Forrester-Paradox

Einen nahen Verwandten der Chisholm-Paradoxie finden wir in der Paradoxienklasse des "guten Samariters" bzw. in einer sprachlichen Variante, dem sog. "Forrester-Paradox". L. Aqvist belegt sogar, daß diese Paradoxie nichts anderes als eine abgeleitete Variante der Chisholm-Paradoxie darstellt.[38] Da ich die Paradoxie von Chisholm im vorigen Abschnitt bereits erörtert habe, verzichte ich auf eine formale Diskussion dieser Paradoxien, zumal die von mir eingeführte Sprache für eine angemessene Repräsentation der Paradoxienklasse des "guten Samariters" nicht hinreichend ist. Insbesondere kommt in SDL kein Kennzeichnungsoperator vor, den man aber zur Formalisierung benötigen würde. Ich erwähne diese Paradoxien deswegen kurz, weil deren Lösung in einem nichtmonotonen System versucht werden soll. Betrachten wir folgende Argumentation:

1. Wenn man jemandem hilft, der Not leidet, so ist auch irgendjemand Not leidend.

2. Es ist geboten, daß man jemandem hilft, der Not leidet.

3. Also ist es geboten, daß irgendjemand Not leidet.

Eine Variante davon wird von Aqvist vorgestellt:[39]

1. Wenn Peter 500$ an denjenigen zahlt, den er nächste Woche umbringt, dann bringt er nächste Woche auch jemanden um.

2. Es ist geboten, daß Peter die 500$ an denjenigen zahlt, den er nächste Woche umbringen wird. (Weil Peter dieser Person die 500$ schuldig ist)

3. Daher: Es ist geboten, daß Peter nächste Woche jemanden umbringt.

Eine weitere Version dieses Argumentes ist Forresters "gentle murder"-Paradox:[40] Es ist zwar verboten, jemanden umzubringen; im Weiteren ist es aber geboten, falls man trotzdem jemanden ermordet, daß man das Opfer schonend (und nicht gewalttätig und grausam) umbringt. Nun beinhaltet die Aussage, daß man jemanden schonend umbringt, natürlich auch die Aussage, daß man diesen jemand umbringt. Die Tatsache daß Peter von Hans *schonend* ermordet wird, ändert nichts daran, daß Hans Peter umbringt. Aus dem Gebot, jemanden schonend umzubringen, wenn man ihn schon umbringen zu müssen meint, scheint in SDL die Verpflichtung zu folgen, daß man jemanden umbringt. Fragt man sich, was hier alles schief geht, so lautet eine naheliegende Antwort, daß in der AL -

[38][Aqvist, 1967]

[39][Aqvist, 1984, S. 660 ff.] Diese Variante wird eingehend von Tomberlin und McGuinness [Tomberlin and McGuinness, 1977] diskutiert.

[40][Forrester, 1984, S. 193-197]

und somit auch in SDL - Prämissen, in denen Kennzeichnungen und Adverbien wie "schonend" eine wesentliche Rolle spielen, nicht angemessen wiedergegeben werden können. Forrester sieht den Schwachpunkt allerdings eher in der Verwendung der deontischen Regel DN*:[41]

> A deontic system from which we can derive that Smith has a legal obligation to murder Jones is not the sort of system we are likely to want to adopt.
>
> Therefore, the most likely candidate for the scrap heap is DN* - a basic inference principle in standard deontic logic. If this is indeed the rotten apple, the entire barrel of standard deontic logic must be in a bad way.[42]

2.4 Das Konzept der kontranormativen Verpflichtung und die unbefriedigende Behandlung von prima-facie-Normen in SDL

Bei der Paradoxie von Chisholm wird deutlich, welchen Status die kontranormativen Imperative haben: Diese Imperative sind sekundäre Normen, die bei solchen Fällen greifen sollen, in denen eine prima-facie-Verpflichtung nicht erfüllbar ist bzw. nicht erfüllt wird. Diese Situation kommt im Alltag häufig vor, und in vielen Fällen ist eine Verletzung einer prima-facie-Pflicht unvermeidlich, so daß man oftmals der handelnden Person nicht einmal ein mangelndes Pflichtgefühl unterstellen kann. Ein Beispiel von Hintikka illustriert dies:[43]

BEISPIEL 5

Angenommen, ich verspreche meinem Arbeitskollegen, daß ich ihm eine Tasse Kaffee mitbringe. Während ich nun in der Küche stehe und gerade den Kaffee bereiten will, erfahre ich, daß mein Vater einen Unfall hatte. Mein Pflichtgefühl gebietet mir nun, bewußt alles sofort stehen und liegen zu lassen und meinem Vater zur Hilfe zu eilen.

[41] Vgl. Fn (1), S. 21.

[42] [Forrester, 1984, S. 197]. Forrester verwendet in seinen Beispielen Smith und Jones anstelle von Peter und Hans, auch hat er eine andere Bezeichnung für DN*.

[43] [Hintikka, 1971, S. 90]

Man kann in solchen Fällen vernünftigerweise der handelnden Person keine Vorwürfe machen, da sie ja mit einer völlig unerwarteten Situation konfrontiert wurde. Will man darauf hinaus, wegen der Möglichkeit solcher Situationen mit dem Äußern von Versprechen vorsichtiger zu sein, so darf man eigentlich überhaupt kein Versprechen mehr geben. Es können immer Situationen auftreten, in denen jedes Versprechen außer Kraft gesetzt ist.

Analysieren wir die kontranormativen Imperative in SDL näher: Angenommen, eine handelnde Person hat die Pflicht, dafür zu sorgen, daß p. Weiter nehmen wir an, daß er aus irgendwelchen Gründen diese Pflicht nicht erfüllt, d.h. er handelt in einer Art und Weise, daß anstelle des obligatorischen Sachverhaltes p eine unerwünschte Situation, durch $\neg p$ ausgedrückt, entsteht. Beispielsweise ist es geboten, nicht die Gefühle anderer zu verletzen: $\mathbf{O}p$. Hat man sich aber dennoch (bewusst oder unbewusst, sei hier dahingestellt) so verhalten, daß $\neg p$, so soll man sich wenigstens dafür entschuldigen: $\mathbf{O}q$. In SDL haben wir zwei Möglichkeiten, diese Situation darzustellen:

$$\mathbf{O}p \rightarrow (\neg p \rightarrow \mathbf{O}q) \tag{2.4.i}$$

$$\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(\neg p \rightarrow q) \tag{2.4.ii}$$

Formel (2.4.ii) ist ein naher Verwandter des Ross'schen Paradox $\mathbf{O}p \rightarrow \mathbf{O}(p \vee q)$ und ähnlich beweisbar. Falls die Formel $\mathbf{O}(\neg p \rightarrow q)$ einen kontranormativen Imperativ repräsentieren soll, folgt daraus in SDL, daß es unsere Pflicht ist, für q zu sorgen, falls wir es versäumt haben, vorher p zu erfüllen - egal welchen Sachverhalt auch immer q darstellt.

Der Versuch, einen kontranormativen Imperativ wie in Formel (2.4.i) durch $\neg p \rightarrow \mathbf{O}q$ auszudrücken, schlägt ebenfalls fehl. Angenommen, die gemischte Formel $\neg p \rightarrow \mathbf{O}q$ ist relativ zu $\mathbf{O}p$ die angemessene Formulierung eines kontranormativer Imperatives. Angenommen weiter, daß der pflichtgebundene Handelnde seine Verpflichtung auch ernst nimmt und in der Tat dafür sorgt, daß p der Fall ist. Nun ist die Formel

$$p \rightarrow (\neg p \rightarrow \mathbf{O}q) \tag{2.4.iii}$$

ein Theorem von SDL[44], und mit Formel (2.4.i) und Theorem (2.4.iii) können wir folgende Formel von SDL erhalten:[45]

$$(\mathbf{O}p \wedge p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \mathbf{O}q) \tag{2.4.iv}$$

Wir brauchen in den Formeln (2.4.i), (2.4.iii) und (2.4.iv) für 'q' nur wieder einen absurden Satz der Alltagssprache einzusetzen, um einzusehen, daß auch der Ansatz (2.4.i) zum Scheitern verurteilt ist. Bei der Erörterung der Paradoxie von Chisholm wurde ebenfalls deutlich, daß die Verwendung solcher gemischter Konditionale wie $\neg p \rightarrow \mathbf{O}q$ zur Formalisierung kontranormativer Imperative in SDL zu Paradoxien führt.

2.5 Die Problematik der Normkonflikte

Bei einer Erörterung der Eigenschaften der deontischen Standardlogik darf eine Diskussion darüber, daß in SDL Normkonflikte nicht angemessen dargestellt werden können, nicht fehlen.[46] Diese Thematik hat einen direkten Zusammenhang mit der Repräsentierung von bedingten prima-facie-Normen: Man kann erwarten, daß nichtmonotone Systeme zur Behandlung bedingter Normen als Nebeneffekt auch Normkonflikte angemessen repräsentieren können. Ich will daher diese Thematik bereits hier kurz anschneiden.

Unser Alltag ist bei genauerer Betrachtung voll von derartigen Konflikten, die sich zumeist dann ergeben, wenn unterschiedliche Normsysteme konträre Ansprüche an die Menschen stellen. Eine Situation gibt Anlass zu einem *Normkonflikt*, wenn in dieser Situation für irgendeine Formel α sowohl $\mathbf{O}\alpha$ als auch $\mathbf{O}\neg\alpha$ gültig ist. Sartres junger Mann, der nach der Invasion der Deutschen im zweiten Weltkrieg eine Verpflichtung in sich fühlt, sein Vaterland zu verteidigen ($\mathbf{O}p$), mag da als ein Beispiel dienen - diese Verpflichtung wird ihm zusätzlich auch vom Staat so vorgeschrieben. Auf der anderen Seite ist er aber auch um das Wohl seiner Mutter besorgt, so daß ihn sein Gewissen dazu verpflichtet, nicht in den Armeedienst einzutreten ($\mathbf{O}\neg p$).

In SDL ist die Formel $\mathbf{O}\alpha \wedge \mathbf{O}\neg\alpha$ inkonsistent; die Formel $\neg(\mathbf{O}\alpha \wedge \mathbf{O}\neg\alpha)$ ist ein Theorem von SDL.[47] Quelle für diese Inkonsistenz von Normkonflikten ist die aus D2

[44] Vgl. Formel (2.3.ii), S. 35.
[45] Siehe auch Kap. (2.6.2), S. 47.
[46] Dies gilt übrigens auch für das unten vorgestellte System der dyadischen deontischen Logik SDL_2.
[47] in SDL_2 entsprechend die Formel $\neg[\mathbf{O}(\alpha/\top) \wedge \mathbf{O}(\neg\alpha/\top)]$.

ableitbare und daher in SDL beweisbare Formel $\neg(\mathbf{O}\alpha \wedge \mathbf{O}\neg\alpha)$. Außerdem ist in SDL das folgende Theorem ableitbar:

$$\vdash (\mathbf{O}\alpha \wedge \mathbf{O}\beta) \rightarrow \mathbf{O}(\alpha \wedge \beta) \tag{2.5.i}$$

Mit Theorem (2.5.i) können wir aus den Prämissen $\mathbf{O}\alpha$ und $\mathbf{O}\neg\alpha$ die Formel $\mathbf{O}(\alpha \wedge \neg\alpha)$ ableiten. In SDL ist sowohl $\neg(\mathbf{O}\alpha\wedge\mathbf{O}\neg\alpha)$ als auch $\neg\mathbf{O}(\alpha\wedge\neg\alpha)$ beweisbar. Daher sind die Satzmengen $\{\mathbf{O}\alpha, \mathbf{O}\neg\alpha\}$, $\{\mathbf{O}\alpha \wedge \mathbf{O}\neg\alpha\}$ sowie $\{\mathbf{O}(\alpha \wedge \neg\alpha)\}$ inkonsistent; jede beliebige Formel β wäre aus ihnen in SDL ableitbar. Daher kann ein alltäglicher Normkonflikt in SDL jedenfalls nicht ohne Weiteres repräsentiert werden.

Oft kann man in der Literatur eine detailliertere Analyse von Normkonflikten finden, nach der die eben vorgestellte Analyse zu oberflächlich ist.[48] Für einen Normkonflikt ist es nämlich nicht erforderlich, daß Kontradiktorisches geboten ist, sondern es genügt dafür, daß etwas geboten ist, was de facto nicht erfüllt werden kann. In einer formalen Sprache mit deontischen und modalen Operatoren könnte man das Schema eines Moraldilemmas besser mit der folgenden Formel wiedergeben:

$$\mathbf{O}\alpha \wedge \mathbf{O}\beta \wedge \neg\Diamond(\alpha \wedge \beta) \tag{2.5.ii}$$

In SDL und SDL_2 kommen keine modalen Operatoren vor, aber das ist nicht das einzige Problem. Selbst wenn man SDL und SDL_2 mit Modaloperatoren anreichert, gelten immer noch die oben genannten problematischen Theoreme.

2.6 Weitere Kritik an SDL

2.6.1 Aufgehobene Normen

Van der Torre und Tan unterscheiden bei ihrer Erörterung der Anfechtbarkeit von Normen mindestens zwei Fälle, in denen die Gültigkeit einer Norm aufgehoben wird:[49]

> First, we make a distinction between *factual defeasibility*, that formalizes overshadowing of an obligation by a violating fact, and *overridden de-*

[48] Vgl. etwa die Diskussion der Normkonflikte in [Morscher, 1982] und [Morscher, 2002a].

[49] [van der Torre and Tan, 1997, S. 80]

feasibility, that formalizes cancelling of an obligation by other conditional obligations.

DEFINITION 17 (AUFHEBUNG EINER NORM)
Wir können zwei Fälle unterscheiden, in denen eine Norm als *aufgehoben* gilt:

Fall1: Eine Norm $\mathbf{O}\alpha$ ist aufgehoben, weil $\mathbf{O}\alpha$ von einer anderen, spezifischeren Norm, *außer Kraft gesetzt* ("overridden") wird.[50]

Fall2: Eine Norm $\mathbf{O}\alpha$ ist aufgehoben, wenn $\mathbf{O}\alpha$ in einer Welt $w \in W$ *verletzt* ("overshadowed") wird, weil also gilt: $\models_{I,w} \neg\alpha$.

Wie die Erörterung der Chisholmschen Paradoxie zeigt, kann der Umstand, daß ein prima-facie-Gebot durch Verletzung oder Außer-Kraft-Setzung aufgehoben wird, in SDL nicht angemessen dargestellt werden.

2.6.2 Die Stärkung des Antecedens einer bedingten Norm ist gültig

Die Erörterung der Paradoxien zeigt außerdem, daß mit der AL-Basis in SDL die sogenannten "Paradoxien der materialen Implikation" importiert werden. Ein wichtiges Problem in diesem Zusammenhang ist ein Phänomen, das in der Literatur unter der Bezeichnung "strengthening of the antecedens" bekannt ist.[51] Brian Chellas macht darauf aufmerksam, daß aus (2.2.i) und (2.2.ii) Formeln mit einem stärkeren Antecedens folgen:[52]

$$\mathbf{O}(p \rightarrow q) \models \mathbf{O}[(p \wedge r) \rightarrow q)] \tag{2.6.i}$$

$$p \rightarrow \mathbf{O}q \models (p \wedge r) \rightarrow \mathbf{O}q) \tag{2.6.ii}$$

In SDL folgt daraus, daß - wenn und in welcher der beiden Interpretationen auch immer - p zu q verpflichtet, auch $p \wedge r$ zu q verpflichtet.

---

[50] Vgl. dazu die formale Definition (33), S. 112.

[51] Vgl. dazu die Diskussion von Axiom D4^2 in Kap. (3.1.1), S. 52ff., insbesondere Formel (3.1.vi), S. 53, sowie die Diskussion der deduktiven Monotonie der AL in Kap. (4.1.1), S. 82; siehe auch Formeln (2.4.iv) und (2.4.iii), S. 44.

[52] [Chellas, 1980, S. 201]

2.7 Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse

Die Gründe für das Versagen der Darstellung einer bedingten Verpflichtung durch die Alternativen $\mathbf{O}(p \to q)$ (2.2.i) oder $p \to \mathbf{O}q$ (2.2.ii) werden am besten durch nichterfüllte Verpflichtungen veranschaulicht. Im Englischen spiegelt die Diskussion um die "contrary-to-duty-imperatives" in etwa diese Problematik wider.

von Wright begründet seine Bedenken, eine bedingte Norm in SDL mit $\mathbf{O}(p \to q)$ (2.2.i) zu formalisieren, mit der Anfälligkeit von SDL für das Ross'sche Paradox:[53]

> ...wenn der erste Sachverhalt - für sich genommen - verboten und der zweite - für sich genommen - nicht notwendig ist, so geht jemand, der das erste tut, die Verpflichtung ein, das zweite zu tun - was immer dies sein mag. [...] Dies allerdings ist nichts anderes als eine Variante des Ross'schen Paradoxons.

Die Formalisierung einer bedingten Norm mit $p \to \mathbf{O}q$ (2.2.ii) vermeidet zwar Paradoxien der Art des Ross'schen Paradoxons, ist aber für von Wright ebenfalls nicht akzeptabel. Mit der Darstellung einer bedingten Norm durch $p \to \mathbf{O}q$

> [...] umgeht man das Paradoxon, daß der, der etwas Verbotenes tut, damit "die Verpflichtung eingeht", etwas beliebig anderes (was nicht selbst notwendig ist) zu tun. Aber dadurch geraten wir in das neue "Paradoxon", daß in Bezug auf etwas, was *nicht* ist (was immer es sein mag), alles andere sein soll.[54]

Die obige Diskussion hat aber auch gezeigt, daß die Wurzeln der genannten Paradoxien weniger deontischer Natur sind, sondern eher Spezialfälle der Paradoxien der materiellen Implikation darstellen, wobei der "Stärkung des Antecedens" eine besondere Rolle zukommt. Die beiden Lösungsansätze, die im folgenden behandelt werden, bestehen darin, einen dyadischen Operator als Grundoperator einzuführen, mit dessen Hilfe bedingte Normen formuliert werden können, oder mit Hilfe von nichtmonotonen Schlußregeln die Paradoxien der Implikation von den deontischen Systemen auszugrenzen.

---

[53] [von Wright, 1977, S. 29]

[54] Ebenda

Im nächsten Abschnitt will ich die die Behandlung bedingter Normen durch einen genuin dyadischen Operator vorstellen. Die Problematik der Normkonflikte bleibt allerdings auch bei diesen dyadischen Systemen erhalten. Nach einer anschließenden Einführung in die gängigsten nichtmonotonen Techniken und einer allgemeinen Zusammenfassung will ich zeigen, wie manche nichtmonotone Techniken zur adäquaten logischen Darstellung sowohl von bedingten Normen als auch von Normkonflikten herangezogen werden können.

Kapitel 3

Die Darstellung bedingter Normen in deontischen Logiken mit einem dyadischen Operator $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ und ihre Probleme

Wir haben gesehen, daß bedingte Normen in SDL nicht adäquat wiedergegeben werden können. Die beiden möglichen Darstellungen $\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta$ und $\mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta)$ haben gemeinsam, daß sie die materiale Implikation bemühen und dadurch Quellen von Paradoxien sind. Die genannten Mängel von SDL waren für von Wright und Rescher Anlass genug, alternative Systeme für die Darstellung bedingter Normen vorzustellen.[1] Ihre Strategie war, ein System mit zweistelligen Operatoren zu entwickeln, in dem die Darstellung bedingter Normen weniger Angriffsmöglichkeiten für Paradoxien bietet. Dies geschieht durch explizite Berücksichtigung der Umstände, unter denen eine Norm gilt. Ohne Verwendung der materialen Implikation drückt der zweistellige Operator $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ die Norm aus, daß die durch β beschriebene Handlung geboten ist, gegeben Antecedens α . Dieser Ansatz soll jetzt diskutiert werden.

[1] [von Wright, 1964], [Rescher, 1958]

3.1 Ein historischer Überblick über die Entwicklung der dyadischen deontischen Logik bis zum System von Spohn

Die dyadischen Systeme der deontischen Logik entsprechen beinahe SDL, nur hat der **O**-Operator anstelle von einem jetzt zwei Argumente. $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ besagt: Unter dem Umstand α ist β geboten. Ich werde vorerst nur generell über die Analyse bedingter Normen in Systemen mit dyadischen Operatoren reden. Ein umgangssprachliches Beispiel soll die Verwendung dieses Operators veranschaulichen: Der anstelle der Variablen 'p' stehende Satz beschreibe den Umstand, daß das Fenster geschlossen ist,[2] und der anstelle von 'q' stehende Satz, daß es zu regnen beginnt. Dann besagt $\mathbf{O}(p/q)$: Man soll zusehen, daß das Fenster geschlossen ist für den Fall, daß es zu regnen beginnt, bzw. beginnender Regen verpflichtet dazu, das Fenster zu schließen. Betrachten wir die hier folgenden Formeln:

$$\mathbf{O}(\alpha/\alpha) \tag{3.1.i}$$

$$\mathbf{O}(\alpha/\neg\alpha) \tag{3.1.ii}$$

$$\mathbf{O}(\neg\alpha/\alpha) \tag{3.1.iii}$$

$\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ drückt aus, daß α zu α verpflichtet. Man ist bei dieser Deutung von (3.1.i) dazu verpflichtet, dafür Sorge zu tragen, daß der Zustand α erhalten bleibt. Formel (3.1.i) soll somit eine Formalisierung des eher seltenen Umstandes sein, daß die Welt (hinsichtlich α) auch so ist, wie sie sein soll. Den wahrscheinlicheren Umstand, daß die Welt bezüglich α eben nicht so ist, wie sie sein soll, kann man mit $\mathbf{O}(\alpha/\neg\alpha)$ ausdrücken: $\mathbf{O}(\alpha/\neg\alpha)$ drückt aus, daß $\neg\alpha$ zu α verpflichtet. Eine Variante von (3.1.ii) ist (3.1.iii): $\mathbf{O}(\neg\alpha/\alpha)$ könnte man als die Verpflichtung auffassen, den Mißstand α aufzuheben und für $\neg\alpha$ zu sorgen.[3]

Für die Logik der dyadischen deontischen Systeme haben Rescher und von Wright einige Axiome festgelegt, die von Hansson diskutiert und im Rahmen seiner Semantik

[2] Bei von Wright sind die Satzvariablen Platzhalter für Beschreibungen möglicher Zustände.

[3] Ich will hier gleich vorwegnehmen, daß sowohl Hansson als auch Spohn mit ihren Systemen diesem Ansatz nicht folgen. Diese Formeln - besonders die Formel (3.1.i) - stellen sogar genau die Schwachpunkte von dyadischen deontischen Systemen dar, wie ich unten darlegen werde.

formal interpretiert werden. Die Systeme Reschers und von Wrights unterscheiden sich in mehreren Axiomen, doch werden wir hier von diesen Unterschieden absehen[4] und uns auf den gemeinsamen Kern der beiden Systeme beschränken. Zur Interpretation des dyadischen Operators wurden von Hansson unterschiedlich starke Semantiken entwickelt,[5] wobei nur sein stärkstes System DSDL3 von weiterem Interesse ist; dieses System wird ausführlich von Spohn erörtert.[6] Bevor ich das dyadische System SDL_2 nach der Syntax und Semantik von Spohn vorstelle, will ich die Entwicklung hin zu seinem vollständigen dyadischen System der deontischen Logik skizzieren und kurz auch Reschers und von Wrights Axiome diskutieren.

3.1.1 Die Entwicklung der Syntax dyadischer Systeme der deontischen Logik

Von Wright verwendete u.a. folgende Axiome für den dyadischen Operator $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$:[7]

D1^2: $\neg[\mathbf{O}(\beta/\alpha) \wedge \mathbf{O}(\neg\beta/\alpha)]$

D2^2: $\mathbf{O}(\beta \wedge \gamma/\alpha) \leftrightarrow [\mathbf{O}(\beta/\alpha) \wedge \mathbf{O}(\gamma/\alpha)]$

D3^2: $[\mathbf{O}(\beta/\alpha) \wedge \mathbf{O}(\beta/\gamma)] \rightarrow \mathbf{O}(\beta/\alpha \vee \gamma)$

Die Ableitungsregeln der dyadischen Systeme entsprechen denen von SDL, die Necessierungsregel hat lediglich einen zweistelligen Operator im Nenner und somit folgende Gestalt:

DN^2: $\frac{\beta}{\mathbf{O}(\beta/\alpha)}$

D1^2 und D2^2 sind die dyadischen Versionen der Axiome von SDL. Von Wright hatte allerdings auch noch die Umkehrung von D3^2 unter seinen Axiomen:

D4^2: $\mathbf{O}(\beta/\alpha \vee \gamma) \rightarrow \mathbf{O}(\beta/\alpha) \wedge \mathbf{O}(\beta/\gamma)$

[4]Besagter Unterschied wird ausführlich in [Hansson, 1969, S. 133 ff.] diskutiert.
[5][Hansson, 1969]
[6][Spohn, 1975]
[7]Damit die Axiome von SDL und die der dyadischen Systeme nicht gleich bezeichnet werden, verwende ich für die dyadischen Axiome eine hochgestellte 2.

Aus D3^2 und D4^2 erhalten wir:

$$[\mathbf{O}(\beta/\alpha) \wedge \mathbf{O}(\beta/\gamma)] \leftrightarrow \mathbf{O}(\beta/\alpha \vee \gamma)$$

Von Wright begründet die Zulässigkeit der Äquivalenz mit folgendem Beispiel:

BEISPIEL 6
Angenommen, wir sind dazu angehalten, das Fenster zu schließen, falls es zu regnen *oder* zu donnern beginnt, so scheint dies gleichbedeutend mit den beiden Verpflichtungen zu sein, das Fenster zu schließen, falls es regnen sollte, *und* das Fenster zu schließen, falls es donnern sollte.

Es gibt allerdings auch gewichtige Einwände gegen die Verwendung von Formel D4^2. Formal kann man die Absurdität von D4^2 folgendermaßen zeigen:
Da $\alpha \leftrightarrow (\alpha \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \neg\gamma)$ gilt, folgt mit der in SDL_2 gültigkeitserhaltenden Substitution von äquivalenten Formeln aus $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ Formel (3.1.iv):

$$\mathbf{O}[\beta/(\alpha \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \neg\gamma)] \tag{3.1.iv}$$

Formel (3.1.iv) ist wegen D4^2 wiederum mit

$$\mathbf{O}(\beta/\alpha \wedge \gamma) \wedge \mathbf{O}(\beta/\alpha \wedge \neg\gamma) \tag{3.1.v}$$

äquivalent. Durch Simplifikation erhält man aus (3.1.v) die Formel $\mathbf{O}(\beta/\alpha \wedge \gamma)$, daher könnte man in SDL_2 mit D4^2 folgende Formel beweisen:

$$\mathbf{O}(\beta/\alpha) \rightarrow \mathbf{O}(\beta/\alpha \wedge \gamma) \tag{3.1.vi}$$

(3.1.vi) besagt: Falls es unter α geboten ist, für β zu sorgen, soll man auch unter dem (spezifischeren) Umstand $\alpha \wedge \gamma$ für β sorgen. Beispiele gegen die Gültigkeit dieses Prinzips liegen auf der Hand:[8]

BEISPIEL 7 (CONTRA D4^2)
Peter hat Maria geschwängert (q), und dieser Umstand verpflichtet ihn, zumindest nach

[8] Mit D4^2 würde man die sogenannte "Monotonie des konditionalen Junktors" in SDL_2 importieren, vgl. die Diskussion in Kap. (4.1.1), S. 82. Vgl. diesbezüglich auch Kap. (2.6.2), S. 47.

manchen ethischen Verhaltenskodizes, Maria zu heiraten (p): $\mathbf{O}(p/q)$. Mit unserem fraglichen Axiom ist daraus aber $\mathbf{O}(p/q \wedge r)$ ableitbar, also die etwas absurde Konsequenz, daß Peter auch für den Fall, daß er die schwangere Maria erschossen hat (r), verpflichtet ist, sie zu heiraten.

Die Diskussion der inhaltlichen Adäquatheit der vorgestellten Axiome ist allerdings ohne eine passende Semantik eine mühevolle, wenn nicht gar sinnlose Unternehmung, da unsere Intuitionen bezüglich der Bedeutung der Axiome viel zu vage sind und uns nur all zu oft im Nebel diffuser Interpretationen herumirren lassen.

3.1.2 Eine Semantik für dyadische deontische Logiken nach Hansson

3.1.2.1 Einleitende Bemerkungen

Die oben angegebenen dyadischen Systeme von Rescher und von von Wright sind rein syntaktisch, eine erste Semantik für die dyadische deontische Logik wurde von Hansson 1969 entwickelt.[9] Von seinen drei semantischen Systemen DSDL1, DSDL2 und DSDL3 kommt das stärkste System DSDL3 den Systemen von Rescher und von Wright am nächsten, wie er lapidar bemerkt:

> DSDL3 is the system which is most similar to Rescher's and von Wright's.[10]

Hansson versäumt es jedoch, diesen Zusammenhang zwischen dyadischer Syntax und Semantik näher zu erläutern. Das meines Wissens erste vollständige System der dyadischen deontischen Logik wurde 1975 von Spohn präsentiert, wobei er sich bei der Ausarbeitung seines Axiomensystems an der Semantik von Hansson orientierte; ich werde es unten als das System SDL_2 vorstellen.

Zur Motivation für seine Präferenzsemantik erklärt Hansson die Semantik von SDL mit den intuitiv leichter faßlichen Begriffen, die auch ich hier in meiner alternativen Darstellung der Semantik für SDL verwendet habe.[11] Nach dieser Semantik sind aus Sicht einer Welt w manche der möglichen Welten ideal bzw "perfekt", nämlich diejenigen

[9] [Hansson, 1969]

[10] Ebenda, S. 144.

[11] Vgl. meine alternative Darstellung der Semantik von SDL auf Seite 26. Hansson verwendet für seine Semantik eine von meinem Schreibstil stark abweichende Notation [Hansson, 1969, S. 143]. Ich versuche hier, seine Ideen meiner bisherigen Terminologie und Notation entsprechend darzustellen.

$v \in W$, für die gilt: $v \in P_w$. Man soll nun dahin streben, unsere wirkliche Welt w^* zu einer idealen Welt zu machen: Manche Formeln α sind wahr in jeder perfekten Welt $v \in P_{w^*}$, nämlich genau diejenigen Formeln α, von denen in w^* gilt: $\mathbf{O}\alpha$. Daher soll man das, was diese Formeln als geboten vorschreiben, erfüllen bzw. befolgen, um auch unsere Welt w^* zu einer perfekten Welt aus P_{w^*} zu machen. Erlaubnisformeln der Gestalt '$\mathbf{P}\alpha$' sind solche, deren Operand α in mindestens einer (aber nicht notwendigerweise in allen) perfekten Welten wahr ist; das, was diese Formeln als erlaubt angeben, darf man "ausführen". Man darf somit eine beliebige perfekte Welt, in der α wahr ist, "verwirklichen", indem man die aktuale Welt in einen Zustand überführt, in dem das, was die Erlaubnisformel als erlaubt angibt, vollzogen ist. Andererseits darf man nichts ausführen, was eine Formel der Gestalt '$\mathbf{F}\alpha$' als verboten angibt: Man darf keine Handlung ausführen, die durch eine Formel beschrieben wird, die in allen perfekten Welten falsch ist, da man sonst keine perfekte Welt verwirklichen kann.

Hansson beginnt seine Präsentation der Semantik für die dyadische deontische Logik mit der intuitiven Beantwortung der Frage, wie Gebote repräsentiert werden sollen, wenn jemand einen verbotenen Akt vollzieht. In diesem Fall sind nach der Semantik von SDL zwar alle perfekten Welten mit seinem Handeln unvereinbar, aber es mag wohl hoffentlich der Fall sein, daß von den übrigen noch zur Verfügung stehenden (unperfekten) Welten gewisse Welten den restlichen Welten vorzuziehen sind. Hansson fordert, dann "das Beste aus diesen traurigen Umständen zu machen":[12]

> The problem of conditional obligation is what happens if somebody nevertheless performs a forbidden act. Ideal worlds are excluded. But it may be the case that among the still achieveable worlds some are better than others. There should then be an obligation to make the best out of the sad circumstances.

Um diese Forderung in den Formalismus von SDL umsetzen zu können, führt er mit Hilfe einer Relation R den Begriff einer *R-maximalen* Welt ein: Eine Welt ist *R-maximal* in einer Menge A von Welten, wenn es in A keine andere Welt gibt, die "deontisch besser" bzw. die "idealer" ist. Die *R-maximale* Menge einer Menge A ist einfach die Menge der Welten in A, die *R-maximal* sind. Ist ein gewisser kontingenter Umstand α gegeben,

[12] Ebenda, S. 143.

so sind einige apriori mögliche Welten ausgeschlossen,[13] während einige andere Welten noch erreichbar sein können, d.h. auch unter den gegebenen Umständen uns noch als Alternativen offen stehen. Unter diesen immer noch erreichbaren Welten können nun einige deontisch mindestens so gut sein wie alle übrigen Welten, daher soll man mindestens eine von diesen Welten auch zu verwirklichen versuchen. Einige Formeln sind wahr in diesen "maximal idealen" Welten; diese Formeln geben an, was *geboten ist, gegeben* α. Man soll darauf achten, die durch diese Formeln ausgedrückte Handlungen zu vollziehen, wenn man unsere Welt den Umständen entsprechend "maximal ideal" machen will.

3.1.2.2 Hanssons Semantik

Logik via Mengenlehre

Hansson verwendet für Formeln die Metavariablen f, g, h, etc. Ist I eine beliebige Interpretation und f eine beliebige Formel, dann ist $T(f)$ - d.i. in unserer Notation: $|f|$ - die Menge der möglichen Welten w, für die gilt: $V(f, w) = 1$, d.h.:

$$T(f) =_{df} \{w \in W \ \mid \models_{I,w} f\}$$

Man spricht in diesem Fall auch von der *Proposition* von f.[14] Die Menge W aller möglichen Welten wird von Hansson mit 't' bezeichnet und die leere Menge mit 'k'. Ich gebe Hanssons Liste einiger der grundlegenden Beziehungen zwischen Formeln, Bewertungen und Mengen von Formeln einer auf der AL aufbauenden Sprache zusätzlich in unserer gewohnten und übersichtlicheren Notation mit Hilfe von Propositionen an:

- Gilt $\models f$, dann gilt: $T(f) = t$ bzw.: wenn $\models \alpha$, dann gilt: $|\alpha| = W$
- $T(f) \subseteq t$ bzw.: $|\alpha| \subseteq W$ (oder: $|\alpha| \in \wp(W)$)
- $T(\top) = t$ bzw.: $|\top| = W$
- $T(\bot) = k$ bzw.: $|\bot| = \emptyset$
- $T(\neg f) = t \setminus T(f)$ bzw.: $|\neg\alpha| = W \setminus |\alpha|$

[13] Nämlich genau diejenigen, in denen die Formel $\neg\alpha$ gültig ist.

[14] Hansson verwendet sog. *Bewertungen* (valuations). Diese Bewertungen sind aber nichts anderes als Mengen von möglichen Welten, in denen eine Formel f erfüllt ist, also Propositionen; vgl. Definition (16) auf S. 27.

- $T(f \vee g) = T(f) \cup T(g)$ bzw.: $|\alpha \vee \beta| = |\alpha| \cup |\beta|$
- $T(f \wedge g) = T(f) \cap T(g)$ bzw.: $|\alpha \wedge \beta| = |\alpha| \cap |\beta|$
- $\models f \rightarrow g$ gdw $T(f) \subseteq T(g)$ bzw.: $\models \alpha \rightarrow \beta$ gdw $|\alpha| \subseteq |\beta|$

Hansson unterdrückt häufig das Funktionssymbol 'T', so daß das Zeichen 'f' einmal für eine Formel f steht und einmal für die Proposition $T(f)$, was leicht zu Verwirrungen führen kann. Hansson hält ausdrücklich fest:[15]

> Note that the *formula* $f \rightarrow g$ is a set (viz. $\neg f \cup g$), but the fact that $f \rightarrow g$ is provable is the fact that f is a subset of g.

Die Präferenzrelation R

Wir verwenden wieder unsere Menge W von "möglichen Welten" und bezeichnen Elemente aus W mit w, w', v, v', etc. wRv besagt: "v ist mindestens so ideal wie w", und eine Relation P ("v ist streng idealer als w") wird einfach definiert: $wPv =_{df} wRv \wedge \neg vRw$. Ich verwende für beliebige Mengen von Welten das Symbol 'A' mit $A \subseteq W$.

DEFINITION 18 (R-MAXIMALITÄT EINER WELT)
Eine Welt $w \in A$ ist *R-maximal* in der Menge A, wenn es kein $v \in A$ gibt, so daß wPv.

DEFINITION 19 (MENGE DER R-MAXIMALEN WELTEN EINER WELTENMENGE)
Die *R-maximale* Menge einer Menge von Welten A ist die Menge an Welten $w \in A$, für die es kein $v \in A$ gibt, so daß wPv.

$$Max_R(A) =_{df} \{w \in A \mid \text{es gibt kein } v \in A, \text{ so daß gilt: } wPv\}$$

Ich beschränke mich im Folgenden auf reflexive R-Relationen. Je nach den weiteren Attributen der Relation R erhält man unterschiedlich starke Interpretationen für die dyadische deontische Logik DSDL, von denen Hansson drei vorstellt:

1. Die relativ schwache Interpretation DSDL1: es wird lediglich gefordert, daß R reflexiv ist.

[15][Hansson, 1969, S. 124]

2. Das etwas stärkere DSDL2: R ist reflexiv, und für jede nichtleere Menge von Welten A gibt es eine R-maximale Welt $v \in A$.[16]

3. Die stärkste Interpretation DSDL3: R erfüllt die Eigenschaften einer Präferenzrelation, d.h.: R ist reflexiv, transitiv und total (konnex). Außerdem erfüllt R die Bedingung von DSDL2: Für jede Menge von Welten $A \neq \emptyset$ gibt es eine R-maximale Welt $v \in A$.[17]

Der Kern der Semantik von DSDL

DEFINITION 20 (INTERPRETATION DER DYADISCHEN DEONTISCHEN LOGIK)
Eine *Interpretation I von DSDL* ist ein Tripel $\langle W, R, V \rangle$, für das gilt:

1. $W \neq \emptyset$.

2. R ist eine Relation über W ($R \subseteq W \times W$). Man erhält unterschiedlich starke Systeme von DSDL, je nachdem, welche von den folgenden Eigenschaften - (a), (b) oder (c) - für R gewählt werden:

   (a) R ist reflexiv: Für alle $w \in W$ gilt wRw. (DSDL1)

   (b) R ist reflexiv, und für jede Menge von Welten $A \subseteq W$ mit $A \neq \emptyset$ gibt es ein R-maximales $v \in A$. (DSDL2)

   (c) R erfüllt die Anforderung von (b) und außerdem gilt: R ist transitiv (für alle u, v, w gilt: Wenn uRv und vRw, dann auch uRw) und konnex: Für alle v, w gilt: vRw oder wRv. (DSDL3)

3. V ist eine Funktion, für die gilt:

   (a) $V(\alpha, w) \in \{0, 1\}$ für alle atomaren Formeln α.

   (b) $V(\neg\alpha, w) = 1$ gdw $V(\alpha, w) = 0$.

[16]Diese Bedingung lautet bei Hansson:

> A DSDL2 valuation is a reflexive relation R defined on t and having the property that every non-empty formula contains at least one R-maximal element.

[17]Die Eigenschaften von Präferenzrelationen werden von Hansson ausführlich in [Hansson, 1968b] und [Hansson, 1968a] diskutiert.

(c) $V(\alpha \to \beta, w) = 0$ gdw $V(\alpha, w) = 1$ und $V(\beta, w) = 0$.

(d) $V[\mathbf{O}(\beta/\alpha), w] = 1$ gdw für alle $w \in Max_R(\{v \in W \mid \models_{I,v} \alpha\})$ gilt: $V(\beta, w) = 1$, bzw.:

$$V[\mathbf{O}(\beta/\alpha), w] = 1 \text{ gdw } Max_R(|\alpha|) \subseteq |\beta|\,.$$

BEMERKUNG 7

Eine Formulierung wie in Def. (20), Punkt 3 (d) ist "global", da die im Definiendum frei vorkommende Variable w im Definiens nicht frei vorkommt, sondern mit einem Allquantor gebunden ist; wir könnten daher im Definiendum auch ganz darauf verzichten, explizit auf eine Welt $w \in W$ Bezug zu nehmen. Salopp gesagt: Eine Formel $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ ist wahr (in DSDL) gdw die R-maximalen "α-Welten" auch "β-Welten" sind.

Analyse

Punkt (3d) der Semantik ist eine Umsetzung der Formulierung, die Hansson zunächst nur für DSDL1 gibt (und für die beiden anderen Systeme analog übernimmt). Es lohnt sich, Hanssons Darstellung genau zu betrachten und mit dieser Formulierung vergleichend zu analysieren.[18]

> A *valuation* for the *first dyadic standard deontic logic* (DSDL1) is a reflexive relation R defined on the set t of all valuations of the BL for DSDL1. A DSDL1-formula of the type $\mathbf{O}(f/g)$ is *true* in the valuation R if and only if f contains all R-maximal elements in g.

	Hansson	**Unsere Darstellung**
1.	a reflexive relation R	Die Relation R ist reflexiv
2.	defined on the set t of all valuations of the BL	$R \subseteq W \times W$ (sowie weitere Bedingungen für R gemäß DSDL3)
3.	$\mathbf{O}(f/g)$ is *true*	$V[\mathbf{O}(\beta/\alpha)] = 1$
4.	f contains all R-maximal elements in g	$\lvert\beta\rvert$ ist eine Obermenge von $Max_R(\lvert\alpha\rvert)$

[18] [Hansson, 1969, S. 143f]. 'BL' steht für "*basic language*", in unserem Fall ist damit die AL gemeint.

DSDL1 ist eine relativ schwache Interpretation, da es in DSDL1 der Fall sein kann, daß manche Mengen von möglichen Welten keine R-maximalen Elemente enthalten, d.h. es kann Interpretationen geben, unter denen alles geboten und alles verboten, somit nichts mehr erlaubt ist.[19] DSDL2 ist eine etwas stärkere Interpretation, bei der dieser Fall nur bei widersprüchlichen Umständen auftreten kann. DSDL2 zeichnet sich DSDL1 gegenüber dadurch aus, daß es für jede nicht leere Proposition $|\alpha|$ für alle $w \in |\alpha|$ mindestens ein $v \in |\alpha|$ mit wRv gibt. Zu jeder Welt $w \in |\alpha|$ gibt es also mindestens eine "deontisch maximale" Welt $v \in |\alpha|$ - ein R-maximales Element.

DSDL2 ist aber immer noch eine relativ schwache Interpretation. Eine noch stärkere Interpretation erhält man, wenn man die Relation R weiter einschränkt. Eine naheliegende Bedingung für R ist, daß R außerdem die Eigenschaften von *Präferenzrelationen* erfüllt, d.h. R soll nicht nur die für DSDL2 geforderte Bedingung erfüllen, sondern zusätzlich auch noch auf $W \times W$ transitiv und konnex sein. Eine Relation R ist konnex gdw für alle x und für alle y gilt: xRy oder yRx. Mit DSDL3 wird man der intuitiven Forderung gerecht, daß man für jedes Element von W unter R diejenigen Welten angeben kann, die deontisch weniger ideal, gleich ideal oder idealer sind, daß sich also jede Menge von Welten "moralisch" ordnen läßt.

3.2 Das System SDL$_2$

Ein adäquates System der dyadischen deontischen Logik wurde 1975 von Spohn vorgestellt.[20] Spohn verwendet ein eigenes Axiom für den dyadischen deontischen Operator und die Semantik von Hanssons DSDL3. In dem genannten Artikel zeigt Spohn die Adäquatheit dieses Systems und skizziert sogar einen Entscheidbarkeitsbeweis. Ich will mich auf dieses System im Folgenden mit 'SDL$_2$' beziehen.

3.2.1 Die Syntax von SDL$_2$

Ich will den syntaktischen Aufbau von System SDL$_2$ analog zur Syntax von SDL vorstellen. Da sich viele Punkte der beiden Sprachen entsprechen, will ich auf Einzelheiten nur

[19]Dies ist der Fall, wenn es in der Menge von Welten, die den Umstand α erfüllen, keine R-maximale Welt gibt.

[20][Spohn, 1975]

dort eingehen, wo sich die beiden Sprachen erheblich unterscheiden. Das Besondere an der hier vorgestellten Syntax von SDL_2 ist, daß dieses System aus zwei Gründen relativ schwach ist:

- Es kommen keine gemischten Formeln vor.[21]
- Es kommen keine iterierten Operatoren vor.

Das Alphabeth von $\mathbf{SDL_2}$:

1. abzählbar viele Satzvariablen: $p, q, r, ...$
2. Junktoren: $\neg$, $\rightarrow$
3. Hilfszeichen: $($, $)$
4. Ein dyadischer Satzoperator: $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$

Die Formeln von $\mathbf{SDL_2}$:

atomare Formeln:

- Jede Satzvariable, die für sich alleine steht, ist eine atomare wff.

Die molekularen Formeln von $\mathbf{SDL_2}$:

1. Formeln, die durch Anwendung des einstelligen Funktors entstehen:
   - ist α eine wff, dann ist auch $\neg\alpha$ eine wff.
2. Formeln, die durch Anwendung eines binären Funktors entstehen:
   (a) sind α und β wff, in denen das Zeichen '**O**' nicht vorkommt, dann ist auch $\alpha \rightarrow \beta$ eine wff.
   (b) sind α und β wff, in denen '**O**' nicht vorkommt, dann ist auch $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ eine wff.

[21] Eine *gemischte* Formel wäre eine Formel, in der eine Formel mit einem deontischen Operator durch einen zweistelligen Junktor mit einer Formel ohne Operator verknüpft wird, z.B.: $p \rightarrow \mathbf{O}(r/q)$; vgl. Definition (1), S. 11.

(c) sind α und β wff, wobei in beiden Formeln '**O**' vorkommt, dann ist auch $\alpha \rightarrow \beta$ eine wff.

Definitionen:

1. $\alpha \vee \beta =_{df} \neg\alpha \rightarrow \beta$

2. $\alpha \wedge \beta =_{df} \neg(\alpha \rightarrow \neg\beta)$

3. $\mathbf{P}(\beta/\alpha) =_{df} \neg\mathbf{O}(\neg\beta/\alpha)$

4. $\mathbf{F}(\beta/\alpha) =_{df} \mathbf{O}(\neg\beta/\alpha)$

5. $\top =_{df} \alpha \vee \neg\alpha$

6. $\bot =_{df} \alpha \wedge \neg\alpha$

3.2.2 Die Axiome und Schlußregeln von SDL_2

Die Axiome von SDL_2

Die allgemeingültigen Axiome von SDL_2:

- A^2: Ist α eine tautologische Formel von SDL_2, dann ist α ein Axiom von SDL_2.[22]

Die deontischen Axiome von SDL_2:

1. D^21: $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$

2. D^22: Wenn $|\alpha| \neq \emptyset$, dann ist $\neg\mathbf{O}(\bot/\alpha)$ ein Axiom von SDL_2.

3. D^23: $\mathbf{O}(\beta \wedge \gamma/\alpha) \leftrightarrow [\mathbf{O}(\beta/\alpha) \wedge \mathbf{O}(\gamma/\alpha)]$

4. D^24: Wenn $|\alpha| = |\alpha'|$ und $|\beta| = |\beta'|$, dann ist $\mathbf{O}(\beta/\alpha) \leftrightarrow \mathbf{O}(\beta'/\alpha')$ ein Axiom von SDL_2.

   Das einzig spezifisch dyadische Axiom lautet:

5. D^25: $\mathbf{P}(\beta/\alpha) \rightarrow [\mathbf{O}(\gamma/\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow \mathbf{O}(\beta \rightarrow \gamma/\alpha)]$

[22] Vgl. Axiom A der SDL auf S. 21.

Die Schlußregeln von SDL$_2$:

Die aussagenlogische Schlußregel von SDL$_2$ ist der Modus Ponens. Die deontische Necessierungsregel für SDL$_2$ lautet:

$$\mathrm{DN}^2\colon \frac{\beta}{\mathbf{O}(\beta/\alpha)}$$

3.2.3 Die Semantik von SDL$_2$

3.2.3.1 Vorbereitende Erklärungen

Bevor die Semantik von SDL$_2$ nach Spohn (bzw. nach Hansson) entwickelt wird, will ich nochmals an das gängige Konzept der *Propositionen* in der Modallogik erinnern: Die durch eine Formel α relativ zu einer Interpretation I ausgedrückte Proposition ist nichts anderes als diejenige Menge A von möglichen Welten ($A \subseteq W$), von der gilt, daß α unter I in allen Welten $w \in A$ wahr ist.[23] Wie bei Hanssons Semantik für DSDL benötigen wir eine Präferenzrelation R und die Definition einer R-maximalen Welt bzw. einer R-maximalen Menge:[24]

DEFINITION 21 (R-MAXIMALE MENGE NACH SPOHN)
Die mit Definition (19) äquivalente Bestimmung der R-maximalen Menge einer Menge von Welten lautet bei Spohn:

$$\begin{aligned} Max_R(A) \quad =_{df} \quad & \{w \in A \mid \text{ für alle } w'\colon \\ & \text{wenn } w' \in A, \text{ dann } w'Rw)\} \end{aligned}$$

Analog zu DSDL3 werden für R die in Definition (22) angeführten Bedingungen gefordert:

DEFINITION 22 (SDL$_2$-PRÄFERENZRELATION)
Eine Relation R ist eine SDL$_2$-Präferenzrelation gdw die folgenden fünf Bedingungen erfüllt sind:

1. $R \subseteq W \times W$

[23] Vgl. Def. (16) auf S. 27.
[24] Vgl. die Definitionen (18) und (19), S. 57.

2. R ist reflexiv: Für alle $w \in W$ gilt: wRw.

3. R ist transitiv: Für alle $w, w', w'' \in W$ gilt: Wenn wRw' und $w'Rw''$, dann wRw''.

4. R ist konnex: Für alle $w, w' \in W$ gilt: wRw' oder $w'Rw$.

5. Wenn $|\alpha| \neq \emptyset$, dann gilt: $Max_R(|\alpha|) \neq \emptyset$.

Punkt 5 der obigen Definition besagt, daß für jede nichtleere Proposition $|\alpha|$ die ihr entsprechende R-maximale Menge von Welten $Max_R(|\alpha|)$ nicht leer ist. Die Bedeutung dieser Forderung wird von Spohn so erläutert:

> [5] then excludes, so to say, that the wishes of a person or institution who has a R grow unceasingly.[25]

Mit diesen Voraussetzungen kann jetzt die Semantik für SDL_2 entwickelt werden.

3.2.3.2 Der Kern der Semantik von SDL_2

DEFINITION 23 (INTERPRETATION VON SDL_2)
Eine *Interpretation* I von SDL_2 ist ein Tripel $\langle W, R, V \rangle$, für das gilt:

1. $W \neq \emptyset$

2. R ist eine SDL_2-Präferenzrelation

3. V ist eine zweistellige Funktion, für die gilt:

   (a) $V(\alpha, w) \in \{0, 1\}$ für alle atomaren Formeln α.

   (b) $V(\neg\alpha, w) = 1$ gdw $V\alpha, w) = 0$.

   (c) $V(\alpha \rightarrow \beta, w) = 0$ gdw $V(\alpha, w) = 1$ und $V(\beta, w) = 0$.

   (d) $V[\mathbf{O}(\beta/\alpha), w] = 1$ gdw $Max_R(|\alpha|) \subseteq |\beta|$.

BEMERKUNG 8
Bei Bedingung (d) ist der Bezug auf eine Welt w irrelevant. Wir werden daher bei Formeln der Art $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ auch bei $\models$ den Index für die jeweilige Welt weglassen und für $V[\mathbf{O}(\beta/\alpha), w] = 1$ einfach schreiben: $V[\mathbf{O}(\beta/\alpha)] = 1$, bzw. $\models_I \mathbf{O}(\beta/\alpha)$.

[25] [Spohn, 1975, S. 239]

3.2.4 Die Definitionen der Metalogik von SDL_2

3.2.4.1 Die semantischen Definitionen der Metalogik von SDL_2

Eine Interpretation $I = \langle W, R, V\rangle$ von SDL_2[26] *erfüllt* eine Formel α in einer Welt $w \in W$ gdw $V(\alpha, w) = 1$, d.h.: $\models_{I,w} \alpha$ gdw. $V(\alpha, w) = 1$. Man sagt in diesem Fall auch einfach: Das geordnete Paar $M = \langle I, w\rangle$ ist ein *Modell von* α. Eine Interpretation I *erfüllt eine Formelmenge* Γ *in einer Welt* $w \in W$, $\models_{I,w} \Gamma$ *gdw* für alle Formeln $\alpha \in \Gamma$ gilt: $\models_{I,w} \alpha$ - man sagt statt dessen auch: $\langle I, w\rangle$ ist ein *Modell von* Γ. Ein Formel α von SDL_2 ist *gültig unter einer Interpretation* I, $\models_I \alpha$ gdw für jede Welt $w \in W$ gilt: $\models_{I,w} \alpha$. Eine Formel α von SDL_2 ist *allgemeingültig,* $\models \alpha$ *gdw* α unter jeder Interpretation I gültig ist. Schließlich *folgt* eine Formel α von SDL_2 *logisch aus einer Formelmenge* Γ, $\Gamma \models \alpha$ *gdw* für jede Interpretation $I = \langle W, R, V\rangle$ und für jede Welt $w \in W$ gilt: Wenn $\models_{I,w} \Gamma$, dann gilt auch: $\models_{I,w} \alpha$, d.h. gdw jedes Modell von Γ auch ein Modell von α ist.

3.2.4.2 Die Beweistheorie von SDL_2

Ein *Beweis von* $\textit{SDL}_2$ (kurz: $\textit{SDL}_2$*-Beweis*) ist eine endliche Folge von Formeln, wobei jedes Glied der Folge ein Axiom von SDL_2 ist oder durch Anwendung der Regeln von SDL_2 auf vorherige Formeln der Folge gewonnen werden kann. Eine Formel α ist *beweisbar in* $\textit{SDL}_2$ (kurz: $\textit{SDL}_2$*-beweisbar*), $\vdash \alpha$, wenn es einen SDL-Beweis gibt, dessen letztes Glied α ist. Eine Formel β ist aus einer Menge von Formeln Γ *ableitbar in* $\textit{SDL}_2$ (kurz: $\textit{SDL}_2$*-ableitbar*), $\Gamma \vdash \beta$ gdw gilt: $\Gamma = \emptyset$ und $\vdash \beta$, oder es gibt Formeln $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \in \Gamma$, so daß $\vdash (\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n) \to \beta$.

3.2.5 Ein Anwendungsbeispiel

Für die Bewertung eines zweistelligen Operators in SDL_2 wird eine Interpretation $I = \langle W, R, V\rangle$ mit drei Komponenten benötigt:

- Eine SDL_2-Präferenzrelation $R \subseteq W \times W$: R erfüllt die in Definition (22) angeführten Bedingungen.

[26]Wie bei der Definition der semantischen Begriffe der Metalogik von SDL können wir auch hier die Relativierung auf SDL_2 lassen, weil sie sich aus dem jeweiligen Kontext von selbst ergibt.

- Zu jeder Formel α eine Menge A von möglichen Welten mit $A = |\alpha|$. Zudem benötigen wir zu jeder Menge $|\alpha|$ eine Menge $Max_R(|\alpha|)$ der R-maximalen Welten von $|\alpha|$ mit der Forderung: Wenn $|\alpha| \neq \emptyset$, dann $Max_R(|\alpha|) \neq \emptyset$.

- Die Angabe der notwendigen und hinreichenden Bedingung, unter welcher V einer Formel $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ den Wert 1 zuordnet:

$$V[\mathbf{O}(\beta/\alpha)] = 1 \text{ gdw } Max_R(|\alpha|) \subseteq |\beta|$$

Für ein Beispiel aus dem Alltag verwende ich folgende Legende:

p: Hans räumt den Gehsteig frei.

q: Hans sorgt für Ersatz bei der Gehsteigräumung.

r: Hans bringt den Hausbesitzer um.

s: Hans vertrinkt das Haushaltsgeld.

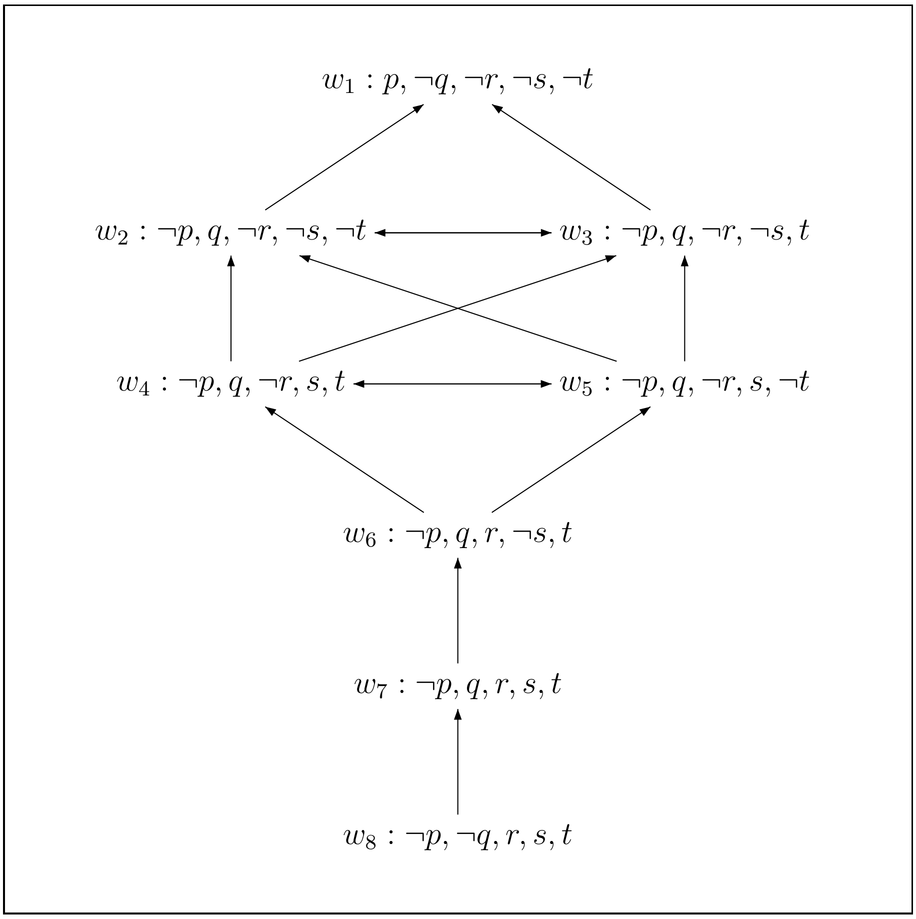
t: Hans trägt Turnschuhe.

Es sei eine Interpretation $I^* = \langle W^*, R^*, V^* \rangle, W^* = \{w_1, ..., w_8\}$ mit folgenden Bewertungen gegeben:

- $\models_{I^*,w_1} \{p, \neg q, \neg r, \neg s, \neg t\}$
- $\models_{I^*,w_2} \{\neg p, q, \neg r, \neg s, \neg t\}$
- $\models_{I^*,w_3} \{\neg p, q, \neg r, \neg s, t\}$
- $\models_{I^*,w_4} \{\neg p, q, \neg r, s, t\}$
- $\models_{I^*,w_5} \{\neg p, q, \neg r, s, \neg t\}$
- $\models_{I^*,w_6} \{\neg p, q, r, \neg s, t\}$
- $\models_{I^*,w_7} \{\neg p, q, r, s, t\}$
- $\models_{I^*,w_8} \{\neg p, \neg q, r, s, t\}$

Für R^* gelte u.a.: $w_8R^*w_7$; $w_7R^*w_6$; $w_6R^*w_5$; $w_6R^*w_4$; $w_5R^*w_4$; $w_5R^*w_3$; $w_5R^*w_2$; $w_4R^*w_5$; $w_4R^*w_3$; $w_4R^*w_2$; $w_3R^*w_2$; $w_3R^*w_1$; $w_2R^*w_3$; $w_2R^*w_1$, wobei R^* eine SDL_2-Präferenzrelation sein soll. Außerdem gilt: $|\neg p| = \{w_2, \ldots, w_8\}$; $Max_{R^*}(|\neg p|) = \{w_2, w_3\}$.

Diese Modelle kann man zusammen mit den zuvor angeführten R^*−Verbindungen zwischen ihnen mit folgendem Bild veranschaulichen:



BEISPIEL 8 (ANWENDUNG VON SDL_2)
Gegeben sei, daß Hans den Gehsteig nicht räumt ($\neg p$), dann gilt: $|\neg p| = \{w_2, \ldots, w_8\}$; $Max_{R^*}(|\neg p|) = \{w_2, w_3\}$. Wegen $V^*[\mathbf{O}(\beta/\neg p)] = 1$ gdw $Max_{R^*}(|\neg p|) \subseteq |\beta|$ und aufgrund der Definitionen von $\mathbf{P}(\beta/\alpha)$ und $\mathbf{F}(\beta/\alpha)$ erhalten wir:[27]

- $\models_{I^*} \mathbf{O}(q/\neg p)$; $\models_{I^*} \mathbf{O}(\neg r/\neg p)$; $\models_{I^*} \mathbf{O}(\neg s/\neg p)$.

[27]Ich unterschlage hier die Angabe trivialer Normen der Form $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$. Außerdem beschränken wir uns - wie schon erwähnt - beim Symbol '$\models$' auf den Index I^* für die Interpretation und lassen den Index für die jeweilige Welt weg, da diesbezüglich für alle Welten der jeweiligen Interpretation dasselbe gilt.

- $\models_{I^*} \mathbf{P}(q/\neg p)$; $\models_{I^*} \mathbf{P}(\neg r/\neg p)$; $\models_{I^*} \mathbf{P}(\neg s/\neg p)$; $\models_{I^*} \mathbf{P}(t/\neg p)$ und $\models_{I^*} \mathbf{P}(\neg t/\neg p)$.
- $\models_{I^*} \mathbf{F}(\neg q/\neg p)$; $\models_{I^*} \mathbf{F}(r/\neg p)$; $\models_{I^*} \mathbf{F}(s/\neg p)$.

BEISPIEL 9 (ANWENDUNG VON SDL_2)
Gegeben sei, daß Hans den Gehsteig nicht räumt *und* sein Haushaltsgeld vertrinkt ($\neg p \wedge s$); dann gilt:

$|\neg p \wedge s| = \{w_4, w_5, w_7, w_8\}$; $Max_{R^*}(|\neg p \wedge s|) = \{w_4, w_5\}$; daher:

- $\models_{I^*} \mathbf{O}(q/\neg p \wedge s)$; $\models_{I^*} \mathbf{O}(\neg r/\neg p \wedge s)$.
- $\models_{I^*} \mathbf{P}(q/\neg p \wedge s)$; $\models_{I^*} \mathbf{P}(\neg r/\neg p \wedge s)$; $\models_{I^*} \mathbf{P}(t/\neg p \wedge s)$; $\models_{I^*} \mathbf{P}(\neg t/\neg p \wedge s)$.
- $\models_{I^*} \mathbf{F}(\neg q/\neg p \wedge s)$; $\models_{I^*} \mathbf{F}(r/\neg p \wedge s)$.

3.3 Der Zusammenhang von SDL und SDL_2

Nimmt man '$\top$' als Zeichen für eine Tautologie, dann kann man in SDL_2 einen einstelligen Operator $\mathbf{O}\alpha$ definieren:

$$\mathbf{O}\alpha =_{df} \mathbf{O}(\alpha/\top) \tag{3.3.i}$$

Da die Axiome und Ableitungsregeln von SDL prinzipiell auch Axiome und Regeln von SDL_2 sind, kann jede SDL-beweisbare Formel, die auch eine Formel von SDL_2 ist, in SDL_2 bewiesen werden.[28]

SDL kann als ein System der *unbedingten* oder *absoluten Verpflichtungen* klassifiziert werden. Das neue, in seinen Anwendungsmöglichkeiten flexiblere SDL_2 ist eine Logik der *bedingten* oder *relativen Verpflichtungen*. Daß eine Handlung *unbedingt geboten* ist, bedeutet, daß diese Handlung unter allen Umständen geboten ist; bei einer *bedingten Verpflichtung* tritt die Verpflichtung nur relativ zu gewissen Umständen in Kraft. Um nun die Funktionsweise des Operators etwas plausibler zu machen, will ich zwei einfache Sonderfälle betrachten:

Fall 1: Die Formel β in $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ ist eine Tautologie $\top$: $\mathbf{O}(\top/\alpha)$.

Fall 2: Die Formel α in $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ ist eine Kontradiktion $\bot$: $\mathbf{O}(\alpha/\bot)$.

[28] Hier muß natürlich die Einschränkung berücksichtigt werden, daß in SDL_2 keine gemischten Formeln erlaubt sind.

Dazu betrachten wir noch die folgenden Theoreme von SDL_2:

$$\mathbf{O}(\beta/\alpha) \to \mathbf{O}(\top/\alpha) \tag{3.3.ii}$$

und

$$\mathbf{O}(\beta/\alpha) \to \mathbf{O}(\beta/\perp) \tag{3.3.iii}$$

(3.3.ii) könnte dabei etwa so interpretiert werden:

> Wenn unter einem bestimmten Umstand etwas geboten ist, dann ist unter diesen Umstand (u.a.) auch der "tautologische Zustand" geboten.[29]

Dies ist eine Verallgemeinerung einer Eigenschaft von Normen, die in SDL_2 gültig ist: Wenn unter dem Umstand α die Erfüllung von β geboten ist, dann ist unter α auch die Erfüllung jeder logisch schwächeren Formel als β geboten. Eine analoge Interpretation von (3.3.iii) lautet:

> Wenn etwas überhaupt unter einem bestimmten Umstand geboten ist, dann auch unter kontradiktorischen Umständen.

3.4 Kontranormative Imperative in SDL_2

3.4.1 Kontranormative Imperative

Kann man mit $\mathbf{O}(\beta/\neg\alpha)$ den kontranormativen Imperativ ausdrücken, daß man für β zu sorgen hat, gegeben, daß man seine vorausgehende Pflicht zu α verletzt hat? Nach von Wright ist dem nicht so:

> For, there is nothing in the form of the imperative to show that the state of affairs that $\neg\alpha$ has come about as a result of neglect of duty.[30]

Nach von Wright hat man mit den genannten Axiomen aber eine solide Grundlage, um die von Chisholm aufgedeckte Schwierigkeit der kontranormativen Imperative in den Griff

[29] Das ist trivialerweise immer erfüllt.
[30] [von Wright, 1964], S. 114.

zu bekommen. Man benötigt einen Formalismus, mit dem man sowohl die handelnden Personen als auch die Art und Weise, wie verschiedene Umstände zustande kommen, darstellen kann:[31]

> Contrary to duty imperatives are a special class of hypothetical imperatives. The logical structure of hypothetical imperatives, I shall maintain, is that of a dyadic obligation-operator which obeys the axioms D1^2 - D3^2 of the calculus here called the New System of Deontic Logic. Neither the formula '$\mathbf{O}(\neg\alpha \rightarrow \beta)$' of the Old system, nor the 'mixed' formula '$\neg\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta$' proposed by Professor Chisholm captures the logical form of the hypothetical norm that one ought to see to it that β, should it be the case that $\neg\alpha$. The formula '$\mathbf{O}(\beta/\neg\alpha)$' of the New System captures it. If the reason why it is *not* the case that α, is that the agent to whom the hypothetical norm applies has neglected a duty of his to see to it that α, then the hypothetical norm is, for him, a contrary-to-duty imperative.

3.4.2 Die Paradoxie von Chisholm in SDL$_2$

Eine *Chisholmmenge* ist eine Menge von vier Sätzen der Alltagssprache mit folgender Struktur: 1) p ist geboten (bzw. $\neg p$ ist geboten), 2) p verpflichtet zu q, 3) $\neg p$ verpflichtet zu $\neg q$, 4) $\neg p$ (bzw.: p). Die Chisholmsche Paradoxie besteht darin, daß in SDL jede Formalisierung einer Chisholmmenge entweder redundant oder widersprüchlich oder beides ist.[32]

Eine Chisholmmenge kann in SDL$_2$ ohne die in Kap. (2.3.3) erörterten Paradoxien durch die Menge $S = \{\mathbf{O}(p/\top), \mathbf{O}(q/p), \mathbf{O}(\neg q/\neg p), \neg p\}$ dargestellt werden. Um darzulegen, daß zumindest die Probleme von SDL in SDL$_2$ nicht mehr auftreten, ist folgendes zu zeigen:

1. S ist konsistent, d.h. es gibt eine Interpretation $I^* = \langle W^*, R^*, V^* \rangle$ und eine Welt $w^* \in W^*$, so daß $M^* = \langle I^*, w^* \rangle$ ein Modell von S ist, d.h. $\models_{I^*,w^*} S$.

[31] Ebenda, S. 114f. von Wright bezieht sich hier auf auf seine Axiome von SDL$_2$, die oben (vgl. S.52) vorgestellt wurden. Ich verwende für seine Formeln und die Nummerierung seiner Axiome eine abweichende Notation. Das "Old System of Deontic Logic" entspricht SDL, das "New System of Deontic Logic" SDL$_2$.

[32] Vgl. die Diskussion in Kap. (2.3.3), S. 38ff.

2. Die Menge S ist nicht redundant, d.h., daß keine Formel von S aus den übrigen Formeln logisch folgt, d.h für jede Formel $\alpha_i \in S$ gilt: $S \setminus \{\alpha_i\} \not\models \alpha_i$. Dazu muß man für jede Formel $\alpha_i \in S$ ein "Gegenmodell" $M' = \langle I', w' \rangle$ angeben, d.h. ein Modell von $S \setminus \{\alpha_i\}$, das kein Modell von α_i ist.

Die dafür erforderlichen Interpretationen sind leicht gefunden:

BEWEIS 5 (CHISHOLMMENGE IN SDL$_2$)

1. Sei $I^* = \langle W^*, R^*, V^* \rangle$ gegeben, wobei gilt: $W^* = \{w_1^*, w_2^*\}$, $R^* = \{\langle w_1^*, w_1^* \rangle, \langle w_2^*, w_2^* \rangle, \langle w_2^*, w_1^* \rangle\}$ und V^* ist definiert wie folgt: $V^*(p, w_1^*) = 1$, $V^*(p, w_2^*) = 0$, $V^*(q, w_1^*) = 1$ und $V^*(q, w_2^*) = 0$; daher:

   (a) $\models_{I^*, w_1^*} \{p, q\}$

   (b) $\models_{I^*, w_2^*} \{\neg p, \neg q\}$

   Dieses einfache Modell können wir wieder mit einem Bild veranschaulichen:

$$\begin{tikzcd} w_1^* : p, q \\ w_2^* : \neg p, \neg q \arrow[u] \end{tikzcd}$$

   Es gilt: $|p| = \{w_1^*\}$, $|\top| = W^* = \{w_1^*, w_2^*\}$, $|\neg p| = \{w_2^*\}$, $|q| = \{w_1^*\}$, $|\neg q| = \{w_2^*\}$; ferner: $Max_{R^*}(|p|) = \{w_1^*\}, Max_{R^*}(|\top|) = \{w_1^*\}$ und $Max_{R^*}(|\neg p|) = \{w_2^*\}$; daher: $\models_{I^*, w_2^*} \neg p$, $\models_{I^*} \mathbf{O}(p/\top)$, $\models_{I^*} \mathbf{O}(q/p)$ und $\models_{I^*} \mathbf{O}(\neg q/\neg p)$. Damit gilt also auch $\models_{I^*, w_2^*} S$, und es ist somit gezeigt, daß es ein Modell von S gibt - nämlich $\langle I^*, w_2^* \rangle$ - und daß S daher konsistent ist.

2. Für den Beweis, daß S nicht redundant ist, müssen wir für jede Formel $\alpha_i \in S$ ein Modell $M = \langle I, w \rangle$ konstruieren, so daß gilt: $\models_{I,w} S \setminus \{\alpha_i\}$ und $\not\models_{I,w} \alpha_i$.

   Fall 1: $\alpha_i = \neg p$

   Wir benötigen ein Modell $M = \langle I, w \rangle$ mit folgenden Eigenschaften:

$$\models_I \mathbf{O}(p/\top), \models_I \mathbf{O}(q/p), \models_I \mathbf{O}(\neg q/\neg p) \text{ und } \not\models_{I,w} \neg p$$

Dazu genügt eine Interpretation I mit folgenden Eigenschaften: $W = \{w_1, w_2\}$, $R = \{\langle w_1, w_1\rangle, \langle w_2, w_2\rangle, \langle w_2, w_1\rangle\}$, und V ist derart, daß gilt:

(a) $\models_{I,w_1} \{p, q\}$

(b) $\models_{I,w_2} \{\neg p, \neg q\}$

Daher gilt: $Max_R(|\top|) = \{w_1\}, Max_R(|p|) = \{w_1\}, Max_R(|\neg p|) = \{w_2\}$, und somit: $\models_I \mathbf{O}(p/\top)$, $\models_I \mathbf{O}(q/p)$, $\models_I \mathbf{O}(\neg q/\neg p)$ und $\not\models_{I,w_1} \neg p$. Damit ist gezeigt, daß $\langle I, w_1\rangle$ ein Modell von $S \setminus \{\neg p\}$, aber nicht von $\neg p$ ist, und daß somit die Formel $\neg p$ nicht aus der Menge $S \setminus \{\neg p\}$ logisch folgt.

BEMERKUNG 9

Diese Interpretation I entspricht I^* von oben, wir haben also mit einer Interpretation die Konsistenz von S bewiesen und gleichzeitig gezeigt, daß $\neg p$ unabhängig von $S \setminus \{\neg p\}$ ist. Der einzige Unterschied ist, daß wir hier das Modell $M = \langle I, w_1\rangle$ verwenden, in dem die Formel $\neg p$ nicht gültig ist, während im obigen Modell $M^* = \langle I^*, w_2^*\rangle$ die Formel $\neg p$ gültig ist.

Fall 2: $\alpha_i = \mathbf{O}(p/\top)$

Wir benötigen hier ein Modell $M = \langle I, w\rangle$ mit folgenden Eigenschaften:

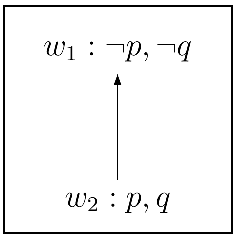
$$\models_I \mathbf{O}(q/p), \models_I \mathbf{O}(\neg q/\neg p), \models_{I,w} \neg p \text{ und } \not\models_I \mathbf{O}(p/\top)$$

Dafür sorgt eine Interpretation I mit folgenden Eigenschaften: $W = \{w_1, w_2\}$, $R = \{\langle w_1, w_1\rangle, \langle w_2, w_2\rangle, \langle w_2, w_1\rangle\}$, und V ist derart, daß gilt:

(a) $\models_{I,w_1} \{\neg p, \neg q\}$

(b) $\models_{I,w_2} \{p, q\}$

Hier ist uns wieder eine kleine Grafik hilfreich:



Es gilt: $Max_R(|\top|) = \{w_1\}, Max_R(|p|) = \{w_2\}, Max_R(|\neg p|) = \{w_1\}$, und daher: $\models_I \mathbf{O}(q/p)$, $\models_I \mathbf{O}(\neg q/\neg p)$, $\models_{I,w_1} \neg p$ und $\not\models_I \mathbf{O}(p/\top)$. Somit folgt die Formel $\mathbf{O}(p/\top)$ nicht logisch aus der Menge $S \setminus \{\mathbf{O}(p/\top)\}$.

Fall 3: $\alpha_i = \mathbf{O}(\neg q/\neg p)$

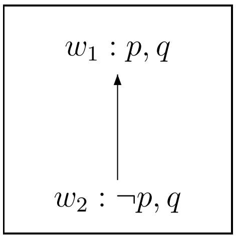
Wir benötigen wieder ein Modell $M = \langle I, w\rangle$ mit folgenden Eigenschaften:

$$\models_I \mathbf{O}(p/\top), \models_I \mathbf{O}(q/p), \models_{I,w} \neg p \text{ und } \not\models_I \mathbf{O}(\neg q/\neg p)$$

Dieses Modell kann von einer Interpretation I mit folgenden Eigenschaften geliefert werden: $W = \{w_1, w_2\}$, $R = \{\langle w_1, w_1\rangle, \langle w_2, w_2\rangle, \langle w_2, w_1\rangle\}$, und V ist derart, daß gilt:

(a) $\models_{I,w_1} \{p, q\}$

(b) $\models_{I,w_2} \{\neg p, q\}$



Es gilt: $Max_R(|\top|) = \{w_1\}, Max_R(|p|) = \{w_1\}, Max_R(|\neg p|) = \{w_2\}$, und somit: $\models_I \mathbf{O}(p/\top), \models_I \mathbf{O}(q/p), \models_{I,w_2} \neg p$ und $\not\models_I \mathbf{O}(\neg q/\neg p)$. Damit ist gezeigt, daß die Formel $\mathbf{O}(\neg q/\neg p)$ nicht aus der Menge $S \setminus \{\mathbf{O}(\neg q/\neg p)\}$ logisch folgt.

Fall 4: $\alpha_i = \mathbf{O}(q/p)$

Hier benötigen wir ein Modell $M = \langle I, w\rangle$ mit folgenden Eigenschaften:

$$\models_I \mathbf{O}(p/\top), \models_I \mathbf{O}(\neg q/\neg p), \models_{I,w} \neg p \text{ und } \not\models_I \mathbf{O}(q/p)$$

Wir betrachten dazu eine Interpretation I mit folgenden Eigenschaften: $W = \{w_1, w_2\}$, $R = \{\langle w_1, w_1\rangle, \langle w_2, w_2\rangle, \langle w_2, w_1\rangle\}$, und V ist derart, daß gilt:

(a) $\models_{I,w_1} \{p, \neg q\}$

(b) $\models_{I,w_2} \{\neg p, \neg q\}$

$$\begin{tikzcd} w_1 : p, \neg q \\ w_2 : \neg p, \neg q \arrow[u] \end{tikzcd}$$

Es gilt: $Max_R(|\top|) = \{w_1\}, Max_R(|p|) = \{w_1\}, Max_R(|\neg p|) = \{w_2\}$, und infolgedessen: $\models_I$ $\mathbf{O}(p/\top)$, $\models_I$ $\mathbf{O}(\neg q/\neg p)$, $\models_{I,w_2} \neg p$ und $\not\models_I$ $\mathbf{O}(q/p)$. Somit folgt auch die Formel $\mathbf{O}(q/p)$ nicht logisch aus der Menge $S \setminus \{\mathbf{O}(q/p)\}$.

Damit wurde gezeigt, daß es ein Modell für die Chisholmmenge gibt, und daß diese Menge nicht redundant, sondern unabhängig ist. ■

3.5 Die Grenzen von SDL$_2$

3.5.1 Einige problematische Formeln

Bei der Diskussion der Axiome wurde bereits erörtert, warum von Wright's ursprüngliche Axiome revidiert werden mussten: Die Verwendung von D3*^{2} führte zu intuitiv nicht akzeptablen Konsequenzen. Das von Hansson und Spohn überarbeitete System SDL$_2$ ist aber immer noch zu stark, um damit den Begriff einer bedingten Norm befriedigend analysieren zu können; in erster Linie ist dabei die in SDL$_2$ gültige, oben bereits genannte Formel $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ zu nennen:[33]

> As I see it, the crucial point is the validity of the formula $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$. Surely most people would accept 'α is obligatory under circumstances α (according to a certain person or institution)' neither as being actually true nor as a criterion of rationality, especially in the case where α is something primarily forbidden, i.e. something forbidden under tautological circumstances. This smacks a little bit like justifying the factual.

[33] Vgl. Formel (3.1.i) und [Spohn, 1975], S. 249.

Ähnliche Probleme ergeben sich aber auch mit unseren früher bereits erwähnten Formeln $\mathbf{O}(\alpha/\neg\alpha)$ und $\mathbf{O}(\neg\alpha/\alpha)$.[34] $\mathbf{O}(\neg\alpha/\alpha)$ ist zwar nach Hansson sicher keine in seiner Semantik erfüllbare Formel, es ist aber fraglich, ob es sich dabei überhaupt um eine zulässige bzw. wohlgeformte Formel handelt:[35]

> Let p be 'Smith robs Jones'. It seems rather pointless to say 'Smith ought to refrain from robbing Jones in the circumstances where he actually robs him'. If Smith *has* robbed Jones, he cannot 'undo' it.[36]

Formeln der Art $\neg\mathbf{O}(\neg\alpha/\alpha)$, also $\mathbf{P}(\alpha/\alpha)$, und $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ sind Hansson's vorsichtiger Deutung gemäß bedeutungslos und daher keine zulässigen bzw. wohlgeformten Formeln.[37] Problematisch ist für mich daher, daß diese Formeln im System von Spohn nicht nur zulässige Formeln sind, sondern sogar Theoreme darstellen, also keineswegs als "bedeutungslos" bezeichnet werden können.

Ich will einen etwas aus der Mode gekommenen Lösungsansatz erwähnen, auf den ich aber nicht weiter eingehen werde: Spohn und Aqvist propagieren in [Aqvist, 1984] die Relativierung der deontischen Axiome von SDL_2 auf Zeitpunkte oder Intervalle, etwa nach Thomasons Verknüpfung der deontischen Konzepte mit temporalen Operatoren:[38]

> ...I suggest applying Hansson's semantics, only to formulas in which the obligatory state of affairs lies in the future relative to the time the obligation is in force; or more precisely, that $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ qualifies as prime formula of SDL_2^3 only if t_2 is later than t_1 and t_1 is later than t_0 where t_2 is the point or interval of time reffered to by β, t_1 is the point or interval of time referred to by α, and t_0 is the point or interval of time at which this obligation is in force. Both $\mathbf{O}(\neg\beta/\beta)$ and $\mathbf{O}(\beta/\beta)$ would then not qualify as prime formulas and would be outside the scope of Hansson's semantics, the desirability of which was just acknowledged.[39]

[34] Vgl. Formeln (3.1.ii) und (3.1.iii), S. 51.
[35] [Hansson, 1969], S. 141f.
[36] Ebenda, S. 141.
[37] Vgl. [Spohn, 1975, S. 249].
[38] [Thomason, 1981]
[39] [Spohn, 1975], S. 249f.

Dieser temporale Ansatz ist etwas aus der Mode gekommen und wird in der aktuellen Literatur (zu Recht?) kaum noch diskutiert; er löst beileibe nicht alle Paradoxien, so wie er es vorgibt. Außerdem besteht nach wie vor das Problem, wie mit Normkonflikten umgegangen werden soll. Stehen sich zwei unvereinbare Normen gegenüber, so ist dies ein zeitunabhängiger Konflikt, so daß mir der Lösungsversuch durch Einführen von Zeitoperatoren etwas zu künstlich und konstruiert erscheint. Zumindest werden meine Vorstellungen davon, wie man einen solchen Konflikt lösen könnte, von diesem Ansatz nicht befriedigend erfasst.

3.5.2 SDL$_2$ ist zu restriktiv

Wir haben in Kap. (2.6.2), S. 47f. das Problem erörtert, daß in SDL das unerwünschte Phänomen der "Stärkung des Antecedens" auftritt, und an Hand von Beispiel (7), S. 53ff. wird deutlich, warum man dieses Problem vermeiden soll.[40] SDL$_2$ hat tatsächlich nicht mehr diese Eigenschaft von SDL, allerdings ist die Semantik von SDL$_2$ zu restriktiv; hier wird sozusagen "das Kind mit dem Bad ausgeschüttet": Man kann mit SDL$_2$ ein wünschenswertes Maß an Monotonie nicht mehr modellieren. Die *Stärkung des Antecedens* wird in der dyadischen Analyse für alle Formeln γ, deren Konjunktion mit α nicht logisch äquivalent mit dem Antecedens α ist, vollständig verworfen:

$$\mathbf{O}(\beta/\alpha) \not\models_{\mathrm{SDL}_2} \mathbf{O}(\beta/\alpha \wedge \gamma)$$

Bloß deshalb, weil β in allen maximal idealen Welten von $|\alpha|$ wahr ist, braucht β noch lange nicht auch in allen maximal idealen Welten von $|\alpha \wedge \gamma|$ wahr zu sein. Der Umgang mit dem Antecedens einer bedingten Norm scheint sowohl in SDL als auch in SDL$_2$ nicht ganz angemessen zu sein; beide Systeme sind auf ihre Art extrem in ihrer unterschiedlichen Behandlung bedingter Normen: Was die Stärkung des Antecedens betrifft, ist SDL zu unvorsichtig und SDL$_2$ zu vorsichtig. Die Gründe für die Unangemessenheit von SDL wurden bereits erörtert, die Unzulänglichkeit des Ansatzes von SDL$_2$ wird durch ein Beispiel von Horty deutlich:[41]

[40] Dieses Phänomen hat seine Ursache darin, daß das Konditional von SDL monoton ist, vgl. die Diskussion der Eigenschaft von SDL und SDL$_2$ in Kap. (4.1.1), S. 82.

[41] Vgl. [Horty, 1993, S. 19.]. Für das Beispiel gilt folgende Legende: p: "Man isst mit den Fingern", q: "Man legt die Serviette auf den Schoß", und r: "Es wird Spargel serviert".

BEISPIEL 10 (SDL_2 IST ZU VORSICHTIG)
Angenommen, man nimmt sich die folgenden Grundsätze zu Herzen:

1. Man soll nicht mit den Fingern essen: $\mathbf{O}(\neg p/\top)$
2. Man soll sich eine Serviette auf den Schoß legen: $\mathbf{O}(q/\top)$
3. Wenn dir Spargel serviert wird, sollst du diesen aber mit den Fingern essen: $\mathbf{O}(p/r)$

Intuitiv sollte ganz klar die dritte Norm die erste Norm *außer Kraft setzen*, falls Spargel serviert wird.[42] Niemand schließt aus den obigen Prämissen, daß auch dann nicht mit den Fingern gegessen werden darf, wenn Spargel serviert wird. Wird Spargel serviert, so beeinträchtigt dies unter den gegebenen Voraussetzungen aber natürlich nicht die zweite Norm, nach der man sich eine Serviette auf den Schoß zu legen hat. Wir wollen aus diesen drei Prämissen natürlich nicht $\mathbf{O}(\neg p/r)$, aber doch $\mathbf{O}(q/r)$ ableiten können.[43]

Der einzige Weg, um nun in dieser Situation auf $\mathbf{O}(q/r)$ schließen zu können, besteht darin, das Antecedens zu stärken. Diese Operation ist allerdings in SDL_2 ausgeschlossen; eine uneingeschränkte Anwendung dieses Prinzips auf die erste Prämisse würde andererseits das unerwünschte Resultat $\mathbf{O}(\neg p/r)$ zur Folge haben.

Hier muß man einen gesunden Mittelweg finden:[44]

> What is needed, apparently, is a certain amount of strengthening, but not too much: we want to allow oughts formulated explicitly only for very general circumstances to apply also by default in more specific situations, unless they are overridden in those situations.

3.6 Zusammenfassung

Die Chisholmsche Paradoxie diente als Leitmotiv für die Entwicklung von SDL_2, und tatsächlich werden in SDL_2 bezüglich dieser Paradoxie die Probleme von SDL vermieden. Obwohl man von einer befriedigenden Lösung vielleicht noch etwas entfernt ist, hat man mit diesem Ansatz doch eine ausbaufähige Basis für die formale Unterscheidung

[42] Vgl. Definition (33) auf Seite 112.
[43] Man beachte dabei, daß die Aussage q logisch unabhängig von p bzw. $\neg p$ ist.
[44] [Horty, 1993, S. 19.]

von prima-facie-Normen und sekundären Normen gefunden. Die weitere Entwicklung der deontischen Logik zeigt, daß sich die meisten modernen nichtmonotonen Systeme in ihrem Aufbau sehr stark an SDL_2 orientieren. Da Bengt Hansson eine Semantik für eine formale Sprache vorstellte, in der Gebote relativ zu Umständen ausgedrückt werden können, gilt er als der "Gottvater des nichtmonotonen Schließens". Die Technik der Verwendung einer "Präferenzrelationen" für DSDL3 stellt so etwas wie einen "Meilenstein" in der KI-Forschung (KI = Künstliche Intelligenz) und der Erörterung nichtmonotonen Argumentierens dar. Spohn entkräftet in seiner Diskussion von Hanssons Semantik einige Einwände gegen den dyadischen Ansatz Hanssons, zeigt aber dennoch auch einige nicht unerhebliche Kritikpunkte auf, wie etwa die Allgemeingültigkeit von Formel (3.1.i) und die Allgemeingültigkeit der Negation von Formel (3.1.ii). Außerdem hat die Diskussion von Kap. (3.5.2), S. 76f. gezeigt, daß in SDL_2 spezielle Schlüsse, für die ein gewisses Maß an Monotonie erforderlich ist, nicht angemessen repräsentiert werden können.

Teil II

Nichtmonotone Systeme bedingter Normen

Kapitel 4

Ein Überblick über nichtmonotones Schließen

4.1 Einführung in nichtmonotones Schließen

Bei der Diskussion der bedingten Normen wurde das Problem ersichtlich, daß in SDL bedingte Normen intuitiv nicht befriedigend dargestellt werden können. Dieser Makel wurzelt nicht in den deontischen Eigenschaften der Sprache, sondern in der Verwendung der materialen Implikation der AL: Weder die Semantik des deontischen Operators noch die deontische Nezessierungsregel spielen bei den Paradoxien von SDL eine maßgebliche Rolle, sondern die Verwendung der materialen Implikation. In SDL_2 versucht man daher, bedingte Normen anstatt mit einer materialen Implikation mit einem generischen dyadischen Operator auszudrücken.

Es werden in SDL_2 zwar einige Probleme und Paradoxien von SDL behoben, allerdings ist die Folgerungsbeziehung für SDL_2 klassisch definiert; dadurch erweisen sich einige Formeln als allgemeingültig, die nicht plausibel erscheinen, und außerdem sind einige in der Alltagssprache gültige Schlüsse nicht repräsentierbar. Die deontische Logik entwickelte sich in den 80er und 90er Jahren des 20. Jahrhunderts hin zu einer Logik mit einer nichtmonotonen Grundlage. Nichtmonotone Systeme zeichnen sich dadurch aus, daß ein gültiger Schluß mit einer gewissen Prämissenmenge eventuell ungültig wird, wenn man zusätzliche Prämissen beifügt. Diese Eigenschaft nichtmonotoner Systeme wird in der KI-Forschung zur Bewältigung der Aufgabe benutzt, für unser Alltagsschließen ein angemessenes Modell zu finden. Obwohl viele Schlüsse unseres Alltages gemäß den Gesetzen der klassischen (monotonen) Logik nicht gültig sind, haben sie für uns doch eine große Bedeutung. Mit ihrer Hilfe können wir uns in einer komplexen Umwelt mit vielen unterschiedlichen Anforderungen orientieren, wie ich mit folgendem Beispiel zeigen will:

BEISPIEL 11
Ein Arzt schließt aus der Feststellung eines bestimmten Symptoms bei einem Patienten, daß er ihm ein entsprechendes Präparat zu verabreichen hat. Wenn er allerdings weiß, daß der Patient darauf allergisch ist, darf er diesen Schluß nicht mehr ziehen.

Viele Schlußfolgerungen unseres Alltages erwecken den Eindruck, daß ein gerechtfertigter Schluß im Lichte zusätzlicher Informationen gegebenenfalls nicht mehr gültig sein kann. In einer alltäglichen Diskussion werden Schlüsse gezogen, gewonnene Hypothesen werden einer Prüfung unterzogen, und außerdem können die Konklusionen einer Stufe als Eingabe für eine weitere Schlußprozedur nach gleichem Muster "recycelt" werden: Beispielsweise ist ein Kriminalbeamter zur Klärung eines Falles berechtigt, aus anfänglich spärlichen Informationen gewisse Aussagen zu folgern. Gewinnt er im Laufe seiner Recherchen zusätzliche Erkenntnisse, werden diese Informationen so ausgewertet, daß einige der zunächst plausiblen Hypothesen nicht mehr zu einer weiteren Hypothesenbildung herangezogen werden können - er muß die Gültigkeit mancher Hypothesen aufgrund einer zusätzlich gewonnen Information verwerfen.

Der Schluß in Beispiel (11), einem Allergiker keinen Hustensaft zu verschreiben, auf den er allergisch reagiert, ist eine Ausnahme der Faustregel, gemäß der bei Erkältung normalerweise Hustensaft zu verschreiben ist. Daß ein gültiger Schluß unter Hinzufügung von gewissen Prämissen ein ungültiger Schluß werden kann, lässt sich im Rahmen der AL mit den Eigenschaften der klassischen Folgerungsbeziehung nicht modellieren. Es gibt aber mindestens zwei nichtmonotone Ansätze, mit denen man diese Aufgabe bewältigen kann:

- Man kann metasprachlich eine geeignete nichtmonotone Folgerungsbeziehung definieren.

- Man kann aber auch einen nichtmonotonen Junktor $\hookrightarrow$ in der Objektsprache einführen und mit den Festlegungen der Semantik für diesen Junktor dafür Sorge tragen, daß eine Formel wie $\mathbf{O}(\alpha \hookrightarrow \beta) \to \mathbf{O}(\alpha \wedge \gamma \hookrightarrow \beta)$ nicht für beliebige α, β und γ allgemeingültig ist.

Bevor ich einen Überblick über die prominentesten Vertreter aus der sehr großen und heterogenen Familie der nichtmonotonen Logiken gebe, stelle ich die wesentlichen Eigenschaften nichtmonotoner Systeme einigen Eigenschaften der AL gegenüber.

4.1.1 Die Monotonie der klassischen AL

Die Folgerungsbeziehung der klassischen AL ist monoton, ein einmal gezogener, gültiger Schluß bleibt auch dann ein gültiger Schluß, wenn man die Prämissen, aus denen die Konklusion gezogen wurde, um beliebige wff's erweitert: Folgt eine Formel α aus einer Formelmenge Γ, so folgt α auch aus der Formelmenge $\Gamma \cup \{\gamma\}$.[1] Bei genauem Hinsehen ergibt sich, daß die klassische AL sogar in mindestens zwei Punkten monoton ist, einmal in der Folgerungsbeziehung bzw. der Ableitbarkeitsrelation, und zum anderen ist auch der durch '$\to$' symbolisierte Implikationsjunktor monoton im folgenden Sinne: Jedes aussagenlogische Modell M einer Formel $\alpha \to \beta$ ist auch ein Modell von $\alpha \wedge \gamma \to \beta$.[2] Die Folgerungsbeziehung wird in der Metasprache der AL definiert, weshalb ich die AL als "monoton bezüglich der Folgerungsbeziehung der Metasprache" nennen möchte. Der Junktor '$\to$' gehört zur Objektsprache der AL, daher kann man die AL auch "monoton im Konditional der Objektsprache" nennen. Formal ausgedrückt, lauten die Monotonieeigenschaften der AL wie folgt:

M1: Für alle Formeln α, β, γ der AL gilt: $\alpha \to \beta \models \alpha \wedge \gamma \to \beta$ (Monotonie des Konditionals der Objektsprache)

M2: Für alle Formeln α, β, γ der AL gilt: Wenn $\alpha \models \beta$, dann gilt auch: $\{\alpha, \gamma\} \models \beta$ (schwache Monotonie der Folgerungsbeziehung)

4.1.2 Eigenschaften nichtmonotoner Systeme

Die geläufigsten nichtmonotonen Logiken stimmen darin überein, daß sie in mindestens einer Hinsicht nicht monoton sind. Alle bekannten nichtmonotonen Systeme haben ent-

[1] Analog gilt für die Ableitbarkeitsrelation der AL: Ist eine Formel α aus einer Prämissenmenge Γ ableitbar, dann ist α auch aus $\Gamma \cup \{\gamma\}$ ableitbar.

[2] Bzw.: $\alpha \to \beta \vdash \alpha \wedge \gamma \to \beta$.

weder die Eigenschaft, daß es in ihrer Sprache mindestens eine Formel γ und ein nichtmonotones Konditional $\alpha \hookrightarrow \beta$ gibt, so daß aus dem Konditional $\alpha \hookrightarrow \beta$ gemäß der zugehörigen Folgerungsbeziehung nicht $\alpha \wedge \gamma \hookrightarrow \beta$ folgt (i) , oder es ist für sie eine nichtmonotone Folgerungsbeziehung $\mid\!\approx$ derart definiert, daß es für die Beifügung von γ zu den Prämissen einer nichtmonotonen Folge eventuell kein nichtmonotones Modell gibt, so daß die Formeln der Prämissenmenge und die Konklusion simultan erfüllt sind (ii).[3] Formaler ausgedrückt, kann man sagen, daß jedes nichtmonotone System mindestens eine der folgenden drei Eigenschaften besitzt:

NM1: Es gibt Formeln α, β, γ und einen Junktor $\hookrightarrow$, so daß gilt: $\alpha \hookrightarrow \beta \not\models \alpha \wedge \gamma \hookrightarrow \beta$ (Nichtmonotonie des Konditionals der Objektsprache)

NM2: Eine nichtmonotone Folgerungsbeziehung $\mid\!\approx$ ist derart definiert, daß es Formeln α, β, γ gibt, so daß $\alpha \mid\!\approx \beta$, aber $\{\alpha, \gamma\} \not\mid\!\approx \beta$ (Definition einer nichtmonotonen Folgerungsbeziehung in der Metasprache)

NM3: Beide eben beschriebenen Sachverhalte bestehen.

4.1.3 Die nichtmonotone Behandlung von "normalerweise"

Die Definition einer nichtmonotonen Folgerungsbeziehung ist ein Versuch, das alltägliche Schlußverhalten von Menschen zu modellieren, soweit es rational gerechtfertigt ist. In den Argumentationen unseres Alltags wird oft das Schlüsselwort "normalerweise" verwendet, oder man muß es zu den Prämissen einer Alltagsargumentation - wie etwa in Beispiel (11) - hinzu denken, ohne daß es explizit formuliert worden wäre. Man ist in der KI-Forschung unter anderem bestrebt, dem Normalitätsbegriff, der in folgenden Beispielen verwendet wird, eine formale Semantik zu geben. Zunächst einige deskriptive Beispielsätze mit 'normal' bzw. 'normalerweise':

- Vögel können normalerweise fliegen.
- Es ist normal, daß es in Griechenland im April sehr viel regnet.
- Quäker sind normalerweise sehr friedliebend.

[3] In vielen nichtmonotonen Logiken ist sogar (i) und (ii) der Fall.

- Wenn die Sonne rotglühend am Horizont untergeht, ist der nächste Tag normalerweise heiß.[4]
- Normalerweise bin ich um diese Uhrzeit schon zu Hause.
- Bei schwerer Gewaltanwendung wird normalerweise eine Haftstrafe vergeben.

Sehr häufig wird der Ausdruck "normalerweise" auch bei der Formulierung von Normen verwendet, die nicht uneingeschränkt gültig sind, sondern nur "im Normalfall" Gültigkeit haben:

- Normalerweise darf (oder soll) man bei Erkältung Hustensaft verschreiben.
- Bei schwerer Gewaltanwendung ist normalerweise eine Haftstrafe zu vergeben.
- Normalerweise darf man keine Gewalt anwenden.
- Normalerweise soll ich jetzt zu Hause sein.

Es gibt mehrere Ansätze, den Ausdruck "normalerweise" logisch zu repräsentieren. Bei den folgenden Versuchen will ich es offen lassen, welcher Art die Instanzen sein dürfen, die für die Metavariablen 'α' und 'β' eingesetzt werden können, obwohl es sehr wohl einen Unterschied macht, ob für die Metavariablen vollständige Sätze, generelle Terme (wie 'v' für "Vogelsein" und 'f' für "Flugfähigkeit habend") oder offene Formeln mit genau einer freien Variablen (wie etwa die atomaren Formeln 'vx' und 'fx' in der geschlossenen Formel "$vx \hookrightarrow_x fx$"[5]) eingesetzt werden.

BEMERKUNG 10
Da in den Sprachen der nichtmonotonen Systeme dieser Arbeit keine Individuenterme und auch keine generellen Terme vorkommen, wird der Ausdruck "normalerweise" später nur mit Hilfe von Sätzen und nicht mit generellen Termen oder offenen Formeln dargestellt.

[4] Dieser Satz entspricht einer Bauernregel, die von Landwirten gerne verwendet wird. Da im Winter ein etwas diffuseres Licht als im Sommer herrscht, geht die Sonne in der Regel nur an einem heißen Sommertag rotglühend unter. Dieses Ereignis ist ein Indiz dafür, daß sehr wahrscheinlich auch der folgenden Tag heiß und trocken wird.

[5] Das Zeichen '$\hookrightarrow_x$' stellt einen nichtmonotonen, zweistelligen Junktor einer Sprache mit Individuentermen dar. Die freie Variable x der Formeln vx und fx wird dabei durch den Junktor gebunden. Man kann $vx \hookrightarrow_x fx$ folgendermaßen interpretieren:

> "Für normale x gilt: Wenn x ein Vogel ist, dann kann x fliegen."

1. Man kann ein nichtmonotones Konditional mit einer eigenen Semantik einführen: $\alpha \hookrightarrow \beta$. Man kann $\alpha \hookrightarrow \beta$ lesen als "α impliziert normalerweise β". Der Satz "Vögel können normalerweise fliegen" wird dann durch '$v \hookrightarrow f$' ausgedrückt.

2. Man kann in Analogie zu den Satzoperatoren der Modallogik einen nichtmonotonen "Normalitätsoperator" N einführen, mit dessen Hilfe dann ein nichtmonotones Konditional definiert wird: $\alpha \hookrightarrow \beta =_{df} N(\alpha \rightarrow \beta)$.

3. Eine Variante des Normalitätsoperators wird von Kraus, Lehmann und Magidor diskutiert:[6] "Normalerweise gilt α" bedeutet, daß α von einer allgemeingültigen Prämisse nichtmonoton impliziert wird:

$$N\alpha =_{df} \top \hookrightarrow \alpha$$

4. Man kann in der Metasprache sogenannte "Defaultregeln" einführen: $\frac{\alpha:\beta}{\beta}$ besagt, daß man - gegeben α - normalerweise auf β schließen kann, wenn β mit der Menge unserer Annahmen konsistent ist. Die Aussage "Vögel können normalerweise fliegen" kann man mit der Defaultregel $\frac{v:f}{f}$ darstellen. Dieser wichtige Sonderfall der allgemeinen Form $\frac{\alpha:\gamma}{\beta}$ einer Defaultregel entspricht in etwa der Verwendung eines nichtmonotonen zweistelligen Junktors $\alpha \hookrightarrow \beta$ in der Objektsprache.

5. Man kann versuchen, "normalerweise" mit einer nichtmonotonen Folgerungsbeziehung $\mid\!\approx$ zu erfassen: $v \mid\!\approx f$

6. Ein Spezialfall einer nichtmonotonen Folgerungsbeziehung kann so definiert werden, daß in einer Sprache mit Individuenvariablen für jedes Prädikat P_i ein sogenanntes "Abnormalitätsprädikat" 'Ab_i' eingeführt wird. Ein Schluß von "Richard ist ein Quäker" (Qr), "Peter ist ein Quäker" (Qp), "Quäker sind normalerweise friedliebend" ($(Qx \wedge \neg Ab_i x) \rightarrow Fx$), und der Voraussetzung, daß Richard nicht friedliebend ist ($\neg Fr$), auf: "Peter ist friedliebend" (Fp), ist nach der Umschreibungsmethode von McCarthy nichtmonoton gültig, da in den minimalen Modellen von $Qx \wedge \neg Ab_i x$ die Formel Fp erfüllt ist.[7]

[6] Vgl. [Kraus et al., 1990].

[7] Diesen Schluß kann man aus den gegebenen Prämissen nicht mit der klassischen Logik ziehen, vgl. das "Blockbeispiel" von [Lifschitz, 1994, S. 1f.].

BEMERKUNG 11
Leider findet man selten eine Anleitung, wie man die formale Interpretation von "normalerweise" rechtfertigen kann. Man weiß zwar, wie man eine Sprache, die diesen Term enthält, in einem Kalkül darstellen kann und welche Schlüsse man mit dem Kalkül aus derartigen Formeln ziehen kann, aber es wird kaum eine Begründung gegeben, warum ein solcher Schluß gültig sein soll.[8]

Ich will hier einen kurzen Verweis, die Darstellung von "normalerweise" in den beiden nichtmonotonen Systemen der deontischen Logik, die in dieser Arbeit behandelt werden, vorausschicken: In dem System von Asher und Bonevac kommt der Begriff "normalerweise" über prima facie gültige Normen zur Geltung, im System von Horty wird die "Normalität" mit Defaultregeln umschrieben.

4.2 Einschub: Eine mögliche Ordnung der Systeme dieser Arbeit

Man kann die Systeme dieser Arbeit in bestimmte Kategorien einordnen, indem man ihre Behandlung von normativen Phrasen der Umgangssprache betrachtet. Einige der folgenden Phrasen lassen sich nicht adäquat mit den bisher besprochenen Systemen darstellen: Phrasen, die wie die unten stehenden Aussagen (4), (5) und (6) den Ausdruck 'normalerweise' oder einen dazu äquivalenten Ausdruck beinhalten, können mit SDL und SDL_2 nicht ausgedrückt werden.

1. Es ist geboten daß α.
2. Gegeben β, ist es geboten, daß α.
3. Im β-Idealfall ist α wahr.
4. Gegeben β, ist es normalerweise geboten, daß α.

[8] Eine Ausnahme ist Schurz, der in [Schurz, 1994] versucht, das nichtmonotone Schließen aus sog. *normischen Gesetzen* auf eine wahrscheinlickeitstheoretische bzw. statistische Grundlage zu stellen - *normische Gesetze* sind Gesetze, in denen das Wörtchen "normal" oder eine abgewandelte Form davon vorkommt: "Normalerweise können Vögel fliegen". In [Schurz, 2001] wird der Versuch diskutiert, den Begriff "normal" evolutionstheoretisch und statistisch zu begründen.

5. Gegeben β, ist es prinzipiell geboten, daß α.

6. Gegeben β, ist es prima facie geboten, daß α.

Die Phrasen mit einem relativierenden Term wie *normalerweise*, *prima facie* und *prinzipiell* kann man in dem System von Horty mit der Hilfe von Defaultprämissen darstellen; in den Systemen von Asher und Bonevac dienen dafür die nichtmonotone Junktoren $>$ und $>_{\mathbf{O}}$. Man kann nun folgende Ordnung herstellen:

- (1) ist klarerweise in allen besprochenen Systemen darstellbar.
- Bei der Darstellung von (2) ergeben sich bereits Probleme in SDL.
- Für die Darstellung von (3) eignet sich SDL_2; in der Semantik von SDL gibt es keine Anweisung, mit der man die Gültigkeit von Normen relativ zu einem (Ideal)Fall bewerten kann.
- (4), (5) und (6) sind nur in den beiden noch folgenden Systemen darstellbar.

Für die Behandlung bedingter Normen ist hier entscheidend, daß die nichtmonotonen Ansätze hervorragend geeignet sind, um Ausnahmefälle der bedingten Norm in den Griff zu bekommen. Man kann zwar in SDL Ausnahmen einer bedingten Norm $\mathbf{O}(p \rightarrow q)$ darstellen, indem man die Ausnahmefälle $\neg r_1, \ldots, \neg r_n$ einfach zum Antecedens einer bedingten Norm hinzufügt:

$$\mathbf{O}(p \wedge \neg r_1 \wedge \ldots \wedge \neg r_n \rightarrow q)$$

Das funktioniert allerdings nur, wenn man die möglichen Ausnahmefälle vollständig und exakt auflisten kann, wozu man aber allzu häufig nicht in der Lage ist. Versucht man etwa, die Ausnahmefälle des normischen Gesetzes "Vögel können normalerweise fliegen" aufzulisten, so merkt man bald, daß man nicht zu einem Ziel kommt: Der Vogel könnte ein Pinguin sein, oder ein Strauß sein, oder ein Kiwi sein, oder gebrochene Flügel haben, oder krank sein, oder ... etc. Nichtmonotone Ansätze bieten hier den entscheidenden Vorteil, daß man keine genaue Kenntnis der Ausnahmemenge benötigt. Der Kalkül ermöglicht es uns, aus den Prämissen nichtmonoton korrekte Schlüsse zu ziehen, ohne daß wir dabei die Menge der möglichen Ausnahmen exakt angeben müssen.

4.3 Der Zusammenhang von nichtmonotoner Logik mit Hanssons Semantik für SDL_2

Die mit der materialen Implikation verbundene deduktive Monotonie der AL nach (M1) und (M2) ist ein Grund, warum bedingte Normen der Alltagssprache, die zwar im "Normalfall" gültig, unter spezifischen Umständen jedoch nicht gültig sind, in SDL nur unbefriedigend dargestellt werden können. Der Ansatz von SDL_2 ist der erste Schritt hin zu einem System, das einen derartigen Fall ausdrücken kann; aus $\mathbf{O}(\beta/\top)$ kann man in SDL_2 nicht auf $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ schließen: $\mathbf{O}(\beta/\top) \not\models_{\mathrm{SDL}_2} \mathbf{O}(\beta/\alpha)$. Die rasante Entwicklung der nichtmonotonen Logik weckte die berechtigte Hoffnung, daß die guten Ansätze von SDL_2 mit Hilfe nichtmonotoner Techniken zu einem leistungsfähigen System für bedingte Normen ausgearbeitet werden können, zumal die nichtmonotone Logik und SDL_2 eine entscheidende Gemeinsamkeit besitzen: Hanssons Idee von 1969, für die Semantik von SDL_2 die Welten einer Menge mit einer Präferenzrelation zu ordnen, wurde unabhängig von ihm von einigen Autoren für die Semantik nichtmonotoner Systeme wiederentdeckt. Autoren wie Kraus, Lehmann und Magidor, Shoham und Makinson versuchten, die Fülle von nichtmonotonen Systemen durch eine semantische Beschreibung des nichtmonotonen Folgerungsbegriffes zu vereinheitlichen und griffen hierbei auf eine präferenzielle Ordnung einer Menge von Welten zurück.[9] Bei Kraus Lehmann und Magidor wird eine zweistellige Relation $\prec$ über einer Menge S von Zuständen definiert:[10]

> The relation $\prec$ represents the reasoner's preference among states. The fact that $s \prec t$ means that, in the agent's mind, s is *preferred* to or more *natural* than t. As will be formally defined below, the agent is willing to conclude β from α if all *most natural* states which satistfy α also satisfy β.

Eine Variante der Idee, die Modelle einer Formelmenge zu ordnen, wurde von McCarthy für die Formulierung seiner "Umschreibungsmethode" verwendet: Nach diesem Ansatz werden die bevorzugten Modelle einer Theorie T dadurch gewonnen, daß für gewisse vorgegebene Prädikate der Sprache von T diejenigen Modelle von T selektiert werden, in

[9] Vgl. [Kraus et al., 1990], [Shoham, 1987], [Makinson, 1994].

[10] Vgl. [Kraus et al., 1990, S. 182]. Zustände können mit Mengen von möglichen Welten identifiziert werden.

denen die Extensionen dieser relevanten Prädikate minimal sind.[11] In Hanssons Semantik von SDL_2 werden die Welten eines Modells mit Präferenzrelationen so geordnet, daß die idealen Welten relativ zu einem Umstand nicht die minimalen, sondern die maximalen Welten unter denjenigen Welten sind, für die dieser Umstand erfüllt ist.[12] Diese Gemeinsamkeit vieler nichtmonotoner Systeme mit der Semantik von SDL_2 wurde von Makinson eingehend dargelegt.[13] Hanssons Semantik wird dabei von Makinson als ein System der minimalen Modelle für spezifische Normen, die nur unter bestimmten Umständen außer Kraft gesetzt werden, betrachtet:[14]

> To the four faces of minimality mentioned so far, there should be added a fifth, namely that involved in the semantics of conditional obligation in deontic logic. In its earliest and most rudimentary form, due to Hansson [1969], this is formally indistinguishable from the semantics for defeasible inference, When refined to take some account of time and human agency, it aquires a character of its own, and is indeed the most complex of the five applications of minimality.

4.4 Kurzer Abriss der wichtigsten nichtmonotonen Systeme

Später - in den Kapiteln (6) und (7) - werden zwei nichtmonotone Systeme bedingter Normen behandelt: das System von Horty, welches auf Reiters Defaultlogik aufgebaut ist, und der Ansatz zur Behandlung von prima-facie-Normen von Asher und Bonevac. Bei Asher und Bonevac werden die nichtmonotonen Konditionale des Systems mit Hilfe von Präferenzrelationen interpretiert, bei Horty wird die Nichtmonotonie des Folgerns

[11] Ein Modell $M = \langle V, D\rangle$ der Prädikatenlogik ist bezüglich eines n-stelligen Prädikates P^n und einer zu M gehörigen Variablenbelegung μ *minimal*, wenn es so wenig n-Tupel $\langle\mu(x_1), \ldots, \mu(x_n)\rangle$ wie möglich gibt, so daß gilt: $\langle\mu(x_1), \ldots, \mu(x_n)\rangle \in V_\mu(P^n)$, vgl. [McCarthy, 1980, S. 35]:

> A sentence q is minimally entailed by A, iff q is true in all minimal models of A, where a model is minimal if as few as possible tuples $\overline{x}$ satisfy the predicate P.

Ebenda, S. 35, liegt auch eine präzise Definition der Begriffs *minimally entailed* und vor.

[12] Formal macht es keinen Unterschied, ob es sich um minimale oder maximale Modelle handelt.

[13] [Makinson, 1993]

[14] [Makinson, 1993, S. 342], ab “In its earliest and most rudimentary form ...” im Original kursiv.

mit Hilfe von Defaultregeln bewerkstelligt. Bevor ich diese Systeme diskutiere, will ich einen Überblick über wichtige nichtmonotone Techniken und die bedeutendsten Systeme der nichtmonotonen Logik geben. Da ich auf Reiters Defaultlogik gesondert vor der Diskusion von Hortys System eingehe, will ich hier einige Konzepte und die prominentesten Vertreter der vielen anderen nichtmonotonen Systeme kurz erörtern.

Damit man formal einen alltäglichen Schluß gegebenen Falls zurücknehmen kann, hat man versucht, Systeme mit zusätzlichen, schwächeren Schlußregeln, als es die Regeln der klassischen AL sind, zu entwickeln. Das bedeutet jedoch nicht, daß in nichtmonotonen Systemen die Regeln der AL außer Kraft gesetzt sind. McDermott und Doyle bringen das Bestreben, die klassische AL mit nichtmonotonen Regeln anzureichern, aus kognitiver Sicht auf den Punkt:[15]

> [...] the purpose of non-monotonic inference rules is not to add certain knowledge where there is none, but rather to guide the selection of tentatively held believes in the hope that fruitful investigations and good guesses will result. This means that one should not *a priori* expect non-monotonic rules to derive valid conclusions independent of the monotonic rules. Rather one should expect to be led to a set of beliefs which while perhaps eventually shown incorrect will meanwhile coherently guide investigations.

Brewka gibt in seiner Einführung einen Überblick über erwünschte und nicht erwünschte Schlußregeln nichtmonotoner Systeme und stellt dort auch die gängigsten nichtmonotonen Ansätze vor.[16] Ich beschränke mich hier auf eine Beschreibung der Funktionsweise von McCarthys *Umschreibungsmethode* und auf einen kurzen Abriss der Operatormethode von McDermott und Doyle. Diese Ansätze sind klassische Vertreter nichtmonotoner Techniken: Während Reiters *Default Logic* stellvertretend für die syntaktische Methode des Fixpunkt-Ansatzes steht, kann man McCarthys Methode der *Umschreibung*[17] als einen semantischer Zugang zum nichtmonotonen Schließen durch die Technik der Modellpräferenz betrachten. Die Konsistenzoperatormethode von McDermott und Doyle nimmt eine gewisse Sonderstellung ein: Es werden dort sowohl syntaktische als auch semantische Aspekte des nichtmonotonen Schließens diskutiert.

[15][McDermott and Doyle, 1980], S. 46.
[16][Brewka et al., 1997]
[17]Die Theorie von McCarthy ist als die *circumscription* Methode bekannt, vgl. [McCarthy, 1980].

4.4.1 McCarthys semantische Methode der Modellpräferenz

Reiters *Default Logic* ist das bekannteste syntaktische System des nichtmonotonen Schließens. Ein semantischer Zugang zur nichtmonotonen Logik ist der Ansatz der Modellpräferenz mit McCarthys *Umschreibungsmethode* als bekanntestem Vertreter.[18]

Die grundlegende Kritik an der klassischen Logik besteht nach diesem Ansatz darin, daß die klassische Folgerungsbeziehung zu schwach ist, um die alltäglichen Schlüsse der Umgangssprache repräsentieren zu können. Nach der klassischen Folgerungsbeziehung folgt eine Formel α aus einer Prämissenmenge Γ genau dann, wenn jedes Modell von Γ auch ein Modell für α ist: Für alle Modelle M: Wenn $\models_M \Gamma$, dann $\models_M \alpha$.[19] Bei der klassischen Folgerungsbeziehung muß diese Bedingung nicht bloß für alle plausiblen Modelle, sondern auch für alle anderen - eventuell irrelevanten oder unplausiblen - möglichen Modelle zutreffen. Es gibt in der klassischen Logik kein Kriterium, um bevorzugte Modelle zu selektieren.

Mit der Methode der Modellpräferenz werden von allen möglichen Modellen einer Theorie diejenigen plausiblen Modelle ausgewählt, die für einen gewissen Anwendungszweck "am besten passen". Dazu legt man zuerst eine Ordnungsrelation auf der Menge aller Modelle einer Theorie fest. Dann kann man einen neuen Folgerungsbegriff definieren, derart, daß eine Formel aus einer Prämissenmenge genau dann folgt, wenn alle *bevorzugten* Modelle der Prämissenmenge auch Modelle der betreffenden Formel sind. Die bevorzugten Modelle einer Theorie sind dabei diejenigen Modelle, die gemäß einer Ordnungsrelation minimal sind. In der *Umschreibung* einer Formel werden die Modelle dieser Formel an Hand der Extension eines Prädikates dieser Formel geordnet, und mit den minimalen Modellen dieses Prädikates wird schließlich der nichtmonotone Folgerungsbegriff gewonnen. Man ist dazu übergegangen, dazu ein spezielles Prädikat 'Ab' zu verwenden. Für jede Formel, die wir betrachten, kann man ein derartiges "Abnormalitätsprädikat" angeben, das, für jede Menge von Formeln spezifisch, als Filter für die bevorzugten Modelle einer Theorie dient:[20]

> The main idea of circumscription is to consider, instead of *arbitrary* models of a given axiom set, only the models that satisfy a certain *minimality*

[18]Zum Begriff "Modellpräferenz" vgl. die Zuordnung der Umschreibungsmethode zu den Modellpräferenzlogiken in [Brewka et al., 1997, S. 5.]

[19]Vgl. Definition (9), S. 24.

[20][Lifschitz, 1994, S. 298]

condition. The minimality of Ab with respect to set inclusion is the most usual minimality condition in applications of circumscription to formalizing default reasoning.

4.4.2 Die Operatormethode von McDermott und Doyle

Besonders wichtig in der KI-Forschung sind Untersuchungen, in denen Schlüsse formal behandelt werden, die aus Annahmen gezogen werden, von denen man glaubt, daß sie gelten; eng damit verwandt ist das Gebiet der Theorierevision. Diese Gebiete sind zwar eher für die epistemische Logik von Bedeutung und weniger für die deontische Logik, dennoch will ich auf die Operatormethode von McDermott und Doyle eingehen, die auf diesen Gebieten oft Anwendung findet. In dieser Arbeit wird diese Methode zwar nicht direkt verwendet, dennoch ist es meiner Meinung nach angebracht, diese Methode hier vorzustellen, da darin das für viele nichtmonotone Systeme so wesentliche *Konsistenzprinzip* anders, als es bei Reiters Defaultregeln der Fall ist, verwendet wird.

McDermott und Doyle verwenden für ihre nichtmonotone Logik eine normale Aussagenlogik, die mit einem Konsistenzoperator angereichert wird. Eine Formel der Gestalt '$\mathrm{M}\alpha$' besagt: "α ist mit der (jeweils vorausgesetzten) Theorie konsistent" bzw. "α ist mit allen Sätzen, die sonst angenommen werden, konsistent".[21] Interessant ist, daß in die Operatormethode Ideen von Reiters Fixpunktansatz mit eingehen und eine Semantik geliefert wird, die nicht allzu sehr von der Semantik der klassischen Modallogik abweicht. In einem gewissem Sinn sind hier syntaktische und semantische nichtmonotone Konzepte in einem System vereint. Die Motivation für Ihr Unternehmen kann man der Einleitung des genannten Artikels entnehmen:[22]

> 'Non-monotonic' logical systems are logics in which the introduction of new Axioms can invalidate old Theorems. Such logics are very important in modelling the beliefs of active processes which, acting in the presence of incomplete information, must make and subsequently revise assumptions in light of new observations.

Nach McDermott und Doyle sei es mit der klassischen Logik allerdings nicht möglich,

[21] [McDermott and Doyle, 1980]
[22] [McDermott and Doyle, 1980, S. 41]

den angeführten Problemen angemessen gerecht zu werden:[23]

> Classical symbolic logic lacks tools for describing how to revise a formal theory to deal with inconsistencies caused by new information. This lack is due to a recognition that the general problem of finding and selecting among alternate revisions is very hard.

Der Operatoransatz von McDermott und Doyle ist u.a. die Grundlage für die nichtmonotone *autoepistemic logic*, auf die ich aber nicht näher eingehen will. Eine bündige Zusammenfassung der Methode von McDermott und Doyle wird von Martin Davis[24] gegeben. Davis beschränkt sich auf die Vorstellung der Operatormethode auf eine Sprache $\mathcal{L}_{\mathrm{M}}$ ohne Quantoren, also auf ein System der AL, das mit einem "Konsistenzoperator" M versehen wird.[25] Zur Definition der nichtmonotonen Ableitbarkeit nach der Darstellung von Davis benötigt man eine Aufzählung der Formeln von $\mathcal{L}_{\mathrm{M}}$:

DEFINITION 24 (KONSISTENTE ERWEITERUNG EINER PRÄMISSENMENGE)
Sei $\mathcal{L}_{\mathrm{M}} = \{\alpha_i \mid i = 1, 2, 3, \ldots\}$ eine Aufzählung aller Formeln des gegeben Systems. Sei X eine beliebige Prämissenmenge. Dann wird festgelegt:

$$\begin{aligned} X_0 &= X \\ X_{i+1} &= \begin{cases} \mathcal{L}_{\mathrm{M}}, \text{ falls für ein } \beta \in \mathcal{L}_{\mathrm{M}} \text{ gilt: } \mathrm{M}\beta \in X_i \text{ und } X_i \vdash \neg\beta; \\ X_i \cup \{\mathrm{M}\alpha_i\}, \text{ falls } X_i \cup \{\alpha_i\} \text{ konsistent ist;} \\ X_i \text{ sonst.} \end{cases} \end{aligned}$$

Es gelte außerdem: $X_\infty = \bigcup_{i=0}^{\infty} X_i$

Die Gestalt der Menge X_∞ ist stark von der Nummerierung der Formeln von $\mathcal{L}_{\mathrm{M}}$ abhängig, wie die Autoren mit einem Beispiel belegen: Sei $X = \{\mathrm{M}p \rightarrow \neg q,\ \mathrm{M}q \rightarrow \neg p\}$. Dann ist je nachdem, welche der beiden Formeln - p oder q - zuerst aufgezählt wurde, entweder $\mathrm{M}p$ oder $\mathrm{M}q$ in X_∞ enthalten, aber nicht beide Formeln zusammen.

Ausgehend von der klassischen Ableitbarkeitsbeziehung $X \vdash \alpha$ definiert Davis die nichtmonotone Ableitbarkeitsrelation $X \mid\!\sim \alpha$ folgendermaßen:

[23] Ebenda, S. 42

[24] [Davis, 1980]

[25] Wie üblich ist eine Formel α mit einer Formelmenge X *konsistent* gdw $X \nvdash \neg\alpha$.

DEFINITION 25 (NICHTMONOTONE ABLEITBARKEITSRELATION NACH DAVIS)
Die Definition einer nichtmonotone Ableitbarkeitsrelation $X \mid\!\sim \alpha$ nach Davis lautet:

$$X \mid\!\sim \alpha \text{ gdw } X_\infty \vdash \alpha$$

Kapitel 5

Vorläufer von Hortys System

Die Entwicklung von Hortys System wurde durch zwei Konzepte maßgeblich geprägt: van Fraassens Folgerungsbeziehung für Normkonflikte und Reiters Defaultlogik.

Hortys Ansatz ist eine Erweiterung von Reiters Defaultlogik zu einem System anfechtbarer bedingter Normen. Es ist daher hilfreich, Reiters Defaultlogik etwas genauer zu betrachten. Andererseits hat van Fraassen die Lösung einiger Probleme der Standardlogik vorweggenommen, und es wird von Horty gezeigt, wie man van Fraassens Ansatz in seinem nichtmonotonen System wiedererkennen kann.

5.1 Reiters *Default Logic*

Das bekannteste System der nichtmonotonen Logik ist Reiters Fixpunktansatz, wie er ihn in seiner wegweisenden *Default Logic* vorgestellt hat.[1] Ein erster Schritt hin zu einer formalen Sprache, mit der man Schlüsse nach dem Hausverstand (commonsense reasoning) modellieren kann, besteht darin, die klassische AL mit zusätzlichen Schlußregeln anzureichern. Diese "default Regeln" sind nichtmonotone Schlußregeln; sie geben die Bedingungen $\gamma_1, \ldots, \gamma_n$ an, unter denen man aus einer Prämisse α nichtmonoton auf eine Konklusion β schließen kann.

Eine klassische Schlußregel der AL kann man im einfachsten Fall als ein geordnetes Paar $\langle \alpha, \beta \rangle$ mit α als Prämisse und β als Konklusion auffassen. Eine intuitive Deutung einer Regel $\langle \alpha, \beta \rangle$ lautet, daß es einer rationalen Person erlaubt ist, aus α auf β zu schlie-

[1] [Reiter, 1980].

ßen.

Eine Defaultregel einer Defaulttheorie ist dagegen mindestens ein Tripel $\langle\alpha, \gamma, \beta\rangle$, das gewöhnlich $\alpha : \gamma/\beta$ angeschrieben wird, bzw. etwas übersichtlicher: $\frac{\alpha:\gamma}{\beta}$. Eine allgemeine Defaultregel $\frac{\alpha:\gamma_1,\ldots,\gamma_n}{\beta}$ besagt so etwas wie: "aus α kann man auf β schließen (d.h.: von α darf man zu β übergehen), sofern jede Formel γ_i ($i = 1, \ldots, n$) mit der Abschlußmenge von β konsistent ist".[2] Bevor im folgenden Abschnitt die Bedeutung der Formeln $\alpha, \gamma_1, \ldots, \gamma_n, \beta$ einer beliebigen Defaultregel erklärt wird, will ich eine wesentliche Eigenschaft von Defaulttheorien hervorheben:

1. Es kann sein, daß man mit einer Defaultregel $\frac{\alpha:\gamma_1,\ldots,\gamma_n}{\beta}$ unter der Voraussetzung p und den Rechtfertigungsbedingungen $r_1, \ldots, r_n$ nichtmonoton auf q schließen kann.

2. Es kann sein, daß man mit einer Defaultregel $\frac{\alpha:\gamma_1,\ldots,\gamma_{n+1}}{\beta}$ unter der Voraussetzung p und den Rechtfertigungsbedingungen $r_1, \ldots, r_{n+1}$ *nicht* mehr auf q schließen kann. Dies ist der Fall, wenn $\{q\} \cup \{r_1, \ldots, r_{n+1}\}$ inkonsistent ist.

Man kann sagen, daß den "starren", monotonen Regeln der AL die "dynamischen", nichtmonotonen Defaultregeln beigefügt werden. Diese Defaultregeln haben die eben erwähnte wesentliche Eigenschaft, daß die Konklusion einer Defaultregel "verworfen" werden kann, sobald sie mit einer zusätzlichen Rechtfertigungsbedingung nicht mehr konsistent ist.

5.1.1 Das Konzept der *Defaulttheorie*

Defaultregeln

Für die Formeln α, β und γ_i ($i = 1, \ldots, n$) einer Defaultregel gelten folgende Konventionen:

- α ist die Prämisse der Defaultregel, die sogenannte *Voraussetzung* ("prerequisite").
- γ_i ist eine Konsistenzbedingung der Defaultregel und wird *Rechtfertigungsbedingung* ("justification") genannt.[3]

[2]Hier ist mit der Abschlußmenge einer Formel β die Menge derjenigen Formeln gemeint, die aus $\{\beta\}$ logisch folgen.
[3]Brewka nennt γ_i eine "*consistency condition* or *justification*", vgl. [Brewka et al., 1997, S. 41].

- β ist die *Konklusion* der Defaultregel. Man erhält die Konklusion nur dann, wenn jede Rechtfertigungsbedingung γ_i mit der Abschlußmenge von β konsistent ist, d.h. man darf nichtmonoton aus der Voraussetzung α auf die Konklusion β schließen, wenn β keiner *Rechtfertigungsbedingung* γ_i widerspricht.

BEISPIEL 12 (DEFAULTREGEL)
Setzen wir für die Metavariablen einer Defaultregel mit genau einer Rechfertigungsbedingung Formeln ein, z.B. für 'α' $p :=$"Marcel ist ein Franzose", für 'γ' $q :=$ "Franzosen trinken gerne Rotwein" und für 'β' $r :=$"Marcel trinkt gerne Rotwein". Die Defaultregel $\frac{p:q}{r}$ besagt dann, daß man aus "Marcel ist ein Franzose" nichtmonoton auf "Marcel trinkt gerne Rotwein" schließen darf, da dieser Satz mit dem logischen Abschluß der Rechtfertigungsbedingung "Franzosen trinken gerne Rotwein" konsistent ist.

Reiters Defaultlogik wird zu den nichtmonotonen Systemen gezählt, die mit dem Konsistenzbegriff arbeiten.[4] Die *Rechtfertigungsbedingung* γ einer Defaultregel liefert eine Art Garantie dafür, daß man aus der Beweisbarkeit von α und der Nichtbeweisbarkeit von $\neg\gamma$ auf die Konklusion β der Defaultregel schließen darf.

Defaulttheorien

Die einer beliebigen Formelmenge Γ entsprechende *Theorie* ist im klassischen Sinne der logische Abschluß von Γ; dabei gilt wegen der starken Vollständigkeit der AL: $\Gamma \vdash \beta$ gdw $\Gamma \models \beta$, d.h. $\Gamma \vdash \beta$ gdw $\beta \in Cn(\Gamma)$.[5] Eine *Defaulttheorie* Δ für eine Sprache $\mathcal{L}$ ist ein geordnetes Paar $\langle W_\delta, D_\delta \rangle$, wobei W_δ (unsere Wissensbasis) eine Menge von wffs und D_δ eine Menge von Defaultregeln ist.[6]

Es stellt sich nun die Frage, wie man die Menge der Theoreme einer Defaulttheorie - die *Extension* E der Theorie - bestimmen kann. Reiter benötigt dazu ein Fixpunktkonzept,

[4]Siehe [Brewka et al., 1997], S. 39ff, Kap. *Consistency-based Logics.*

[5]Das Zeichen 'Cn' steht für Tarskis Folgerungsoperator der klassischen Logik. Ist Γ eine Menge von Formeln, dann ist $Cn(\Gamma)$ der natürliche (logische) Abschluß dieser Menge: $Cn(\Gamma) := \{\alpha \mid \Gamma \models \alpha\}$. Vgl. [Tarski, 1956]

[6]'W_δ' steht für eine Menge von Formeln und nicht - wie anderen Ortes - für die Menge W von möglichen Welten. Man kann die Wissensbasis W_δ einer Defaulttheorie allerdings auf Propositionen abbilden: W_δ entspricht dann einer möglichen Welt $w \in W$. Da dieser Unterschied hier keine große Rolle spielt, verwende ich für beide Fälle das Zeichen 'W'; ebenso verwende ich im folgenden anstelle von 'D_δ' einfach 'D'. Diese etwas laxe Terminologie übernehme ich aus der diesbezüglichen Literatur, vgl. [Brewka et al., 1997], [Reiter, 1980].

das sich am besten verstehen lässt, wenn man sich die Desiderata für eine Extension anschaulich vor Augen stellt. Ich übernehme Brewkas “Stichpunktzettel”:[7]

1. Da die Fakten in W ein gewisses Maß an Wissen darstellen, wollen wir natürlich, daß uns dieses Wissen in der Extension nicht verloren geht:
$$W \subseteq E$$
2. Es ist wünschenswert, daß E im Sinne der klassischen Logik deduktiv abgeschlossen ist:
$$Cn(E) = E$$
3. Wann immer es möglich ist, wollen wir Defaultregeln zu unserer Wissensvervollkommnung einsetzen können. Alle anwendbaren Defaultregeln[8] sollen auch angewendet werden:

   Für jede Defaulregel $\dfrac{\alpha : \gamma_i}{\beta} \in D$ gilt: ist $\alpha \in E$ und $\neg\gamma_i \notin E,$ dann ist auch $\beta \in E$
4. In der Extension sollen keine unbegründeten Voraussetzungen[9] mehr vorkommen: Jede Formel von E sollte aus der Prämissenmenge W und den anwendbaren Defaultregeln aus D ableitbar sein.

Es ist nicht so problematisch, den ersten drei dieser Bedingungen Folge zu leisten. Schwieriger ist, ein formales Werkzeug zu definieren, das zusätzlich die vierte Bedingung erfüllt: Wir müssen dazu ein System konstruieren, das unerwünschte Formeln von unseren Extensionen fern hält. Nahe liegend wäre, Extensionen durch die Forderung nach Minimalität vor unliebsamen Eindringlingen zu schützen, etwa indem man die Menge der Extensionen als die *kleinste* Menge definiert, die Bedingungen (1), (2), (3) erfüllt. Wie das folgende Beispiel zeigt, werden damit *unbegründete* Annahmen nicht immer ausgeschlossen.

[7][Brewka et al., 1997]
[8]Das können sehr viele sein!
[9]“ungrounded beliefs”, vgl. [Brewka et al., 1997, S. 41].

5.1.2 Das “Tweety Beispiel”

Die Minimalitätsforderung einer Defaulttheorie nach der kleinsten Menge, welche die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt, ist nicht hinreichend, um eine angemessene Extension der Theorie {”Tweety ist ein Vogel”, “Als Vogel kann Tweety normalerweise fliegen”} zu erhalten.

BEISPIEL 13
Betrachten wir folgende Aussagen:

1. Tweety ist ein Vogel (p)
2. Als Vogel kann Tweety normalerweise fliegen $\left(\frac{p:q}{q}\right)$[10]
3. Tweety kann fliegen (q)

Sei eine Defaulttheorie $\Delta' = \langle W', D' \rangle$ gegeben, mit $W' = \{p\}$; D' enthält als Übersetzung von Satz (2) nur folgende Defaultregel: $\frac{p:q}{q}$. Erwägt man als Extension von Δ' z.B. die Menge $S = Cn(\{p, \neg q\})$, so ist ersichtlich, daß S die ersten drei geforderten Eigenschaften erfüllt, und außerdem gibt es keine weitere, kleinere Teilmenge S' von S, welche den Bedingungen (1) - (3) genügt.[11] Dennoch kann man vernünftigerweise S nicht als die Menge der nichtmonotonen Theoreme von Δ' akzeptieren. Wir dürfen unter $\Delta' = \langle W', D' \rangle$ nämlich schließen, daß Tweety auch fliegen kann. S ist deshalb kein Kandidat für eine Extension, da das Element $\neg q$ von S der Konklusion von D' - nämlich q - widerspricht.

Dies belegt, daß die Minimalitätsanforderung alleine zu schwach ist, um unbegründete Annahmen auszuschließen.

5.1.3 Der Fixpunktoperator $\Gamma_\Delta(S)$

Ein Kandidat S für die Extension einer Defaulttheorie $\Delta = \langle W, D \rangle$ kann zunächst eine beliebige Menge von Formeln sein, die darauf getestet wird, ob sie die Bedingungen (1) und (2) auf S. 98 erfüllt. Außerdem muß S auch eine etwas modifizierte Version von

[10] In der *Defaultlogic* werden Aussagen, die den Ausdruck “normalerweise” enthalten, durch eine Defaultregel wiedergegeben, vgl. Kapitel (4.1.3), S. 83.

[11] Bedingung (3) ist trivialerweise erfüllt: wegen $\neg q$ kommt D' gar nicht zur Anwendung.

Bedingung (3) erfüllen, bei der die Konsistenz von S mit jeder Rechtfertigungsbedingung geprüft wird. S ist eine Extension der Defaulttheorie, wenn S sich selbst unter der Anwendung der Regeln von D reproduzieren kann. Für eine solche Operation wird von Reiter formal ein eigener Operator eingeführt, derart, daß die Fixpunkte der Operation mit den Extensionen einer Defaulttheorie identifiziert werden können.[12] Der *Fixpunkt* $\Gamma_\Delta(S)$ wird von Reiter wie folgt definiert:

DEFINITION 26 (FIXPUNKT EINER MENGE)
Sei $\Delta = \langle W, D\rangle$ eine Defaulttheorie und S eine Menge an wffs, dann ist $\Gamma_\Delta(S)$ die *kleinstmögliche* Menge, die den folgenden Bedingungen genügt:

1. $W \subseteq \Gamma_\Delta(S)$
2. $Cn[\Gamma_\Delta(S)] = \Gamma_\Delta(S)$
3. Für jede Regel $\frac{\alpha:\gamma_i}{\beta}$ aus D gilt: ist $\alpha \in \Gamma_\Delta(S)$ und ist $\neg\gamma_i \notin S$, dann ist $\beta \in \Gamma_\Delta(S)$

BEMERKUNG 12
Das folgende Beispiel von Brewka zeigt, daß nicht jede gewöhnliche Defaulttheorie mindestens einen Fixpunkt $\Gamma_\Delta\,(S)$ hat:[13]

BEISPIEL 14 (THEORIE OHNE FIXPUNKT)
Betrachten wir die Defaulttheorie $\Delta' = \langle\emptyset, \frac{\top:\neg\alpha}{\alpha}\rangle$. Enthält eine beliebige Formelmenge S nicht die Formel α, dann kann S keine Extension von Δ' sein, da die Defaultregel $\frac{\top:\neg\alpha}{\alpha}$ gar nicht zur Anwendung gekommen ist. Enthält S aber α, dann produziert $\Gamma_{\Delta'}(S)$ eine Menge, die nicht α enthält, da die Defaultregel $\frac{\top:\neg\alpha}{\alpha}$ zur nichtmonotonen Ableitung von α wegen der Rechtfertigungsbedingung $\neg\alpha$ nicht anwendbar ist. Somit hat S auch in diesem Fall keinen Fixpunkt.

Der Operator Γ_Δ bildet eine beliebige Formelmenge S in die minimale Obermenge von W ab, die sowohl unter der klassischen Folgerungsbeziehung als auch unter den auf S anwendbaren Defaultregeln D abgeschlossen ist. Die Mengen von angemessenen

[12]Ursprünglich haben wir auf S. 98 nur die ersten drei von Brewkas Forderungen ohne eine Fixpunktdefinition angenommen. Dabei sind wir noch davon ausgegangen, daß jede Theorie genau eine Extension hat, weshalb wir auch von *der* Extension einer Theorie gesprochen haben. Jetzt lassen wir aber zu, daß es zu einer Theorie auch gar keine oder mehr als nur eine Extension geben könnte, weshalb wir ab hier den unbestimmten Artikel verwenden und von *einer* Extension einer Theorie sprechen.

[13][Brewka et al., 1997, S. 45].

Schlußfolgerungen einer Defaulttheorie, die sogenannten *Extensionen*, sind dann einfach als die Fixpunkte dieses Γ-Operators definiert:

DEFINITION 27 (EXTENSION EINER DEFAULTTHEORIE)
Eine Menge E ist eine *Extension* der Defaulttheorie Δ gdw gilt:

$$\Gamma_\Delta(E) = E$$

Die Defaultlogik ist in einer bestimmten Hinsicht eine konservative Erweiterung der klassischen AL: Ist in einer Defaulttheorie $\Delta = \langle W, D\rangle$ $D = \emptyset$, dann gibt es keine Defaultregeln, und die Extension dieser Theorie ist schlicht $Cn(W)$.

Im Gegensatz zur AL hat aber nicht jede Defaulttheorie genau eine Menge an angemessenen Schlußfolgerungen. Einige Defaulttheorien haben keine Extension und manche führen zu einer Extensionenvielfalt ("*multiple extensions*"). Die Defaulttheorien ohne Extension kann man als inkohärente Theorien betrachten; interessanter ist der zweite Fall: Defaulttheorien, die mehrere Extensionen als Schlußfolgerungsmengen zulassen. Am Nixon-Beispiel will ich einen anschaulichen Fall für diese Situation vorstellen.

5.1.4 Das "Nixon Beispiel"

BEISPIEL 15 (EXTENSIONSVIELFALT EINER THEORIE)
Betrachten wir folgende Menge an Sätzen, die historische Tatsachen beschreiben:

1. Nixon ist ein Quäker (q),
2. Nixon ist ein Republikaner (r),
3. Als Quäker ist Nixon normalerweise ein Pazifist $\frac{q:p}{p}$,
4. Als Republikaner ist Nixon normalerweise kein Pazifist $\frac{r:\neg p}{\neg p}$.

Wenn wir versuchen, die genannten Sachverhalte in einer Defaulttheorie $\Delta' = \langle W', D'\rangle$ auszudrücken, dann erhalten wir: $\Delta' = \langle W', D'\rangle$ mit $W' = \{q, r\}$ und die Menge der Defaultregeln (3) und (4): $D' = \{\frac{q:p}{p}, \frac{r:\neg p}{\neg p}\}$. In dieser Theorie sind nun zwei Extensionen zulässig: $Cn(W' \cup \{p\})$ und $Cn(W' \cup \{\neg p\})$.

In solchen Fällen ist es unmöglich zu entscheiden, welche der beiden Folgerungsmengen man aus den gegebenen Informationen rational wählen soll. Die Möglichkeit mehrfacher Folgerungsmengen bringt den Defaultansatz scheinbar in Verlegenheit: Wir wollen ja eine eindeutige Antwort darauf, was wir aus einer Menge von Prämissen folgern können. Wenn eine Theorie zwei Konklusionsmengen liefert, bleibt uns nichts anderes übrig, als uns entweder durch Münzwurf für eine der beiden Extensionen zu entscheiden oder zu versuchen, diese Schlußmengen irgendwie zu verknüpfen. Versucht man, die beiden Extensionen zu verknüpfen, so verwendet man dazu üblicherweise den Schnitt der zwei Konklusionsmengen, eine oftmals unbefriedigende Lösung. Glücklicherweise ist aber die Möglichkeit vielfacher Extensionen einer Theorie in der deontischen Logik kein Grund zur Besorgnis. Da eine angemessene deontische Logik auch mit Normkonflikten umgehen können soll, haben wir mit der Möglichkeit vielfacher Extensionen sogar eine wünschenswerte Eigenschaft gefunden:[14]

> When it comes to interpreting deontic ideas, however, these multiple extensions are no longer embarrassing: they give us exactly what we need for understanding the logic of normative conflict.

5.2 Das Folgerungskonzept von van Fraassen

Van Fraassen entwickelte bereits zu Beginn der 70er Jahre einen Ansatz, wie man Normkonflikte in einem Nichtstandardsystem der deontischen Logik behandeln kann;[15] nach Hansens Urteil war er auch der erste, der sich diesem Thema widmete:[16]

> [...] B. van Fraassen took up the burden of finding plausible logical semantics that could accomodate conflicting obligations.

Gesucht ist eine Semantik, mit der man formal Befehle darstellen kann, die nicht simultan erfüllbar sind. van Fraassen hatte die Idee, daß Formeln der Art $\mathbf{O}\alpha$ und $\mathbf{O}\neg\alpha$ ein gemeinsames Modell haben können, ohne daß damit eine widersinnige Formel wie $\mathbf{O}(\alpha \wedge \neg\alpha)$ erfüllt ist.[17]

14 [Horty, 1993]

15 Vgl. [van Fraassen, 1972] und vor allem [van Fraassen, 1973].

16 [Hansen, 2004, S. 2]

17 van Fraassen akzeptiert explizit das Sollen-Können-Prinzip von Kant, vgl. [van Fraassen, 1973, S. 15].

van Fraassen entwickelt sein Folgerungskonzept für Imperative in mehreren Schritten. Bevor ich eine bündige Zusammenfassung dieser Schritte nach Hansen und Horty vorstelle, will ich diese Schritte kurz umreißen.[18]

5.2.1 Das Konzept von van Fraassen

van Fraassen beginnt mit der Feststellung, daß die Wahrheit einer Formel mit einem Gebotsoperator als Präfix von zweierlei Faktoren abhängt: (a) der Menge der möglichen Alternativen, die einer Bewertung unterzogen werden, und (b) der Werteskala, anhand derer diese Bewertung vollzogen wird. Er führt eine Funktion $H(\alpha)$ ein, welche die Menge an Welten bestimmt, in denen α wahr ist:[19]

> For any sentence α let $H(\alpha)$ be those alternatives which make α true.

Die Wahrheitsbedingung für $\mathbf{O}\alpha$ lautet dann:[20]

> "It ought to be the case that α" is true exactly if some value attaching to some outcome in $H(\alpha)$ is higher than any attaching to any outcome in $H(\neg\alpha)$.

Wenn wir die Funktion $H()$ durch unsere Notation für Propositionen wiedergeben, dann lautet diese Bedingung:

> $\mathbf{O}\alpha$ ist wahr gdw mindestens ein Wert mindestens einer Welt für $|\alpha|$ größer ist, als jeder Wert jeder Welt von $|\neg\alpha|$.

Die Strategie lautet, für jeden Imperativ aus einer Prämissenmenge zu ermitteln, ob er in einer Welt erfüllt oder verletzt wurde. Für jeden Imperativ i gibt es eine Menge von Welten, in denen i erfüllt ist. Ich verwende in der folgenden Darstellung (abweichend von van Fraassen) folgende Notation: Sei i ein Imperativ (z.B.: $\mathbf{O}\alpha$), dann ist i^- der Aussagesatz, welcher denjenigen Zustand beschreibt, der eintritt, wenn i erfüllt wird (d.i. im Falle von $\mathbf{O}\alpha$ der Satz α). [21]

[18] In [van Fraassen, 1973] werden seine Ideen nur informell vorgestellt, eine genaue Formulierung etwa des Begriffs *score* wird nicht gegeben. Ich orientiere mich bei der Darstellung von van Fraassens Behandlung der Normkonflikte stark an der Darstellung dieser Theorie von Jörg Hansen, vgl. [Hansen, 2004, S. 2f.].

[19] Vgl. [van Fraassen, 1973, S.7].

[20] Ebenda

[21] [van Fraassen, 1973, S. 16]

> When an imperative is in force, we evaluate possible outcomes and possible states of affairs with respect to it, by asking wether the imperative is *fulfilled* or *violated*. So for each imperative i there is a class of possible outcomes $|i^-|$ in wich it is fulfilled.

Eine vorläufige Wahrheitsbedingung lautet wie folgt:[22]

> $\mathbf{O}\alpha$ is true exactly if, for some imperative i that is in force, $|i^-|$ is part of the set of possible outcomes in which α is true.

Dieser Ansatz birgt zwei Probleme in sich: Zum Einen sind nach van Fraassen Imperative konditional - dies kann man beheben, indem man die Wahrheitsdefinition für einen zweistelligen Operator angibt:[23]

> $\mathbf{O}(\alpha/\beta)$ is true exactly if there is some imperative i in force, which is itself conditional upon β, such that α is true in all the outcomes in which β is true and which fulfill i.

Das zweite Problem ist, daß Imperative außer Kraft gesetzt werden können; die vorläufige Definition muss deshalb etwas abgeändert werden: Damit man aus einer Menge von mehreren Imperativen den (die) zu erfüllenden ermitteln kann, führt van Fraassen den Hilfsbegriff $score$ ein. Mit dem $score$ einer Welt ist die Menge der Imperative gemeint, die in dieser (Welt) erfüllt sind:[24]

> Suppose that w is one of the possible alternatives we are considering. Let us say that the $score$ of w is the class of imperatives in force that w fulfills.

Der $score$ einer Situation ist so etwas wie die "Trefferquote" bzw. "Treffermenge" der Imperative, die in dieser Situation erfüllt sind. Die endgültige Wahrheitsdefinition für Imperative lautet letztendlich:[25]

> $\mathbf{O}\alpha$ is true if and only if there is a possible state of affairs w in $|\alpha|$ whose score is not included in the score of any w' in $|\neg\alpha|$.

[22]Ebenda

[23][van Fraassen, 1973, S. 17]

[24][van Fraassen, 1973, S. 18]

[25]Ebenda. van Fraassen gibt der Einfachheit halber diese Wahrheitsdefinition nur für einen einstelligen Normoperator an. Die Erweiterung der folgenden Definition für konditionale Imperative bleibt dem Leser überlassen.

5.2.2 Die Darstellung nach Horty und Hansen

Der plausible Ansatz dieser Idee ist, daß eine durch α ausgedrückte Handlung relativ zu einer Menge von Normen Γ genau dann geboten ist, wenn das Ausüben der von α ausgedrückten Handlung eine Voraussetzung dafür ist, daß so viele Imperative wie möglich aus einer Prämissenmenge Γ mit Formeln der Gestalt $\mathbf{O}\alpha$ oder $\mathbf{O}\neg\alpha$ erfüllt sind:[26]

> The basic idea behind van Fraassen's suggestion is that $\mathbf{O}\alpha$ should follow from Γ just in case satisfying α is a necessary condition for fulfilling, not just a single ought from Γ, but some maximal set of these.

Sei $\mathcal{I}$ eine Menge an Imperativen, die in Kraft sind, und W eine Menge von Welten.[27] Für jeden Imperativ $i \in \mathcal{I}$ sei $|i^-| \subseteq W$ diejenige Menge von Welten, in denen i erfüllt ist.[28] $|\alpha| \subseteq W$ sei diejenige Menge von Welten, in denen die indikative Formel α erfüllt ist. Schließlich wird noch der Begriff des $score$ einer Welt definiert. Der $score$ einer Welt $w \in W$ relativ zu einer Menge an Imperativen $\mathcal{I}$ ist die Menge der Imperative von $\mathcal{I}$, die in w erfüllt sind: $score(w) =_{df} \{i \in \mathcal{I} \mid w \in |i^-|\}$. van Fraassens Definition der Semantik für seinen Normoperator $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}\alpha$ lautet:[29]

DEFINITION 28 (NORMOPERATOR VON FRAASSEN)
Eine durch α ausgedrückte Handlung ist nach van Fraassen geboten gdw eine α-Welt eine Treffermenge hat, die in keiner $\neg\alpha$-Welt enthalten ist:

$$V(\mathbf{O}^{\mathrm{F}}\alpha) = 1 \qquad \text{gdw es mindestens eine Welt } w \in |\alpha| \text{ gibt, so daß für alle Welten } w' \in |\neg\alpha| \text{ gilt: } score(w) \not\subseteq score(w')$$

Man kann van Fraassens Ansatz auch aus einer anderen Perspektive beschreiben:

Gegeben eine Menge I von Imperativen, sei I^- die entsprechende Menge von indikativen Formeln, derart, daß für jeden Imperativ $i \in \mathcal{I}$ der Gestalt '$\mathbf{O}\alpha$' die Menge $\mathcal{I}^-$ die

[26] Vgl. [Horty, 1993, S. 7].
[27] Anstelle von Welten spricht van Fraassen von "possible state of affairs", vgl. [van Fraassen, 1973, S. 16].
[28] Ein Imperativ der Gestalt '$\mathbf{O}\alpha$' (bzw.: '$\mathbf{O}\neg\alpha$') ist in einer Welt w gültig gdw der Operand α (bzw. $\neg\alpha$) in allen idealen Welten von w wahr ist.
[29] Vgl. [van Fraassen, 1973, S. 18].

entsprechende Formel α zum Element hat: $\mathcal{I}^- = \{\alpha \mid \mathbf{O}\alpha \in I\}$. Es ist von Horty gezeigt worden, daß Definition (28) und die folgende Definition (29) äquivalent sind:[30]

DEFINITION 29
Eine durch α ausgedrückte Handlung ist nach van Fraassen relativ zu einer Menge $\mathcal{I}$ von Imperativen geboten gdw es eine konsistente Teilmenge von Formeln $\mathcal{I}'^- \subseteq \mathcal{I}^-$ gibt , so daß α aus $\mathcal{I}'^-$ im klassischen Sinne logisch folgt:

$$V(\mathbf{O}^{\mathrm{F}}\alpha) = 1 \qquad \text{gdw es mindestens ein konsistentes } \mathcal{I}'^- \subseteq \mathcal{I}^- \text{ gibt,} \\ \text{so daß gilt: } \mathcal{I}'^- \models \alpha \tag{5.2.i}$$

Mit einem Beispiel kann man gut die Funktionsweise von van Fraassens Operator nachvollziehen:

BEISPIEL 16
Sei $\mathcal{I} = \{\mathbf{O}\alpha, \mathbf{O}\beta\}$, daher $\mathcal{I}^- = \{\alpha, \beta\}$, und seien α und β kontingente und logisch voneinander unabhängige Formeln. Es gibt hier keine Normkonflikte, und die Formeln $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}\alpha$, $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}\beta$ und $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}(\alpha \wedge \beta)$ sind alle wahr, da aus $\mathcal{I}^-$ die Formeln α, β und $\alpha \wedge \beta$ ableitbar sind. Nach der vorgestellten Semantik ist hier die Konglomerationsformel $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}(\alpha \wedge \beta)$ ableitbar, da die Menge $\mathcal{I}^-$ konsistent ist.

Für ein Beispiel mit konfligierenden Imperativen sei $\mathcal{I} = \{\mathbf{O}(\alpha \wedge \gamma), \mathbf{O}(\beta \wedge \neg\gamma)\}$, d.h. $\mathcal{I}^- = \{\alpha \wedge \gamma, \beta \wedge \neg\gamma\}$. $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}\alpha$ und $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}\beta$ sind gültig, da α und β aus den beiden maximal-konsistenten Mengen $\{\alpha \wedge \gamma\}$ und $\{\beta \wedge \neg\gamma\}$ logisch folgen. $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}(\gamma \wedge \neg\gamma)$ ist allerdings ungültig, da aus keiner konsistenten Teilmenge von $\mathcal{I}^-$ die Formel $\gamma \wedge \neg\gamma$ logisch folgt. Es ist aber auch die Formel $\mathbf{O}^{\mathrm{F}}(\alpha \wedge \beta)$ ungültig, obwohl die Menge $\{\alpha \wedge \beta\}$ zwar konsistent, aber eben keine Teilmenge von $\mathcal{I}^-$ ist.

[30] Vgl.: [Horty, 1997, Theorem (2), S. 30], Horty verwendet anstelle von '$\models$' das Zeichen für die Ableitbarkeitsrelation '$\vdash$'.

Kapitel 6

Das System von Horty

6.1 Ein nichtmonotones System der deontischen Logik von Horty

Horty war bei der Entwicklung seines Systems von der Idee geleitet, daß sich die deontische Logik zumindest auf drei Gebieten mit Themen aus dem Bereich der künstlichen Intelligenz überschneidet: Erstens spielt die deontische Logik eine wichtige Rolle bei der formalen Repräsentierung von Wissen im juristischen Bereich. Zweitens sollte zumindest ein rudimentäres Normkonzept in einem intelligenten System dargestellt werden können; und drittens kann man den Formalismus der deontischen Logik nicht nur auf ethisches oder juristisches Schließen anwenden, sondern auch auf die Bereiche der Spiel- und Entscheidungstheorie.[1]

Horty plädiert dafür, einige Ideen der nichtmonotonen Logik für die deontische Logik umzusetzten; er will der deontischen Logik eine nichtmonotone Grundlage geben. Dazu adaptiert er einerseits Reiters Defaultregeln und fügt diese seiner deontischen Sprache hinzu. Andererseits übernimmt er McCarthys Umschreibungsmethode, um seiner deontischen Theorie ein semantisches Fundament zu geben. Bevor Horty bedingte Normen mit einer nichtmonotonen Basis versieht, zeigt er, wie man einfache Normen im Rahmen

[1]Vgl. [Horty, 1993, S. 1]. Die Spieltheorie und die Entscheidungstheorie spielen in der KI-Forschung eine zentrale Rolle. Die nichtmonotone Logik ist ein wichtiges Teilgebiet der KI-Forschung; viele wichtige Artikel über die nichtmonotone Logik erschienen in der Zeitschrift *Artificial Intelligence*, darunter Meilensteine wie (auszugsweise) [Brewka, 1991], [Elkan, 1990], [Kraus et al., 1990], [Loui and Norman, 1995], [McCarthy, 1980], [McCarthy, 1986], [McDermott and Doyle, 1980] und natürlich [Reiter, 1980].

einer nichtmonotonen Logik darstellen kann. Die nichtmonotone deontische Ableitbarkeitsbeziehung für einfache Normen eignet sich hervorragend, um Normkonflikte darzustellen und analysieren zu können. Bei der Entwicklung seines Systems war Horty von van Fraassens Kalkül zur Behandlung der Normkonflikte inspiriert; er hat bewiesen, daß das System von van Fraassen voll in sein System abgebildet werden kann.[2]

6.2 Hortys nichtmonotone deontische Ableitbarkeitsbeziehung

6.2.1 Hortys nichtmonotone Ableitbarkeitsbeziehung für einfache Normen

Bevor ich zu Hortys nichtmonotoner Behandlung der bedingten Normen übergehe, will ich zeigen, wie von Horty einfache Normen in einer Defaulttheorie dargestellt werden. Dazu ändert er Reiters Klausel für die Defaultregeln einer Theorie so, daß als Rechtfertigungsbedingung und Konklusion nur Formeln zulässig sind, die im Bereich des **O**-Operators einer Formel der Theorie stehen:

DEFINITION 30 (NORMATIVE DEFAULTTHEORIE)
Sei Γ eine Menge von Sätzen mit einem Normoperator als Präfix. Eine *normative Defaulttheorie* Δ_Γ ist ein geordnetes Paar $\Delta_\Gamma = \langle W, D\rangle$ mit $W \neq \emptyset$ und $D = \{\frac{\top:\alpha}{\alpha} \mid \mathbf{O}\alpha \in \Gamma\}$

$$\Delta_\Gamma =_{df} \langle W, D\rangle\,,\ \text{wobei gilt: } W \neq \emptyset \text{ und } D = \{\frac{\top:\alpha}{\alpha} \mid \mathbf{O}\alpha \in \Gamma\}$$

Ist eine solche Defaulttheorie Δ_Γ gegeben, so kann man die nichtmonotone Ableitbarkeit einer Konklusion $\mathbf{O}\alpha$ aus einer Prämissenmenge Γ folgendermaßen definieren:[3]

DEFINITION 31 (NICHTMONOTONE ABLEITBARKEIT EINER NORM)
Sei Δ_Γ eine Defaulttheorie über der Prämissenmenge Γ, dann gilt:

[2] Vgl. [van Fraassen, 1973], [Horty, 1993].

[3] Vgl. die Definitionen (26), "Fixpunkt einer Defaulttheorie", S. 100 und Definition (27), "Extension einer Defaulttheorie", S. 101. Den Spezialfall der Extensionen einer *normativen* Defaulttheorie bezeichne ich anstelle von E mit $\mathcal{E}$.

Eine Norm der Form '$\mathbf{O}\alpha$' ist in einer normativen Defaulttheorie Δ_Γ *nichtmonoton aus einer Prämissenmenge* Γ *ableitbar*, $\Gamma \mid\!\sim_{\mathrm{H}} \mathbf{O}\alpha$ gdw α Element einer Extension von Δ_Γ ist, d.h.:

$$\Gamma \mid\!\sim_{\mathrm{H}} \mathbf{O}\alpha \text{ gdw es eine Extension } \mathcal{E} \text{ von } \Delta_\Gamma \text{ gibt, so daß gilt: } \alpha \in \mathcal{E}$$

BEMERKUNG 13

Im Gegensatz zu der Bemerkung (12), daß die Existenz einer Extension einer Defaulttheorie nicht immer gewährleistet werden kann, ist bei der normativen Defaulttheorie von Horty die Existenz von mindestens einer Extension immer gewährleistet.[4]

BEMERKUNG 14

Man kann hier bereits eine erste Kritik an Hortys System vorbringen: Für Prämissen wie $\mathbf{O}\alpha \vee \mathbf{O}\beta$, $\neg\mathbf{O}\alpha$ o. ä. ist der Begriff der nichtmonotonen Ableitbarkeit nicht definiert. Die Ableitbarkeitsbeziehung $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ ist gemäß Definition (30) nur zwischen einer Prämissenmenge Γ und einer Konklusion $\mathbf{O}\alpha$ definiert, wobei nur Formeln mit einem Gebotsoperator als Präfix in der Prämissenmenge vorkommen dürfen. Ich würde Hortys System daher ein *nichtmonotones System der Imperativlogik* nennen.[5]

6.2.2 van Fraassens Theorie zur Behandlung der Normkonflikte

Bei der Diskussion von Reiters Defaultlogik wurde bereits bemerkt, daß die Defaultlogik wegen der Möglichkeit mehrerer Extensionen einer Theorie geeignet ist, Normkonflikte zu behandeln. Horty hat ein fundamentales Theorem über den Zusammenhang zwischen Reiters Defaultlogik und van Fraassens System zur Behandlung der Normkonflikte bewiesen: [6]

THEOREM 1

Die Theorie von van Fraassen kann in der nichtmonotonen Logik von Horty dargestellt werden:

$$\Gamma \models_{\mathrm{F}} \mathbf{O}\alpha \text{ gdw es eine bedingte Extension } \mathcal{E} \text{ aus } \Delta_\Gamma \text{ gibt, so daß gilt: } \alpha \in \mathcal{E}$$

[4] Vgl. Beweis (6) von Theorem (3), S. 114f.

[5] Atomare Formeln mit einem Gebotsoperator als Präfix werden von mir als *Imperative* bezeichnet. Vgl. dazu auch Definition (1.1.2) auf S. 11 und die Diskussion der nichtmonotonen Behandlung bedingter Normen in Kap. (6.2.4), S. 111.

[6] [Horty, 1991]. Mit dem Zeichen '$\models_{\mathrm{F}}$' meine ich die Folgerungsbeziehung in van Fraassens System. Der Begriff *bedingte Extension* wird formal erst in Definintion (34) auf S. 113 eingeführt.

Horty wurde 1992 in einer pesönlichen Korrespondenz von van Benthem darauf hingewiesen, daß man die Theorie van Fraassens als einen Sonderfall einer Modellpräferenzlogik à la Davis oder McCarthy betrachten könnte. In dieser Logik ist die Präferenz über der Menge der Modelle nun nicht, wie bei Modellpräferenzlogiken eigentlich üblich, durch Umschreibung eines Abnormalitätsprädikates Ab absolut geordnet, sondern die bevorzugten Modelle einer Theorie sind abhängig von den Hintergrundinformationen der Prämissen.

Ist Γ eine Menge von normativen Formeln, so schlägt van Benthem eine Ordnung $\prec_\Gamma$ auf der Menge der Modelle von Γ vor, so daß gilt: $M_1 \prec_\Gamma M_2$ genau dann, wenn für alle $\mathbf{O}\alpha \in \Gamma$ gilt: Wenn $M_2 \models \alpha$, dann $M_1 \models \alpha$.

DEFINITION 32 (BEVORZUGTES MODELL)

$$\begin{array}{ll} M_1 \prec_\Gamma M_2 & \text{gdw für alle normativen Formeln der Gestalt } \mathbf{O}\alpha \in \Gamma \text{ gilt} \\ & \text{wenn } M_2 \models \alpha, \text{ dann } M_1 \models \alpha \end{array}$$

Mit diesem Ansatz kann ein zweites Metatheorem über den Zusammenhang von van Fraassens Ansatz und nichtmonotonen Methoden bewiesen werden:

THEOREM 2

Eine Formel $\mathbf{O}\alpha$ folgt nach van Fraassen aus einer Menge von Prämissen Γ gdw es ein Modell M von α gibt, so daß für alle bevorzugten Modelle M' von M gilt: $M' \models \alpha$.

$$\begin{array}{ll} \Gamma \models_{\mathrm{F}} \mathbf{O}\alpha & \text{gdw es ein Modell } M \text{ gibt, so daß für alle Modelle } M' \text{ gilt:} \\ & \text{wenn } M \models \alpha, \text{ und } M' \prec_\Gamma M, \text{ dann } M' \models \alpha \end{array}$$

Der Beweis dieses Theorems ist beinahe trivial, da diese Vorstellung der deontischen Folgerungsbeziehung einfach eine Umformulierung von Fraassens ursprünglicher Definition ist. Hier haben wir eine Präsentation der Idee van Fraassens, welche lediglich das Konzept der Modellpräferenz explizit hervorhebt.

6.2.3 Bedingte Gebote

In Kapitel (2.2) wurde darauf hingewiesen, daß man in SDL eine bedingte Norm nur durch die Formel $\mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta)$ oder die Formel $\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta$ darstellen kann. Man kann aber auch die dyadische Operatoranalyse von SDL_2 wählen; dabei wird $\mathbf{O}(\ /\ )$ als ein primitiver Operator eingeführt. Die Diskussion der "Stärkung des Antecedens" in Kap. (3.5.2), S. 76f. hat gezeigt, daß SDL zu unvorsichtig und SDL_2 zu restriktiv ist - viele Fälle aus dem Alltag sind in SDL_2 nicht darstellbar, weil sich er Operator $\mathbf{O}(\ /\ )$ insofern nichtmonoton verhält, als jede Verstärkung des Antecedens unzulässig ist. Bis zu Hortys Ansatz gab es keine angemessene Analyse bedingter Normen. Mit einer Theorie, die auf einer nichtmonotonen Ableitbarkeitsbeziehung aufgebaut wird, kann man aber hoffen, diese Problematik in den Griff zu bekommen:

Angenommen, aus den Prämissen von Beispiel (10) wird $\mathbf{O}(p/r)$ entfernt.[7] Die allgemeine Vorschrift, nicht mit den Fingern zu essen, sollte man prima facie auch dann anwenden können, wenn Spargel serviert wird. Wir wollen ohne die dritte Prämisse die Norm $\mathbf{O}(\neg p/r)$ aus der ersten Prämisse ableiten können. Ist die dritte Prämisse $\mathbf{O}(p/r)$ allerdings gegeben, so wird durch diese spezifischere Norm die erste, allgemeinere Norm $\mathbf{O}(\neg p/\top)$ außer Kraft gesetzt, und daher sollte dann auch $\mathbf{O}(\neg p/r)$ nicht mehr ableitbar sein. Dies kann man formal am ehesten mit einer nichtmonotonen deontischen Ableitbarkeitsbeziehung angemessen rekonstruieren.

6.2.4 Eine nichtmonotone Behandlung bedingter Normen

Ich will hier Hortys Ansatz einer nichtmonotonen Behandlung bedingter Normen nachzeichnen: Zuerst wird die Vorarbeit für den Aufbau einer solchen Theorie geleistet, indem das vorige Konzept der einfachen Normen für komplexere Normen verallgemeinert wird; anschließend diskutiere ich Probleme, die dieser vorläufige Zugang zum nichtmonotonen deontischen Schließen nicht bewältigen kann.

Horty beschränkt sich zunächst auf die Behandlung von *normativen Kontexten*. Unter einem *normativen Kontext* versteht er einfach eine *Defaulttheorie* $\langle \{W^1\}, \Gamma \rangle$, wobei die Menge der Defaultregeln D einer konventionellen Defaulttheorie $\Delta = \langle W, D \rangle$ durch eine

[7] Vgl. Beispiel (10), S. 77f. Dort werden folgende Prämissen verwendet:
Man soll nicht mit den Fingern essen ($\mathbf{O}(\neg p/\top)$), man soll sich eine Serviette auf den Schoß legen ($\mathbf{O}(q/\top)$), und: Wenn dir Spargel serviert wird, sollst du diesen mit den Fingern essen ($\mathbf{O}(p/r)$).

Menge Γ von *bedingten Normen* der Art $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ und die Menge W von "gewöhnlichen" Formeln durch eine einzige Formel W^1 ersetzt wird - W^1 ist dabei die Konjunktion aller Formeln aus W. Die beiden Komponenten eines normativen Kontextes sind einmal die diesen Kontext bestimmende Basismenge Γ von bedingten Normen und die Formel W^1, welche diejenigen Fakten beschreibt, die für eine rationale Person in diesem normativen Kontext relevant sind.

Bevor wir die Menge der Theoreme einer Defaulttheorie Δ, also die Extension von Δ, bestimmen können, müssen wir definieren, wann eine bedingte Norm von einer anderen bedingten Norm außer Kraft gesetzt wird:[8]

DEFINITION 33 (OVERRIDDEN)
Eine bedingte Norm $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ ist im Kontext $\langle\{W^1\},\Gamma\rangle$ *außer Kraft gesetzt* genau dann, wenn es eine Norm $\mathbf{O}(\delta/\gamma) \in \Gamma$ gibt, derart, daß

1. $|W^1| \subseteq |\gamma| \subset |\alpha|$[9]

2. $Incons(\{W^1,\beta,\delta\})$[10]

3. $Cons(\{W^1,\delta\})$

Die Idee ist, daß eine bedingte Norm N in einem bestimmten Kontext dann *außer Kraft gesetzt* wird, wenn in diesem Kontext eine andere Norm anwendbar ist, die N widerspricht und *spezifischer* als N ist.

Klausel (1) der Definition besagt, daß eine bedingte Norm $\mathbf{O}(\delta/\gamma)$ in einem bestimmten Kontext *anwendbar* und darüber hinaus auch spezifischer als $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ ist.

Klausel (2) besagt, daß die beiden Normen $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ und $\mathbf{O}(\delta/\gamma)$ in diesem Kontext W^1 *inkonsistent* sind, weil die Menge $\{\beta,\delta,W^1\}$, bestehend aus dem Konsequens β der Norm $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$, dem Konsequens δ der Norm $\mathbf{O}(\delta/\gamma)$ und W^1, inkonsistent ist.

Klausel (3) soll verhindern, daß eine bedingte Norm durch eine andere Norm außer Kraft gesetzt wird, die ihrerseits in diesem Kontext inkonsistent ist. Klausel (3) verhindert, daß bedingte Normen in irgendeinem Kontext W^1 durch eine Formel $\mathbf{O}(\delta/\gamma)$ außer Kraft

[8][Horty, 1993], vgl. auch [Ryu and Lee, 1997, S. 133f.]. Sowohl Horty als auch Ryu und Lee sprechen davon, daß eine bedingte Norm $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ von einer Norm $\mathbf{O}(\delta/\gamma)$ "overridden" wird, was ich mit *"außer Kraft gesetzt"* übersetze.

[9]Die Menge von Modellen für γ ist eine echte Teilmenge der Menge von Modellen für α. Das bedeutet natürlich, daß γ eine spezifischere Situation als α ausdrückt.

[10]D.h.: $|W^1| \cap |\beta| \cap |\delta| = \emptyset$ bzw.: $\{W^1,\beta,\delta\} \vdash \bot$

gesetzt werden, wenn gilt: $Incons(\{W^1, \delta\})$. Allgemein wird mit Klausel (3) verhindert, daß bedingte Normen durch Formeln der Art $\mathbf{O}(\perp/\gamma)$ außer Kraft gesetzt werden.

Mit dieser Beschreibung der Umstände, unter denen bedingte Normen außer Kraft gesetzt werden, können wir jetzt eine Menge $\mathcal{E}$ von Aussagen als die *bedingten Extensionen* des Kontextes $\Delta^1_\Gamma = \langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ definieren.[11] Dazu benötigen wir eine *Fixpunktmenge* F von Δ^1_Γ, so daß für alle bedingten Gebote der Gestalt '$\mathbf{O}(\beta/\alpha)$' aus Γ gilt:

1. F beinhaltet für jedes bedingte Gebot $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ aus Γ das Konsequens β.

2. Die Menge der Modelle, welche die Prämisse W^1 erfüllen, ist eine Teilmenge der Menge der Modelle aller Antecedenzia α der bedingten Gebote aus Γ.

3. Die bedingten Normen von Γ sind im Kontext $\Delta^1_\Gamma = \langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ nicht außer Kraft gesetzt.

4. Keine Negation eines Konsequens β der bedingten Normen $\mathbf{O}(\beta/\alpha) \in \Gamma$ ist in der Menge $\mathcal{E}$ der bedingten Extensionen enthalten. Dabei gilt: $\mathcal{E}$ ist mit dem Abschluß von $\{W^1\} \cup F$ identisch.

DEFINITION 34 (BEDINGTE EXTENSION)
$\mathcal{E}$ ist eine *bedingte Extension* von $\Delta^1_\Gamma = \langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ gdw wenn es eine Menge F gibt, so daß gilt:

$$\begin{aligned} F = \ \{\beta \mid \ & \mathbf{O}(\beta/\alpha) \in \Gamma, \\ & \left|W^1\right| \subseteq |\alpha|, \\ & \mathbf{O}(\beta, \alpha) \text{ ist in } \left\langle\{W^1\}, \Gamma\right\rangle \text{ nicht außer Kraft gesetzt}, \\ & \neg\beta \notin \mathcal{E}\} \end{aligned}$$

und: $\mathcal{E} = Cn(\{W^1\} \cup F)$

Die nichtmonotone Ableitbarkeitsbeziehung für bedingte Normen wird folgendermaßen definiert:

[11] Diese Extensionen nenne ich "bedingt", weil hier bei der Definition der nichtmonotonen Folge als Prämissen bedingte Gebote verwendet werden.

DEFINITION 35 (BEDINGTE DEONTISCHE ABLEITBARKEITSBEZIEHUNG)
Eine Formel $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ ist nach Horty aus einer Menge Γ von bedingten Normen *nichtmonoton ableitbar* gdw β Element einer bedingten Extension von $\langle\{\alpha\}, \Gamma\rangle$ ist:

$\Gamma \mid\!\sim_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\beta/\alpha)$ gdw es eine bedingte Extension $\mathcal{E}$ aus $\Delta^{\alpha}_{\Gamma} = \langle\{\alpha\}, \Gamma\rangle$ gibt, so daß gilt:
$$\beta \in \mathcal{E}$$

6.3 Eigenschaften von $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ und Beispiele

Wie es gewisse Defaultteorien ohne gewöhnliche Extensionen gibt, könnte man jetzt befürchten, daß auch manche normative Kontexte keine bedingten Extensionen haben. Glücklicherweise ist dem nicht so, wie es das folgende Theorem Hortys belegt:[12]

THEOREM 3
Jeder normative Kontext $\Delta^{1}_{\Gamma} = \langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ hat eine *bedingte Extension* $\mathcal{E}$.

BEWEIS 6
Sei $\Delta^{1}_{\Gamma} = \langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ gegeben. Zuerst definieren wir eine Menge F_1:

$$\begin{aligned} F_1 = \ \{\beta \mid\ & \mathbf{O}(\beta/\alpha) \in \Gamma, \\ & \left|W^1\right| \subseteq |\alpha|, \\ & \mathbf{O}(\beta, \alpha) \text{ ist in } \left\langle\{W^1\}, \Gamma\right\rangle \text{ nicht außer Kraft gesetzt.}\} \end{aligned}$$

Weiter sei F_2 eine maximale Teilmenge von F_1, so daß gilt: $Cons(\{W^1\} \cup F_2)$ - die Existenz der Mengen F_1 und F_2 ist selbstverständlich garantiert.[13] Sei $\mathcal{E} = Cn(\{W^1\} \cup F_2)$. $\mathcal{E}$ ist eine *bedingte Extension* von $\Delta^{1}_{\Gamma} = \langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ dann und nur dann, wenn F_2 die in Definition (34) gegebenen Bedingungen erfüllt. Also ist $F_2 = F_1 \cap \{\beta \mid \neg\beta \notin \mathcal{E}\}$. Nehmen wir zuerst an, daß $\beta \in F_1$ und $\neg\beta \notin \mathcal{E}$. Dann ist β vereinbar mit $\{W^1\} \cup F_2$, und da F_2 maximalkonsistent ist, gilt: $\beta \in F_2$. Nehmen wir jetzt $\beta \in F_2$ an. Dann gilt natürlich auch $\beta \in F_1$. Außerdem muß $\neg\beta \notin \mathcal{E}$ gelten, da man sonst sowohl β als auch $\neg\beta$ als Elemente von $Cn(\{W^1\} \cup F_2)$ hätte, $F_2 \cup \{W^1\}$ somit nicht konsistent wäre. ■

Mit dem Ableitbarkeitsbegriff von Definition (35) erhalten wir die gewünschten Resultate bezüglich der gebotenen Verhaltensweise beim Spargelessen von Beispiel (10):

[12] Vgl. [Horty, 1993, S. 21f.] und [Horty, 1997, S. 38].
[13] Im Extremfall gilt: $F_2 = \emptyset$.

BEISPIEL 17
Sei Γ folgende normative Menge:[14]

$$\Gamma = \{\mathbf{O}(\neg p/\top), \mathbf{O}(q/\top), \mathbf{O}(p/r)\}$$

Die einzige *bedingte Extension* von $\Delta_\Gamma^r = \langle \{r\}, \Gamma \rangle$ ist $Cn(\{p, q, r\})$, damit haben wir auch wie erwünscht:

$$\Gamma \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(q/r)$$

Aber eine Norm $\mathbf{O}(\neg p/r)$, nicht mit den Fingern zu essen, wenn Spargel serviert wird, ist nicht ableitbar: $\Gamma \mathrel{|\!\!\not\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\neg p/r)$.

In Analogie zu nichtmonotonen Theorien, die auf einer modalen Semantik für bedingte Normen aufbauen, ist dieser Ansatz nichtmonoton im Antecedens α der bedingten Norm $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$. So ist etwa $Cn(\{\neg p, q\})$ die einzige *bedingte Extension* von $\Delta_\Gamma = \langle \{\top\}, \Gamma \rangle$; damit haben wir auch $\Gamma \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\neg p/\top)$, aber wie schon erwähnt, erhalten wir hier *nicht*: $\Gamma \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\neg p/r)$.

Zusätzlich ist die Ableitbarkeitsbeziehung $\mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}}$ im Gegensatz zur gewöhnlichen Ableitbarkeitsbeziehung $\vdash$ und auch im Gegensatz zur Ableitbarkeitsbeziehung von van Fraassen $\vdash_{\mathrm{F}}$ für sich schon nichtmonoton. Beispielsweise ist aus der normativen Menge Γ' mit $\Gamma' = \Gamma \setminus \{\mathbf{O}(p/r)\}$ eben nicht ableitbar, daß mit den Fingern zu essen verboten ist, wenn Spargel serviert wird.

BEISPIEL 18
Sei $\Gamma' = \Gamma \setminus \{\mathbf{O}(p/r)\}$. Die eindeutig bestimmte bedingte Extension von $\langle \{r\}, \Gamma' \rangle$ ist $Cn(\{r, \neg p, q\})$, und somit haben wir auch $\Gamma' \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\neg p/r)$. Obwohl nun $\Gamma' \subseteq \Gamma$ ist, gilt aber dennoch: $\Gamma \mathrel{|\!\!\not\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\neg p/r)$.

Dieser Zugang erfüllt einige Eigenschaften, die für eine deontischen Logik erwünscht sind. Da die *bedingten Extensionen* einer Theorie bezüglich der logischen Folge abgeschlossen sind, sind die logischen Folgen einer nichtmonoton ableitbaren Aussage ebenfalls geboten. Wenn $\Gamma \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\beta/\alpha)$ und $\beta \models \gamma$, dann gilt auch: $\Gamma \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\gamma/\alpha)$. Betrachtet man die Definition (34) der bedingten Extensionen auf Seite 113, so wird deutlich, daß be-

[14]Man kann für p, q und r wieder die Aussagen vom “Spargelbeispiel” verwenden, vgl. Kap. (3.5.2), Bsp. (10), S. 76f.

dingte Normen nur auf den "propositionalen Gehalt"[15] des Antecedens sensibel reagieren, aber nicht auf die spezifischen Einsetzungen von Aussagen in die formalen Platzhalter: Wenn $|\alpha| = |\beta|$, dann gilt: $\Gamma \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\gamma/\alpha)$ dann und nur dann, wenn $\Gamma \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\gamma/\beta)$.

Die hier vorgestellte Ableitbarkeitsbeziehung $\mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}}$ ist im folgenden Sinn eine konservative Erweiterung der Ableitbarkeitsbeziehung $\vdash_{\mathrm{F}}$ von van Fraassen:

THEOREM 4
Sei Γ eine Menge bedingter Normen und sei $\Gamma' = \{\mathbf{O}\beta \mid \mathbf{O}(\beta/\alpha) \in \Gamma$ und $|\alpha| = |\top|\}$. Dann gilt:

$$\Gamma' \vdash_{\mathrm{F}} \mathbf{O}\beta \text{ gdw } \Gamma \mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\beta/\top)$$

Ich verzichte auf den Beweis von Satz (4); eine Skizze des Beweises kann bei Horty gefunden werden.[16]

Mit Satz (4) und den Eigenschaften von $\vdash_{\mathrm{F}}$ kann man folgern, daß $\mathrel{|\!\!\sim}_{\mathrm{H}}$ nicht *reflexiv* ist und auch nicht die *Schnittregel* erfüllt.

6.4 Hortys System H

Hortys Ableitbarkeitsbeziehung ist nur für Imperative definiert, also für eine eingeschränkte Klasse von Normen. Dabei erläutert er seine nichtmonotone Ableitbarkeitsbeziehung, ohne sich auf ein konkretes System der deontischen Logik zu beziehen. Da er sowohl einfache Normen der Form '$\mathbf{O}\beta$' als auch bedingte Normen der Form '$\mathbf{O}(\beta/\alpha)$' berücksichtigt, scheint es angemessen, für seine nichtmonotone Ableitbarkeitsrelation SDL_2 als Grundlage zu verwenden.[17] Die Syntax von SDL_2 passt besonders gut zu dem System von Horty, da in SDL_2 wie auch in H keine gemischten Formeln und keine iterierten Normoperatoren vorkommen. Mit der Basis von SDL_2 übernimmt H auch die klassische Folgerungsbeziehung von SDL_2. Damit sind zwei Folgerungsbeziehungen für H definiert:[18]

1. Für alle Formeln α ist die klassische Folgerungsbeziehung $\Gamma \models \alpha$ definiert.

[15] Der propositionale Gehalt einer Formel α ist die durch die Formel ausgedrückte Proposition, d.i. die Menge derjenigen Welten, in denen α erfüllt ist.

[16] Vgl. [Horty, 1993, S. 23 f.]. Horty verwendet dabei eine Idee von Reiter für den Beweis von Satz 2.1. in [Reiter, 1980].

[17] Vgl. Die Auflistung auf S. 62ff.

[18] Es gibt für H keine Unterscheidung zwischen nichtmonotoner Ableitbarkeit und nichtmonotoner Folgerung.

2. Für Formeln α, die Imperativformeln sind, ist zusätzlich die nichtmonotone Ableitbarkeitsbeziehung $\Gamma \mid\!\sim_{\mathrm{H}} \alpha$ definiert. Wir sagen, daß in System H eine Formel α aus einer Menge von Formeln Γ *nichtmonoton ableitbar* ist gdw gilt: $\Gamma \mid\!\sim_{\mathrm{H}} \alpha$.

Da die nichtmonotone Ableitbarkeitsbeziehung von H nur für Formeln definiert ist, die die Gestalt einer Imperativformel haben, kann man hier eine weitere Kritik an H vorbringen: H ist bezüglich der nichtmonotonen Ableitbarkeitsbeziehung unvollständig.

Die Metalogik von System H

6.4.1 Die klassische Folgerungsbeziehung von H

Die Definitionen der klassischen Folgerungsbeziehung von H entsprechen den Definitionen der Folgerungsbeziehung von SDL_2 in Kap. (3.2.4.1) auf Seite 65. Damit man sie bequem mit der nichtmonotonen Ableitbarkeitsbeziehung vergleichen kann, will ich sie hier nochmal anführen:

Ein Interpretation $I = \langle W, R, V \rangle$ von SDL_2 bzw. H *erfüllt* eine Formel α in einer Welt $w \in W$ gdw $V(\alpha, w) = 1$, d.h.: $\models_{I,w} \alpha$ gdw. $V(\alpha, w) = 1$; in diesem Fall ist $M = \langle I, w \rangle$ ein *Modell* von α. Ein Interpretation I *erfüllt eine Formelmenge* Γ *in einer Welt* $w \in W$ gdw für alle Formeln $\alpha \in \Gamma$ gilt: $\models_{I,w} \alpha$. Ein Formel α von H ist *gültig unter einer Interpretation*, $\models_I \alpha$ gdw für jede Welt $w \in W$ gilt: $\models_{I,w} \alpha$. Eine Formel α von H ist *allgemeingültig,* $\models \alpha$ *gdw* α unter jeder Interpretation I gültig ist. Eine Formel α von H *folgt logisch aus einer Formelmenge* Γ*,* $\Gamma \models_{I,w} \alpha$ gdw jedes Modell von Γ auch ein Modell von α ist.

6.4.2 Die nichtmonotone Ableitbarkeitsbeziehung von H

Eine Formel $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ ist aus einer Menge Γ von bedingten Normen nichtmonoton ableitbar, $\Gamma \mid\!\sim_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\beta/\alpha)$, gdw β Element einer bedingten Extension von $\langle \alpha, \Gamma \rangle$ ist.

Eine Menge $\mathcal{E}$ von wffs ist eine *bedingte Extension* von $\Delta^1_\Gamma = \langle \{W^1\}, \Gamma \rangle$ gdw es eine Menge F gibt, so daß gilt:[19]

[19]Vgl. die Definition (33) des "außer Kraft setzens" einer bedingten Norm auf S. 112, sowie Definition (34), S. 113.

$$
\begin{aligned}
F = \quad \{\beta \mid \quad & \mathbf{O}(\beta/\alpha) \in \Gamma, \\
& \left|W^1\right| \subseteq |\alpha|\,, \\
& \mathbf{O}(\beta, \alpha) \text{ ist in } \left\langle \{W^1\}, \Gamma \right\rangle \text{ nicht ausser Kraft gesetzt,} \\
& \neg\beta \notin \mathcal{E}\}
\end{aligned}
$$

und: $\mathcal{E} = Cn(\{W^1\} \cup F)$

6.5 Stärken und Schwächen von $\mid\!\sim_{\mathbf{H}}$

6.5.1 Der Vorzug von $\mid\!\sim_{\mathbf{H}}$ im Vergleich mit konventionellen modalen Ansätzen

Dieser Zugang zu einer bedingten deontischen Ableitbarkeitsbeziehung hat gewisse Vorteile gegenüber den sonst üblichen modalen Zugangsweisen:

1. Die Ableitbarkeitsbeziehung $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ ist insofern nichtmonoton, als bei bedingten Normen das Antecedens nicht beliebig verstärkt werden kann. Im Gegensatz zur gewöhnlichen Semantik à la Hansson für bedingte Normen bleibt bei $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ jedoch ein gewisses Maß an Monotonie insofern erhalten, als man bei diesem Ansatz unter bestimmten Voraussetzungen das Antecedens α einer bedingten Norm $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ stärken darf.

2. Man kann bei diesem Ansatz das Argumentieren bei einem Normkonflikt modellieren; das Gebiet der Normkonflikte liegt jenseits der konventionellen modalen Zugänge zur deontischen Logik.

Allerdings hat dieser Zugang einige Schwächen und kann deswegen nur als ein vorläufiger Zugang zur adäquaten Behandlung bedingter Normen gewertet werden. Im Folgenden liste ich Probleme auf, die mit diesem Ansatz nicht bewältigt werden können.

6.5.2 Die Schwächen von $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$

6.5.2.1 Die Ableitbarkeitsbeziehung $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ ist nicht transitiv.

Das gravierendste Problem von $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ besteht nach Horty darin, daß unter $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ keine Transitivität oder Verkettung bedingter Normen möglich ist. Aus den Prämissen $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ und $\mathbf{O}(\gamma/\beta)$ ist nicht $\mathbf{O}(\gamma/\alpha)$ ableitbar.[20]

Speziell wenn wir einfache Gebote als bedingte Normen mit Antecedens $\top$ betrachten, können wir mit dem Ansatz von Horty aus den Prämissen $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ und $\mathbf{O}\alpha$ nicht $\mathbf{O}\beta$ ableiten. Allerdings ist diese Problematik nicht alarmierender als sie in den Ansätzen der *conditional Logic* ist, in welchen ebenfalls die Transitivität des Konditionals nicht erfüllt und auch nicht erwünscht ist.[21] Mit dem nichtmonotonen Zugang kann man die Transitivität jedoch als eine *anfechtbare Regel*[22] verwenden, die eventuell *außer Kraft gesetzt* werden kann:

> This is, in fact, exactly how transitivity is supposed to work in a number of application areas of nonmonotonic logics, such as the kind of reasoning supported nonmonotonic inheritance hierarchies.[23]

Ein Beispiel soll dies verdeutlichen:

BEISPIEL 19
Aus den Annahmen, daß Musiker in der Regel unterbezahlt sind und daß Hubert ein Musiker ist, dürfen wir im Normalfall (wahrheitserhaltend) schließen, daß auch Hubert unterbezahlt ist. Aber wir werden wohl nichts dagegen haben, diesen Schluß außer Kraft gesetzt zu sehen, wenn wir die zusätzliche Information erhalten, daß Hubert ein Rockstar ist und Rockstars eine spezifische Klasse an Musikern darstellen, nämlich solche, die in der Regel "ihre Schäfchen im Trockenen haben".

Es ist nahe liegend, diese *anfechtbare Transitivität* auch in den Ansatz des nichtmonotonen bedingten deontischen Schließens zu integrieren. Man ist bei diesem Versuch

---

[20]Kraus, Lehmann und Magidor zeigen allerdings, daß Transitivität und Monotonie unter gewissen Bedingungen äquivalent sind; vgl. den Beweis von Lemma (3.4) in [Kraus et al., 1990, S. 180]. Insofern erscheint es mir kein Nachteil von Hortys System zu sein, daß seine Ableitbarkeitsbeziehung $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ nicht transitiv ist, sondern eher ein Vorteil.

[21]Vgl. [Horty, 1993], S. 24.

[22]engl.: *defeasible rule*.

[23][Horty, 1993], S. 25.

jedoch mit erheblichen Problemen konfrontiert: Die Aufgabe, anfechtbare Transitivität mit einem angemessenen Konzept des *Außer-Kraft-Setzens* zu verbinden, scheitert vornehmlich an technischen und begrifflichen Schwierigkeiten. Bis zu Hortys Ansatz von 1993 war keine Lösung für dieses Problem bekannt.

6.5.2.2 Keine Konklusionen mit disjunktem Antecedens

Die zweite Schwierigkeit bei Hortys Ansatz ist, daß man oft nicht auf Sätze mit einem *disjunktiven Antecedens* schließen kann, auf die man intuitiv jedoch schließen können sollte. Beispielsweise sollte man von $\Gamma = \{\mathbf{O}(\gamma/\alpha), \mathbf{O}(\gamma/\beta)\}$ auf $\mathbf{O}(\gamma/\alpha \vee \beta)$ schließen können. Die einzige bedingte Extension von $\Delta_{\Gamma}^{\alpha\vee\beta} = \langle\{\alpha \vee \beta\}, \Gamma\rangle$ ist aber $Cn(\{\alpha \vee \beta\})$[24], weshalb wir nicht auf $\mathbf{O}(\gamma/\alpha \vee \beta)$ schließen können. Dieses Ergebnis ist in der Defaultlogik ein bekanntes Problem und wurde dort bereits mehrfach erfolgreich in Angriff genommen. Wegen der weitgehenden Analogie des Begriffs der *Extension* von normativen Kontexten mit der *Extension* in Defaulttheorien sollte es keine größeren Schwierigkeiten bereiten, die Lösungen der gewöhnlichen Defaultlogik für das Problem des disjunktiven Antecedens auf den deontischen Fall zu übertragen. Ein Stolperstein hierbei könnte allerdings sein, daß man möglicherweise Probleme damit hat zu bestimmen, wann eine bedingte Norm mit einem disjunktiven Antecedens *außer Kraft gesetzt* ist, bzw. wie man das Konzept des *Außer-Kraftsetzens* einer bedingten Norm im Falle eines disjunktiven Antecedens befriedigend anwendet.

6.5.2.3 Das Problem des außer Kraft setzens einer Norm

Das dritte Problem dieser Analyse betrifft ein Detail in der Behandlung *außer Kraft gesetzter* Normen. Eine bedingte Norm $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ wird von einer bedingten Norm $\mathbf{O}(\neg\beta/\alpha \wedge \gamma)$ im Falle $\alpha \wedge \gamma$ außer Kraft gesetzt. Dieser Spezialfall kann auf verschiedene Weisen verallgemeinert werden. Unter $\mid\!\sim_{\mathrm{H}}$ kann eine bedingte Norm $\mathbf{O}(\alpha/\beta)$ nur von einer einzelnen entgegengesetzten normativen Aussage außer Kraft gesetzt werden, und zwar einer Aussage, die in diesem normativen Kontext ableitbar und darüberhinaus in ihrem Antecedens auch spezifischer als das Antecedens β sein muß. Es sind aber Fälle denkbar,

[24]Man beachte bei der Definition *bedingter Extensionen* (Seite 113) einer Menge normativer Prämissen der Art $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ die letzte Klausel $\mathcal{E} = Cn(\{W^1\} \cup F)$: Da die zweite Klausel ($|W^1| \subseteq |\alpha|$) nicht erfüllt ist, gilt $F = \emptyset$; daraus kann man aber nur $\mathcal{E} = Cn(\{W^1\})$ und somit $\mathcal{E} = Cn(\{\alpha \vee \beta\})$ erhalten.

in denen man annehmen kann, daß eine Norm zwar nicht von einer einzigen entgegengesetzten Norm, wohl aber von einer *Menge* von entgegengesetzten Normen *außer Kraft gesetzt* werden kann:

BEISPIEL 20
Sei $\Gamma = \{\mathbf{O}(\alpha/\top), \mathbf{O}[\neg(\alpha \wedge \beta)/\gamma], \mathbf{O}(\beta/\gamma)\}$. Es scheint hier, daß in dem Kontext $\Delta_\Gamma^\gamma = \langle\{\gamma\}, \Gamma\rangle$ die erste Norm von den beiden anderen zusammen *außer Kraft gesetzt* werden soll, obgleich sie von keiner der beiden anderen Normen für sich alleine *außer Kraft gesetzt* werden kann.[25]

6.5.2.4 Die Frage nach der Gültigkeit von Normen, die von außer Kraft gesetzten Normen außer Kraft gesetzt werden

Ein zusätzliches Problem betrifft die Gültigkeit außer Kraft gesetzter Normen, die von einer Norm außer Kraft gesetzt sind, die ihrerseits von einer weiteren Norm außer Kraft gesetzt ist: Was ist, wenn eine bedingte Norm von einer anderen bedingten Norm *außer Kraft gesetzt* wird, die aber selbst schon außer Kraft gesetzt wurde? Ist nun die erste Norm auch *außer Kraft gesetzt* oder nicht? Im vorgestellten Konzept bleibt dieser Fall offen, aber man kann sich leicht Fälle vorstellen, in welchen die erste Regel wieder in Kraft zu treten hat:

BEISPIEL 21
Sei $\Gamma = \{\mathbf{O}(\alpha/\top), \mathbf{O}(\beta/\gamma), \mathbf{O}(\neg\beta/\gamma \wedge \delta)\}$. Man betrachte den normativen Kontext $\langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$, wobei gilt: $W^1 =_{df} (\gamma \wedge \delta) \wedge \neg(\alpha \wedge \beta)$. Natürlich wird die erste Norm $\mathbf{O}(\alpha/\top)$ in diesem Kontext von der zweiten Norm $\mathbf{O}(\beta/\gamma)$ nach derselben Definition außer Kraft gesetzt, nach der auch die zweite Norm durch die dritte Norm $\mathbf{O}(\neg\beta/\gamma \wedge \delta)$ außer Kraft gesetzt wird.[26] Da außer Kraft gesetzte Normen nach Definition (34) nicht in der Fixpunktmenge F eines normativen Kontextes auftauchen dürfen, ist die einzige bedingte Extension dieses Kontextes $\mathcal{E} = Cn(\{W^1, \neg\beta\})$, und wir erhalten daher auch

[25] Man beachte die Definition (33) des *Außer-Kraft-Setzens* auf Seite 112.

[26] Man beachte wieder Definition (33) des *Außer-Kraft-Setzens* einer Norm durch eine Andere in einem Kontext: $\mathbf{O}(\alpha/\top)$ wird in Kontext $\langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ von $\mathbf{O}(\beta/\gamma)$ *außer Kraft gesetzt*, weil gilt: (1) $|(\gamma \wedge \delta) \wedge \neg(\alpha \wedge \beta)| \subseteq |\gamma| \subset |\top|$; (2) $Incons(\{(\gamma \wedge \delta) \wedge \neg(\alpha \wedge \beta)\} \cup \{\alpha, \beta\})$ und (3): $Cons(\{(\gamma \wedge \delta) \wedge \neg(\alpha \wedge \beta)\} \cup \{\beta\})$. Damit sind die Bedingungen von Definition (33) erfüllt.

nicht $\mathbf{O}(\alpha/W^1)$. Ein in diesem Kontext etwas seltsam anmutendes Ergebnis, das unseren Intuitionen bezüglich dieser Situation widerspricht, denn die Regel $\mathbf{O}(\beta/\gamma)$, welche $\mathbf{O}(\alpha/\top)$ außer Kraft setzt, ist ja selber außer Kraft. Man kann daher plausibel annehmen, daß α in dem Kontext $\langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ geboten ist.

Man kann das vorgestellte Konzept allerdings dahingehend modifizieren, daß die Norm $\mathbf{O}(\alpha/\top)$ wieder reinstanziert wird. In diesem Fall würden wir als bedingte Extension des Kontextes $\langle\{W^1\}, \Gamma\rangle$ die Menge $\mathcal{E} = Cn(\{W^1, \alpha, \neg\beta\})$ erhalten. Damit würde dann gelten: $\Gamma \mid\!\sim_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\alpha/W^1)$. Dazu müsste man allerdings Definition (34) modifizieren.

6.5.2.5 Die nichmonotone Ableitbarkeitsbeziehung von H gilt nur für Imperative

Die nichtmonotone Ableitbarkeitsbeziehung von H ist nur für gewisse Formeln von H definiert, nämlich die Imperative. Wie in der Einleitung bereits erwähnt wurde, ist der Begriff eines Imperatives formal nicht leicht zu fassen und außerdem sind in System H viele Formeln darstellbar, die definitiv keine Imperative sind, etwa die wff $\neg\mathbf{O}(\neg\beta/\alpha)$. Da sich klassisch Tautologien der Art $\neg\mathbf{O}(\neg\beta/\alpha) \vee \mathbf{O}(\neg\beta/\alpha)$ beweisen lassen, ist das System H bezüglich der nichtmonotonen Ableitbarkeitsbeziehung unvollständig oder erfüllt zumindest nicht die Supraklassizität, eine wünschenswerte Eigenschaft, die in den meisten modernen nichtmonotonen Systemen unterstützt wird.[27]

6.6 Zusammenfassung und Wertung von Hortys Ansatz

Die geschilderten offensichtlichen Vorzüge sind ausbaufähig. Man kann daran arbeiten, diese Theorie so auszubauen, daß die Vorzüge erhalten bleiben, aber die angesprochenen Problematiken (zumindest ansatzweise) gelöst sind. Es gibt Hoffnung, dieses Ziel zu erreichen, da diesbezüglich in der Defaulttheorie bereits einige Fortschritte erzielt wurden und die vorgestellten Probleme nicht spezifisch deontischer Natur sind:

> The problems pointed out here with the present account of conditinal deontic consequence are serious, but I do not feel that they should lead us to abandon the project of designing a conditional logic using the techniques of nonmonotonic logic. In fact, none of these problems is unique to the deontic

[27] Die Supraklassizität besagt, daß ein Schluß, der gemäß der klassischen Logik gültig ist, auch nichtmonoton gültig ist. Vgl. diesbezüglich die Diskussion der Supraklassizität in [Makinson, 1994, S. 45f.].

interpretation of the background nonmonotonic theory; instead, they reflect more general difficulties in nonmonotonic reasoning, which surface here just as they surface elsewhere.[28]

[28] [Horty, 1993], S. 26.

Kapitel 7

Ein nichtmonotones System bedingter Normen von Asher und Bonevac

Nicholas Asher und Daniel Bonevac eröffnen ihre Diskussion über bedingte prima-facie-Normen mit einem klassischen Normkonflikt. Sie entwickeln anschließend ein nichtmonotones System, mit dem man zwei Arten bedingter prima-facie-Normen ausdrücken kann, wobei sie zwei wichtige Aspekte berücksichtigen:[1]

1. Eine Norm α kann in einer Welt w unter normalen Umständen *prima facie* gültig sein. Es ist möglich, daß in w noch eine andere Norm α' prima facie gültig ist, so daß α und α' in w einen Normkonflikt ergeben.

2. Ergibt sich in w kein Normkonflikt bezüglich α, dann ist α auch *aktual* gültig.[2]

Eine prima facie gültige Norm kann im Lichte zusätzlicher Informationen eventuell außer Kraft gesetzt werden. Hat man ein Modell für prima-facie-Normen gewonnen, so kann man nicht nur das Problem der Normkonflikte formal in Angriff nehmen, sondern auch einige Paradoxien von SDL umgehen.

[1] [Asher and Bonevac, 1997]

[2] Das besondere an *aktual* gültigen Normen ist, daß sie mit keiner anderen aktual gültigen Norm in Konflikt geraten.

7.1 Prima-facie-Normen

7.1.1 Einführung des Begriffs "prima-facie-Norm"

Prima-facie-Normen sind zwar normalerweise (prima facie) gültig, aber sie können bei einem Konflikt von einer spezifischeren Norm außer Kraft gesetzt werden.[3] Der Alltag bietet eine Fülle von Beispielen für *prima facie* gültige Normen, die einen Normkonflikt ergeben können: Prinzipien der Ehrlichkeit, Treue, Moral, Rechtsnormen etc. sind in vielen Situationen zwar alle für sich *prima facie* gültig, aber oft nicht simultan erfüllbar. Die Autoren führen als einleitendes Beispiel den Fall des Neoptolemus an, der von seinem Feldherrn Odysseus einen moralisch ungerechten Auftrag erhält. Erfüllt er den Auftrag, so wird dem unglücklichen Philolectes ein weiteres Leid zugefügt und seine einzige Habe, ein Bogen, entwendet. Dieser Bogen ist jedoch der Schlüssel zum Sieg des trojanischen Krieges, und Neoptolemus wird von dem Zweifel gequält, ob der Sieg und die Erfüllung von Odysseus' Befehl das Unrecht an Philolectes rechtfertigt.[4]

> In general, a soldier should obey his commanding officer. Moreover, a soldier should strive for victory. These might come into conflict. In Neoptolemus' case they work together. But they clash with honesty, kindness and justice. [...] All these principles - concerning obedience, victory, honesty, cruelty, and justice - are correct in general. But, as their conflit demonstrates, they have exceptions.
>
> Indeed, the primary motivation for speaking of *prima facie* obligation is that, in many domains, conflicts happen, and rules have exceptions.

Akzeptable Übersetzungen der Phrase "in general" in obiger Aussage "All these principles - concerning obedience, victory, honesty, cruelty, and justice - are correct in general" sind "generell", "prinzipiell" oder "normalerweise", so daß es nahe liegt, die Darstellung von prima-facie-Normen mit einem nichtmonotonen System zu versuchen.[5]

[3] Vgl. die einleitende Diskussion von prima-facie-Normen in Kap. (1.2.2), S. 14.
[4] [Asher and Bonevac, 1997, S. 160]
[5] Vgl. dazu die Diskussion in Kap. (4.1.3), S. 83 und Kap. (4.2), S. 86.

7.1.2 Die Unterscheidung von prima-facie-Normen und aktuellen Normen

Einer weit verbreiteten Auffassung gemäß sind prima-facie-Normen solange gültig, bis es zu einem Konflikt mit einer anderen prima-facie-Norm kommt: Eine *prima facie* gültige Norm kann aktual ungültig sein, wenn sie von einer anderen Norm außer Kraft gesetzt wird. Aktual gültige Normen können nicht mehr außer Kraft gesetzt werden, sie sind absolut gültig:[6]

> Neoptolemus, for example, has a *prima facie* obligation to trick Philolectes, and another *prima facie* obligation not to trick him. At most one of these obligations can be actual. Neoptolemus, returning the bow, decides that his obligation not to trick Philolectes takes precedence.

7.1.3 Postulate für Schlüsse mit prima-facie-Normen

Asher und Bonevac diskutieren einige Postulate für Schlüsse, in denen prima-facie-Normen eine Rolle spielen. Diese Postulate stellen sie durch umgangssprachlich formulierte Schemata dar, die einen gewissen Freiraum bei der Interpretation lassen.

7.1.3.1 Schema für die Ableitung einer prima-facie-Norm

Die allgemeine Form für eine prima-facie-Norm lautet bei Asher und Bonevac: Wenn α, dann soll β der Fall sein. Wenn keine weiteren Normen zur Geltung kommen, ist man berechtigt, gemäß dem dem folgenden Schema (7.1) zu schließen:

Schema (7.1):

$$\frac{\text{wenn } \alpha\text{, dann soll } \beta \text{ der Fall sein.} \qquad \alpha}{\beta \text{ soll der Fall sein}}$$

Gemäß Schema (7.1) ist eine Ableitung von "β soll der Fall sein" aus den gegebenen Prämissen *prima facie* legitimiert. Wenn Neoptolemus lediglich weiß, daß er von Odys-

[6] [Asher and Bonevac, 1997, S. 160], vgl. [Kant, 1788] und Kap. (3.3), S. 68.

seus den Befehl erhalten hat, den Bogen von Philolectes zu bringen, und weiß, daß er Odysseus' Befehl zu gehorchen hat, dann ist es für ihn vernünftig zu schließen, daß er den Bogen auch bringen soll.

7.1.3.2 Schema für konfligierende prima-facie-Normen

In den Fällen, wo zwei bedingte prima-facie-Normen aufeinander prallen (d.h. gegensätzliches vorschreiben) und sonst keine weiteren Informationen erhältlich sind (außer, daß die Antecedens-Bedingungen erfüllt sind), soll man sich besser einer Schlußfolgerung enthalten. Dies kommt in Schema (7.2) zum Ausdruck:

Schema (7.2):

$$\begin{array}{l} \text{Wenn } \alpha\text{, dann soll } \gamma \text{ der Fall sein} \\ \text{Wenn } \beta\text{, dann soll } \gamma \text{ nicht der Fall sein} \\ \alpha \text{ und } \beta \\ \hline ? \end{array}$$

Gegeben, Neoptolemus weiß lediglich um die beiden prima-facie-Normen: *sei gerecht!* und: *gehorche deinem Herren!* Bescheid, solle ihm die Logik alleine keine Entscheidungshilfe sein.

7.1.3.3 Deontische Spezifizierung

Bei einem Normkonflikt sollen speziellere prima-facie-Gebote Vorrang vor allgemeineren Geboten erhalten. Dieser Regel liegt der Gedanke zugrunde, daß ein allgemein gehaltenes Gebot nur so lange und soweit in Kraft ist, als es durch ein konkretes Gebot abgelöst wird. Wenn das Antecedens einer Prämisse das Antecedens einer anderen impliziert, soll man nach Schema (7.3) das Gebot im Konsequens der spezifischeren Prämisse ableiten können:

Schema (7.3):

Wenn α, dann soll γ der Fall sein
Wenn β, dann soll γ nicht der Fall sein
Wenn α, dann β
α und β[7]

γ soll der Fall sein

Unter der Voraussetzung, daß prima-facie-Befehle befolgt werden sollen, ungerechte Befehle aber nicht befolgt werden sollen, soll Odysseus einem ungerechten Befehl nicht Folge leisten.

7.1.3.4 Unerwünschte Implikationen sollen vermieden werden

Jedes angemessene System der deontischen Logik soll die in Kap. (2.3) vorgestellten Paradoxien vermeiden: Das Paradox von Chisholm und das Forrester'sche Paradox.[8] Ein angemessenes System der deontischen Logik vermeidet Schlüsse der folgenden Art, oder es kann sie zumindest erklärend eliminieren. Eine Konklusion nach Schema (7.4) soll nicht ableitbar sein:

Schema (7.4):

Räuber sollen ihre Tat bereuen.	Wenn man jemanden tötet, soll man ihn schonend töten.
Neoptolemus ist ein Räuber.	Du tötest jemanden.
Man kann nur bereuen, wenn man schuldig ist.	Wenn man jemanden schonend tötet, tötet man ihn.
Neoptolemus soll schuldig sein.	Du sollst jemanden töten.

[7]Das Konjunktionsglied β ist hier redundant, wird aber aus Gründen Der Analogie zu anderen Schemata beibehalten.

[8]Vgl. Kap. (2.3), S. 31ff.

7.1.3.5 Unbedingte aktuale Normen

Kategorisch gültige, aktuale Normen müssen untereinander immer konsistent sein. Zwei Aussagen wie in Schema (7.5) sollen allerdings nicht ableitbar sein, da sie inkonsistent sind:

Schema (7.5):

aktual ist α geboten
aktual ist $\neg\alpha$ geboten

Mit dem Entschluß, Philolectes nicht "übers Ohr zu hauen", erhebt Neoptolemus die prima-facie-Norm "Sei gerecht" zu einer Norm, die aktual gültig ist.

7.1.3.6 Unbedingte prima-facie-Normen

Man soll unbedingte prima-facie-Normen formulieren können, und außerdem soll es möglich sein, daß zwei prima-facie-Normen in Konflikt geraten, ohne daß ein inkonsistentes System entsteht:[9]

> We want to be able to say that Neoptolemus has, at the same time, *prima facie* obligations to trick Philolectes and not to trick him.

Die beiden Aussagen von (7.6) sollen ohne Inkonsistenz formulierbar sein:[10]

Schema (7.6):

Unter dem Umstand α ist *prima facie* β geboten
Unter dem Umstand γ ist *prima facie* $\neg\beta$ geboten

"Prima facie"-Prinzipien erlauben Konklusionen, die eventuell im Lichte neuer Informationen zurückgenommen werden müssen. Für die formale Umsetzung dieser Forderung kann man einen nichtmonotonen deontischen Apparat zu Hilfe nehmen:[11]

[9] [Asher and Bonevac, 1997, S. 162]

[10] Die Autoren fordern in ihrem Schema (7) von [Asher and Bonevac, 1997, S. 162] nur, daß prima facie α und $\neg\alpha$ geboten sein kann, was mir aber unplausibel erscheint. Nach Ross ist eine prima-facie-Norm nur relativ zu einem Umstand gültig, vgl. das Zitat in Kap. (1.2.2) auf S. 15, wo er eine "*prima facie* duty" als eine gewisse 'conditional duty' bezeichnet.

[11] [Asher and Bonevac, 1997, S. 162]

Traditional analyses of *prima facie* principles use modal logic and a standard, monotonic conception of validity incapable of analyzing the acceptable but defeasible nature of these obligations. Like Horty we shall use nonmonotonic logic to elucidate *prima facie* obligation.

7.2 Der Formalismus zur Behandlung von prima-facie-Normen

Die Autoren bieten in ihrem Artikel zwei Ansätze zur formalen Repräsentation von prima-facie-Normen. Mit dem Hilfsbegriff des *natürlichen Schließens*[12] analysieren sie prima-facie-Normen, die aus *epistemischer* Hinsicht unter normalen Umständen gültig sind. Darüber hinaus geben sie ein Konzept zur Analyse von prima-facie-Normen relativ zu Umständen, die aus *moralischer* Sicht normal sind.

7.2.1 Die nichtmonotone Basis der Theorie

7.2.1.1 Vorbereitende Erklärungen

Asher und Bonevac verwenden zwei Arten von deontischen Operatoren, um zwei unterschiedlichen Anforderungen an prima-facie-Normen gerecht zu werden: den bekannten einstelligen deontischen Operator $\mathbf{O}$ in Verbindung mit einem anfechtbaren, nichtmonotonen Konditional $>$ und einen binären deontischen Operator $>_{\mathbf{O}}$. Ihr erster Ansatz zur formalen Behandlung bedingter Normen hat die Gestalt:

$$\alpha > \mathbf{O}\beta \tag{7.2.i}$$

Der zweite Ansatz lautet:

$$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta \tag{7.2.ii}$$

Wir können eine Formel der Form '$\alpha > \beta$' so lesen: α impliziert β "normalerweise" ("ceteris paribus"), d.h. unter sonst gleichen Umständen.[13] Eine Formel mit einem

[12] "commonsense entailment", [Asher and Bonevac, 1997, S. 162]

[13] Mögliche Interpretationen der Phrase "*unter sonst gleichen Umständen*" ("other things being equal") werden eingehend von Michael Morreau erörtert. Vgl. [Morreau, 1997, S. 140ff.]

nichtmonotonen Konditional und einer normativen Formel im Konsequens von der Art $\alpha > \mathbf{O}\beta$ ist wahr, wenn in den "normalen α-Welten" β geboten ist; man sagt: α *impliziert normalerweise* $\mathbf{O}\beta$. In einem Modell, in dem die Formel $\alpha > \mathbf{O}\beta$ wahr ist, kann es "nichtnormale α-Welten" geben, in denen β nicht geboten ist.

Eine Formel der Gestalt '$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$' besagt, daß in den idealen α-Welten - ceteris paribus - β gelten soll; $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ ist wahr in einer Welt w, wenn β in allen von w aus gesehenen guten-und-einfachen α-Welten wahr ist:[14]

> $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ means that, where α holds, then, other things being equal, β should hold.

Etwas mißverständlich sprechen die Autoren davon, daß $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ wahr ist, wenn "unter moralisch konstanten α-Umständen β geboten ist".[15] Aus moralischer Sicht "konstante α-Umstände" werden durch Welten w ausgedrückt, für die gilt:

- α ist in w erfüllt.
- In keiner α-Welt[16] gibt es einen Normkonflikt.
- In allen aus Sicht einer Welt w idealen Welten sind die aktualen Gebote von w erfüllt.

Die guten-und-einfachen Welten einer Welt α müssen keine normalen Welten sein, und es kann $\alpha \wedge \gamma$-Welten geben, in denen β nicht geboten ist. Bei der Formel $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ wird das Augenmerk darauf gelenkt, daß β in allen guten-und-einfachen Welten α-Welten geboten ist. Es kann α-Welten geben, die nicht gut-und-einfach sind, in denen β nicht gesollt ist.[17]

Die Entwicklung der beiden Ansätze gründet sich auf eine gemeinsame nichtmonotone Basis, daher können die beiden Operatoren simultan eingeführt werden; sie erfüllen die gleichen Schemata, die im Folgenden diskutiert werden.

[14] Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 165].
[15] Vgl. obige Fußnote (13).
[16] w ist eine α-Welt in einer Interpretation I gdw gilt $\models_{I,w} \alpha$.
[17] Die präzise Bedeutung dieser Begriffe wird in der Semantik vorgestellt, vgl. Kap. (7.4.3), S. 146.

7.2.1.2 Epistemische vs. konstitutive Prinzipien

Die Autoren unterscheiden zwischen epistemischen Prinzipien und solchen, die aus moralischer Sicht konstitutiv sind. Für diese beiden Arten von Prinzipien haben sie jeweils ein Zeichen mit entsprechendem Formalismus eingeführt.

Ceteris-paribus-Prinzipien, die mit Hilfe des Funktors $>$ ausgedrückt werden, nennen die Autoren *epistemische Prinzipien*. Gemäß einer epistemischen Interpretation besagt $\alpha > \mathbf{O}\beta$, daß α ein guter Indikator für die Verpflichtung zu β ist. Ein etwas absurdes Beispiel dafür lautet:[18]

> *Promises ought to be ignored*, for example, would ordinarily be interpreted as epistemic, as resting on a cynical view of human nature rather than on the nature of promises *per se*.

Sätze der Art $\alpha > \mathbf{O}\beta$ drücken aus, daß α *normalerweise* zu β verpflichtet.

Im Kontrast zu den epistemischen Prinzipien drücken Sätze der Form $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ ceteris-paribus-Prinzipien aus *moralischer* Sicht aus: Wenn α gilt, dann ist β geboten, sofern die Umstände *in moralischer Hinsicht* konstant bleiben. Die Autoren nennen Prinzipien solcher Art *konstitutive Prinzipien*. Asher und Bonevac interpretieren $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ als “in α-*Welten* ist *im moralischen Normalfall* β wahr”. $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ besagt, daß α - aus moralischer Sicht - normalerweise zu β verpflichtet:[19]

> *Promises ought to be kept*, for example, is ordinarily constitutive, for something’s being a promise is a reason for its being kept.

Die Autoren liefern eine genauere Erörterung der “*morally normal circumstances*”, deren formale Darstellung in der Semantik vorgestellt wird.[20] Die Autoren betonen, daß unter wechselnden Umständen die beiden Ansätze eine unterschiedliche Interpretation von prima-facie-Normen bieten:[21]

> If other things are normally not equal, then sentences of these forms convey different information. Our second approach has the advantage of incorporating both.

[18] Ebenda

[19] [Asher and Bonevac, 1997, S. 166]

[20] Vgl. Definition (7.4.3), S 146. und [Asher and Bonevac, 1997, S. 165f.]

[21] [Asher and Bonevac, 1997, S. 166].

Das Symbol $>$ dient nicht als deontischer Operator; $>$ wird von Asher und Bonevac vielmehr als ein "doxastic, nonmoral, generic conditional" bezeichnet:[22]

> $\alpha > \beta$ means that, where α holds, then, other things being equal, β normally holds too.

Der zweistellige deontische Operator $>_{\mathbf{O}}$ dagegen

> ...is a generic deontic conditional: $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ means that, where α holds, then, other things being equal, β should hold.[23]

Ich will nicht weiter auf die Unterscheidung zwischen konstitutiven und epistemischen Prinzipien eingehen,[24] sondern lediglich zusammenfassend erwähnen, daß Sätze der Form $\alpha > \mathbf{O}\beta$ etwas darüber aussagen, was *ceteris paribus* gilt, also unter gleichen Umständen. Formeln der Art $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ dagegen sagen etwas darüber aus, welche Normen aus *moralischer Hinsicht* normalerweise gültig sind.

BEMERKUNG 15

Mir erscheint die Begründung der Autoren für ihre Unterscheidung nicht ganz plausibel, und ich kann auch keinen wesentlichen Unterschied in den beiden Darstellungsformen für bedingte prima-facie-Normen erkennen. Daher plädiere ich dafür, diese Unterscheidung schlicht so zu betrachten, daß man - analog zu den zwei Darstellungsmöglichkeiten bedingter Normen in SDL - einfach zwei Varianten zur Darstellung bedingter prima-facie-Normen hat.

7.2.1.3 Die Darstellung einiger Beispiele in den Sprachen CSO und $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$

Die Sprache der Systeme CSO und $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$[25] ist eine Sprache der AL, deren Alphabet mit folgenden Funktoren angereichert wird: die Wahrheitswertkonstanten $\top$ und $\perp$, ein einstelliger deontischer Operator $\mathbf{O}$, und ein zweistelliger Operator $>$. Das System $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ enthält zusätzlich noch den zweistelligen deontischen Operator $>_{\mathbf{O}}$.

Schema (7.1) läßt sich in CSO und in $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ folgendermaßen darstellen:

[22] [Asher and Bonevac, 1997, S. 165]

[23] Ebenda

[24] Eine ausführliche Diskussion dieses Unterschiedes und seine nichtmonotone Behandlung findet man in [Asher and Bonevac, 1997, S. 166ff].

[25] In Anlehnung an den Titel ihrer Arbeit 'Common Sense Obligation' nenne ich die Sprache ihres Systems 'CSO'. Das "zweite" System wird von mir '$\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$' bezeichnet.

CSO und $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$	$\text{CSO}_{\mathbf{O}}$
$\alpha > \mathbf{O}\beta$	$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$
α	α
———	———
$\mathbf{O}\beta$	$\mathbf{O}\beta$

Auch für Schemata (7.2) und (7.3) gibt es zwei Darstellungsmöglichkeiten:

Schema (7.2) in CSO/$\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

CSO und $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$	$\text{CSO}_{\mathbf{O}}$
$\alpha > \mathbf{O}\gamma$	$\alpha >_{\mathbf{O}} \gamma$
$\beta > \mathbf{O}\neg\gamma$	$\beta >_{\mathbf{O}} \neg\gamma$
$\alpha \wedge \beta$	$\alpha \wedge \beta$
———	———
?	?

Schema (7.3) in CSO/$\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

CSO und $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$	$\text{CSO}_{\mathbf{O}}$
$\alpha > \mathbf{O}\gamma$	$\alpha >_{\mathbf{O}} \gamma$
$\beta > \mathbf{O}\neg\gamma$	$\beta >_{\mathbf{O}} \neg\gamma$
$\alpha \wedge \beta$	$\alpha \wedge \beta$
$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \rightarrow \beta$
———	———
$\mathbf{O}\gamma$	$\mathbf{O}\gamma$

7.2.1.4 Die Semantik von CSO / $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

Ich beschränke mich hier darauf, nur die Semantik der zu der AL Basis zugefügten Zeichen '$>$', '$\mathbf{O}$' und '$>_{\mathbf{O}}$' zu diskutieren. Der $\mathbf{O}$-Operator wird wie in SDL standardmäßig interpretiert: Eine Formel der Gestalt $\mathbf{O}\alpha$ gilt in einem Modell M in einer Welt w gdw α in allen relativ zu w *idealen Welten* gültig ist; d.h. in jedem Element von $\oplus(w)$ ist α erfüllt:[26]

$$\models_{M,w} \mathbf{O}\alpha \text{ gdw für alle } w' \text{ mit } w' \in \oplus(w) \text{ gilt: } \models_{M,w'} \alpha$$

Zur Interpretation des "doxastic generic conditional" $>$ wird eine Semantik der "normalen Welten" herangezogen. $\alpha > \beta$ gilt in einer Welt w, wenn β in allen relativ zu w normalen α-Welten erfüllt ist. Die Autoren verwenden für die Interpretation von $\alpha > \beta$ eine Semantik mit einer Funktion $*$, die jede Proposition $|\alpha| \in \wp(W)$ relativ zu einer Welt $w \in W$ wieder auf eine Menge von Welten abbildet. Das Paar $\langle w, |\alpha| \rangle$ wird auf die Menge der aus Sicht von w normalen α-Welten abgebildet: $*(w, |\alpha|) : W \times \wp(W) \rightarrow \wp(W)$.

[26] Vgl. Definition (15), S. 26. Asher und Bonevac bezeichnen die Menge der idealen Welten einer Welt w mit '$\oplus(w)$'.

Die Interpretation von $\alpha > \beta$ lautet bei Asher und Bonevac:

$$\models_{M,w} \alpha > \beta \text{ gdw } *(w, |\alpha|) \subseteq |\beta|$$

Ein generisches Konditional $\alpha > \beta$ ist in einem Modell M in einer Welt w erfüllt, wenn die aus Sicht von w normalen α-Welten auch β-Welten sind.

Für die Interpretation des "deontic generic conditional" $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ betrachten die Autoren "morally normal circumstances". Ein Umstand ist "moralisch normal", wenn unter ansonsten gleichen Voraussetzungen dieselben Normen gelten. Moralisch normale Umstände

> ...are morally pure or uncomplicated in the sense that only one kind of moral consideration pertains to them; conflicts involving α do not arise. In ideal worlds, all actual obligations are fulfilled; in morally normal worlds, all *prima facie* obligations become actual.[27]

Mit dem zweistelligen Funktionszeichen '$\bullet$' benennen die Autoren eine Funktion, welche die Menge der guten-und-einfachen[28] Welten einer Menge von Welten $|\alpha|$ relativ zu einer Welt w bestimmt: $\bullet(w, |\alpha|) : W \times \wp(W) \to \wp(W)$.

Das generische deontische Konditional $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ ist in einem Modell M in einer Welt $w \in W$ erfüllt gdw die aus Sicht von w guten-und-einfachen α-Welten auch β-Welten sind:[29]

$$\models_{M,w} \alpha >_{\mathbf{O}} \beta \text{ gdw } \bullet(w, |\alpha|) \subseteq |\beta|$$

7.2.1.5 Das Konzept der beiden Ansätze für die Behandlung bedingter Normen

Der erste Ansatz besteht darin, bedingte prima-facie-Normen als ein generisches Konditional mit einer aktualen Norm als Konsequens zu behandeln: Ein Satz der Art "Wenn α der Fall ist, soll auch β der Fall sein" ($\alpha > \mathbf{O}\beta$) gilt in einer Welt w gdw in allen normalen α-Welten auch β geboten ist. Mit anderen Worten: "Wenn α der Fall ist, dann

[27] Ebenda

[28] "good-and-simple"

[29] Auf den Formalismus der guten-und-einfachen Welten und die Postulate für die Funktionen $\bullet$ und $*$ wird näher im Abschnitt über den Formalismus der Theorie, Kap. (7.3), S. 137 eingegangen.

soll *normalerweise* auch β der Fall sein" gilt gdw β in allen idealen Welten der normalen α-Welten gilt.

Nach dem zweiten Ansatz gilt eine prima-facie-Norm $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ in einer Welt $w \in W$ gdw β auch in allen guten-und-einfachen Welten von α gültig ist. In diesen guten-und-einfachen Welten von α kann α selbst nun erfüllt sein oder auch nicht. Allerdings sind diese bezüglich α guten-und-einfachen Welten derart, daß sie "ideale" Welten und "einfache" Welten in dem Sinne sind, daß es in keiner dieser Welten zu einem Normkonflikt kommt:[30]

> They are simple in that moral issues in them are, in a sense, one-dimensional. No moral complications arise; there are no conflicting obligations. And they are good in that obligations arising from the truth of α in w are fulfilled.

7.2.1.6 Das Konzept der "guten-und-einfachen Welten"

Die Autoren führen ihr Konzept für "gute-und-einfache Welten" mit einem Beispiel für eine einfache bedingte prima-facie-Norm ein:

> Wenn Neoptolemus versprochen hat zu gehorchen, dann soll Neoptolemus gehorchen.

Diese Aussage ist gemäß ihres zweiten Ansatzes wahr, wenn Neoptolemus in allen Welten gehorcht, die bezüglich seines Versprechens gut-und-einfach sind. Eine analoge Behandlung von deontischen generischen[31] Normen wie

> Wenn Peter ein Soldat ist, dann hat Peter die Pflicht zu gehorchen.

zeigt, daß sie wahr sind, wenn sie in allen guten-und-einfachen Welten erfüllt sind: "Soldaten sollen gehorchen" ist wahr in einer Welt w, wenn Soldaten in allen Welten, die relativ zu w gut-und-einfach sind, gehorchen. Bei der Zuordnung einer Menge von guten-und-einfachen Welten zu einer Formel α ist auch die Berücksichtigung der Welt w - in der α gültig ist - von Bedeutung:[32]

[30][Asher and Bonevac, 1997, S. 165]
[31]"deontic generics"
[32][Asher and Bonevac, 1997, S. 166]

> The dependence on both w and α here is important. The relevant class of worlds must depend on w, for many obligations are contingent; they hold in some worlds but not in others.

Neoptolemus Verpflichtung zu gehorchen ist etwa nur in denjenigen Welten gültig, in denen sein Gehorsam zur Realisierung moralisch guter Welten beiträgt. Die bezüglich seiner Verpflichtung relevanten Welten müssen natürlich auch α erfüllen, da α die Antecedensbedingung der prima-facie-Norm ausgedrückt.

7.3 Der Formalismus der Theorie

7.3.1 Vorbemerkungen

Die Autoren verwenden zur Darstellung ihrer Theorie Propositionen.[33] Die Menge der von einer Welt $w \in W$ aus gesehen *idealen Welten* wird von den Autoren mit $\oplus(w)$ bezeichnet:[34]

$$\oplus : W \to \wp(W) \tag{7.3.i}$$

Ist X eine Menge von möglichen Welten, so gilt:

$$\oplus(X) := \bigcup_{w \in X} \oplus(w)$$

Um ein generisches Konditional der Gestalt $\alpha > \beta$ interpretieren zu können, verwenden die Autoren die *world-selections* Funktion $*$ von Michael Morreau. Die Idee ist, daß mit einer zweistelligen Funktion $*$ aus W diejenigen Welten selektiert werden, die bezüglich einer Menge $|\alpha|$ von Welten relativ zu einer Welt w *normal* sind.[35]

> Informally , $*(w, |\alpha|)$ is the set of those worlds where things are as they will be, other things being equal, if α. Just which worlds these are depends on w, since how things will be, other things being equal, can vary from time to time and place to place.

[33] Vgl. Definition (16), S. 27.
[34] Vgl. Definition (15), S. 26.
[35] Vgl. [Morreau, 1997, S. 144].

Ich lese $*(w, |\alpha|)$ als "die Menge der *normalen Welten bezüglich w und α*":[36]

$$* : W \times \wp(W) \rightarrow \wp(W) \tag{7.3.ii}$$

BEMERKUNG 16
Anstelle von '$|\alpha|$' und 'α' steht bei Morreau jeweils 'p'. Da Morreau explizit von Propositionen, also von Mengen von Welten spricht ("a proposition p holds in a world w just in case $w \in p$", S. 143), stellt sich für mich die Frage, wie die Aussage : "$*(w, p)$ is the set of those worlds where things are as they will be, other things being equal, *if* p" zu interpretieren ist. Ist 'p' hier eine Variable für den Namen einer Menge, wobei gilt: $p \neq \emptyset$ - oder ist hier das Zeichen 'p' als eine Satzvariable der AL zu verstehen?

Um ein deontisches generisches Konditional der Gestalt '$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$' interpretieren zu können, verwenden die Autoren die Menge $\bullet(w, |\alpha|)$ der *guten-und-einfachen* Welten bezüglich einer Welt w und einer Formel α:

$$\bullet : W \times \wp(W) \rightarrow \wp(W) \tag{7.3.iii}$$

Die Wahrheitsbedingungen für die Funktoren der Autoren lauten:

1. Ein generisches Konditional $\alpha > \beta$ ist wahr in einer Welt $w \in W$ gdw β in allen *normalen Welten* hinsichtlich w und α wahr ist:

$$V(\alpha > \beta, w) = 1 \text{ gdw } *(w, |\alpha|) \subseteq |\beta|$$

2. Eine einfache normative Formel der Gestalt $\mathbf{O}\alpha$ ist in einer Welt $w \in W$ wahr gdw α in allen bezüglich w *idealen Welten* wahr ist:[37]

$$V(\mathbf{O}\alpha, w) = 1 \text{ gdw } \oplus(w) \subseteq |\alpha|$$

3. Aus dem Bisherigen ergibt sich bereits die Wahrheitsbedingung eines normativen Prinzips der Art $\alpha > \mathbf{O}\beta$:

$$V(\alpha > \mathbf{O}\beta, w) = 1 \text{ gdw } \oplus[*(w, |\alpha|)] \subseteq |\beta|$$

[36] Kurz: "Die Menge der normalen w-α-Welten".
[37] Vgl. Definition (15), S. 26

4. Eine Formel der Art $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ ist wahr in einer Welt $w \in W$ gdw β in allen Welten wahr ist, die hinsichtlich w und α gut-und-einfach sind:

$$V(\alpha >_{\mathbf{O}} \beta, w) = 1 \text{ gdw } \bullet (w, |\alpha|) \subseteq |\beta|$$

7.3.2 Rahmen

In Analogie zur Modallogik führen die Autoren den Begriff *Rahmen* ein:[38]

DEFINITION 36 (CSO RAHMEN)
Ein CSO Rahmen ist ein Tripel $\langle W, \oplus, * \rangle$ mit folgenden Eigenschaften:[39]

1. $W \neq \emptyset$; W ist die Menge der möglichen Welten.

2. $\oplus$ ist eine Funktion, die mögliche Welten auf Propositionen, d.s. Mengen von möglichen Welten, abbildet:
$$\oplus \colon W \to \wp(W)$$

3. $*$ ist eine Funktion, die geordnete Paare von möglichen Welten und Propositionen auf Propositionen abbildet:
$$* \colon W \times \wp(W) \to \wp(W)$$

Für die erweiterte Sprache $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ wird das Rahmentripel von CSO mit einer weiteren Komponente angereichert:

DEFINITION 37 (ERWEITERTER RAHMEN)
Ein *erweiterter* Rahmen für die Sprache $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ ist ein geordnetes Paar $\langle \mathfrak{J}, \bullet \rangle$, wobei gilt:

1. $\mathfrak{J}$ ist ein CSO Rahmen

2. $\bullet$ ist eine Funktion, die geordnete Paare von möglichen Welten und Propositionen auf Propositionen abbildet:
$$\bullet \colon W \times \wp(W) \to \wp(W)$$

[38] Vgl. die "Frames" in [Hughes and Cresswell, 1996]

[39] Die Autoren verwenden als Frame ein Quadrupel $\langle W, D, \oplus, * \rangle$, wobei D der Individuenbereich ist. Da ich CSO und $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ nur mit einer AL Basis vorstelle, benötige ich keinen Individuenbereich.

Für die Semantik einer solchen Funktion $\bullet$ und auch für die Metalogik von CSO / CSO$_\mathbf{O}$ ist der Begriff einer *normalen Welt* von zentraler Bedeutung. Die globale Definition einer normalen Welt lautet:

DEFINITION 38 (NORMALE WELT)
Eine Welt $w \in W$ ist *normal* (Nw) gdw w eine der Welten ist, die aus Sicht mindestens einer Welt $w\,' \in W$ bezüglich der Menge W aller möglichen Welten normal ist:[40]

$$Nw \text{ gdw es ein } w' \in W \text{ gibt, so daß } w \in *(w', W)$$

Mit Definition (38) können wir die Bedingungen festlegen, unter denen die Funktionen eines (erweiterten) Rahmens einen *angemessen* (erweiterten) Rahmen ergeben. Ein (erweiterter) Rahmen $\langle \mathfrak{J}, \bullet \rangle$ bzw. $\langle W, \oplus, *, \bullet \rangle$ ist unter folgenden Voraussetzungen *angemessen*:

DEFINITION 39 (ANGEMESSENE RAHMEN FÜR CSO UND CSO$_\mathbf{O}$)
Angemessene Rahmen für CSO genügen den folgenden Bedingungen:

1. Die deontische Funktion $\oplus$ bildet alle $w \in W$ auf eine nichtleere Teilmenge von W ab:
$$\oplus(w) \neq \emptyset$$

2. Bedingungen für die doxastische Normalitätsfunktion $*$:

   (a) Die doxastische Präferenzrelation $*$ genügt der Forderung, daß die Fakten berücksichtigt werden:
   $$*(w, |\alpha|) \subseteq |\alpha|$$

   (b) Die doxastische Normalitätsfunktion $*$ erfüllt die Disjunktion:[41]
   $$*(w, |\alpha| \cup |\beta|) \subseteq *(w, |\alpha|) \cup *(w, |\beta|)$$

   Bei *angemessenen erweiterten Rahmen* für CSO$_\mathbf{O}$ sind zusätzlich noch folgende Bedingungen erfüllt:

[40]Dies bedeutet, daß eine Welt w normal ist, wenn w eine der Welten ist, in welcher aus Sicht einer Welt w' die Tautologien der AL erfüllt sind.
[41]Die angegebene Bedingung ist äquivalent zu: $*(w, |\alpha \vee \beta|) \subseteq *(w, |\alpha|) \cup *(w, |\beta|)$

3. Bedingungen für die deontische Normalitätsfunktion $\bullet$ eines erweiterten Rahmens:

   (a) Die idealen Welten einer - aus Sicht einer normalen Welt w - normalen α-Welt sind aus Sicht von w gute-und-einfache α-Welten:

   $$\text{wenn } Nw, \text{ dann gilt}: \oplus(*(w, |\alpha|)) \subseteq \bullet(w, |\alpha|) \qquad (7.3.\text{iv})$$

   (b) Die deontische Normalitätsfunktion $\bullet$ erfüllt die Disjunktion:

   $$\bullet(w, |\alpha| \cup |\beta|) \subseteq \bullet(w, |\alpha|) \cup \bullet(w, |\beta|)$$

Eigenschaften der nichtmonotonen Funktionen $*$ und $\bullet$

Da die Funktion $*$ die Fakten berücksichtigt und distributiv ist, lässt sich zeigen, daß ein Schluß nach dem folgenden "Tweetyschema" validiert werden kann:[42] Wenn alle Pinguinwelten auch Vogelwelten sind und - aus Sicht einer Welt w - keine normale Pinguinwelt eine normale Vogelwelt ist, dann ist keine - aus Sicht von w - normale Vogelwelt eine Pinguinwelt. Diese Aussage wird von Lemma (1) gestützt:

LEMMA 1
Aus der Berücksichtigung der Fakten und aus der Disjunktionsbedingung lässt sich zeigen:[43]

$$\begin{aligned} \text{wenn} \quad & [(|\alpha| \subseteq |\beta|) \text{ und } *(w, |\alpha|) \cap *(w, |\beta|) = \emptyset], \\ \text{dann gilt}: \quad & *(w, |\beta|) \cap |\alpha| = \emptyset \end{aligned}$$

Wichtige Eigenschaften der Funktionen $\oplus$ und $\bullet$ werden in folgendem Lemma aufgelistet:

LEMMA 2
Die Funktionen $\oplus$ und $\bullet$ haben folgende Eigenschaften:

1. Wenn $|\alpha| \subseteq |\beta|$, dann gilt: $\oplus(|\alpha|) \subseteq \oplus(|\beta|)$

[42] Da ich keine Individuenterme verwende, muß ich zur Darstellung dieses Tweetyschemas "Vogelwelten" und "Pinguinwelten" verwenden. Eine Vogelwelt ist dabei eine solche, in der Sätze der Art "Hansi ist ein Vogel", "Klara ist ein Vogel", etc. wahr sind. Dementsprechend sind in einer "Pinguinwelt" Sätze der Art "Tweety ist ein Pinguin", "Tux ist ein Pinguin", etc. wahr.

[43] Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 170f], Beweis ebenda.

2. $\oplus(|\alpha| \cup |\beta|) = \oplus(|\alpha|) \cup \oplus(|\beta|)$

3. $\oplus(|\alpha| \cap |\beta|) \subseteq \oplus(|\alpha|) \cap \oplus(|\beta|)$

4. Wenn $|\alpha| \neq \emptyset$, dann gilt: $\oplus(|\alpha|) \neq \emptyset$

5. Wenn Nw, dann gilt: Wenn $*(w, |\alpha|) \neq \emptyset$, dann $\bullet(w, |\alpha|) \neq \emptyset$

In den erweiterten deontisch angemessenen $CSO_\mathbf{O}$ Rahmen gilt ein deontisches Prinzip, das dem Prinzip der generischen Spezialisierung für CSO (Lemma (1), S. 141) ähnlich ist: Für normale Welten ist die deontische Spezialisierung erfüllt. Ergibt sich bezüglich α und β ein Normkonflikt und ist α spezifischer als β, dann sind normale α-Welten keine β-Welten:

LEMMA 3
Sind α und β in $CSO_\mathbf{O}$ Gegenstand eines Normkonfliktes in dem Sinne, daß es relativ zu einer normalen Welt w keine guten-und-einfachen α-Welten gibt, die gute-und-einfache β-Welten sind, und ist außerdem α spezifischer als β, dann sind die relativ zu w normalen α-Welten keine β-Welten:

$$\begin{aligned} &\text{wenn } Nw,\ \text{dann gilt:} \\ &\qquad\qquad \text{wenn} \quad (|\alpha| \subseteq |\beta|) \text{ und } \bullet(w, |\alpha|) \cap \bullet(w, |\beta|) = \emptyset, \\ &\qquad\qquad \text{dann gilt:} \quad *(w,\ |\alpha|) \cap |\beta| = \emptyset \end{aligned}$$

BEWEIS 7
Angenommen, es gilt Nw, $|\alpha| \subseteq |\beta|$ und $\bullet(w, |\alpha|) \cap \bullet(w, |\beta|) = \emptyset$. Da nach der Bedingung 1 für erweiterte angemessene Rahmen die idealen Welten w gut-und-einfach sind,[44] gilt: $\oplus(*(w, |\alpha|)) \cap \oplus(*(w, |\beta|)) = \emptyset$. Wegen Punkt (3) von Lemma (2) gilt:[45] $\oplus(*(w, |\alpha|) \cap *(w, |\beta|)) = \emptyset$. Wenden wir darauf Punkt (4) von Lemma (2) an, erhalten wir: $*(w, |\alpha|) \cap *(w, |\beta|) = \emptyset$. Damit und mit Lemma (1)[46] erhalten wir: $*(w, |\beta|) \cap |\alpha| = \emptyset$. ■

[44] Wenn Nw, dann gilt: $\oplus(*(w, |\alpha|)) \subseteq \bullet(w, |\alpha|)$, Vgl. Bed (3a) von Def. (39), S. 141.
[45] Vgl. Lemma (2), S. 141.
[46] Vgl. Lemma (1), S. 141.

7.4 Die Syntax und die Semantik von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

Nach diesen vorbereitenden Erklärungen will ich nun die formale Umsetzung dieser Gedanken in der Präsentation des Systems $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ zusammenfassen. Da CSO durch leichte Variationen von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ gewonnen werden kann, genügt es, wenn ich mich auf die Darstellung von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ beschränke.[47]

7.4.1 Die Sprache $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

Das Alphabeth von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$:

1. abzählbar viele Satzvariablen: $p, q, r, ...$
2. Junktoren: $\neg, \rightarrow$
3. Hilfszeichen: $(,)$
4. Ein einstelliger deontischer Satzoperator: $\mathbf{O}$
5. Eine zweistelliger nichtmonotoner Funktor zwischen Formeln von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$: $>$
6. Ein zweistelliger nichtmonotoner deontischer Funktor zwischen Formeln von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$: $>_{\mathbf{O}}$

Die Formeln von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$:

atomare Formeln:

- Jede Satzvariable, die für sich alleine steht, ist eine atomare wff.

Die molekularen Formeln von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$:

1. Formeln, die durch Anwendung eines unären Funktors entstehen:
   (a) Ist α eine wff, dann ist auch $\neg\alpha$ eine wff.

[47] Es gilt: $\text{CSO} \subseteq \text{CSO}_{\mathbf{O}}$. $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ und CSO unterscheiden sich sprachlich nur durch das Zeichen '$>_{\mathbf{O}}$'. Lässt man bei den Axiomen, bei den Schlußregeln und bei der Interpretation von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ die Klauseln für $>_{\mathbf{O}}$ weg, dann erhält man die Axiome, Schlußregeln und die Semantik von CSO.

(b) Ist α eine wff, dann ist auch $\mathbf{O}\alpha$ eine wff.

2. Formeln, die durch Anwendung eines binären Funktors entstehen:

   (a) Sind α und β wff, dann ist auch $\alpha \rightarrow \beta$ eine wff.

   (b) Sind α und β wff, dann ist auch $\alpha > \beta$ eine wff.

   (c) Sind α und β wff, dann ist auch $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ eine wff.

Definitionen:

1. $\alpha \vee \beta =_{df} \neg\alpha \rightarrow \beta$
2. $\alpha \wedge \beta =_{df} \neg(\alpha \rightarrow \neg\beta)$
3. $\mathbf{P}\alpha =_{df} \neg\mathbf{O}\neg\alpha$
4. $\mathbf{F}\alpha =_{df} \mathbf{O}\neg\alpha$
5. $\top =_{df} \alpha \vee \neg\alpha$
6. $\bot =_{df} \alpha \wedge \neg\alpha$

7.4.2 Die Axiome und Schlußregeln von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

Die Axiome der Aussagenlogik in $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$:

- $\text{A}^{\text{CSO}_{\mathbf{O}}}$: Ist α ein tautologischer Satz von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$, dann ist α ein Axiom von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

Die deontischen Axiome von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$:

1. $\text{D}_1^{\text{CSO}_{\mathbf{O}}}: \neg\mathbf{O}\bot$
2. $\text{D}_2^{\text{CSO}_{\mathbf{O}}}: \mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\mathbf{O}\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta)$

Die Axiome der nichtmonotonen Implikation in $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

1. $\text{NM}_1^{\text{CSO}_{\mathbf{O}}}: \alpha > \alpha$
2. $\text{NM}_2^{\text{CSO}_{\mathbf{O}}}: [(\alpha > \gamma) \wedge (\beta > \gamma)] \rightarrow [(\alpha \vee \beta) > \gamma]$

Die Axiome der nichtmonotonen deontischen Implikation von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$

1. $\mathrm{DNM}_1^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: \alpha >_{\mathbf{O}} \top$
2. $\mathrm{DNM}_2^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: [(\alpha >_{\mathbf{O}} \gamma) \wedge (\beta >_{\mathbf{O}} \gamma)] \rightarrow [(\alpha \vee \beta) >_{\mathbf{O}} \gamma]$
3. $\mathrm{DNM}_3^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: (\alpha >_{\mathbf{O}} \beta) \rightarrow [\top > (\alpha > \mathbf{O}\beta)]$

Die Schlußregeln von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$:

Die Schlußregel der AL

- $\mathrm{MP}^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: \frac{\alpha, \alpha \rightarrow \beta}{\beta}$[48]

Die deontische Necessierungsregel

- $\mathrm{DN}^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: \frac{\alpha}{\mathbf{O}\alpha}$

Die nichtmonotonen Operatoreinführungsregeln

Die Regeln für die nichtmonotone Implikation

1. $\mathrm{NMI}_1^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: \frac{(\beta_1 \wedge \ldots \wedge \beta_n) \rightarrow \beta}{(\alpha > \beta_1 \wedge \ldots \wedge \alpha > \beta_n) \rightarrow \alpha > \beta}$
2. $\mathrm{NMI}_2^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: \frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{(\alpha > \gamma) \leftrightarrow (\beta > \gamma)}$

Die Regeln für die nichtmonotone deontische Implikation

1. $\mathrm{NMDI}_2^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: \frac{(\beta_1 \wedge \ldots \wedge \beta_n) \rightarrow \beta}{(\alpha >_{\mathbf{O}} \beta_1 \wedge \ldots \wedge \alpha >_{\mathbf{O}} \beta_n) \rightarrow \alpha >_{\mathbf{O}} \beta}$
2. $\mathrm{NMDI}_2^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: \frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{(\alpha >_{\mathbf{O}} \gamma) \leftrightarrow (\beta >_{\mathbf{O}} \gamma)}$

---

[48] Man kann in $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ $\mathrm{SUBST}^{\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}}: \frac{\alpha}{\alpha \frac{\beta_1, \ldots, \beta_n}{p_{i_1}, \ldots, p_{i_n}}}$ als abgeleitete Regel erhalten, vgl. die abgeleitete Regel (2), S. 22.

7.4.3 Die Semantik von $CSO_{\mathbf{O}}$

Eine Interpretation für $CSO_{\mathbf{O}}$ ist ein Quintupel $I = \langle W, \oplus, *, \bullet, V\rangle$, wobei das Quadrupel $\langle W, \oplus, *, \bullet\rangle$ ein angemessener Rahmen für $CSO_{\mathbf{O}}$ ist,[49] und V ist eine Interpretationsfunktion, die Formeln relativ zu einer Welt auf Wahrheits- bzw. Gültigkeitswerte abbildet.

Die Semantik für $CSO_{\mathbf{O}}$ kann nun festgelegt werden, wie folgt:

DEFINITION 40 (INTERPRETATION VON $CSO_{\mathbf{O}}$)
Eine *Interpretation von $CSO_{\mathbf{O}}$* ist ein Quintupel $I = \langle W, \oplus, *, \bullet, V\rangle$ mit folgenden Eigenschaften:

1. W ist eine nichtleere Menge von Welten: $W \neq \emptyset$
2. $\oplus$ ist eine Funktion mit Welten $w \in W$ als Argumentbereich und Mengen von Welten als Zielbereich, so daß für jede Welt $w \in W$ die Menge der idealen Welten nicht leer ist: Für alle $w \in W$ gilt: $\oplus(w) \neq \emptyset$.[50]
3. $*$ ist eine zweistellige Funktion von dem Kreuzprodukt von Welten und Mengen von Welten in Mengen von Welten mit folgenden Eigenschaften:[51]
   (a) Faktizität: $*(w, |\alpha|) \subseteq |\alpha|$
   (b) Disjunktion: $*(w, |\alpha| \cup |\beta|) \subseteq *(w, |\alpha|) \cup *(w, |\beta|)$
4. $\bullet$ ist ebenfalls eine zweistellige Funktion mit folgenden Eigenschaften:
   (a) Die idealen Welten einer normalen Welt sind gute-und-einfache Welten:
   $$\text{wenn } Nw, \text{ dann gilt: } \oplus(*(w, |\alpha|)) \subseteq \bullet(w, |\alpha|)$$
   (b) deontische Distributivität:
   $$\bullet(w, |\alpha| \cup |\beta|) \subseteq \bullet(w, |\alpha|) \cup \bullet(w, |\beta|)$$

[49] Vgl. Definition (39), S. 140.
[50] Vgl. Punkt (1) der Definition von *proper frames* (39), S. 140.
[51] Vgl. Punkt (2) und (3) der Definition von *proper frames* (39), S. 140.

5. V ist eine zweistellige Funktion von dem Kreuzprodukt der Menge der Formeln von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ und W in die Menge der Wahrheitswerte.

   $V : \{\alpha \mid \alpha \text{ ist eine Formel von } \mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}\} \times W \to \{0, 1\}$ mit folgenden Eigenschaften:

   (a) $V(\alpha, w) \in \{0, 1\}$ für alle atomaren Formeln α.[52]

   (b) $V(\neg\alpha, w) = 1$ gdw $V(\alpha, w) = 0$.

   (c) $V(\alpha \to \beta, w) = 0$ gdw $V(\alpha, w) = 1$ und $V(\beta, w) = 0$.

   (d) $V(\mathbf{O}\alpha, w) = 1$ gdw $\oplus(w) \subseteq |\alpha|$

   (e) $V(\alpha > \beta, w) = 1$ gdw $*(w, |\alpha|) \subseteq |\beta|$

   (f) $V(\alpha >_{\mathbf{O}} \beta, w) = 1$ gdw $\bullet(w, |\alpha|) \subseteq |\beta|$

7.4.4 Die Metatheorie von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ bezüglich der monotonen Folgerungsbeziehung

7.4.4.1 Die semantischen Definitionen

Eine Interpretation $I = \langle W, \oplus, *, \bullet, V\rangle$ von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$[53] *erfüllt* eine Formel α in einer Welt $w \in W$ gdw $V(\alpha, w) = 1$, d.h.: $\models_{I,w} \alpha$ gdw. $V(\alpha, w) = 1$. Man sagt in diesem Fall auch einfach: Das geordnete Paar $M = \langle I, w\rangle$ ist ein *Modell von* α. Eine Interpretation I *erfüllt eine Formelmenge* Γ *in einer Welt* $w \in W$, $\models_{I,w} \Gamma$ gdw für alle Formeln $\alpha \in \Gamma$ gilt: $\models_{I,w} \alpha$ - man sagt statt dessen auch: $\langle I, w\rangle$ ist ein *Modell von* Γ. Eine Formel α von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ ist *gültig unter einer Interpretation* I, $\models_I \alpha$ gdw für jede Welt $w \in W$ gilt: $\models_{I,w} \alpha$. Eine Formel α von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ ist *allgemeingültig,* $\models \alpha$ gdw α unter jeder Interpretation I gültig ist. Schließlich *folgt* eine Formel α von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ *logisch aus einer Formelmenge* Γ, $\Gamma \models \alpha$ gdw für jede Interpretation $I = \langle W, \oplus, *, \bullet, V\rangle$ und für jede Welt $w \in W$ gilt: Wenn $\models_{I,w} \Gamma$, dann gilt auch: $\models_{I,w} \alpha$, d.h. gdw jedes Modell von Γ auch ein Modell von α ist.

[52] Die atomaren Formeln von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ sind die Satzvariablen $p, q, r, \ldots$

[53] Wir können auch hier die Relativierung auf $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ unterdrücken, weil sie sich aus dem jeweiligen Kontext von selbst ergibt.

7.4.4.2 Die syntaktischen Definitionen

Ein *Beweis von CSO*$_\mathbf{O}$ (kurz: Ein CSO$_\mathbf{O}$-Beweis) ist eine endliche Folge von Formeln, wobei jedes Glied der Folge entweder ein Axiom von CSO$_\mathbf{O}$ ist oder durch Anwendung einer der Regeln von CSO$_\mathbf{O}$ auf eine vorherige Formel oder zwei vorherige Formeln der Folge gewonnen wurde. Eine Formel α ist *CSO*$_\mathbf{O}$*-beweisbar*, $\vdash \alpha$, wenn es einen CSO$_\mathbf{O}$-Beweis gibt, dessen letztes Glied α ist. Die Ableitbarkeit aus Prämissenmengen ist analog wie in SDL definiert: Eine Formel β ist aus einer Menge von Formeln Γ *CSO*$_\mathbf{O}$*-ableitbar* ($\Gamma \vdash \alpha$) gdw gilt: $\Gamma = \emptyset$ und $\vdash \beta$, oder es gibt Formeln $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \in \Gamma$, so daß gilt: $\vdash (\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta$.

Mit Hilfe obiger Definitionen kann man das Adäquatheitstheorem formulieren:

THEOREM 5 (DIE ADÄQUATHEIT VON CSO$_\mathbf{O}$)
CSO$_\mathbf{O}$ ist adäquat:

$$\Gamma \vdash \alpha \text{ gdw } \Gamma \models \alpha$$

Die Autoren weisen daraufhin, daß dieser Satz leicht mit den Standardmethoden der Modallogik bewiesen werden kann.[54]

BEMERKUNG 17
Ein generisches Konditional der Gestalt '$\alpha > \beta$' ist wahr in einer Welt w, wenn β in allen relativ zu w normalen α-Welten wahr ist.[55] Ein prima-facie-Gebot der Form '$\alpha >_\mathbf{O} \beta$' ist wahr in einer Welt w gdw wenn β in allen guten-und-einfachen α-Welten relativ zu w wahr ist. In CSO$_\mathbf{O}$ gilt zwar $\alpha > \alpha$, aber es gilt nicht $\alpha >_\mathbf{O} \alpha$. Da unter der Funktion $*$ die Fakten beibehalten werden, gilt wegen $*(w, |\alpha|) \subseteq |\alpha|$: $V(\alpha > \alpha, w) = 1$. Ein Modell, in dem $\alpha >_\mathbf{O} \alpha$ nicht gilt, ist leicht gefunden: Wir benötigen ein Modell, in dem manche der guten-und-einfachen α-Welten keine α-Welten sind: $\bullet(w, |\alpha|) \nsubseteq |\alpha|$ Man nehme dafür ein Modell $M' = \langle W', \oplus, *, \bullet, V\rangle$ mit $W' = \{w_1, w_2\}$, so daß gilt: $\models_{M',w_1} \alpha$, $\not\models_{M',w_2} \alpha$, d.h. $|\alpha| = \{w_1\}$. Sei $\bullet(w_1, |\alpha|) = \{w_2\}$, und da $\{w_2\} \nsubseteq \{w_1\}$ gilt auch: $\not\models_{M',w_1} \alpha >_\mathbf{O} \alpha$ und somit auch: $\not\models \alpha >_\mathbf{O} \alpha$.

[54] Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 174].
[55] Vgl. die Diskussion der "worlds-selection function $*(w, |\alpha|)$" in [Morreau, 1997, S. 144].

7.5 Die nichtmonotone Folgerungsbeziehung von CSO / $\mathrm{CSO_O}$

7.5.1 Ein allgemeines Rezept für natürliches Schließen in CSO / $\mathrm{CSO_O}$

Die wichtigsten Vorteile der Theorie von Asher und Bonevac fußen auf dem nichtmonotonen Folgerungsbegriff von CSO / $\mathrm{CSO_O}$. Damit man die Vorteile der Theorie gebührend präsentieren kann, muß man die nichtmonotone Folgerungsbeziehung von CSO / $\mathrm{CSO_O}$ erklären. Die Semantik von CSO / $\mathrm{CSO_O}$ legt die Wahrheitsbedingungen für das generische Konditional $\alpha > \beta$ und das deontische Konditional $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ fest.[56] Für die Wahrheitsbedingung von $\alpha > \beta$ in einer Welt w betrachtet man die Menge der *normalen* Welten, unter denen α relativ zu w erfüllt ist. Für die Wahrheitsbedingungen konditionaler Normsätze der Form '$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$' betrachtet man die Klasse der *guten-und-einfachen* Welten relativ zu w und α. Diese relativ zu w gegebenen Klassen von Welten bestimmen, was in einer gegebenen Welt w *normal* aus doxastischer bzw. moralischer Perspektive ist. Die nichtmonotone Folgerungsmenge aus einer Prämissenmenge kann man nun mit folgendem "Rezept" gewinnen:

1. Betrachte diejenige Menge X aller Welten, die aus Sicht derjenigen Welten, in denen alle Prämissen wahr sind, normal sind.

2. Bestimme, welche Sätze in allen Welten in X erfüllt sind.

Wir verhalten uns dabei wie ideale Logiker und gehen davon aus, daß wir vorerst über keine Informationen verfügen und nichts über eine bestimmte Welt wissen. Betrachten wir unseren Informationsstand K[57] als die Menge S von Welten, die mit unserem Wissensstand kompatibel ist, dann ist unser Informationsstand vorerst identisch mit W. Jede Prämisse vermittelt uns nun Informationen, die wir in unserem Folgerungsprozess zu verwerten haben.

In einer monotonen Logik schränkt die erste Prämisse α_1 unseren ursprünglichen Informationsstand $S_0 = W$ auf die Menge der Welten ein, in denen α_1 erfüllt ist, nämlich $W \cap |\alpha_1|$: $S_1 = |\alpha_1|$. Jede weitere Prämisse α_{i+1} verändert unseren Informationsstand S_i

[56] Vgl. Definition (40) von Kap. (7.4.3), S. 146.

[57] Das Zeichen K als Metavariable für einen Informationsstand soll an den englischen Begriff *knowledge* bzw. *knowledge-base* erinnern.

zu $S_{i+1} = S_i \cap |\alpha_{i+1}|$, bis wir nach Ausschöpfen aller n Prämissen bei einem stabilen doxastischen Informationsstand $S = S_n$ ankommen. Bei einem nichtmonotonen Schluß schränkt jede Prämisse den Informationsstand S_i auf derartige Welten ein, die doxastisch oder moralisch so normal wie möglich sind: Jede Prämisse α_i beschränkt unseren Informationsstand S_i in w auf die Teilmenge der - relativ zu w - normalen α_i-Welten[58] bzw. auf die - relativ zu w - guten-und-einfachen Welten[59] , solange diese Einschränkung nicht in der leeren Menge mündet. Allerdings kann man nicht davon ausgehen, daß jede Welt bezüglich der gegebenen Information normal ist; es gibt auch nichtnormale Welten relativ zu einer gegebenen Prämisse.

7.5.2 Die Umsetzung des nichtmonotonen Schließens in CSO / CSO$_{\mathbf{O}}$

Die Funktion $*$ bestimmt in CSO / CSO$_{\mathrm{O}}$, was in jeder Welt w generisch normal ist, die Funktion $\bullet$ bestimmt deontische Normalität, also was aus deontischer Sicht normalerweise der Fall sein soll. Mit Hilfe dieser Funktion wird eine Normalisierungsfunktion auf der Menge der Informationszustände gewonnen, wobei Informationszustände durch Mengen von Welten dargestellt werden. Dazu werden zuerst die Funktionen $*$ und $\bullet$ überladen, so daß sie auch für einen Argumentbereich definiert sind, der aus dem Kreuzprodukt von Mengen von Informationszuständen und Mengen von Welten besteht:[60]

DEFINITION 41 (NORMALE WELTEN EINES INFORMATIONSSTANDES)
Die Definition der normalen Welten eines Informations(zu)standes S lautet:

$$*(S, |\alpha|) \quad = \quad \bigcup_{w \in S} * (w, |\alpha|)$$

[58]Die *normalen* $w - |\alpha_i|$- Welten.

[59]Die *guten-und-einfachen* $w - |\alpha_i|$- Welten.

[60]Den Terminus "überladen" entlehne ich der Informationswissenschaft. Man sagt, daß eine Funktion u.a. dann *überladen* ist, wenn sie für unterschiedliche Parametertypen definiert wird. So kann man z.B. in vielen Programmiersprachen eine Vergleichsfunktion *Cmp()* mit zwei Parametern definieren, die je nach Argumenttyp eine andere Rückgabe liefert. Wird *Cmp()* mit zwei ganzzahligen, ungleichen Werten aufgerufen, so wird der kleinere Wert zurückgegeben. Werden *Cmp()* aber zwei ungleiche Zeichenketten übergeben, so liefert sie diejenige Zeichenkette, die einer lexikalischen Ordnung gemäß vor der anderen Zeichenkette kommt.

DEFINITION 42 (GUTE-UND-EINFACHE WELTEN EINES INFORMATIONSSTANDES)
Die Definition der guten-und-einfachen Welten eines Informations(zu)standes S lautet:

$$\bullet(S, |\alpha|) = \bigcup_{w \in S} \bullet (w, |\alpha|)$$

7.5.2.1 Die Normalisierung eines Informationsstandes

Mit der Erweiterung von $*$ auf Informationsstände wird eine Normalisierungsfunktion einer Proposition $|\alpha|$ relativ zu einem Informationsstand definiert:

DEFINITION 43 (NORMALISIERUNG EINES INFORMATIONSSTANDES)

$$N(S, |\alpha|) \quad = \quad \begin{cases} [S \cap (W \setminus |\alpha|)] \cup [S \cap *(S, |\alpha|)] & \text{wenn } S \cap *(S, |\alpha|) \neq \emptyset \\ S & \text{sonst} \end{cases}$$

Einen Informationsstand S hinsichtlich einer Proposition $|\alpha|$ normalisieren bedeutet, daß S auf die Welten beschränkt wird, die hinsichtlich $|\alpha|$ normal sind. Ist $S \subseteq |\alpha|$, dann ergibt die Normalisierung von S hinsichtlich $|\alpha|$ die Menge $S \cap *(S, |\alpha|)$, sofern $S \cap *(S, |\alpha|)$ nicht leer ist:[61]

> Requiring that $S \cap *(S, |\alpha|) \neq \emptyset$ and letting $N(S, |\alpha|) = S$ be S otherwise strengthens S with an assumption of normality only if that does not contradict S. If it does, the normalization function does nothing.

7.5.2.2 Deontische Normalisierung

In $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ erfordert das nichtmonotone Schließen eine komplexere Behandlung von Informationszuständen und der Normalisierung von Informationszuständen. Im alltäglichen Schließen verwendet man häufig doxastische und deontische “Gemeinplätze”. Ein Beispiel für eine *doxastisch* generische Annahme ist eine Aussage wie “die Leute sind egoistisch”, ein Beispiel für eine *deontisch* generische Annahme ist: “Die Menschen sollen

[61] Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 177].

altruistisch sein". Man muß bei der formalen Darstellung der beiden Arten von generischen Gemeinplätzen sorgfältig zwei Arten der Information unterscheiden: Beim alltäglichen deontischen Schließen verwendet man typischerweise Informationen darüber, wie die Welt beschaffen ist, und auch Informationen darüber, wie sie sein soll.

Formal kann man solche erweiterten Informationszustände als geordnete Paare von Propositionen darstellen, nämlich als Paare von Mengen von faktischen Welten und von Mengen von normativen Welten. Den Autoren zufolge sind normative Welten diejenigen Welten, die bestimmen, was geboten ist.[62] Ich will diese vage Andeutung etwas präzisieren und lege fest, daß eine *normative Welt bezüglich einer Norm* α eine Welt w ist, in der α wahr ist:

DEFINITION 44 (NORMATIVE WELT)
Eine Welt $w \in W$ ist in einer Interpretation I bezüglich einer Norm α *normativ* gdw gilt:

1. α ist eine normative Formel.[63]

2. $\models_{I,w} \alpha$

Argumente mit deontischen Prämissen kann man in $\mathrm{CSO_O}$ auf Basis des Begriffs der *guten-und-einfachen* Welten behandeln: Die Schlüsse über eine aktuale Verpflichtung werden aus der normativen Menge gezogen. Den Informationsstand einer Welt revidieren heißt, daß ihm eine Information darüber, wie diese Welt beschaffen ist, oder darüber, wie sie sein soll, oder beides hinzugefügt wird. Den Informationsstand einer Welt w zu *normalisieren,* beinhaltet folgende Komponenten:

1. Die Annahme, daß unter Berücksichtigung der gegebenen Informationen, wie w faktisch ist, w aus doxastischer Perspektive so normal wie möglich ist.

[62] Die Autoren teilen in [Asher and Bonevac, 1997, S. 177, f.] die Welten eines Modells in eine Menge t von normativen Welten und eine Menge s von doxastischen Welten ohne exakt anzugeben, wie man diese Aufteilung vorzunehmen hat:

> The set t is the set of "normative" worlds - the worlds, that is, that determine obligations - and s is the set of "doxastic" worlds of the information state in which the nonmoral statements are true.

[63] Vgl. die Definition (1) einer Normformel auf S. 11.

2. Die Annahme, daß unter Berücksichtigung der gegebenen Informationen, wie w faktisch ist und wie w sein soll, die idealen Welten von w aus moralischer (deontischer) Perspektive so normal wie möglich sind.

3. Die Annahme, daß die idealen Welten von w aus doxastischer Perspektive so normal wie möglich sind.

Die 1. Annahme wird formal gemäß Definition (43) der doxastischen Normalisierung einer Prämissenmenge behandelt. Um die 2. Annahme formal umzusetzen, nehmen wir an, daß die Umstände - wenn es möglich ist - gut-und-einfach sind. Wir müssen zu Beginn unserer Normalisierung unsere Prämissenmenge in einen doxastischen und einen deontischen Teil aufspalten und dementsprechend unsere Bestimmung eines Informationsstandes erweitern: Ein *erweiterter Informationsstand* K^2 besteht aus einer doxastischen Menge S und einer deontischen Menge T von normativen Welten.[64]

Teilen wir unseren Informationsstand in die Menge T der normativen Welten und in eine Menge S der doxastischen Welten, in welchen die Aussagen ohne deontischen Operator erfüllt sind. Wir können dann die Normalisierung eines Informationsstandes, der eventuell moralische Informationen beinhaltet, hinsichtlich einer Proposition $|\alpha|$ definieren, wie folgt:

DEFINITION 45 (NORMALISIERUNG EINES ERWEITERTEN INFORMATIONSSTANDES)
Die deontische Normalisierung eines erweiterten deontischen Informationsstandes ist definiert, wie folgt:

$$\Omega(S,T,|\alpha|) \quad = \quad \begin{cases} \{w \in T \mid w \in \bullet(S,|\alpha|)\}\,, & \text{wenn } \bullet(S,|\alpha|) \cap T \neq \emptyset, \\ & *(S,|\alpha|) \cap S \neq \emptyset, \text{ und } |\alpha| \subseteq S. \\ S & \text{sonst.} \end{cases}$$

Sei eine deontische Menge T von normativen Welten gegeben, dann bewirkt die deontische Revision von T hinsichtlich einer Proposition $|\alpha|$, daß T auf diejenigen Welten reduziert wird, die aus moralischer Sicht bezüglich $|\alpha|$ normal sind. Wie bei der doxasti-

[64]Da durch die Stellenzahl immer klar ist, ob es sich um einen einfachen Informationsstand $K = \langle S \rangle$ oder um einen erweiterten Informationsstand $K^2 = \langle S, T \rangle$ handelt, lasse ich den oberen Index bei einem Informationsstand weg, und schreibe für erweiterte oder einfache Informationsstände nur "K".

sche Normalisierung nach Definition (43) erfolgt die Revision nur dann, wenn bestimmte Bedingungen erfüllt sind:

- Die Revision darf kein absurdes Ergebnis liefern. Dadurch werden Gebote zu prima-facie-Normen.[65]

- Es muß doxastisch möglich sein, daß wir eine *normale* Proposition $|\alpha|$ behandeln. Ist dies nicht der Fall, dann ist die Gültigkeit der durch α bedingten prima-facie-Gebote fragwürdig.

- Die doxastische Informationsmenge S muß die Welten von $|\alpha|$ enthalten. Bedingte Normen gelten nur dann, wenn daß Antecedens erfüllt ist.

Um Punkt (3) der Anforderungen an die Normalisierung eines Informationsstandes zu erfüllen, wendet man die doxastische Normalisierung (45) auf die Annahme (2) an. Die Autoren begründen Ihren erweiterten Kalkül wie folgt:[66]

> Ordinary reasoning about generics takes place with respect to ideal worlds as well as to the actual world. This step is necessary to capture the nonmonotonic validity, for example, of the inference from $\mathbf{O}\alpha$ and $\mathbf{O}(\alpha > \beta)$ to $\mathbf{O}\beta$.

7.5.3 Informationsmodelle

Für CSO und $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ muß die iterative Normalisierung eines Informationsstandes, der durch eine Menge von doxastischen Propositionen dargestellt wird, definiert werden. Für $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ muß mit der doxastischen Normalisierung nach Definition (43) eine deontische Normalisierung nach Definition (45) in einer einzigen Prozedur kombiniert werden. Leider erscheinen die formalen Darlegungen der Autoren hierzu nicht besonders ausgereift, so daß ich mich weitgehend damit begnüge, ihre nichtmonotone Folgerungsrelation informell darzustellen.[67]

[65] Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 177.]

[66] Ebenda.

[67] Bei der Vorstellung des komplizierten Mechanismus zur Bestimmung der nichtmonotonen Folge aus einer Menge von Prämissen begehen die Autoren einige Ungenauigkeiten, auf die ich an gegebener Stelle hinweise.

Nichtmonotones Folgern bedeutet in CSO / $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$, daß man außer den Prämissen nichts seiner Schlußfolgerung zu Grunde legt:[68]

> The idea of assuming nothing but the premises of an argument underlies nonmonotonic reasoning. In monotonic systems, additional information cannot disrupt a conclusion. In nonmonotonic systems, however, added assumptions can invalidate arguments. To model nonmonotonic inference, therefore, we must capture the intuitive notion of assuming just the premises of an argument.

Die Autoren definieren dazu erst die Begriffe "Unterstützung" und "Aktualisierung" für die Sprache CSO.[69]

7.5.3.1 Iterative Normalisierung eines doxastischen Informationsstandes in CSO

Damit man "iterative Normalisierung" eines einfachen doxastischen Informationsstandes definieren kann, müssen wir wissen, welche Formeln von einem Informationsstand gestützt und welche verworfen werden. Die "Aktualisierungsfunktion" $+$ bestimmt für alle Formelmengen von CSO die Menge der Formeln, die in einem Modell M anhand eines Informationsstandes S "aktualisiert" werden. [70]

Anschließend wird "Unterstützung einer Formel" für CSO definiert. Bevor ich diese Definitionen vorstelle, will ich noch eine Konvention einführen:

Ist α eine Formel von CSO / $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$, Γ eine Menge von Formeln von CSO / $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ und $M = \langle I, w\rangle$ ein zu einer Interpretation I von CSO / $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ gehörendes Modell für α bzw. Γ, dann gilt:

$|\alpha|_M = \{w \in W \mid \models_{I,w} \alpha\}$

$|\Gamma|_M = \bigcap_{\alpha\in\Gamma} |\alpha|_M$

DEFINITION 46 (DIE AKTUALISIERUNGSFUNKTION)

Die Aktualisierungsfunktion $+ : \wp(W) \times \wp(\{\alpha \mid \alpha \text{ ist eine Formel von CSO}\}) \rightarrow \wp(W)$ ist für ein gegebenes Modell M so definiert, daß für alle Informationszustände $S \in \wp(W)$

[68] [Asher and Bonevac, 1997, S. 178.]

[69] Engl. "support function" und "update function".

[70] Die Autoren nennen die von '$+$' bezeichnete Funktion die "update function", vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 177].

und für alle Mengen Γ von Formeln aus CSO gilt:

$$S + \Gamma = S \cap |\Gamma|_M$$

Ein Informationsstand S *unterstützt* eine Formel α in einem Modell $M = \langle I, w \rangle$ von α, kurz: $\models_{M,S} \alpha$, genau dann, wenn α unter I in jeder Welt von S wahr ist:

DEFINITION 47 (UNTERSTÜTZUNG DURCH EINEN INFORMATIONSSTAND)
Ein Modell M einer Interpretation I und ein Informationsstand S unterstützen eine Formel α von CSO gdw die S-Welten von M α-Welten sind:

$$\models_{M,S} \alpha \text{ gdw } S \subseteq |\alpha|_M$$

7.5.3.2 Iterative Normalisierung eines erweiterten Informationsstandes

Die Normalisierungsdefinition von CSO und $\text{CSO}_\mathbf{O}$ muß für die Normalisierung mehrerer Prämissen um eine zusätzliche Unterstützungsrelation einer Formel α durch ein Modell M und einen erweiterten Informationsstand $\langle S, T \rangle$ ergänzt werden. Mit der Definition einer Unterstützung einer Formel durch einen erweiterten Informationsstand, $\Vdash_{M,\langle S,T \rangle} \alpha$, und der Definition einer Normalisierungskette einer Menge von Propositionen P kann die nichtmonotone Folge aus einer Menge von Prämissen Γ relativ zu P, $\Gamma \mathrel{|\!\approx}_P \alpha$, gewonnen werden: Die Normalisierungskette einer Menge von Propositionen ist so definiert, daß der Normalisierungsprozess dieser Menge von Propositionen immer in einer Fixpunktmenge C^* endet. Anschließend bestimmt man, welche Formeln durch die Fixpunktmenge C^* in einem kanonischen Modell M^* unterstützt werden. Die nichtmonotone Folgerungsrelation aus einer bestimmten Menge Γ von Prämissen ist dann schließlich die nichtmonotone Folgerung relativ zu der Menge der Propositionen, in denen die Antecedenzia der bedingten Formeln der Gestalt $\alpha > \beta$ und $\alpha >_\mathbf{O} \beta$ von Γ erfüllt sind. Diese Menge wird mit '$Prop(\Gamma)$' bezeichnet und es gilt: $\Gamma \mathrel{|\!\approx} \alpha$ gdw $\Gamma \mathrel{|\!\approx}_{Prop(\Gamma)} \alpha$.

Damit der monotone Teil der Logik von CSO / $\text{CSO}_\mathbf{O}$ klassisch bleibt, wird die Unterstützungsrelation einer Formel durch einen erweiterten Informationsstand $K = \langle S, T \rangle$ mit Hilfe von Supervaluationen über Zuweisungen von Wahrheitswerten eines Modells M bestimmt, das konform zu einem (erweiterten) Informationsstand ist:[71]

[71] Siehe S. 153 bezüglich der erweiterten Informationsstände.

DEFINITION 48 (SUPERVALUATION EINES ERWEITERTEN INFORMATIONSSTANDES)
Eine Zuweisung $V_{\langle S,T\rangle}$ von Wahrheitswerten zu Formeln von CSO ist *konform zu einem Modell M und einem erweiterten Informationsstand $\langle S,T\rangle$* gdw gilt:

1. Für alle α, die atomar oder von der Gestalt $\beta > \gamma$ oder $\beta >_{\mathbf{O}} \gamma$ sind:

   $V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 1$ gdw $\models_{M,S} \alpha$

   $V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 0$ gdw $\models_{M,S} \neg\alpha$

2. Für alle α, die von der Gestalt $\neg\beta$ sind:

   $V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 1$ gdw $V_{\langle S,T\rangle}(\beta) = 0$

   $V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 0$ gdw $V_{\langle S,T\rangle}(\beta) = 1$

3. Für alle α, die von der Gestalt $\beta \wedge \gamma$ sind:

   $V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 1$ gdw $V_{\langle S,T\rangle}(\beta) = V_{\langle S,T\rangle}(\gamma) = 1$

   $V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 0$ gdw $V_{\langle S,T\rangle}(\beta) = 0$ oder $V_{\langle S,T\rangle}(\gamma) = 0$

4. Für alle α, die von der Gestalt $\mathbf{O}\beta$ sind:

   $V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 1$ gdw $\models_{M,T} \beta$

   $V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 0$ gdw $\not\models_{M,T} \beta$

DEFINITION 49 (STÜTZUNG EINER FORMEL)
Ein Modell M von α und ein erweiterter Informationsstand $\langle S,T\rangle$ *unterstützen* eine Formel α von CSO$_{\mathbf{O}}$ gdw α unter jeder zu M und $\langle S,T\rangle$ konformen Zuweisung von Wahrheitswerten zu Formeln von CSO$_{\mathbf{O}}$ wahr ist.

$$\models_{M,\langle S,T\rangle} \alpha \text{ gdw gilt: } V_{\langle S,T\rangle}(\alpha) = 1$$

Sei Γ eine Menge von Formeln, P eine abzählbare Menge von Propositionen und ν eine bijektive Abbildung zwischen P und $\mathbb{N}$ oder ein Anfangssegment dieser Abbildung.[72] Im Folgenden wird rekursiv die Normalisierung von P beschrieben. Dazu wird an Hand der mit ν gegebenen Nummerierung der Propositionen von P zyklisch diese Rekursion

[72] Bei den Autoren ist eine v ein Abbildung zwischen P und N, wobei N die in (45) definierte normalisierte Menge eines Informationsstandes ist. Da diese Angabe für mich keinen Sinn macht, gehe ich davon aus, daß die Autoren mit dem Zeichen 'N' die Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ meinen, vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 178].

auf P durchgeführt. Die Rekursion startet wieder beim ersten Element, wenn P erschöpft ist und nach jedem Grenzordinal. Sei $|\alpha|^n$ die durch ν bestimmte n-te Proposition des Zyklus. Seien $\langle 1 \rangle$und $\langle 2 \rangle$ Funktionen, welche geordnete Paare von Mengen von Welten, also erweiterte Informationsstände, auf ihr erstes bzw. zweites Element abbilden:

$$\begin{aligned} \langle 1 \rangle : \quad \langle A, B \rangle \to \quad & \langle A \rangle \\ \langle 2 \rangle : \quad \langle A, B \rangle \to \quad & \langle B \rangle \end{aligned}$$

DEFINITION 50 (NORMALISIERUNGSKETTE VON PROPOSITIONEN)
Sei M^* ein kanonisches Modell einer Interpretation $I = \langle W^*, \oplus, *, \bullet, V^* \rangle$.[73] Die P-Normalisierungskette hinsichtlich einer Ordnung ν beginnend bei einem Informationsstand K ist die Folge:[74]

$$\begin{aligned} K^0 &= \langle K, W^* \rangle \\ K_\nu^{n+1} &= \langle N(\langle 1 \rangle (K_\nu^n), |\alpha|^n), N(\Omega(\langle 1 \rangle (K_\nu^n), \langle 2 \rangle (K_\nu^n), |\alpha|^n), |\alpha|^n)\rangle \\ K_\nu^\lambda &= \left\langle \bigcap_{\mu \in \lambda} \langle 1 \rangle (K_\nu^\mu), \bigcap_{\mu \in \lambda} \langle 2 \rangle (K_\nu^\mu) \right\rangle \end{aligned}$$

Die P-Normalisierungskette, die von einem Zustand ausgeht, in dem nichts als die Prämissen Γ angenommen werden, ist eine Folge mit $\langle W^* + \Gamma, W^* \rangle$ als erstem Element. Jeder Zustand und jede Abzählung v von P determiniert eine P-Normalisierungskette, die für Γ bei $\langle W^* + \Gamma, W^* \rangle$ beginnt. Da die Normalisierung die Menge der möglichen Welten monoton immer weiter einschränkt, wird irgendwann für jede P-Normalisierungskette C ein Fixpunkt C^* erreicht: Für Jeden Informationszustand K und jede Abzählung v gibt es eine Ordinalzahl ζ, so daß für alle Ordinalzahlen ξ mit $\zeta < \xi$ gilt: $K_v^\xi = K_v^\zeta$. Die Definition der nichtmonotonen Folgerungsrelation lautet wie folgt:

[73] In einem kanonischen Modell sind die Welten $w \in W^*$ maximalkonsistente Mengen von Formeln, so daß gilt: $V^*(\alpha, w) = 1$ gdw $\alpha \in w$.

[74] Die Autoren verwenden anstelle meines 'K' ein 's' für einen erweiterten Informationsstand, obwohl sie sonst mit 's' eigentlich die erste, faktische Komponente eines erweiterten Informationsstandes $K = \langle S, T \rangle$ bezeichnen. Daß die Autoren mit 's' eigentlich nur einen erweiterten Informationsstand meinen können, geht daraus hervor, daß sie die Funktionen $\langle 1 \rangle$ und $\langle 2 \rangle$ auf den vorhergehenden Informationsstand anwenden. Eine weitere Ungenauigkeit ihrer Darstellung ist, daß bei ihnen die deontische Normalisierung in der zweiten Zeile nur zwei Argumente hat, obwohl sie in (45) für drei Argumente definiert ist; vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 177 f.].

DEFINITION 51 (NICHTMONOTONE FOLGERUNGSBEZIEHUNG (NMF))
Eine Formel α von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ folgt in einem Modell M nichtmonoton aus einer Menge von Prämissen Γ relativ zu einer P-Normalisierungskette gdw für irgendeine P-Normalisierungskette C, die bei $W^* + \Gamma$ beginnt, gilt, daß der Fixpunkt C^* von C in dem kanonischen Modell M^* die Formel α unterstützt .

$$\Gamma \mathrel{|\!\!\approx}_P \alpha \text{ gdw für irgendeine } P\text{-Normalisierungskette } C, \text{ beginnend bei } W + \Gamma, \text{ gilt: } \Vdash_{M^*,C^*} \alpha$$

In erster Linie ist man an dem Fall interessiert, in dem P die Menge der Propositionen ist, die durch ein Antecedens der Konditionale $>$ und $>_{\mathbf{O}}$ von Γ ausgedrückt werden. Diese Menge nennen die Autoren '$Prop(\Gamma)$' und sie definieren:[75]

DEFINITION 52 (NF FÜR NICHTMONOTONE KONDITIONALE)
Eine Formel α von $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ folgt nichtmonoton aus einer Menge von Formeln Γ gdw ein Fixpunkt einer $Prop(\Gamma)$-Normalisierungskette α unterstützt:

$$\Gamma \mathrel{|\!\!\approx} \alpha \text{ gdw } \Gamma \mathrel{|\!\!\approx}_{Prop(\Gamma)} \alpha$$

In $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ werden praktische Konklusionen nichtmonoton aus den Informationen bezüglich der guten-und-einfachen Welten geschlossen. Die nichtmonotone Gültigkeit eines Schlusses wird mit Hilfe einer Fixpunktdefinition gewonnen. Aus einer Prämissenmenge Γ folgt nichtmonoton eine Konklusion α gdw jede Normalisierung von Γ einen Fixpunkt erreicht, der α unterstützt.

Wenn die Konklusion α keine deontischen Operatoren enthält, dann sagt α nur etwas darüber aus, wie die Welt beschaffen ist. Man konzentriert sich bei den Fixpunkten der Normalisierungskette nur auf diesen Aspekt des Informationsstandes und evaluiert dementsprechend α normal.

Wenn in α jedoch deontische Operatoren vorkommen, dann sagt α sowohl etwas darüber aus, wie die Welt sein soll, als auch - eventuell -, wie sie beschaffen ist. Hier ist

[75] Im Original wird nicht ganz klar, was die Autoren mit '$Prop(\Gamma)$' bezeichnen wollen, bei ihnen heißt es in [Asher and Bonevac, 1997, S. 179]:

> We are interested, specifically, in the case where P is the set of all instantiations of antecedents of $>$-$>_{\mathbf{O}}$- conditionals in formulas or subformulas in Γ to those individual constants appearing in the premises and new constants serving as witnesses for existential premises. Call this set $Prop(\Gamma)$.

für die Evaluierung von α zu bestimmen, was uns der (erweiterte) Informationszustand darüber mitteilt, wie die Welt sein soll. Eine Formel der Gestalt '$\mathbf{O}\alpha$' wird beispielsweise dann von einem Informationszustand K unterstützt, wenn α in jeder der Welten erfüllt ist, die in $\langle S, T\rangle$ Informationen darüber enthalten, wie die Welt sein soll.

Für eingebettete Normen benötigen die Autoren eine erweiterte Definition der Normalisierungskette, auf die ich aber nicht näher eingehen will.[76]

7.6 Beispiele für nichtmonotone Ableitungen von Alltagsschlüssen

Mit beiden Ansätzen für bedingte prima-facie-Normen können wir die Schlußschemata von Kap. (7.1.3) inhaltlich diskutieren. Obwohl die Definition der nichtmonotonen Gültigkeit eher komplex und schwierig ist, kann die nichtmonotone Gültigkeit der meisten Argumente durch eine einfache endliche Prozedur entschieden werden. Die folgenden Schlüsse will ich nicht formal, sondern informell anhand der eben vorgestellten nichtmonotonen Folgerungsrelation von CSO / CSO$_{\mathbf{O}}$ erörtern. Die Formulierung der Schlüsse erfordert eigentlich eine formale Darstellung dieser Schlüsse in einer Sprache, die auf einer Sprache erster Stufe aufgebaut ist. Da ich jedoch bei der Wahl der Basis von CSO / CSO$_{\mathbf{O}}$ auf Individuenvariablen, Individuenkonstanten, Prädikatkonstanten und Quantoren verzichtet habe, stelle ich diese Schlüsse in einer Sprache dar, die auf einer aussagenlogischen Basis fußt. Diese Vereinfachung beeinträchtigt aber nicht die den Argumenten zugrundeliegende Struktur.

[76]Die Autoren stellen dazu einen Informationszustand als ein $n+1$- Tupel $\langle S_0, S_1, \ldots, S_n\rangle$ von Mengen von Welten dar. Das erste Element S_0 ist hierbei faktisch, die restlichen Elemente sind normativ. Sie definieren eine komplexe Normalisierungskette mittels einer transfiniten Rekursion, wobei jede Stufe dieser Rekursion ein Prozess ist, der aus n Schritten besteht. Bei Schritt 1 werden nach Definitionen (43) bzw. (45) S_0 und S_1normalisiert. Bei Schritt 2 wird mit dem Ergebnis S'_1 von Schritt 1 und S_2 normalisiert und so weiter bis man S'_{n-1} und S_n erreicht. Bei jeder Stufe werden bei jedem Schritt durch das $n+1$ Tupel von Informationszuständen geordnete Paare von Mengen selektiert. Die erste Menge des $n+1$-Tupels ist die faktische Menge, die zweite Menge ist eine normative Menge, die etwas darüber aussagt, wie die Welt aus Sicht der ersten, faktischen Menge sein soll. Die dritte Menge ist wiederum eine normative Menge, die besagt, wie die Welt relativ zu der zweiten Menge auszusehen hat, etc. Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 179f].

7.6.1 Die Gültigkeit von Schema (7.1)

Das Schema der anfechtbaren Ableitung ("Default detachment", siehe 7.1), also der Schluß von $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ und α auf $\mathbf{O}\beta$, ist nichtmonoton gültig. Die Konklusion ist anfechtbar und kann durch zusätzliche Information revidiert werden. Zur Veranschaulichung dienen folgende Beispiele:[77] Beispiel (7.9)

(1) Neoptolemus ist ein Mensch	α	α
(2) Wenn Neoptolemus ein Mensch ist, dann soll Neoptolemus freundlich sein	$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$	$\alpha > \mathbf{O}\beta$
Neoptolemus soll freundlich sein	$\mathbf{O}\beta$	$\mathbf{O}\beta$

Beispiel (7.10)

(1) Neoptolemus ist ein Mensch	α	α
(2) Neoptolemus soll *nicht* freundlich sein	$\mathbf{O}\neg\beta$	$\mathbf{O}\neg\beta$
(3)Wenn Neoptolemus ein Mensch ist, dann soll Neoptolemus freundlich sein	$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$	$\alpha > \mathbf{O}\beta$
Neoptolemus soll freundlich sein †	$\mathbf{O}\beta$†	$\mathbf{O}\beta$†

Schluß (7.9) ist annehmbar, (7.10) allerdings nicht. Prinzipien, die "prima facie" gelten, sind in unüblichen Situationen nicht gültig. Dies wird von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ auch korrekt so gehandhabt: Um die Gültigkeit von Schluß (7.9) zu zeigen, beginnen wir voraussetzungslos und wissen noch nichts über deontische oder andersartige Normalität. Mit der ersten Prämisse, daß Neoptolemus ein Mensch ist, wird die faktische Menge der Welten auf die Welten beschränkt, in denen Neoptolemus ein Mensch ist. Dann schreiten wir zur zweiten Prämisse, daß Menschen freundlich sein sollen. Diese Prämisse hat keine Auswirkung auf die faktische Menge von Welten, aber schränkt die Menge der normativen Welten auf diejenigen ein, in denen Neoptolemus auch freundlich ist. Die Aufteilung der Prämissenmenge gestaltet sich wie folgt:

[77] Ungültige Schlüsse werden mit einem '†' gebrandmarkt.

Faktische Menge F_M	Normative Menge N_M
Neoptolemus ist ein Mensch (α)	Wenn Neoptolemus ein Mensch ist, dann ist Neoptolemus normalerweise freundlich ($\alpha > \beta$) Neoptolemus ist freundlich (β)

Das Ergebnis der Normalisierung der Prämissenmenge ist ein Zustand, der die Konklusion unterstützt, daß Neoptolemus freundlich sein soll: Neoptolemus ist in jeder Welt der normativen Menge des Fixpunktzustandes der Normalisierung freundlich. Dies belegt die Gültigkeit des Schlusses von Beispiel (7.9).

Um zu zeigen, daß (7.10) fehlschlägt, beginnen wir mit einem Zustand der völligen Ignoranz. Die Prämisse 'Neoptolemus ist ein Mensch' (α) schränkt die faktische Menge zunächst auf Welten ein, in denen Neoptolemus ein Mensch ist - also auf Welten, in denen α erfüllt ist. Die Prämisse 'Neoptolemus soll nicht freundlich sein' ($\mathbf{O}\neg\beta$) schränkt die normative Menge von Welten auf diejenigen Welten ein, in denen Neoptolemus nicht freundlich ist ($\neg\beta$): $F_M = \{w \in W \mid \models_w \alpha\}$, $N_M = \{w \in W \mid \models_w \neg\beta\}$. Die Prämisse "Neoptolemus soll normalerweise freundlich sein" ($\alpha > \mathbf{O}\beta$ bzw. $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$) schränkt die normative Menge N_M allerdings auf diejenigen Welten ein, in denen Neoptolemus freundlich ist - außer wenn das Ergebnis dieser Einschränkung absurd, also die leere Menge von Welten ist. Nun ist gerade Neoptolemus eine solche Ausnahme, so daß das Ergebnis der Normalisierung der Prämissen von (7.10) nicht die Konklusion unterstützt, daß Neoptolemus freundlich sein soll, sondern das Gegenteil: er soll unfreundlich sein.

Die Gültigkeit von (7.9) hat zur Folge, daß der Schluß auch dann gültig bleibt, wenn die Prämissen mit zusätzlichen Informationen angereichert werden, sofern diese verträglich mit den Formeln sind, die von einem Fixpunkt unterstützt werden. Die Aktualisierung der faktischen Menge F_M auf den Stand, daß Neoptolemus gerne Müsli frühstückt, beeinträchtigt keinen erreichbaren Fixpunkt einer Normalisierung dieser Prämissenmenge.[78]

7.6.2 Die Ungültigkeit von Schema (7.2)

Das Kriterium für die Darstellung eines Konfliktes zwischen bedingten prima-facie-Normen gemäß Schema (7.2) wird von CSO/ $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ erfüllt. Die Argumentation bezüglich der Un-

[78]Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 182].

gültigkeit von (7.9) kann leicht zu einer Argumentation erweitert werden, welche die Ungültigkeit der folgenden Schlüsse zeigt:[79]

Beispiel (7.12)

(1) Wenn Peter ein Richter ist, dann soll Peter nicht Partei für seine Kinder ergreifen	$\alpha > \mathbf{O}\neg\beta$	$\alpha >_{\mathbf{O}} \neg\beta$
(2) Wenn Peter ein Vater ist, dann soll Peter Partei für seine Kinder ergreifen	$\gamma > \mathbf{O}\beta$	$\gamma >_{\mathbf{O}} \beta$
(3) Peter ist Vater und Richter	$\alpha \wedge \gamma$	$\alpha \wedge \gamma$
Peter soll nicht für seine Kinder Partei ergreifen †	$\mathbf{O}\neg\beta$†	$\mathbf{O}\neg\beta$†

Beispiel (7.13)

(1) Wenn Peter ein Richter ist, dann soll Peter nicht Partei für seine Kinder ergreifen	$\alpha > \mathbf{O}\neg\beta$	$\alpha >_{\mathbf{O}} \neg\beta$
(2) Wenn Peter ein Vater ist, dann soll Peter für seine Kinder Partei ergreifen	$\gamma > \mathbf{O}\beta$	$\gamma >_{\mathbf{O}} \beta$
(3) Peter ist Vater und Richter	$\alpha \wedge \gamma$	$\alpha \wedge \gamma$
Peter soll für seine Kinder Partei ergreifen †	$\mathbf{O}\beta$†	$\mathbf{O}\beta$†

Die Beispiele (7.12) und (7.13) stellen einen Normkonflikt dar. Normkonflikte entstehen u.a dann, wenn es zwei prima facie gültige bedingte Normen mit unterschiedlichem, aber als wahr angenommenem Antecedens gibt, deren Konsequens-Normen nicht simultan erfüllbar sind. Wenn es keinen logischen Zusammenhang zwischen den Antecedenzia der fraglichen Prämissen gibt, soll die Logik auch keine Konklusion zulassen. Ob in unserem Fall Richter den Vorzug vor Vätern haben oder umgekehrt, ist natürlich eine moralische Frage, die von der Logik nicht beantwortet werden kann. Daher ist aus logischen Gründen weder Schluß (7.12) noch Schluß (7.13) akzeptabel.

Allerdings ist bei jedem erreichbaren Fixpunkt Peter entweder unparteiisch oder aber parteiisch für seine Kinder. Daher ist folgendes Argument nichtmonoton gültig:

Beispiel (7.14)

[79] Die folgenden Schlüsse sind deontische Varianten des “Nixon” Beispiels (15) auf S. 101.

(1) Wenn Peter ein Richter ist, dann soll Peter nicht Partei für seine Kinder ergreifen	$\alpha > \mathbf{O}\neg\beta$	$\alpha >_{\mathbf{O}} \neg\beta$
(2) Wenn Peter ein Vater ist, dann soll Peter für seine Kinder Partei ergreifen	$\gamma > \mathbf{O}\beta$	$\gamma >_{\mathbf{O}} \beta$
(3) Peter ist Vater und Richter	$\alpha \wedge \gamma$	$\alpha \wedge \gamma$
Peter soll für seine Kinder Partei ergreifen oder Peter soll es nicht tun	$\mathbf{O}\beta \vee \mathbf{O}\neg\beta$	$\mathbf{O}\beta \vee \mathbf{O}\neg\beta$

7.6.3 Die Gültigkeit von Schema (7.3)

Von CSO/ $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ wird das Kriterium (7.3) der deontischen Spezifität erfüllt. So ist etwa folgendes Argument in CSO/ $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ gültig:

Beispiel (7.15)

(1)Wenn x ein Befehl ist, dann soll x Folge geleistet werden	$\alpha(x) > \mathbf{O}\gamma(x)$	$\alpha(x) >_{\mathbf{O}} \gamma(x)$
(2) Wenn x ein ungerechter Befehl ist, dann ist x ein Befehl	$\beta(x) \rightarrow \alpha(x)$	$\beta(x) \rightarrow \alpha(x)$
(3) Wenn x ein ungerechter Befehl ist, dann soll x nicht Folge geleistet werden	$\beta(x) > \mathbf{O}\neg\gamma(x)$	$\beta(x) >_{\mathbf{O}} \neg\gamma(x)$
(4) Der Befehl α von Odysseus ist ungerecht	$\beta(a/x)$	$\beta(a/x)$
Dem Befehl von Odysseus soll nicht Folge geleistet werden	$\mathbf{O}\neg\gamma(a/x)$	$\mathbf{O}\neg\gamma(a/x)$

BEMERKUNG 18

Das Schlußschema von Beispiel (7.15) läßt sich nur mit Individuenvariablen und Individuenkonstanten angemessen wiedergeben. Dies ist allerdings die einzige Stelle, bei der ich Individuensymbole verwenden muß.

Wir beginnen damit, unseren ursprünglichen Zustand der Unwissenheit mit der Information zu aktualisieren, daß Odysseus einen ungerechten Befehl gegeben hat. Da außerdem Befehlen i.A. gehorcht werden soll, ungerechten Befehlen aber nicht, ergibt sich ein Normkonflikt. Mit Lemma (3) können wir darauf schließen, daß normale Befehle nicht ungerecht sind - woraus folgt, daß der Befehl von Odysseus kein normaler Befehl ist. Die Normalisierung dieser Prämissen unter der Annahme, daß sich unter den gegebenen Umständen alles i.A. und auch in moralischer Hinsicht so normal wie möglich verhält, ergibt, daß wir die normative Menge auf Welten einschränken, in denen ungerechten Befehlen nicht Folge geleistet wird:

Faktische Menge F_M	Normative Menge N_M
Odysseus' Befehl ist ungerecht (γ)	Ungerechten Befehlen (der faktischen Menge) wird nicht Folge geleistet ($\gamma > \neg\beta$) Odysseus Befehl wird nicht Folge geleistet ($\neg\beta$)

In keiner Welt der normativen Menge wird Odysseus Befehl gehorcht.

7.6.4 Die Gültigkeit von Schema (7.4)

Die Forderung von (7.4) zur Vermeidung unerwünschter Implikationen wird ebenfalls von CSO/ $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ erfüllt.[80] Mit dieser Tatsache hat man unter der Annahme, daß es sich beim "Paradox des guten Samariters" eher um ein Problem der Urteilsfindung als um ein Problem der logischen Folge handelt, eine Lösung für diese Paradoxienklasse gefunden. Asher und Bonevac ziehen für eine Problemlösung in ihre Erwägung Informationen über den moralischen Status der in Frage stehenden Tatsachen mit ein. Die allgemeine Form zur Darstellung dieser Paradoxienklasse in $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ lautet unter der Annahme, daß α klassisch aus β folgt:

Beispiel (7.17)

Das Paradox des guten Samariters	Das "gentle murder"-Paradox
γ	α
$\gamma >_{\mathbf{O}} \beta$	$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$
$\beta \models \alpha$	$\beta \models \alpha$
$\mathbf{O}\alpha$	$\mathbf{O}\alpha$

[80] Vgl. Schema (7.4), S. 128.

Das “gentle murder”-Paradox ist lediglich ein Spezialfall des “guten Samariter”-Paradox; in diesem Fall ist einfach überall $\alpha = \gamma$. Um zu zeigen, daß die Schlußfolgerungen nicht-monoton folgen, beschränken wir uns auf das Paradox des guten Samariters. Wir unterscheiden die atomaren Formeln der Prämissen α, β und γ danach, ob sie im Bereich eines Normoperators stehen, und teilen demgemäß die Welten eines Modells in eine faktische bzw. eine normative Menge:

Faktische Menge F_M	Normative Menge N_M
γ ist wahr in den Welten von F_M	α und β sind wahr in den Welten von N_M

Die erste Prämisse schränkt unsere faktische Menge auf Welten ein, in denen lediglich γ wahr ist. Die zweite Prämisse schränkt die normative Menge auf diejenigen Welten ein, in denen β erfüllt ist. Da β klassisch α impliziert, ist auch α in jeder Welt der normativen Menge erfüllt. Dieses an sich unplausible Ergebnis wird von den Autoren vermieden, indem sie eine Unterscheidung zwischen abwägen (“deliberation”) und moralisch urteilen (“judgment”) machen.[81]

> In the context of deliberation, however, we ignore the moral status of the facts as they are now; we simply take them for granted and ask what ought to be done about them. We assume that the robber has robbed, and you will murder Jones. We ask what ought to be done given that information. In the context of judgment, however, we consider the moral status of the facts.

Will man in dieser Situation ein moralisches Urteil fällen, muß man den moralischen Status der Fakten in seine Überlegungen miteinbeziehen. Dies erfordert, unserem Beispiel (7.17) $\mathbf{O}\neg\alpha$ als zusätzliche Prämisse beizufügen:

Beispiel (7.19)

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{O}\neg\alpha & \mathbf{O}\neg\alpha \\
\gamma & \alpha \\
\gamma >_{\mathbf{O}} \beta & \alpha >_{\mathbf{O}} \beta \\
\beta \models \alpha & \beta \models \alpha \\
\hline
\mathbf{O}\alpha\dagger & \mathbf{O}\alpha\dagger
\end{array}$$

[81] [Asher and Bonevac, 1997, S. 184 ff.]

Aus den Prämissen von Beispiel (7.19) folgt in $CSO_{\mathbf{O}}$ weder $\mathbf{O}\alpha$, noch $\mathbf{O}\beta$.

7.6.5 Die Behandlung von unbedingten aktualen Normen

Die Theorie von Asher und Bonevac erlaubt eine angemessene Behandlung von unbedingten aktualen Normen, ein Schluß nach Schema (7.5) ist in CSO / $CSO_{\mathbf{O}}$ nicht zulässig. Zwei unbedingte aktuale Normen ergeben in CSO / $CSO_{\mathbf{O}}$ niemals einen Normkonflikt.[82] Die Autoren verschärfen diese Forderung noch durch einige Postulate, die sie für unbedingte aktuale Normen aufstellen. Eine Logik, die diese Bedingungen erfüllt, nennen sie *klassisch*:[83]

DEFINITION 53 (KLASSISCHE UNBEDINGTE NORMEN)
Eine Logik für unbedingte Gebote ist *klassisch* gdw die folgenden Postulate erfüllt sind:

1. Abgeschlossenheit unter der logischen Folgerung: Aus $\mathbf{O}\alpha$ und $\alpha \models \beta$ folgt $\mathbf{O}\beta$.

2. Agglomeration: $(\mathbf{O}\alpha \wedge \mathbf{O}\beta) \rightarrow \mathbf{O}(\alpha \wedge \beta)$

3. Gebot der logischen Wahrheit: $\mathbf{O}\top$

4. Etwas Widersprüchliches ist nicht geboten: $\neg\mathbf{O} \perp$

Eine Logik für aktuale Gebote soll klassisch sein, eine Logik für prima-facie-Normen hingegen nicht.

In CSO / $CSO_{\mathbf{O}}$ ist klarerweise die Forderung von Schema (7.5) erfüllt, da die Serialität von '$\oplus$' garantiert, daß in einer Welt w keine zwei Normen der Art $\mathbf{O}\alpha$ und $\mathbf{O}\neg\alpha$ gültig sein können. Das bedeutet, daß $\mathbf{O}\alpha$ und $\mathbf{O}\neg\alpha$ zusammen inkonsistent wären. Tatsächlich ist die Behandlung des **O**-Operators in CSO / $CSO_{\mathbf{O}}$ klassisch und weicht somit nicht von SDL ab.

[82] Die Autoren geben keine Definition einer aktualen Norm, es wird nur verlangt, daß zwei aktuale Normen nicht in einen Normkonflikt verwickelt sein können, vgl. die Diskussion in (7.1.2), S. 126.

[83] Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 194]. Der vierte Punkt wird von ihnen mit der Bemerkung: "*ought*-implies-*can* (no conflicts)" versehen. Dies ist allerdings keine passende Bezeichnung für eine Formel der Gestalt '$\neg\mathbf{O} \perp$'; um ein *sollen-impliziert-können* Prinzip angemessen darstellen zu können, benötigt man zumindest einen alethischen Modaloperator.

7.6.6 Die Behandlung von unbedingten prima-facie-Normen

Im Kontrast zu den unbedingten aktualen Normen der Gestalt '$\mathbf{O}\alpha$' soll es möglich sein, daß zwei unbedingte prima-facie-Normen in einen Konflikt geraten. Daraus folgt, daß eine Logik für unbedingte prima-facie-Normen nicht klassisch sein kann. Bis zu diesem Punkt gibt es in CSO / CSO$_\mathbf{O}$ allerdings keinen Operator für unbedingte prima-facie-Normen, die Autoren diskutieren jedoch mehrere Möglichkeiten, wie man einen solchen Operator in CSO / CSO$_\mathbf{O}$ definieren kann.[84]

7.6.6.1 Kategorische Gebote als unbedingte prima-facie-Normen

Kategorische Gebote wie "Du sollst nicht töten" oder "Behandle Menschen immer als Zweck deiner Handlung und nicht als Mittel" kann man in einer formalen Sprache nur als in einem Modell gültige Gebote wie '$\mathbf{O}\alpha$' oder als deontisch generische Prinzipien formulieren. Da deontisch generische Prinzipien aber nichts anderes als prima-facie-Normen sind, gibt es eine natürliche Darstellung dieser Prinzipien in CSO / CSO$_\mathbf{O}$. Schreiben wir für ein kategorisches Gebot in CSO / CSO$_\mathbf{O}$ '$\mathbf{O}_{cat}$ ', dann lautet die naheliegende Definition eines prima facie gültigen kategorischen Gebotes für CSO wie folgt:

$$\mathbf{O}_{cat}\alpha =_{df} \top > \mathbf{O}\alpha \tag{7.6.i}$$

bzw für CSO$_\mathbf{O}$.:

$$\mathbf{O}_{cat}\alpha =_{df} \top >_\mathbf{O} \alpha \tag{7.6.ii}$$

Mit dieser Deutung von kategorischen Imperativen ist nicht nur die Forderung von Schema (7.6) erfüllt, sondern auch die der Schemata (7.1)-(7.3). Nimmt man zusätzlich eine globale Serialität in dem Sinne an, daß es normale Welten gibt ($*(w, W) \neq \emptyset$), dann gilt in CSO$_\mathbf{O}$ auch die Bedingung von Schema (7.4): Wenn $*(w, W) \neq \emptyset$, dann gilt gemäß Lemma (2), Punkt 5, daß es gute-und-einfache Welten gibt: $\bullet(w, W) \neq \emptyset$, weswegen folgende Formel gültig ist: $\neg(\top >_\mathbf{O} \bot)$.[85]

Die Gültigkeit des Prinzips, daß etwas Widersprüchliches nicht geboten ist, $\neg\mathbf{O}\bot$,

[84] [Asher and Bonevac, 1997, S. 194 ff.]

[85] Die entsprechende Formel für CSO, $\neg(\top > \mathbf{O} \bot)$, ist bereits wegen der Serialität von $\oplus$ gültig.

schließt einen Konflikt zwischen zwei kategorischen Imperativen aus:

$$\models \neg \mathbf{O}_{cat}(\alpha \wedge \neg\alpha) \tag{7.6.iii}$$

7.6.6.2 Unbedingte prima-facie-Normen ohne kategorischem Gewicht

Neben den unbedingten kategorischen prima-facie-Geboten gibt es noch solche unbedingte prima-facie-Gebote, die mit Hilfe einer Regel aus Prämissen ableitbar sind. Interpretiert man die Konklusion von Beispiel (7.9) - Neoptolemus ist ein Mensch, Menschen sollen freundlich sein; ergo: Neoptolemus soll freundlich sein - als ein prima-facie-Gebot, dann implizieren die Prämissen monoton eine unbedingtes prima-facie-Gebot.[86]

Schreiben wir für ein unbedingtes prima-facie-Gebot, das mit den Regeln des Systems aus einer Menge von Prämissen ableitbar ist: '$\mathbf{O}_{cond}$'. Die Formel $\mathbf{O}_{cond}\alpha$ steht für: Es gibt ein β, so daß gilt:

$$\beta >_{\mathbf{O}} \alpha \text{ und } \beta \text{ ist der Fall.} \tag{7.6.iv}$$

Die obige Umschreibung eines unbedingten prima-facie-Gebotes ist nahe an der Vorstellung von Ross und Frankena. Frankenas Definition eines prima-facie-Gebotes, so zu handeln, daß α, ist in Kraft nur relativ zu einem Aspekt der faktischen Welt, nämlich β.

Mit ihrem schwächeren nichtmonotonen Konzept einer bedingten Norm gewinnen die Autoren einen ähnlichen Begriff einer unbedingten prima-facie-Norm. Die Umschreibung einer unbedingten prima-facie-Norm, die aus moralischen Generalisierungen folgt, lautet:

$$\text{Die Formel '}\mathbf{O}_g\alpha\text{' steht für: es gibt ein } \beta, \text{ so daß gilt: } \beta > \mathbf{O}\alpha \text{ und } \beta \text{ ist der Fall.} \tag{7.6.v}$$

Die Autoren definieren schließlich eine unbedingte prima-facie-Norm $\mathbf{O}_{pf}\alpha$ als Disjunktion der beiden genannten unbedingten prima-facie-Normen:

$$\mathbf{O}_{pf}\alpha =_{df} (\mathbf{O}_{cond}\alpha \vee \mathbf{O}_g\alpha) \tag{7.6.vi}$$

Die Autoren fassen zusammen:[87]

> Wether we should adopt (7.6.v) and (7.6.vi), or rest content with (7.6.iv),

[86] Vgl. Beispiel (7.9), S. 161.

[87] Vgl. [Asher and Bonevac, 1997, S. 196]. Für eine weitere Diskussion der Eigenschaften unbedingter prima-facie-Normen vgl. ebenda, S. 196 ff.

as Pietroski does, depends on wether unconditonal *prima facie* obligation is ever purely epistemic rather than constitutive. Utilitarians such as Mill could surely speak of some obligations as prima facie, we think. If so, then such obligations can be generated from epistemic as well as constitutive principles.

7.6.7 Die Paradoxie von Chisholm in CSO / $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$

Zu guter Letzt will ich skizzieren, wie in CSO / $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ das Chisholmsche Paradox umgangen wird.[88]

Ich wiederhole hier das Beispiel von Kapitel (2.3.3):

1. Peter soll seinen Nachbarn helfen.
2. Es ist geboten, daß Peter seinen Nachbarn Bescheid gibt, wenn er ihnen zu Hilfe kommt.
3. Wenn Peter seinen Nachbarn nicht zu Hilfe kommt, so soll er ihnen auch nicht Bescheid geben.
4. Peter kommt seinen Nachbarn nicht zu Hilfe.

Ich stelle eine mögliche Darstellung dieser vier Sätze in $\text{CSO}_{\mathbf{O}}$ vor und stelle eine der vier möglichen Darstellungen in SDL zum Vergleich daneben:

(7.20)

$\text{CSO}_{\mathbf{O}}$	SDL
$\mathbf{O}\alpha$	$\mathbf{O}\alpha$
$\mathbf{O}(\alpha > \beta)$	$\mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta)$
$\neg\alpha >_{\mathbf{O}} \neg\beta$ oder $\neg\alpha > \mathbf{O}\neg\beta$	$\neg\alpha \rightarrow \mathbf{O}\neg\beta$
$\neg\alpha$	$\neg\alpha$

Die Diskussion dieser Paradoxie hat ergeben, daß jede Darstellung der Sätze 1 - 4 in SDL entweder redundant oder inkonsistent ist. Insbesondere die hier gegebene Darstellung der Sätze 1 - 4 ist in SDL inkonsistent: Aus $\mathbf{O}\alpha$ und $\mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta)$ folgt in SDL $\mathbf{O}\beta$,

[88] Vgl. die Diskussion dieser Paradoxie in Kap. (2.3.3), ab S. 38 und das Schema

und aus $\neg\alpha$ und $\neg\alpha \rightarrow \mathbf{O}\neg\beta$ ist mit MP $\mathbf{O}\neg\beta$ ableitbar.[89]

Der "Clou" von $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ ist nun, daß hier die faktische und die deontische Abtrennung ohne Inkonsistenz koexistieren können. Sowohl die deontische Abtrennung als auch die faktische Abtrennung sind in $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ nichtmonoton gültig, in $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ gilt:
$\{\mathbf{O}\alpha, \mathbf{O}(\alpha > \beta)\} \mid\!\approx \mathbf{O}\beta$, $\{\neg\alpha, \neg\alpha >_{\mathbf{O}} \neg\beta\} \mid\!\approx \mathbf{O}\neg\beta$ und $\{\neg\alpha, \neg\alpha > \mathbf{O}\neg\beta\} \mid\!\approx \mathbf{O}\neg\beta$. Trotzdem ist in $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ aus allen Prämissen zusammen nur der Schluß auf $\mathbf{O}\neg\beta$ nichtmonoton gültig, nicht aber auf $\mathbf{O}\beta$: $\{\mathbf{O}\alpha, \mathbf{O}(\alpha > \beta), \neg\alpha >_{\mathbf{O}} \neg\beta, \neg\alpha\} \mid\!\approx \mathbf{O}\neg\beta$.[90] Dies kann man wieder durch die Zerlegung unserer Prämissenmenge in einen deontischen und einen faktischen Teil zeigen:

Die ersten beiden Prämissen $\mathbf{O}\alpha$ und $\mathbf{O}(\alpha > \beta)$ erfordern, daß die Propositionen $|\alpha|$ und $|\alpha > \beta|$ jeweils Teilmengen der Menge der normativen Welten von $\mathbf{O}\alpha$ und $\mathbf{O}(\alpha > \beta)$ sind. Die vierte Prämisse $\neg\alpha$ schränkt unsere Menge an faktischen Welten auf diejenigen Welten ein, in denen $\neg\alpha$ erfüllt ist. Die Normalisierung der Prämissen erfordert, daß wir zuerst die Menge der faktischen Welten normalisieren, bevor die Menge der normativen Welten normalisiert wird. Im nächsten Schritt der Normalisierung schränkt die dritte Prämisse $\neg\alpha >_{\mathbf{O}} \neg\beta$ (oder $\neg\alpha > \mathbf{O}\neg\beta$) unsere normative Menge an Welten auf diejenigen Welten ein, in denen $\neg\beta$ erfüllt ist. Diese Menge können wir nun nicht weiter auf Welten einschränken, in denen β erfüllt ist, da wir hier die leere Menge erhalten würden. Somit folgt aus den gegebenen Prämissen unter Berücksichtigung der Fakten nichtmonoton $\mathbf{O}\neg\beta$. Asher und Bonevac fassen dies mit dem Hinweis zusammen, daß sie zur Lösung der Chisholmtheorie keine Zeitoperatoren benötigen:[91]

> Our theory, then, extends standard deontic logic, employing both deontic and factual detachment, without encountering contradiction. Notably, we do not need tense or even an irreducible conditional obligation operator to accomplish this. Our resolution of the paradox depends only on making detachment defeasible.

[89] Die Autoren nennen einen Schluß gemäß MP "faktische Abtrennung" ("factual detachment") und einen gültigen Schluß von $\mathbf{O}\alpha$ und $\mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta)$ auf $\mathbf{O}\beta$ "deontische Abtrennung" ("deontic detachment").

[90] Bzw: $\{\mathbf{O}\alpha, \mathbf{O}(\alpha > \beta), \neg\alpha > \mathbf{O}\neg\beta, \neg\alpha\} \mid\!\approx \mathbf{O}\neg\beta$. Hingegen: $\{\mathbf{O}\alpha, \mathbf{O}(\alpha > \beta), \neg\alpha >_{\mathbf{O}} \neg\beta, \neg\alpha\} \not\mid\!\approx \mathbf{O}\beta$ und $\{\mathbf{O}\alpha, \mathbf{O}(\alpha > \beta), \neg\alpha > \mathbf{O}\neg\beta, \neg\alpha\} \not\mid\!\approx \mathbf{O}\beta$.

[91] [Asher and Bonevac, 1997, S. 187].

7.7 Kritische Beurteilung der Theorie von Asher und Bonevac

Ich will dieses Kapitel mit einer knappen Diskussion der Beziehung zwischen der Theorie von Asher und Bonevac und den Defaulttheorien, einer Auflistung einiger Vorzüge ihrer Theorie gegenüber anderen Theorien, sowie einer Kritik an den Autoren bezüglich der Darstellung ihrer Theorie schließen.

7.7.1 Die Beziehung von CSO / $\mathrm{CSO}_\mathbf{O}$ zu Defaulttheorien

Das System CSO / $\mathrm{CSO}_\mathbf{O}$ von Asher und Bonevac kann versuchsweise auch mit einer deontischen Defaulttheorie nach Horty nachgeahmt werden. Bei Asher und Bonevac werden Informationsstände als geordnete Paare von Mengen von Welten dargestellt, bei einer Defaulttheorie hingegen könnte man die nichtmonotone Gültigkeit auch so definieren, daß man dafür geordnete Paare von Extensionen einer Prämissenmenge verwendet. So könnte man etwa einen Informationsstand als ein geordnetes Paar $\langle\theta_1, \theta_2\rangle$ von Defaulttheorien definieren, wobei jedes $\theta_i = \langle W_i, D_i\rangle$ wieder ein geordnetes Paar ist, das aus einer Menge W_i von Sätzen und einer Menge D_i von Defaultregeln besteht. Allerdings ergeben sich Schwierigkeiten, wenn man einen Informationsstand mit einer prima-facie-Formel wie '$\alpha >_\mathbf{O} \beta$' aktualisieren will: man müsste α zu W_1 und β zu W_2 zuordnen, so daß gilt: $\alpha \in W_1$ und $\beta \in W_2$. D_1 würde als Repositorium für die doxastischen Defaultregeln dienen, womit man eine normale Defaulttheorie für θ_1 entwickelt hätte. Diese Version einer Defaulttheorie würde allerdings keine Verwendung für die Menge der deontischen Defaultregelen D_2 haben, da wir die Antecedenzia der deontischen Defaultregeln in W_2 und nicht in W_1zu suchen hätten. Für die Anwendung von D_2 müssten wir die Antecedenzia der Formeln von W_1 und W_2 miteinbeziehen, womit θ_2 zumindest keine herkömmliche Defaulttheorie wäre.

7.7.2 Vorteile der Theorie

7.7.2.1 Abschluß unter der logischen Folge

Die Theorie von Asher und Bonevac ist auch bei normativen Prämissen bezüglich der logischen Folge abgeschlossen. Ist ein bedingtes prima-facie-Gebot β gegeben, dann ist damit ein prima-facie-Gebot relativ zu allen logischen Folgen von β gegeben. Schema (7.21) ist für alle Einsetzungsinstanzen gültig:[92]

> More broadly, without closure under logical consequence, it is hard to preserve a notion of moral argument.

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Wenn } \alpha\text{, dann ist prima facie } \beta \text{ geboten}\\ \beta \models \gamma\end{array}}{\text{Wenn } \alpha\text{, dann ist prima facie } \gamma \text{ geboten}}$$

7.7.2.2 Eingebettete Normen

Die Theorie von Asher und Bonevac erlaubt eine differenzierte Behandlung eingebetteter[93] prima-facie-Normen. Im Gegensatz etwa zur Theory Hortys sind prima-facie-Normen formulierbar, die sich im Bereich einer anderen prima-facie-Norm befinden:[94]

> Sentences such as *Students who should take physics should also take mathematics* and *People often don't know when they should call a doctor* are difficult to accomodate within an inference-ticket such as Horty's.

7.7.2.3 Prima-facie-Normen

Die Theorie von Asher und Bonevac hat schließlich den Vorzug, gültige Ableitungsschemata zu liefern, auch wenn im Schema prima-facie-Normen vorkommen. Systeme wie SDL_2 werden von den Autoren als "päpstlich" verspottet, da dort eine Art Brückenprinzip aufspürbar ist, nach dem alles, was ist, scheinbar auch rechtens ist:[95]

> Many systems count inferences valid that hold, if at all, only in certain contexts. In particular, they assume a principle that whatever is, is right. We

[92] [Asher and Bonevac, 1997, S. 163.]
[93] "or other forms of genericity", ebenda.
[94] Ebenda; ich gehe auf den komplexen Formalismus zur Behandlung von eingebetteten Normen jedoch nicht ein.
[95] Ebenda.

> therefore call them *Pope* systems. The assumption and consequent overgenerosity in counting inferences valid afflicts any approach that views conditional obligation statements as defaults. *Prima facie* principles link *is* to *ought*; they do not license inferences on a single set of sentences as default rules do.

Eines der besonders gravierenden Probleme des Systems SDL_2 und der Systeme von Thomason, Horty, Lewis, Belzer und Goble besteht darin, daß in ihnen die Formel $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ gültig ist.[96]

Bei einer unvorsichtigen Repräsentierung könnten so unplausible Sätze wie "Wenn Hans betrügt, dann soll er betrügen" oder "Wer einen Mord verübt, soll einen Mord verüben" als Sätze der Form '$\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$' und damit als Einsetzungsinstanzen einer allgemeingültigen Formel dargestellt werden:[97]

> These systems thus seem committed to a prima facie principle that whatever is, is right. For that reason, we call them Pope systems. From one point of view, their commitment threatens to trivialize moral and practical reasoning.

Da nach dieser Interpretation eine Formel wie $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ einen "ist"-Zustand mit einem "Sollzustand" korreliert, nenne ich sie eine "vermeintliche Sein-Sollen-Formel". Bei genauerem Hinsehen lautet die Interpretation von $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ in SDL_2 aber: "In den idealen α-Welten ist α" gültig, es wird also nichts über die α-Welten ausgesagt, sondern über *ideale* α-Welten. Daher übernehme ich nicht die Deutung der Autoren, daß $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ eine "Sein-Sollen" Formel ist, sondern beschränke mich auf die Behauptung, daß in SDL_2 wegen der Allgemeingültigkeit von $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ bedingte Normen mit einem dyadischen Operator nicht adäquat dargestellt werden können. Gemäß der Hanssonsemantik ist $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ keine gute Repräsentierung von "wenn α, dann ist β geboten". Ein Verbesserungsvorschlag ist die Verwendung von Formeln der Gestalt '$\alpha > \mathbf{O}\beta$' oder '$\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$'. In CSO / $CSO_{\mathbf{O}}$ ist weder $\alpha >_{\mathbf{O}} \alpha$ noch $\alpha > \mathbf{O}\alpha$ allgemeingültig.

[96]Vgl. die Diskussion von Formel (3.1.i) auf 51 und das 1. Axiom von SDL_2, Kap. (3.2.2) S. 62.
[97][Asher and Bonevac, 1997, S. 188.]

7.7.3 Kritik: Der schwerfällige Mechanismus der nichtmonotonen Folgerung von CSO / CSO_O

Der vorgestellte Formalismus von CSO / CSO_O ist offenkundig sehr komplex, aus diesem Grund habe ich mich bei seiner Darstellung auf eine aussagenlogische Basis beschränkt und auf die Behandlung eingebetteter Normen verzichtet. Ich liste zur Übersicht die Schritte zur Gewinnung einer nichtmonotonen Folgerung aus einer Prämissenmenge auf:

1. Bestimme die normativen und faktischen Welten der Prämissen. Teile die Prämissen in faktische und normative Aussagen:
   (a) Bestimme, welche Prämissen normativ und welche nicht normativ sind.
   (b) Bestimme, in welchen Welten eines kanonischen Modells die normativen Formeln der Prämissen erfüllt sind - dies sind die normativen Welten der Prämissenmenge. Die Welten, in denen die nicht normativen Formeln der Prämissen erfüllt sind, sind die faktischen Welten.
2. Nimm an, daß die Welten der Prämissen so normal wie nur möglich sind und die idealen Welten der Prämissen sowohl aus aus doxastischer als auch deontischer Sicht so normal wie möglich sind. Dazu müssen die Funktionen $\bullet$ und $*$ für Mengen von Welten, nämlich für *Informationsstände*, erweitert werden:
   (a) Definiere die faktische Normalisierung eines Informationsstandes.
   (b) Definiere die deontische Normalisierung eines (erweiterten) Informationsstandes.
3. Definiere die Aktualisierungsfunktion eines Informationsstandes.
4. Definiere die Unterstützung einer Formel durch ein Modell und einen erweiterten Informationsstand.
5. Definiere, wann eine Formel gemäß einer Supervaluierung wahr ist:
   (a) Definiere die Wahrheitswertzuweisung einer Formel, die zu einem Modell M und einem erweiterten Informationsstand konform ist.

(b) Definiere, wann ein Modell M und ein *erweiterter* Informationsstand K eine Formel unterstützen.

6. Definiere die transfinite Rekursion der P-Normalisierungskette einer beliebigen abzählbaren Menge von Propositionen P ausgehend von einem Informationsstand K. Diese Normalisierungskette mündet immer in einer Fixpunktmenge C.

7. Definiere, welche Formeln von dem Fixpunkt C^* in einem kanonischen Modell M^* gemäß einer P-Normalisierungskette unterstützt werden.

   (a) Den Fixpunkt C^* erhält man, in dem man eine beliebige P-Normalisierungskette bei dem erweiterten Informationsstand $K = \langle W^* + \Gamma, W^* \rangle$ beginnen läßt.

   (b) Der erweiterte Informationsstand K wird dadurch gewonnen, daß unser zu Beginn leerer Informationsstand $K = \langle W^*, \emptyset \rangle$ mit Γ aktualisiert wird.

8. Bestimme die Menge $Prop(\Gamma)$ der Antecedenzia aller Formeln oder Teilformeln von Γ und bestimme, welche Formeln von dem Fixpunkt C^* in einem kanonischen Modell M^* gemäß einer P-Normalisierungskette $Prop(\Gamma)$ unterstützt werden.

Die Autoren geben kein formales Kriterium, wie man die Prämissenmenge in einen doxastischen und einen deontischen Teil trennen kann.[98]

Die Definitionen von "Aktualisieren eines Informationsstandes" (46), "Unterstützung einer Formel durch einen Informationsstand" (47) und "Unterstützung einer Formel durch einen erweiterten Informationsstand" (49) sind im Original oft formal nicht ganz korrekt dargestellt.

Der Prozess der Normalisierung einer Menge von Propositionen[99] mit eventuell mehreren Durchläufen einer $P-$Normalisierungskette ist äußerst schwerfällig, die dafür benötigten Definitionen fehlen in vielen Fällen und sind häufig - zumindest auf Anhieb - nicht nachvollziehbar und darüber hinaus im Original verwirrend angeordnet.[100]

[98] So eine Definition kann aber leicht nachgeliefert werden: Ich nenne eine Formel α einer Prämissenmenge Γ *deontisch*, wenn in α ein deontischer Operator vorkommt, ansonsten ist α eine doxastische Prämisse. Etwas komplexer ist die Bestimmung der faktischen und der normativen Welten eines erweiterten Informationsstandes. Vgl. hierzu die Definition (44) von einer normativen Welt.

[99] Siehe Definition (45), S. 153.

[100] Vgl. etwa Fn (64), S. 153.

Kapitel 8

Resumee

In dieser Arbeit wurde versucht, an Hand der Behandlung bedingter Normen die Entwicklung der deontischen Logik von ihrem klassischen Standardsystem bis hin zu den modernen nichtmonotonen Systemen nachzuzeichnen. Im ersten Teil der Arbeit wurden die konventionelle deontische Standardlogik SDL, ihre Probleme, und ihr Ausbau zu einer dyadischen deontischen Logik SDL_2 vorgestellt. Beide Systeme wurden in ihrer Behandlung bedingter Normen einer Kritik unterzogen. Ich will hier Donald Nute, den Herausgeber von “Defeasible Deontic Logic”, zu Worte kommen lassen:[1]

> Various notions from normative reasoning, including the notions of *prima facie* obligation, contrary-to-duty obligations, and moral dilemmas have raised serious problems for deontic logicians, problems which have defied solution within standard deontic logic and its extensions.

Nach einer Diskussion der Probleme von SDL und SDL_2 wurden zwei Systeme vorgestellt, deren Schwerpunkt die nichtmonotone Behandlung von bedingten Normen ist. Das System H von Horty ist ein regelbasiertes System, das auf einer Defaulttheorie aufgebaut ist. Das System CSO / CSO_O von Asher und Bonevac erlaubt die Entwicklung von zwei anfechtbaren Konzepten für bedingte Normen. Dieser Ansatz hat gegenüber dem System von Horty den Vorteil, daß viele alltagssprachliche moralische Abwägungen natürlich mit generischen deontischen Konditionalen modelliert werden können. Beide Arten von nichtmonotonen deontischen Konditionalen sind in CSO / CSO_O mit gleicher theoreti-

[1] [Nute and Xiaochang, 1997, S. 1.]

scher Grundlage ausgestattet, und mit keinem Ansatz ist eine problematische Formel wie $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ allgemeingültig.

Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Eigenschaften der vorgestellten deontischen Systeme

Ich will hier stichpunktartig einige Eigenschaften der besprochenen Systeme bezüglich bedingter Normen zusammenfassen. Indem ich nicht nur einige Unterschiede zwischen den Systemen darlege, sondern auch einige Gemeinsamkeiten hervorhebe, will ich einen Bogen in der Palette der deontischen Logiken von dem klassischen SDL hin zu den modernen nichtmonotonen Systemen spannen.[2]

DEFINITION 54 ((NICHT)MONOTONIE VON OBJEKT- UND METASPRACHE)
Eine Sprache mit einem monotonen Junktor nenne ich “monoton in der objektsprachlichen Implikation”, kurz: “monoton in der Objektsprache”. Analog nenne ich eine Sprache mit einem nichtmonotonen Junktor “nichtmonoton in der objektsprachlichen Implikation”, oder kurz: “nichtmonoton in der Objektsprache”. Eine Sprache mit einer monotonen Folgerungsrelation nenne ich “monoton in der metasprachlichen Folgerungsrelation”, oder “monoton in der Metasprache”. Eine Sprache mit einer nichtmonotonen Folgerungsrelation nenne ich “nichtmonoton in der metasprachlichen Folgerungsrelation” oder kurz: “nichtmonoton in der Metasprache”.

Die Eigenschaften von SDL

In SDL kann man bedingte Normen auf zwei Arten darstellen:

- $\mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta)$ und
- $\alpha \rightarrow \mathbf{O}\beta$

Beide Varianten verwenden die materiale Implikation als das klassische monotone Konditional mit folgenden Eigenschaften:

- wenn $\models \mathbf{O}(\alpha \rightarrow \beta)$, dann gilt auch: $\models \mathbf{O}[(\alpha \wedge \gamma) \rightarrow \beta]$ und

[2] Dazu verwende ich für ein klassifizierendes Kriterium die in (4.1.2), S. 82 gegebenen Bestimmungen.

- wenn $\models \alpha \to \mathbf{O}\beta$, dann gilt auch $\models (\alpha \wedge \gamma) \to \mathbf{O}\beta$

Die Folgerungsbeziehung von SDL ist klassisch und somit ebenfalls monoton:

- wenn $\{\alpha\} \models \beta$, dann gilt auch $\{\alpha \wedge \gamma\} \models \beta$

Halten wir fest:

- SDL ist bezüglich der Darstellung bedingter Normen monoton in der Objektsprache.
- SDL ist bezüglich der Darstellung bedingter Normen auch monoton in der Metasprache.

Ernste Probleme von SDL sind:

- das "Paradox des guten Samariters"
- und die Paradoxie von Chisholm.
- Man hat keine Möglichkeit, die Gültigkeit einer bedingten Norm relativ zu wechselnden Umständen auszudrücken.

Die Eigenschaften von SDL_2

In SDL_2 wird eine bedingte Norm durch das primitive Symbol eines dyadischen Normoperators dargestellt:

- $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$

Diese Version eines deontischen Konditionales ist nichtmonoton im Junktor $/$:

- $\mathbf{O}(\beta/\alpha) \not\models_{\text{SDL}_2} \mathbf{O}(\beta/\alpha \wedge \gamma)$

Die Folgerungsrelation von SDL_2 ist allerdings klassisch:

- wenn $\{\alpha\} \models \beta$, dann gilt auch $\{\alpha \wedge \gamma\} \models_{\text{SDL}_2} \beta$

Somit können wir festhalten:

- SDL_2 ist nichtmonoton in der Objektsprache.
- In SDL_2 tritt die Paradoxie von Chisholm nicht auf.
- SDL_2 ist aber monoton in der Metasprache.

Probleme von SDL_2

- In SDL_2 ist eine unplausible Formel ein Theorem: $\vdash_{SDL_2} \mathbf{O}(\alpha/\alpha)$
- In SDL_2 ist keine modifizierte "Stärkung des Antecedens" erlaubt. Da die einzige Folgerungsrelation von SDL_2 klassisch ist, das Konditional für bedingte Normen allerdings nichtmonoton ist, kann man aus $\mathbf{O}(\beta/\top)$ nie $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ ableiten, auch dann nicht, wenn zusätzlich noch das Antecedens α der spezifischeren Norm $\mathbf{O}(\beta/\alpha)$ gegeben ist: $\{\mathbf{O}(\beta/\top), \alpha\} \not\models_{SDL_2} \mathbf{O}(\beta/\alpha)$
- Das System SDL_2 ist sehr schwach, es sind keine eingebetteten Normoperatoren und keine gemischten Formeln erlaubt.

Die Eigenschaften von Hortys System H

In Hortys System H wird für bedingte Normen derselbe primitive Junktor wie bei SDL_2 verwendet. Zusätzlich zur klassischen Folgerungsrelation $\models_H$ von H wird noch eine nichtmonotone Folgerungsrelation $\mid\!\sim_H$ definiert. Daher gilt:

- H ist nichtmonoton in der Objektsprache.
- H ist auch nichtmonoton in der Metasprache.

H hat einen wichtigen Seiteneffekt:

- In H können Normkonflikte dargestellt werden.

Probleme von System H

- $\mid\!\sim_H$ ist nicht disjunktiv im Antecedens: $\{\mathbf{O}(\gamma/\alpha), \mathbf{O}(\gamma/\beta)\} \not\mid\!\sim_H \mathbf{O}(\gamma/\alpha \vee \beta)$
- Es ist nicht klar, ob eine Formel, die von einer außer Kraft gesetzten Formel außer Kraft gesetzt wird, wieder "in Kraft" ist oder nicht.

- In H ist eine unplausible Formel ein Theorem: $\mathrel|\!\sim_{\mathrm{H}} \mathbf{O}(\alpha/\alpha)$
- Horty hat für sein System keine Syntax und keine Semantik angegeben; ich definiere die nichtmonotone Folgerungsrelation von System H etwas gekünstelt auf einem System, das identisch mit SDL_2 ist.

Die Eigenschaften von CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$

Im System CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ von Asher und Bonevac werden bedingte Normen auf zweierlei Arten dargestellt: $\alpha >_{\mathbf{O}} \beta$ und $\alpha > \mathbf{O}\beta$. Darüber hinaus wird für CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ eine nichtmonotone Folgerungsrelation $\mathrel|\!\approx$ definiert. Es gilt daher:

- CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ ist nichtmonoton in der Objektsprache.
- CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ ist nichtmonoton in der Metasprache.

Außerdem hat CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ folgende Eigenschaften:

- Es wird ein leistungsfähiges Konzept für bedingte und unbedingte prima-facie-Normen geliefert.
- Es wird ein Konzept zur Behandlung von aktualen Normen geliefert.
- Es wird eine Behandlung von Normkonflikten geliefert.
- Eine problematische Formel wie $\mathbf{O}(\alpha/\alpha)$ ist weder monoton, noch nichtmonoton allgemeingültig: $\not\mathrel|\!\approx \alpha >_{\mathbf{O}} \alpha$, $\not\mathrel|\!\approx \alpha > \mathbf{O}\alpha$, bzw $\not\models \alpha >_{\mathbf{O}} \alpha$ und $\not\models \alpha > \mathbf{O}\alpha$.

Probleme von CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$:

- Der Mechanismus zur Definition der nichtmonotonen Folgerungsrelation von CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$ ist äußerst schwerfällig.

Schlußwort

Die Reihe der vier vorgestellten Systeme spiegelt nicht nur die zeitliche Reihenfolge dieser Systeme wieder, sondern zeigt auch den Übergang von dem in Objekt- und Metasprache monotonen SDL über das objektsprachlich nichtmonotone SDL_2 hin zu den Systemen H und CSO / $\mathrm{CSO}_{\mathbf{O}}$, die sowohl in ihrer objektsprachlichen Implikation als auch in der nichtmonotonen Folgerungsrelation nichtmonoton sind.

Literaturverzeichnis

[Aqvist, 1967] Aqvist, L. (1967). Good samaritans, contrary to duty paradoxes and epistemic obligations. *Nous*, 1:361–380.

[Aqvist, 1984] Aqvist, L. (1984). Deontic Logic. In Gabbay, D. and Guenther, F., editors, *Handbook of Classical Logic*, volume II: Extensions of classical logic, pages 605–714. Reidel, Dordrecht.

[Asher and Bonevac, 1997] Asher, N. and Bonevac, D. (1997). Common sense obligation. In Nute, D., editor, *Defeasible Deontic Logic*, pages 159–203. Kluwer, Dordrecht.

[Brewka, 1991] Brewka, G. (1991). Cumulative default logic: In defense of nonmonotonic inference rules. *Artificial Intelligence*, 50:183–205.

[Brewka et al., 1997] Brewka, G., Dix, J., and Konolige, K. (1997). *Nonmonotonic Reasoning - An Overview*. CSLI Publications, Stanford.

[Chellas, 1980] Chellas, B. F. (1980). *Modal Logic: An Introduction*. Cambridge University Press, Cambridge.

[Chisholm, 1963] Chisholm, R. M. (1963). Contrary to-duty-imperatives and deontic logic. *Analysis*, 24:33–36.

[Davis, 1980] Davis, M. (1980). The mathematics of non-monotonic reasoning. *Artificial Intelligence*, 13(1):73–80.

[Elkan, 1990] Elkan, C. (1990). A rational reconstruction of nonmonotonic truth-maintenance systems. *Artificial Intelligence*, 43:219–234.

[Forrester, 1984] Forrester, J. W. (1984). Gentle murder, or the adverbial samaritan. *Journal Of Philosophy*, 81:193–197.

[Hansen, 2004] Hansen, J. (2004). Conflicting imperatives and dyadic deontic logic. www.hh.shuttle.de/win/Joerg.Hansen/Deon04/Deon04.pdf.

[Hansson, 1968a] Hansson, B. (1968a). Choice structures and preference relations. *Synthese*, 18:443–458.

[Hansson, 1968b] Hansson, B. (1968b). Fundamental axioms for preference relations. *Synthese*, 18:423–442.

[Hansson, 1969] Hansson, B. (1969). An analysis of some deontic logics. *Nous*, 3:373–398. In: Hilpinen, R., editor (1971), *Deontic Logic: Introductory And Sysrematic Reading*, pages 121-147, Reidel, Dordrecht.

[Hilpinen, 1971] Hilpinen, R., editor (1971). *Deontic logic: Introductory And Systematic Readings*. Reidel, Dordrecht.

[Hintikka, 1971] Hintikka, J. (1971). Some main problems of deontic logic. In Hilpinen, R., editor, *Deontic Logic: Introductory And Systematic Reading*, pages 95–104. Reidel, Dordrecht.

[Horty, 1991] Horty, J. F. (1991). Moral dilemmas and nonmonotonic logic (preliminary version). In Meyer, J.-J. C. and Wieringa, R., editors, *Proceedings Of DEON'91*, pages 212–231, Amsterdam. DEON'91.

[Horty, 1993] Horty, J. F. (1993). Deontic logic as founded on nonmonotonic logic. *Annals Mathematics And Artificial Intelligence*, 9:69–91. Die Seitenangaben beziehen sich auf die Internetausgabe, S. 1-31, zu finden bei: http://www.umiacs.umd.edu/users/horty/articles/1993-deontic.pdf.

[Horty, 1997] Horty, J. F. (1997). Nonmonotonic foundations for deontic logic. In [Nute, 1997], pages 17–44.

[Hughes and Cresswell, 1996] Hughes, G. and Cresswell, M. (1996). *A New Introduction To Modal Logic*. Routledge, London.

[Kant, 1788] Kant, I. (1788). *Kritik der Praktischen Vernunft*. Meiner, Hamburg.

[Kraus et al., 1990] Kraus, S., Lehmann, D., and Magidor, M. (1990). Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics. *Artificial Intelligence*, 44:167–207.

[Lenk, 1974] Lenk, H. (1974). *Normenlogik*. UTB Verlag, Pullach bei München.

[Lifschitz, 1994] Lifschitz, V. (1994). Circumscription. In Gabbay, D., Hogger, C., and Robinson, J., editors, *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, volume III, chapter Nonmonotonic and Uncertain Reasoning, pages 297–352. Oxford University Press.

[Loui and Norman, 1995] Loui, R. P. and Norman, J. (1995). Rationales and argument moves. *Artificial Intelligence And Law*, page 159.

[Makinson, 1993] Makinson, D. (1993). Five faces of minimality. *Studia Logica*, 52:339–379.

[Makinson, 1994] Makinson, D. (1994). General patterns in nonmonotonic reasoning. In *Handbook Of Logic In Artificial Intelligence And Logic Programming*, volume III, pages 35–110. Oxford University Press, Oxford.

[McCarthy, 1980] McCarthy, J. (1980). Circumscription - a form of nonmonotonic reasoning. *Artificial Intelligence*, 13:27–39.

[McCarthy, 1986] McCarthy, J. (1986). Applications of circumscription to formalizing common sense knowledge. *Artificial Intelligence*, 28:89–116.

[McDermott and Doyle, 1980] McDermott, D. and Doyle, J. (1980). Non-monotonic logic I. *Artificial Intelligence*, 13:41–72.

[Morreau, 1997] Morreau, M. (1997). Reasons to think and act. In [Nute, 1997], pages 139–158.

[Morscher, 1974] Morscher, E. (1974). Grundprobleme der Normenlogik. Salzburg.

[Morscher, 1982] Morscher, E. (1982). Antinomies and incompatibilities within normative languages - some semantic considerations. In Martino, A. A., editor, *Deontic Logic, Computational Linguistics and Legal Information Systems*, volume II, pages 83–102. North Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford.

[Morscher, 1996] Morscher, E. (1996). Skript zur Ethikvorlessung. Vorlesung zur Ethik an der Universität Salzburg (Erstfassung 1982, Letztfassung 2003).

[Morscher, 1998] Morscher, E. (1998). Mallys Axiomensystem für die deontische Logik - Rekonstruktion und kritische Würdigung. In Hieke, A., editor, *Ernst Mally - Versuch einer Neubewertung*, pages 81–165. Academia Verlag, Sankt Augustin.

[Morscher, 2002a] Morscher, E. (2002a). The definition of moral dilemmas: A logical confusion and a clarification. *Ethical Theory and Moral Practice*, 5:485–491.

[Morscher, 2002b] Morscher, E. (2002b). Deontische Logik. In Düwell, M., Hübenthal, C., and Werner, M. H., editors, *Handbuch der Ethik*, pages 319–325. Metzler, Stuttgart, Weimar.

[Nute, 1997] Nute, D., editor (1997). *Defeasible Deontic Logic*. Kluwer, Dordrecht.

[Nute and Xiaochang, 1997] Nute, D. and Xiaochang, Y. (1997). Introduction. In [Nute, 1997], pages 1–16.

[Prior, 1954] Prior, A. N. (1954). The paradoxeds of derived obligation. *Mind*, 63:64–65.

[Reiter, 1980] Reiter, R. (1980). A logic for default reasoning. *Artificial Intelligence*, 13:81–132.

[Rescher, 1958] Rescher, N. (1958). An axiom system for deontic logic. *Philosophical Studies*, 9:24–30.

[Ross, 1930] Ross, W. D. (1930). *The Right And The Good*. Oxford University Press, Oxford.

[Russell, 1905] Russell, B. (1905). On denoting. *Mind*, 14.

[Ryu and Lee, 1997] Ryu, Y. and Lee, R. (1997). Deontic logic viewed as defeasible reasoning. In [Nute, 1997], pages 123–137.

[Schurz, 1994] Schurz, G. (1994). Probabilistic justification of default reasoning. In Nebel, B. and Dreschler-Fischer, L., editors, *KI-94: Advances in Artificial Intelligence*, number 861 in Lecture Notes in AI, pages 248–259. Springer, Berlin.

[Schurz, 2001] Schurz, G. (2001). What is “normal”? an evolution-theoretic foundation of normic laws and their relation to statistical normality. *Philosophy of Science*, (28):476–497.

[Shoham, 1987] Shoham, Y. (1987). A semantical approach to non-monotonic logics. In *Proceedings Of The Tenth International Joint Conference On Artificial Intelligence*. IJCAI’87.

[Spohn, 1975] Spohn, W. (1975). An analysis of Hansson’s dyadic deontic logic. *Journal Of Philosophical Logic*, 4:237–252.

[Stranzinger, 1977] Stranzinger, R. (1977). Die Paradoxien der deontischen Logik. In Tammelo, I. and Schreiner, H., editors, *Grundzüge und Grundverfahren der Rechtslogik*, volume 2, pages 142–159. Verlag Dokumentation, München.

[Tarski, 1956] Tarski, A. (1956). *Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford University Press, Oxford.

[Thomason, 1981] Thomason, R. (1981). Deontic logic as founded on tense logic. In Hilpinen, R., editor, *New Studies In Deontic Logic*, pages 141–152. Reidel, Dordrecht.

[Tomberlin and McGuinness, 1977] Tomberlin, J. E. and McGuinness, F. (1977). “Because” and good samaritans. *Critica*, 9:67–81.

[van der Torre and Tan, 1997] van der Torre, L. and Tan, Y.-H. (1997). The many faces of defeasibility in defeasible deontic logic. In Nute, D., editor, *Defeasible Deontic Logic*, pages 79–121. Kluwer, Dordrecht.

[van Fraassen, 1972] van Fraassen, B. (1972). The logic of conditional obligation. *Journal Of Philosophical Logic*, 1:417–438.

[van Fraassen, 1973] van Fraassen, B. (1973). Values and the heart’s command. *Journal Of Philosophy*, 70:5–19.

[von Kutschera, 1973] von Kutschera, F. (1973). *Logik der Normen*. Karl Alber, Freiburg, München.

[von Wright, 1951] von Wright, G. H. (1951). Deontic logic. *Mind*, 60:1–15.

[von Wright, 1964] von Wright, G. H. (1964). A new system of deontic logic. *Danish Yearbook Of Philosophy*, 1:173–182. In: Hilpinen, R., editor (1971), *Deontic Logic: Introductory And Sysrematic Reading*, pages 121-147, Reidel, Dordrecht.

[von Wright, 1977] von Wright, G. H. (1977). Deontische Logik und die Theorie der Bedingungen. In *Georg Henrik von Wright: Handlung Norm und Intention, Untersuchungen zur deontischen Logik*. Springer, Berlin.