INSTITUTO FEDERAL Piauí Campus Picos	**INSTITUTO FEDERAL DA PIAUÍ** **Campus Picos**
	Disciplina: Matemática Computacional
	Professor(a): Rogerio Figueredo de Sousa
	Curso: Análise e Desenvolvimento de Sistemas **Semestre:** 1
	Lista 4: Conjuntos

1. Julgue se os conjuntos são finitos ou infinitos:

   a) Conjunto das letras do alfabeto;

   b) $P = \{y | y = 2x \ e \ x \in \mathbb{N}\}$

   c) $M = \{x \in \mathbb{N} | x > 0 \ e \ x < 6\}$

   d) O conjunto do números naturais.

2. Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos:

   1. $A = \{x | x \text{ é um inteiro e } 3 < x < 8\}$
   2. $B = \{x | x \text{ é um mês com exatamente } 30 \text{ dias}\}$
   3. $C = \{x | x \text{ é a capital do Brasil}\}$
   4. $D = \{x | (\exists y)(y \in \{0, 1, 2\} \ e \ x = y^3)\}$
   5. $E = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ (\exists y)(y \in \mathbb{N} \ e \ x \leq y)\}$
   6. $F = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ (\forall y)(y \in \mathbb{N} \ \rightarrow \ x \leq y)\}$
   7. $A = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ (\forall y)(y \in \{2, 3, 4, 5\}) \rightarrow x \geq y\}$.
   8. $B = \{x | (\exists y)(\exists z)(y \in \{1, 2\} \ e \ z \in \{2, 3\} \ e \ x = y + z)\}$

3. Descreva cada um dos conjuntos a seguir através de uma relação de recorrência.

   a) $A = \{2, 4, 16, 256, ...\}$

   b) $B = \{1, 4, 9, 16, ...\}$

   c) $C = \{1, 3, 9, 27, ...\}$

4. Sejam $A = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ x \geq 5\}$, $B = \{10, 12, 16, 20\}$ e $C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \ e \ x = 2y)\}$
   Quais das proposições abaixo são verdadeiras:

   a) $B \subseteq C$

   b) $B \subset A$

   c) $A \subseteq C$

   d) $26 \in C$

   e) $\{11, 12, 13\} \subseteq A$

   f) $\{11, 12, 13\} \subset C$

   g) $\{12\} \in B$

   h) $\{12\} \subseteq B$

   i) $\{x | x \in \mathbb{N} \ e \ x < 20\} \nsubseteq B$

   j) $5 \subseteq A$

   k) $\{\emptyset\} \subseteq B$

   l) $\emptyset \notin A$

5. Sejam: $A = \{x | x \in \mathbb{R} \ e \ x^2 - 4x + 3 = 0\}$ e $B = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ 1 \leq x \leq 4\}$ Prove que $A \subset B$.

6. Sejam $A = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ x^2 < 15\}$ e $B = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ 2x < 7\}$
   Prove que $A = B$.

7. Para $A = \{1, 2, 3\}$, qual é o $\wp(A)$?

8. Se S tem n elementos, então $\wp(A)$ tem quantos elementos?

9. Sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, considere as afirmativas a seguir.

   1. $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{2, 3, 4\}\}$ é uma partição de A.
   2. $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{3, 4\}\}$ é uma partição de A.
   3. $\mathcal{P}(A) = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$ é uma partição de A.
   4. $\mathcal{P}(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$ é uma partição de A.

   Assinale a alternativa correta.

   a) Somente as afirmativas I e II são corretas;
   b) Somente as afirmativas I e IV são corretas;
   c) Somente as afirmativas III e IV são corretas;
   d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas;
   e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas;

10. Sejam

$$A = \{x | x \textit{ é um inteiro não} - \textit{negativo par}\}$$
$$B = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \textit{ e } x = 2y + 1)\}$$
$$C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \textit{ e } x = 4y)\}$$

   Julgue a veracidade de cada alternativa:

   a) $A \cup B$
   b) $A = B$
   c) $C \subset A$
   d) $A \cup C$
   e) $A - C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \textit{ e } x = 4y + 2)\}$

11. Sejam

$$A = \{1, 2, 3, 5, 10\}$$
$$B = \{2, 4, 7, 8, 9\}$$
$$C = \{5, 8, 10\}$$

   Se $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, encontre:

   a) $|A| + |B|$
   b) $A \cup B$
   c) $A - C$
   d) $B \cap (A \cup C)$
   e) $\overline{C}$

12. Usando as identidades básicas, prove a identidade:

$$[C \cap (A \cup B)] \cup \left[(A \cup B) \cap \overline{C}\right] = A \cup B$$

(A, B e C são subconjuntos arbitrários de S.)

13. Enuncie a identidade dual do exemplo anterior.

14. Usando as identidades básicas, prove a identidade:

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$$

15. Liste os elementos dos seguintes conjuntos:

    a) $\{x \mid x \textit{ é um número real e } x^2 = 1\}$
    b) $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \textit{ e } |x| < 4\}$ ($|x|$ denota a função valor absoluto)
    c) $\{x \mid x \textit{ é múltiplo de } 4\}$

16. Descreva cada um dos seguintes conjuntos, atribuindo-lhes uma propriedade específica:

    a) $S = \{1, 4, 9, 16\}$
    b) $S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, ...\}$
    c) $S = \{0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, \ldots\}$

17. Sejam os conjuntos: $A = \{x \mid x \textit{ é par positivo e } x < 15\}$, $B = \{x \in N \mid x < 15\}$ e $C = \{x \mid x < 15 \textit{ e } x \textit{ é primo}\}$. Insira os elementos correspondentes no diagrama de Euler-Venn:

18. Faça um diagrama de Euler-Venn que simbolize a seguinte situação: A, B, C, D são conjuntos não vazios e $D \subset C \subset B \subset A$.

19. Sejam U (*universo*) $= \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n \leq 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | (x-1)(x-3)^3 = 0\}$ e $C = \{n \in \mathbb{N} | \; n \textit{ é ímpar}\}$. Determine:

    a) $A \cup B$
    b) $A \cap (B \cup C)$
    c) $C - A$
    d) $\overline{A} \cup C$
    e) a cardinalidade de A, B e C

20. Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$ e $C = \{0, 1\}$. Encontre os seguintes produtos cartesianos:

    a) $A \times B$
    a) $C \times A$

21. A, B e C são subconjuntos de um conjunto S. Prove as identidades a seguir usando as identidades básicas envolvendo conjuntos.

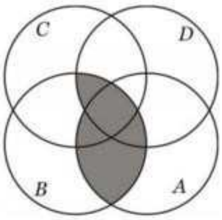
    a) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$
    b) $A \cap (B \cap \overline{A}) = B \cap A$ [OBS: Corrigida no gabarito]

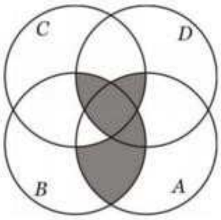
22. Encontre A e B, se $A - B = \{1, 5, 7, 8\}$, $B - A = \{2, 10\}$, e $A \cap B = \{3, 6, 9\}$.

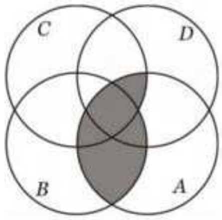
23. Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ e $C = \{2, 4, 5, 7\}$, obtenha um conjunto X tal que $X \subset A$ e $A - X = B \cap C$.

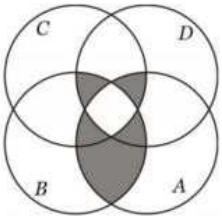
24.

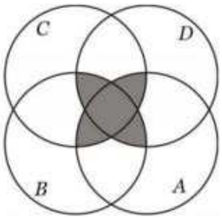
18 **Considerando os conjuntos A, B, C e D, assinale a alternativa que representa, corretamente, a região sombreada associada à relação $\{(A \cap B) \cup (C \cap D)\} \cap \{(A \cap B) \cup (B \cap C)\}$.**

a)


b)


c)


d)


e)


Gabarito

Questão 1:

a) Finito

b) Infinito

c) Finito

d) Infinito

Questão 2:

a) $A = \{4, 5, 6, 7\}$

b) $B = \{Abril, Junho, Setembro, Novembro\}$

c) $C = \{Brasília\}$

d) $D = \{0, 1, 8\}$

e) $E = \{0, 1, 2, ...\}$

f) $F = \{0\}$

g) $A = \{5, 6, 7, ...\}$

h) $B = \{3, 4, 5\}$

Questão 3:

a)
- $2 \in A$
- Se $n \in A$, então $n^2 \in A$

b)
- $a_1 = 1$
- $n \in \mathbb{N}+, a_{n+1} = a_n + 2n - 1$

c)
- $1 \in C$
- Se $n \in C$, então $3n \in C$

Questão 4:

a) V

b) V

c) F

d) V

e) V

f) F

g) F (Operador $\in$ é aplicado a elementos e não a conjuntos)

h) V

i) V

j) F (observar operador)

k) F

l) V

Questão 5:

Seja $x \in A$. Então $x \in \mathbb{R}$ e $x^2 - 4x + 3 = 0$ ou $(x-1)(x-3) = 0$, o que nos dá $x = 1$ ou $x = 3$. Em qualquer dos casos, $x \in \mathbb{N}$ e $1 \leq x \leq 4$, de modo que $x \in B$. Portanto, $A \subseteq B$. O número 4 pertence a B, mas não pertence a A, logo $A \subset B$.

Questão 6:

Sejam $A = \{x | x \in x^2 < 15\}$ e $B = x | x \in \mathbb{N} e 2x < 7$.

Para provar que $A = B$, vamos mostrar que $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$. Para $A \subseteq B$, precisamos escolher um elemento arbitrário de A — ou seja, qualquer coisa que satisfaça a propriedade que caracteriza os elementos de A — e mostrar que satisfaz a propriedade que caracteriza os elementos de B. Seja $x \in A$. Então x é um inteiro não negativo que satisfaz a desigualdade $x^2 < 15$. Os inteiros não negativos cujos quadrados são menores do que 15 são 0, 1, 2 e 3, logo esses são os elementos de A. O dobro de cada um desses inteiros não negativos é um número menor do que 7. Portanto, todo elemento de A pertence a B e $A \subseteq B$.

Vamos mostrar agora que $B \subseteq A$. Todo elemento de B é um inteiro não negativo cujo dobro é menor do que 7. Esses números são 0, 1, 2 e 3, e cada um deles tem o quadrado menor do que 15, logo $B \subseteq A$.

Questão 7:

$\wp(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$.

Questão 8:

2^n elementos.

Questão 9:

c

Questão 10:

a) - (anulada) $[A \cup B = \mathbb{N}]$

b) F

c) V

d) - (anulada) $[A \cup C = A]$

e) V

Questão 11:

a) 10

b) $\{1,2,3,4,5,7,8,9,10\}$

c) $\{1,2,3\}$

d) $\{2,8\}$

e) $\{1,2,3,4,6,7,9\}$

Questão 12:

- $[(A \cup B) \cap C] \cup \left[(A \cup B) \cap \overline{C}\right]$
- $(A \cup B) \cap (C \cup \overline{C})$
- $(A \cup B) \cap S$
- $(A \cup B)$

- (comutatividade)
- (distributividade)
- (complemento)
- (elemento neutro)

Questão 13:

$[C \cup (A \cap B)] \cap \left[(A \cap B) \cup \overline{C}\right] = A \cap B$

Questão 14:

- $A \cup (B \cap \overline{B})$
- $A \cup \emptyset$
- A

- (distributividade)
- (complemento)
- (elemento neutro)

Questão 15:

a) $\{-1, 1\}$

b) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

c) $\{4, 8, 12, 16, 20, ...\}$

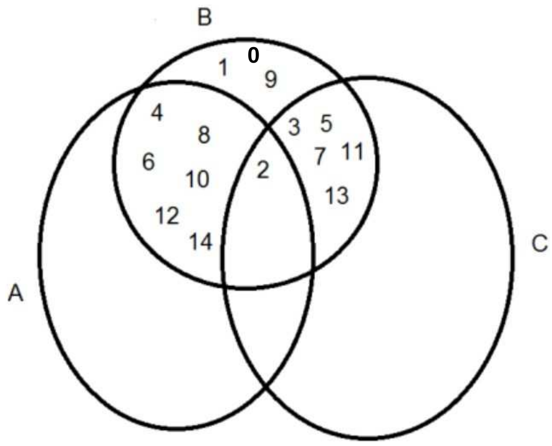
Questão 16:

a) $\{x|(\exists y)(y \in \{1, 2, 3, 4\}\ e\ x = y^2)\}$

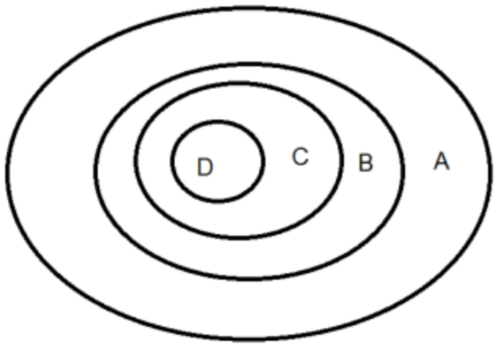
b) $\{x|$x são os números primos$\}$

c) $\{x|$x é um inteiro não negativo escrito em forma binária$\}$

Questão 17:



Questão 18:



Questão 19:

a) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

b) $\{1, 3\}$

c) $\{5, 7, 9, 11, ...\}$

d) $\{0, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 17, ...\}$

e) $\{4, 2, \infty\}$

Questão 20:

a) $\{(a, x), (a, y), (b, x), (b, y), (c, x), (c, y)\}$

b) $\{(0, a), (0, b), (0, c), (1, a), (1, b), (1, c)\}$

Questão 21:

a)
- $A \cup (B \cap \overline{B})$ — (distributividade)
- $A \cup \emptyset$ — (complemento)
- A — (elemento neutro)

b) Correção: $A \cap (B \cup \overline{A}) = B \cap A$

- $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{A})$ — (distributividade)
- $(A \cap B) \cup \emptyset$ — (complemento)
- $(A \cap B)$ — (elemento neutro)
- $(B \cap A)$ — (comutatividade)

Questão 22:
$A = \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e $B = \{2, 3, 6, 9, 10\}$

Questão 23:
$X = \{1, 3, 5\}$

Questão 24:
a