	INSTITUTO FEDERAL DA PIAUÍ **Campus Picos**
INSTITUTO FEDERAL Piauí Campus Picos	**Disciplina:** Matemática Computacional
	Professor(a): Rogerio Figueredo de Sousa
	Curso: Análise e Desenvolvimento de Sistemas **Semestre:** 1
	Lista 3 - Recuperar: Lógica

1. Seja $\oplus$ o operador "xor" ("Exclusive Or") definido como $P \oplus Q := (P \leftrightarrow Q)'$, onde P, Q, R e S são proposições lógicas quaisquer. Usando a tabela verdade, prove que:
   a) $(P \oplus Q) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P' \vee Q')$
   b) $P \oplus (Q \oplus R) \Leftrightarrow (P \oplus Q) \oplus R$
   c) $(P \oplus Q) \wedge (R \oplus S) \Leftrightarrow (P \wedge R) \oplus (P \wedge S) \oplus (Q \wedge R) \oplus (Q \wedge S)$

2. Prove que o operador condicional ($\rightarrow$) é distributivo com todos operadores ($\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$). Ou seja, prove os seguintes itens, onde P , Q e R são sentenças lógicas quaisquer:
   1. $(P \rightarrow Q') \vee P'$
   2. $(P \vee (Q \oplus R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \oplus (P \vee R))$
   3. $(P \vee Q') \rightarrow Q'$
   4. $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow R)$
   5. $P \leftrightarrow (P' \vee Q')$
   6. $(P \rightarrow (Q \oplus R)) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \oplus (P \rightarrow R))$

3. Considerando as oito sentenças abaixo e assumindo que não há contradição entre elas, descubra o valor lógico (**V** ou **F**) de cada sentença. Justifique.
   - Sentença $\triangle_1$: Exatamente sete das sentenças desta questão são falsas.
   - Sentença $\triangle_2$: Exatamente seis das sentenças desta questão são falsas.
   - Sentença $\triangle_3$: Exatamente cinco das sentenças desta questão são falsas.
   - Sentença $\triangle_4$: Existem oito sentenças nesta questão.
   - Sentença $\square_1$: A Sentença $\triangle_1$ é falsa.
   - Sentença $\square_2$: A Sentença $\triangle_2$ é falsa.
   - Sentença $\square_3$: A Sentença $\square_4$ é verdadeira.
   - Sentença $\square_4$: A Sentença $\square_4$ é verdadeira.

4. Considerando as quatro sentenças abaixo, a última sentença é verdadeira? Justifique.
   - Existem quatro sentenças nesta questão.
   - Três das sentenças desta questão são falsas.
   - A última sentença é verdadeira.
   - Esta lista de exercícios está muito fácil.

5. Usando as regras da lógica proposicional, prove cada argumento abaixo, usando as letras de proposição dadas:
   - Se o programa é eficiente, executa rapidamente: ou o programa é eficiente ou tem algum bug. No entanto, o programa não executa rapidamente. Logo, ele tem um bug. E, R, B.

- Se Jane é a mais popular, ela será eleita. Se Jane é a mais popular, então Carlos vai renunciar. Portanto, se Jane é a mais popular, ela será eleita e Carlos renunciará. J, E, C
- Rússia era uma potência superior, e a França não era suficientemente poderosa ou Napoleão fez um erro. Napoleão não fez um erro, mas, se o exército não perdeu, então a França era poderosa. Portanto, o exército perdeu e a Rússia era uma potência superior. R, F, N, A (exército)
- Se José tivesse levado as joias ou se a Sra. Krasov tivesse mentido, então um crime teria sido cometido. O Sr. Krasov não estava na cidade. Se um crime tivesse sido cometido, então o Sr. Krasov estaria na cidade. Portanto, José não levou as joias. J, L (mentir), C, T (cidade)
- Emília não estava em casa ou, se Patrícia não tivesse entregado os tomates, então Sofia estaria doente. Além disso, se Emília não estivesse em casa, então Olívia teria entregado as pimentas. Mas não é verdade que Sofia estivesse doente ou que Olívia tivesse entregado as pimentas. Portanto, Patrícia deixou os tomates e Olívia não entregou as pimentas. E, P, S, O

6. Usando os símbolos predicados indicados e quantificadores apropriados, escreva cada declaração em português como uma fbf predicada. (O conjunto universo é o mundo inteiro).

   - $D(x)$: x é um dia.
   - $S(x)$: x é ensolarado.
   - $C(x)$: x é chuvoso.

   1. Todos os dias são ensolarados.
   2. Alguns dias são chuvosos.
   3. Todo dia ensolarado não é chuvoso.
   4. Alguns são ensolarados e chuvosos.
   5. Nenhum dia é ensolarado e chuvoso ao mesmo tempo.

Gabarito

Questão 1:

Questão 3:

Questão 4:

Questão 5:

Questão 6:

a) $(\forall x)P(x) \to (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$

1.	$(\forall x)P(x)$	(hip)
2.	$P(x)$	(1, pu)
3.	$P(x) \vee Q(x)$	(2, ad)
4.	$\boldsymbol{(\forall x)[P(x) \vee Q(x)]}$	**(3, gu)**

b) $(\exists x)(\exists y)P(x, y) \to (\exists y)(\exists x)P(x, y)$

1.	$(\exists x)(\exists y)P(x, y)$	(hip)
2.	$(\exists y)P(a, y)$	(1, pe)
3.	$P(a, b)$	(2, pe)
4.	$(\exists x)P(x, b)$	(3, ge)
5.	$\boldsymbol{(\exists y)(\exists x)P(x, y)}$	**(4, ge)**

c) $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)[P(x)]' \to (\exists x)Q(x)$

1.	$(\forall x)P(x)$	(hip)
2.	$(\exists x)[P(x)]'$	(hip)
3.	$[P(a)]'$	(2, pe)
4.	$P(a)$	(1, pu)
5.	$Q(a)$	(3, 4, inc)
6.	$\boldsymbol{(\exists x)Q(x)}$	**(5, ge)**