

	INSTITUTO FEDERAL DA PIAUÍ Campus Picos	
	Disciplina: Matemática Computacional	
	Professor(a): Rogerio Figueredo de Sousa	
	Curso: Análise e Desenvolvimento de Sistemas	Semestre: 1
	Lista 2: Lógica de Predicados	

1. Determine o valor lógico de cada uma das fbf's. Suponha o conjunto universo todos números reais.

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| a) $(\forall x)(x = x)$ | f) $(\forall x)(x^2 = x)$ |
| b) $(\exists x)(x^2 = x)$ | g) $(\exists x)(2x = x)$ |
| c) $(\exists x)(x = 0)$ | h) $(\exists x)(x^2 + 3x = -2)$ |
| d) $(\exists x)(x + 2 = x)$ | i) $(\exists x)(x^2 + 5 = 2x)$ |
| e) $(\forall x)(x + 1 > x)$ | j) $(\forall x)(2x + 3x = 5x)$ |

2. Determine o valor lógico de cada uma das fbf's. Suponha o conjunto universo $\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) $(\forall x)(\forall y)(x + 5 < y + 12)$ | d) $(\exists x)(\exists y)(x^2 > y)$ |
| b) $(\forall x)(\exists y)(x \cdot y \text{ não é primo})$ | e) $(\forall x)(\exists y)(x^2 > y)$ |
| c) $(\exists y)(\forall x)(x \cdot y \text{ não é primo})$ | f) $(\exists x)(\forall y)(x^2 > y)$ |

3. Usando os símbolos predicados e quantificadores, escreva cada declaração como uma fbf predicada. O conjunto universo é o mundo inteiro.

$B(x)$ é "x é uma bola".

$R(x)$ é "x é redonda".

$S(x)$ é "x é uma bola de futebol"

- Todas as bolas são redondas.
- Nem todas as bolas são bolas de futebol.
- Todas as bolas de futebol são redondas.
- Algumas bolas não são redondas.
- Algumas bolas são redondas, mas as bolas de futebol não são.
- Toda bola redonda é uma bola de futebol.
- Se as bolas de futebol são redondas, então todas as bolas são redondas.

4. Justifique cada passo na sequência de demonstração a seguir para a fbf.

$$(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \rightarrow [(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)]$$

- $(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)]$
- $P(a) \rightarrow Q(a)$
- $(\forall x)P(x)$

4. $P(a)$
5. $Q(a)$
6. $(\exists x)Q(x)$

5. Prove que cada fbf a seguir é um argumento válido.

- a. $(\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$
- b. $(\exists x)(\exists y)P(x, y) \rightarrow (\exists y)(\exists x)P(x, y)$
- c. $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)[P(x)]' \rightarrow (\exists x)Q(x)$

Gabarito

Questão 1:

- | | | | |
|------|------|------|------|
| a) F | d) F | g) V | j) V |
| b) V | e) V | h) V | |
| c) V | f) F | i) F | |

Questão 2:

- | | | |
|------|------|------|
| a) F | c) V | e) V |
| b) V | d) V | f) V |

Questão 3:

- | | |
|--|--|
| a) $(\forall x)(B(x) \rightarrow R(x))$ | e) $(\exists x)(B(x) \wedge R(x)) \wedge (\forall x)(S(x) \rightarrow R(x)')$ |
| b) $[(\forall x)(B(x) \rightarrow S(x))]'$ | f) $(\forall x)[(B(x) \wedge R(x)) \rightarrow S(x)]$ |
| c) $(\forall x)(S(x) \rightarrow R(x))$ | g) $(\forall x)(S(x) \rightarrow R(x)) \rightarrow (\forall x)(B(x) \rightarrow R(x))$ |
| d) $(\exists x)(B(x) \wedge R(x)')$ | |

Questão 4:

- | | |
|----------|------------|
| 1. hip | 4. 3, pu |
| 2. 1, pe | 5. 2,4, mp |
| 3. hip | 6. 5, ge |

Questão 5:

- a) $(\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$
- | | |
|----------------------------------|----------------|
| 1. $(\forall x)P(x)$ | (hip) |
| 2. $P(x)$ | (1, pu) |
| 3. $P(x) \vee Q(x)$ | (2, ad) |
| 4. $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$ | (3, gu) |
- b) $(\exists x)(\exists y)P(x, y) \rightarrow (\exists y)(\exists x)P(x, y)$
- | | |
|------------------------------------|----------------|
| 1. $(\exists x)(\exists y)P(x, y)$ | (hip) |
| 2. $(\exists y)P(a, y)$ | (1, pe) |
| 3. $P(a, b)$ | (2, pe) |
| 4. $(\exists x)P(x, b)$ | (3, ge) |
| 5. $(\exists y)(\exists x)P(x, y)$ | (4, ge) |
- c) $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)[P(x)]' \rightarrow (\exists x)Q(x)$

- | | |
|-------------------------|----------------|
| 1. $(\forall x)P(x)$ | (hip) |
| 2. $(\exists x)[P(x)]'$ | (hip) |
| 3. $[P(a)]'$ | (2, pe) |
| 4. $P(a)$ | (1, pu) |
| 5. $Q(a)$ | (3, 4, inc) |
| 6. $(\exists x)Q(x)$ | (5, ge) |