

 <p><b>INSTITUTO FEDERAL</b> Piauí Campus Picos</p>	<b>INSTITUTO FEDERAL DA PIAUÍ</b> <b>Campus Picos</b>	
	<b>Disciplina:</b> Matemática Computacional	
	<b>Professor(a):</b> Rogerio Figueredo de Sousa	
	<b>Curso:</b> Análise e Desenvolvimento de Sistemas	<b>Semestre:</b> 1
<b>Lista 1: Lógica Proposicional</b>		

- São dadas diversas formas de negação para cada uma das proposições a seguir. Quais estão corretas?
  - A resposta é 2 ou 3.
    - A resposta é nem 2 nem 3.
    - A resposta não é 2 ou não é 3.
    - A resposta não é 2 e não é 3.
  - Pepinos são verdes e têm sementes.
    - Pepinos não são verdes e não têm sementes.
    - Pepinos não são verdes ou não têm sementes.
    - Pepinos são verdes e não têm sementes.
  - $2 < 7$  e 3 é ímpar.
    - $2 > 7$  e 3 é par.
    - $2 \geq 7$  e 3 é par.
    - $2 \geq 7$  ou 3 é ímpar.
    - $2 \geq 7$  ou 3 é par.
- Qual é o valor lógico (V ou F) de cada uma das proposições a seguir?
  - Se 8 for ímpar, então 6 é ímpar.
  - Se 8 for par, então 6 é ímpar.
  - Se 8 for ímpar, então 6 é par.
  - Se 8 for ímpar e 6 for par, então  $8 < 6$ .
- Encontre o antecedente e o consequente de cada uma das proposições a seguir:
  - O crescimento sadio de plantas é consequência de quantidade suficiente de água.
  - O aumento da disponibilidade de informação é uma condição necessária para um maior desenvolvimento tecnológico.
  - Serão introduzidos erros apenas se forem feitas modificações no programa.
  - A economia de energia para aquecimento implica boa insulação ou vedação de todas as janelas.
- Escreva a negação de cada fbf a seguir:
  - Se a comida é boa, então o serviço é excelente.
  - Ou a comida é boa, ou o serviço é excelente.
  - Ou a comida é boa e o serviço é excelente, ou então está caro.
  - Nem a comida é boa, nem o serviço é excelente.
  - Se é caro, então a comida é boa e o serviço é excelente.

5. Sejam A, B e C as seguintes proposições:

A - Rosas são vermelhas.

B - Violetas são azuis.

C - Açúcar é doce.

Escreva as proposições compostas a seguir em notação simbólica.

- a) Rosas são vermelhas e violetas são azuis.
- b) Rosas são vermelhas e, ou bem violetas são, ou bem açúcar é doce.
- c) Sempre que violetas são azuis, rosas são vermelhas e açúcar é doce.
- d) Rosas são vermelhas apenas se violetas não forem azuis ou se açúcar for amargo.
- e) Rosas são vermelhas e, se açúcar for amargo, então ou violetas não são azuis ou açúcar é doce.

6. Use A, B e C como no exercício 5 para escrever as seguintes proposições compostas em português:

- |                                      |                                       |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $B \vee C'$                       | e) $(B \wedge C')' \leftrightarrow A$ |
| b) $B' \vee (A \rightarrow C)$       | f) $A \vee (B \wedge C')$             |
| c) $(C \wedge A') \leftrightarrow B$ | g) $(A \vee B) \wedge C'$             |
| d) $C \wedge (A' \leftrightarrow B)$ |                                       |

7. Escreva cada uma das proposições compostas a seguir em notação simbólica usando letras de proposição para denotar as componentes.

- a) Se os preços subirem, então haverá muitas casas para vender e elas serão caras; mas se as casas não forem caras, então, ainda assim, haverá muitas casas para vender.
- b) Tanto ir dormir como ir nadar é uma condição suficiente para a troca de roupa; no entanto, mudar a roupa não significa que se vai nadar.
- c) Vai chover ou nevar, mas não ambos.
- d) Se Jane vender ou perder, vai ficar cansada.
- e) Ou Jane irá vender ou, se perder, ela ficará cansada.

8. Escreva cada uma das proposições compostas a seguir em notação simbólica usando letras de proposição para denotar as componentes.

- a) Se o cavalo estiver descansado, o cavaleiro vencerá.
- b) O cavaleiro vencerá apenas se o cavalo estiver descansado e a armadura for forte.
- c) Um cavalo descansado é uma condição necessária para o cavaleiro vencer.
- d) O cavaleiro vencerá se, e somente se, a armadura for forte.
- e) Uma condição suficiente para o cavaleiro vencer é que a armadura seja forte ou o cavalo esteja descansado.

9. Construa tabelas-verdade para as fbfs a seguir. Note quaisquer tautologias, contradições e contingências.

- |  |   |
|--|---|
| a) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow A' \vee B$                       | f) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$              |
| b) $(A \wedge B) \vee C \rightarrow A \wedge (B \vee C)$               | g) $A \wedge B \leftrightarrow B' \vee A'$        |
| c) $A \wedge (A' \vee B')'$  | h) $(A \vee B') \wedge (A \wedge B)'$             |
| d) $A \wedge B \rightarrow A'$   | i) $[(A \vee B) \wedge C'] \rightarrow A' \vee C$ |
| e) $(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \vee C) \rightarrow (B \vee C)]$ |   |

10. Nas sentenças a seguir que regra de inferência é ilustrada pelo argumento dado:

- a) Se Martins é o autor, então o livro é de ficção. Mas o livro não é de ficção. Portanto, Martins não é o autor.
- b) Se a firma falir, todos os seus ativos têm que ser confiscados. A firma faliu. Segue que todos os seus bens têm que ser confiscados.
- c) O cachorro tem um pêlo sedoso e adora latir. Portanto, o cachorro adora latir.
- d) Se Paulo é um bom nadador, então ele é um bom corredor. Se Paulo é um bom corredor, então ele é um bom ciclista. Portanto, se Paulo é um bom nadador, então ele é um bom ciclista.

11. Nas fbfs a seguir use lógica proposicional para provar que o argumento é válido:

- a)  $A' \wedge (B \rightarrow A) \rightarrow B'$
- b)  $(A \rightarrow B) \wedge [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$
- c)  $[(C \rightarrow D) \rightarrow C] \rightarrow [(C \rightarrow D) \rightarrow D]$
- d)  $A' \wedge (A \vee B) \rightarrow B$
- e)  $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \wedge (A \vee D') \wedge B \rightarrow (D \rightarrow C)$
- f)  $(A' \rightarrow B') \wedge B \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow C$
- g)  $(A \rightarrow B) \wedge [B \rightarrow (C \rightarrow D)] \wedge [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow D)$
- h)  $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [B \rightarrow (A \rightarrow C)]$
- i)  $(A \wedge B) \rightarrow (A \rightarrow B)'$

12. Nas sentenças a seguir use lógica proposicional para provar que o argumento é válido. Use as letras de proposição dadas:

- a) A colheita é boa, mas não há água suficiente. Se houver muita chuva ou se não houver muito sol, então haverá água suficiente. Portanto, a colheita é boa e há muito sol. C, A, V(chuva), S
- b) Se o anúncio for bom, o volume de vendas aumentará. O anúncio é bom ou a loja vai fechar. O volume de vendas não vai aumentar. Portanto a loja vai fechar. A, V, L
- c) A Rússia era uma potência superior e, a França não era suficientemente poderosa ou Napoleão fez um erro. Napoleão não fez um erro, mas, se o exército não perdeu, então a França era poderosa. Portanto, o exército perdeu e a Rússia era uma potência superior. R, F, N, E
- d) Não é verdade que, se as tarifas de energia elétrica subirem, então o uso diminuirá, nem é verdade que, novas usinas elétricas serão construídas ou as contas não serão pagas com atraso. Portanto, o uso não vai diminuir e as contas serão pagas com atraso. T, U, E, C
- e) Se José levou as jóias ou a Sra. Krasov mentiu, então foi cometido um crime. O Sr. Krasov não estava na cidade. Se um crime foi cometido, então o Sr. Krasov estava na cidade. Portanto, José não levou as jóias. J, M, C, K

## Gabarito

**Questão 1:**

- a) i e iii                      b) ii                      c) iv

**Questão 2:**

- a) V                      b) F                      c) V                      d) V

**Questão 3:**

- a) **antecedente:** água suficiente  
**consequente:** crescimento saudável da planta
- b) **antecedente:** maior desenvolvimento tecnológico  
**consequente:** aumento da disponibilidade da informação
- c) **antecedente:** erros serão introduzidos  
**consequente:** haver uma modificação no programa
- d) **antecedente:** economia de energia  
**consequente:** boa insulação ou vedação de todas as janelas

**Questão 4:**

- a) A comida é boa mas o serviço é ruim.
- b) A comida e o serviço são ruins.
- c) A comida é ruim ou o serviço é ruim, mas o preço é baixo.
- d) A comida é boa ou o serviço é excelente.
- e) O preço é alto, mas a comida é ruim ou o serviço é ruim.

**Questão 5:**

- a)  $A \wedge B$                       c)  $B \rightarrow (A \wedge C)$                       e)  $A \wedge [C' \rightarrow (B' \vee C)]$
- b)  $A \wedge (B \vee C)$                       d)  $A \rightarrow (B' \vee C')$

**Questão 6:**

- a) Violetas são azuis ou açúcar é amargo.
- b) Violetas não são azuis ou, se rosas são vermelhas então o açúcar é doce.
- c) O açúcar é doce e rosas não são vermelhas se, e somente se, violetas são azuis.
- d) O açúcar é doce e, rosas não serem vermelhas é uma condição necessária e suficiente para violetas serem azuis.
- e) Se é falso que violetas são azuis e que açúcar é amargo, então rosas são vermelhas.
- f) As rosas são vermelhas ou, violetas são azuis e o açúcar é amargo.
- g) As rosas são vermelhas ou violetas são azuis, mas o açúcar é amargo.

**Questão 7:**

- a) A - Preços subirem; B - Haverá muitas casas para vender; C - As casas serão caras;  
 $A \rightarrow (B \wedge C) \wedge (C' \rightarrow B)$
- b) A - Ir dormir; B - Ir nadar; C - Trocar de roupa  
 $[(A \vee B) \rightarrow C] \wedge (C \rightarrow B)'$
- c) A - Vai chover; B - Vai nevar.  
 $(A \vee B) \wedge (A \wedge B)'$  ou  $A \not\leq B$
- d) A - Jane vai vender; B - Jane vai perder; C - Jane vai ficar cansada.  
 $(A \vee B) \rightarrow C$
- e) A - Jane vai vender; B - Jane vai perder; C - Jane vai ficar cansada.  
 $A \vee (B \rightarrow C)$

**Questão 8:**

Prop.: A - Cavalo estiver descansado; B - Cavaleiro vencerá; C - Armadura é forte

- a)  $A \rightarrow B$                       c)  $B \rightarrow A$                       e)  $(C \vee A) \rightarrow B$
- b)  $B \rightarrow (A \wedge C)$               d)  $B \leftrightarrow C$

**Questão 9:**

- a) Tautologia

A	B	A'	$A \rightarrow B$	$A' \vee B$	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg A \vee B$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V

- b) Contingência

A	B	C	$(A \wedge B)$	$(A \wedge B) \vee C$	$(B \vee C)$	$A \wedge (B \vee C)$	$(A \wedge B) \vee C \rightarrow A \wedge (B \vee C)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V	F	F
F	F	F	F	F	F	F	V

- c) Contingência

A	A'	B'	$A' \vee B'$	$(A' \vee B')'$	$A \wedge (A' \vee B')'$
V	F	F	F	V	V
V	F	V	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	V	V	V	F	F

d) Contingência

A	B	A'	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \rightarrow A'$
V	V	F	V	F
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

e) Tautologia

A	B	C	$(A \rightarrow B)$	$(A \vee C)$	$(B \vee C)$	$[(A \vee C) \rightarrow (B \vee C)]$	$(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \vee C) \rightarrow (B \vee C)]$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	F	F	V

f) Tautologia

A	B	$(B \rightarrow A)$	$A \rightarrow (B \rightarrow A)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

g) Contradição

A	B	A'	B'	$A \wedge B$	$B' \vee A'$	$A \wedge B \leftrightarrow B' \vee A'$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	F	V	F

h) Contingência

A	B	B'	$(A \vee B')$	$(A \wedge B)$	$(A \wedge B)'$	$(A \vee B') \wedge (A \wedge B)'$
V	V	F	V	V	F	F
V	F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	F	V	F
F	F	V	V	F	V	V

i) Contingência

A	B	C	A'	C'	$(A \vee B)$	$[(A \vee B) \wedge C']$	$A' \vee C$	$[(A \vee B) \wedge C'] \rightarrow A' \vee C$
V	V	V	F	F	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	V	F	F
V	F	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	F	F
F	V	V	V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V	V
F	F	F	V	V	F	F	V	V

Questão 10:

- a) Modus tollens                                      c) Simplificação
- b) Modus Ponens                                     d) Silogismo hipotético

Questão 11:

- a)  $A' \wedge (B \rightarrow A) \rightarrow B'$ 
  1.  $A'$  (hip)
  2.  $B \rightarrow A$  (hip)
  3.  $B'$  **(1,2,modus tollens)**
- b)  $(A \rightarrow B) \wedge [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$ 
  1.  $A \rightarrow B$  (hip)
  2.  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  (hip)
  3.  $A$  (hip da conclusão)
  4.  $B$  (1, 3, modus ponens)
  5.  $B \rightarrow C$  (2, 3, modus ponens)
  6.  $C$  **(4, 5, modus ponens)**
- c)  $[(C \rightarrow D) \rightarrow C] \rightarrow [(C \rightarrow D) \rightarrow D]$ 
  1.  $(C \rightarrow D) \rightarrow C$  (hip)
  2.  $C \rightarrow D$  (hip da conclusão)
  3.  $C$  (1, 2, modus ponens)
  4.  $D$  **(2, 3, modus ponens)**
- d)  $A' \wedge (A \vee B) \rightarrow B$

1.  $A'$  (hip)
2.  $A \vee B$  (hip)
3.  $A'' \vee B$  (2, dupla negação)
4.  $A' \rightarrow B$  (3, condicional)
5.  $B$  **(1, 4, modus ponens)**

e)  $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \wedge (A \vee D') \wedge B \rightarrow (D \rightarrow C)$

1.  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  (hip)
2.  $A \vee D'$  (hip)
3.  $B$  (hip)
4.  $D$  (hip da conclusão)
5.  $A$  (2, 4, silogismo disjuntivo)
6.  $B \rightarrow C$  (1, 5, modus ponens)
7.  $C$  **(3, 6, modus ponens)**

f)  $(A' \rightarrow B') \wedge B \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow C$

1.  $A' \rightarrow B'$  (hip)
2.  $B$  (hip)
3.  $A \rightarrow C$  (hip)
4.  $A$  (1, 2, modus tollens)
5.  $C$  **(3, 4, modus ponens)**

g)  $(A \rightarrow B) \wedge [B \rightarrow (C \rightarrow D)] \wedge [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow D)$

1.  $A \rightarrow B$  (hip)
2.  $B \rightarrow (C \rightarrow D)$  (hip)
3.  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  (hip)
4.  $A$  (hip)
5.  $B$  (1, 4, modus ponens)
6.  $B \rightarrow C$  (3, 4, modus ponens)
7.  $C$  (5, 6, modus ponens)
8.  $C \rightarrow D$  (2, 5, modus ponens)
9.  $D$  **(7, 8, modus ponens)**

h)  $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [B \rightarrow (A \rightarrow C)]$



1.  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  (hip)
2.  $B$  (hip da conclusão)
3.  $A$  (hip da hipótese da conclusão)
4.  $B \rightarrow C$  (1, 3, modus ponens)
5.  $C$  **(2, 4, modus ponens)**

i)  $(A \wedge B) \rightarrow (A \rightarrow B')'$

1.  $A \wedge B$  (hip)
2.  $A'' \wedge B''$  (1, dupla negação)
3.  $(A' \vee B')'$  (2, De Morgan)
4.  $(A \rightarrow B')'$  **(3, condicional)**

### Questão 12:

a)  $[(C \wedge A') \wedge ((V \vee S') \rightarrow A)] \rightarrow (C \vee S)$

1.  $C \wedge A'$  (hip)
2.  $(V \vee S') \rightarrow A$  (hip)
3.  $C$  (hip)
4.  $A'$  (1, simplificação)
5.  $(V \vee S')$  (2,4, modus tollens)
6.  $V' \wedge (S')'$  (5, De Morgan)
7.  $(S')'$  (6, simplificação)
8.  $S$  (7, dupla negação)
9.  $C \wedge S$  **(3, 8, conjunção)**

b)  $(A \rightarrow V) \wedge (A \vee L) \wedge V' \rightarrow L$

1.  $A \rightarrow V$  (hip)
2.  $A \vee L$  (hip)
3.  $V'$  (hip)
4.  $A'$  (1,3, modus tollens)
5.  $(A')' \vee L$  (5, dupla negação)
6.  $A' \rightarrow L$  (5, condicional)
7.  $L$  **(4, 6, modus ponens)**

c)  $[R \wedge (F' \vee N)] \wedge N' \wedge (E' \rightarrow F) \rightarrow (E \wedge R)$

1.  $R \wedge (F' \vee N)$  (hip)
2.  $N'$  (hip)
3.  $E' \rightarrow F$  (hip)
4.  $R$  (1, simplificação)
5.  $F' \vee N$  (1, simplificação)
6.  $F' \rightarrow N$  (5, condicional)
7.  $E' \rightarrow N$  (3,6, silogismo hipotético)
8.  $(E')'$  (2,7, modus tollens)
9.  $E$  (8, dupla negação)
10.  **$E \wedge R$**  (4, 6, modus ponens)

d)  $(T \rightarrow U)' \wedge (E \vee C')' \rightarrow (U' \wedge C)$

1.  $(T \rightarrow U)'$  (hip)
2.  $(E \vee C')'$  (hip)
3.  $(T' \vee U)'$  (1, condicional)
4.  $(T')' \wedge U'$  (3, lei de Morgan)
5.  $E' \wedge (C')'$  (2, lei de Morgan)
6.  $U'$  (4, simplificação)
7.  $(C')'$  (5, simplificação)
8.  $C$  (7, dupla negação)
9.  **$U' \wedge C$**  (6, 8, conjunção)

e)  $[(J \vee M) \rightarrow C] \wedge K' \wedge (C \rightarrow K) \rightarrow J'$

1.  $(J \vee M) \rightarrow C$  (hip)
2.  $K'$  (hip)
3.  $C \rightarrow K$  (hip)
4.  $C'$  (2, 3, modus tollens)
5.  $(J \vee M)'$  (1, 4, modus tollens)
6.  $J' \wedge M'$  (5, lei de Morgan)
7.  **$J$**  (6, simplificação)