Matemática Computacional

Conjuntos - Exercícios

Prof. Rogério Figueredo de Sousa

rogerio.sousa@ifpi.edu.br

22/08/2024

INSTITUTO FEDERAL
Piauí

Exercício 1: Julgue se os conjuntos são finitos ou infinitos:

1. Conjunto das letras do alfabeto;
2. $P = \{y | y = 2x \text{ e } x \in \mathbb{N}\}$
3. $M = \{x \in \mathbb{N} | x > 0 \text{ e } x < 6\}$
4. O conjunto do números naturais.

Exercício 2: Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos:

1. $A = \{x | x \text{ é um inteiro e } 3 < x < 8\}$
2. $B = \{x | x \text{ é um mês com exatamente } 30 \text{ dias}\}$
3. $C = \{x | x \text{ é a capital do Brasil}\}$
4. $D = \{x | (\exists y)(y \in \{0, 1, 2\} \text{ e } x = y^3)\}$
5. $E = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ e } (\exists y)(y \in \mathbb{N} \text{ e } x \leq y)\}$
6. $F = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ e } (\forall y)(y \in \mathbb{N} \ \rightarrow \ x \leq y)\}$
7. $A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ e } (\forall y)(y \in \{2, 3, 4, 5\}) \rightarrow x \geq y\}.$
8. $B = \{x | (\exists y)(\exists z)(y \in \{1, 2\} \text{ e } z \in \{2, 3\} \text{ e } x = y + z)\}$

Exercício 3: Descreva cada um dos conjuntos a seguir através de uma relação de recorrência.

1. $A = \{2, 4, 16, 256, ...\}$
2. $B = \{1, 4, 9, 16, ...\}$
3. $C = \{1, 3, 9, 27, ...\}$

Exercício 4:

Sejam $A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\}$, $B = \{10, 12, 16, 20\}$ e $C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \text{ e } x = 2y)\}$
Quais das proposições abaixo são verdadeiras:

- $B \subseteq C$
- $B \subset A$
- $A \subseteq C$
- $26 \in C$
- $\{11, 12, 13\} \subseteq A$
- $\{11, 12, 13\} \subset C$
- $\{12\} \in B$
- $\{12\} \subseteq B$
- $\{x | x \in \mathbb{N} \text{ e } x < 20\} \not\subseteq B$
- $5 \subseteq A$
- $\{\emptyset\} \subseteq B$
- $\emptyset \notin A$

Exercício 5:

Sejam:

$$A = \{x | x \in \mathbb{R} \; e \; x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

e

$$B = \{x | x \in \mathbb{N} \; e \; 1 \leq x \leq 4\}$$

Prove que $A \subset B$.

Exercício 6: Sejam

$$A = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ x^2 < 15\}$$

e

$$B = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ 2x < 7\}$$

Prove que $A = B$.

Exercício 7:

1. Para $A = \{1, 2, 3\}$, qual é o $\wp(A)$?

2. Se S tem n elementos, então $\wp(A)$ tem quantos elementos?

Exercício 8: Sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, considere as afirmativas a seguir.

1. $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{2, 3, 4\}\}$ é uma partição de A.
2. $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{3, 4\}\}$ é uma partição de A.
3. $\mathcal{P}(A) = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$ é uma partição de A.
4. $\mathcal{P}(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$ é uma partição de A.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas I e II são corretas;

b) Somente as afirmativas I e IV são corretas;

c) Somente as afirmativas III e IV são corretas;

d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas;

e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas;

Exercício 9: Sejam

$$A = \{x | x \text{ é um inteiro não} - \text{negativo par}\}$$

$$B = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \text{ e } x = 2y + 1)\}$$

$$C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \text{ e } x = 4y)\}$$

Julgue a veracidade de cada alternativa:

a) $A \cup B$

b) $A = B$

c) $C \subset A$

d) $A \cup C$

e) $A - C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \text{ e } x = 4y + 2)\}$

Exercício 10:

Sejam

$$A = \{1, 2, 3, 5, 10\}$$

$$B = \{2, 4, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{5, 8, 10\}$$

Se $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, encontre:

a) $|A| + |B|$

b) $A \cup B$

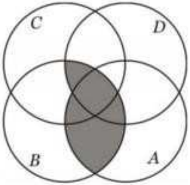
c) $A - C$

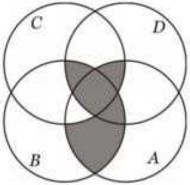
d) $B \cap (A \cup C)$

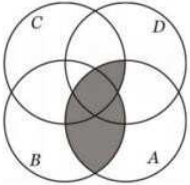
e) $\overline{C}$

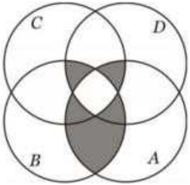
Exercício 11:

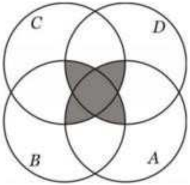
18 Considerando os conjuntos A, B, C e D, assinale a alternativa que representa, corretamente, a região sombreada associada à relação $\{(A \cap B) \cup (C \cap D)\} \cap \{(A \cap B) \cup (B \cap C)\}$.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

- **Exercício 12:** Usando as identidades básicas, prove a identidade:

$$[C \cap (A \cup B)] \cup \left[(A \cup B) \cap \overline{C}\right] = A \cup B$$

(A, B e C são subconjuntos arbitrários de S.)

- **Ex. 2** Enuncie a identidade dual do exemplo anterior.
- **Ex. 3** Usando as identidades básicas, prove a identidade:

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$$

Exercícios 13 e 14:

- Liste os elementos dos seguintes conjuntos:
  - $\{x \mid x \text{ é um número real e } x^2 = 1\}$
  - $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } |x| < 4\}$ ($|x|$ denota a função valor absoluto)
  - $\{x \mid x \text{ é múltiplo de } 4\}$
- Descreva cada um dos seguintes conjuntos, atribuindo-lhes uma propriedade específica:
  - $S = \{1, 4, 9, 16\}$
  - $S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, ...\}$
  - $S = \{0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, \ldots\}$

Exercícios 15 e 16

- Sejam os conjuntos: $A = \{x \mid x \text{ é par positivo e } x < 15\}$, $B = \{x \in N \mid x < 15\}$ e $C = \{x \mid x < 15 \text{ e } x \text{ é primo}\}$. Insira os elementos correspondentes no diagrama de Euler-Venn:
- Faça um diagrama de Euler-Venn que simbolize a seguinte situação: A, B, C, D são conjuntos não vazios e $D \subset C \subset B \subset A$.

Exercício 17

- Sejam U (*universo*) $= \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n \leq 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | (x-1)(x-3)^3 = 0\}$ e $C = \{n \in \mathbb{N} | \, n \text{ é ímpar}\}$. Determine:
  1. $A \cup B$
  2. $A \cap (B \cup C)$
  3. $C - A$
  4. $\overline{A} \cup C$
  5. a cardinalidade de A, B e C

Exercício 18

- Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$ e $C = \{0, 1\}$. Encontre os seguintes produtos cartesianos:
  - $A \times B$
  - $C \times A$

Exercício 19

- A, B e C são subconjuntos de um conjunto S. Prove as identidades a seguir usando as identidades básicas envolvendo conjuntos.
  - $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$
  - $A \cap (B \cap \overline{A}) = B \cap A$