| | |
|---|---|
| | **INSTITUTO FEDERAL DA PIAUÍ**<br>**Campus Picos** |
| | **Disciplina:** Matemática Computacional |
| | **Professor(a):** Rogerio Figueredo de Sousa |
| | **Curso:** Análise e Desenvolvimento de Sistemas **Semestre:** 1 |
| | **Lista 4:** Conjuntos |

1. Julgue se os conjuntos são finitos ou infinitos:
    1. Conjunto das letras do alfabeto;
    2. $P = \{y | y = 2x \ e \ x \in \mathbb{N}\}$
    3. $M = \{x \in \mathbb{N} | x > 0 \ e \ x < 6\}$
    4. O conjunto do números naturais.

2. Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos:
    1. $A = \{x | x \text{ é um inteiro e } 3 < x < 8\}$
    2. $B = \{x | x \text{ é um mês com exatamente } 30 \text{ dias}\}$
    3. $C = \{x | x \text{ é a capital do Brasil}\}$
    4. $D = \{x | (\exists y)(y \in \{0, 1, 2\} \ e \ x = y^3)\}$
    5. $E = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ (\exists y)(y \in \mathbb{N} \ e \ x \leq y)\}$
    6. $F = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ (\forall y)(y \in \mathbb{N} \rightarrow x \leq y)\}$
    7. $A = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ (\forall y)(y \in \{2, 3, 4, 5\}) \rightarrow x \geq y\}$.
    8. $B = \{x | (\exists y)(\exists z)(y \in \{1, 2\} \ e \ z \in \{2, 3\} \ e \ x = y + z)\}$

3. Descreva cada um dos conjuntos a seguir através de uma relação de recorrência.
    1. $A = \{2, 4, 16, 256, ...\}$
    2. $B = \{1, 4, 9, 16, ...\}$
    3. $C = \{1, 3, 9, 27, ...\}$

4. Sejam $A = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ x \geq 5\}$, $B = \{10, 12, 16, 20\}$ e $C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \ e \ x = 2y)\}$
   Quais das proposições abaixo são verdadeiras:
    - $B \subseteq C$
    - $B \subset A$
    - $A \subseteq C$
    - $26 \in C$
    - $\{11, 12, 13\} \subseteq A$
    - $\{11, 12, 13\} \subset C$
    - $\{12\} \in B$
    - $\{12\} \subseteq B$
    - $\{x | x \in \mathbb{N} \ e \ x < 20\} \not\subseteq B$
    - $5 \subseteq A$
    - $\{\emptyset\} \subseteq B$
    - $\emptyset \notin A$

5. Sejam: $A = \{x | x \in \mathbb{R} \ e \ x^2 - 4x + 3 = 0\}$ e $B = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ 1 \leq x \leq 4\}$ Prove que $A \subset B$.

6. Sejam $A = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ x^2 < 15\}$ e $B = \{x | x \in \mathbb{N} \ e \ 2x < 7\}$
   Prove que $A = B$.

7. Para $A = \{1, 2, 3\}$, qual é o $\wp(A)$?

8. Se S tem $n$ elementos, então $\wp(A)$ tem quantos elementos?

9. Sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, considere as afirmativas a seguir.

   1. $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{2, 3, 4\}\}$ é uma partição de $A$.
   2. $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{3, 4\}\}$ é uma partição de $A$.
   3. $\mathcal{P}(A) = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$ é uma partição de $A$.
   4. $\mathcal{P}(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$ é uma partição de $A$.

   Assinale a alternativa correta.

   a) Somente as afirmativas I e II são corretas;
   b) Somente as afirmativas I e IV são corretas;
   c) Somente as afirmativas III e IV são corretas;
   d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas;
   e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas;

10. Sejam

$$A = \{x | x \text{ é um inteiro não} - \text{negativo par}\}$$
$$B = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \; e \; x = 2y + 1)\}$$
$$C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \; e \; x = 4y)\}$$

   Julgue a veracidade de cada alternativa:

   a) $A \cup B$
   b) $A = B$
   c) $C \subset A$
   d) $A \cup C$
   e) $A - C = \{x | (\exists y)(y \in \mathbb{N} \; e \; x = 4y + 2)\}$

11. Sejam

$$A = \{1, 2, 3, 5, 10\}$$
$$B = \{2, 4, 7, 8, 9\}$$
$$C = \{5, 8, 10\}$$

   Se $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, encontre:

   a) $|A| + |B|$
   b) $A \cup B$
   c) $A - C$
   d) $B \cap (A \cup C)$
   e) $\overline{C}$

12. Usando as identidades básicas, prove a identidade:

$$[C \cap (A \cup B)] \cup \left[(A \cup B) \cap \overline{C}\right] = A \cup B$$

(A, B e C são subconjuntos arbitrários de $S$.)

13. Enuncie a identidade dual do exemplo anterior.

14. Usando as identidades básicas, prove a identidade:

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$$

15. Liste os elementos dos seguintes conjuntos:
    - $\{x \mid x \text{ é um número real e } x^2 = 1\}$
    - $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } |x| < 4\}$ ($|x|$ denota a função valor absoluto)
    - $\{x \mid x \text{ é múltiplo de } 4\}$

16. Descreva cada um dos seguintes conjuntos, atribuindo-lhes uma propriedade específica:
    - $S = \{1, 4, 9, 16\}$
    - $S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, ...\}$
    - $S = \{0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, \dots\}$

17. Sejam os conjuntos: $A = \{x \mid x \text{ é par positivo e } x < 15\}$, $B = \{x \in N \mid x < 15\}$ e $C = \{x \mid x < 15 \text{ e } x \text{ é primo}\}$. Insira os elementos correspondentes no diagrama de Euler-Venn:

18. Faça um diagrama de Euler-Venn que simbolize a seguinte situação: A, B, C, D são conjuntos não vazios e $D \subset C \subset B \subset A$.

19. Sejam $U$ (*universo*) $= \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n \leq 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | (x-1)(x-3)^3 = 0\}$ e $C = \{n \in \mathbb{N} | \text{ n é ímpar}\}$. Determine:
    1. $A \cup B$
    2. $A \cap (B \cup C)$
    3. $C - A$
    4. $\overline{A} \cup C$
    5. a cardinalidade de A, B e C

20. Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$ e $C = \{0, 1\}$. Encontre os seguintes produtos cartesianos:
    - $A \times B$
    - $C \times A$

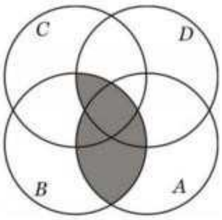
21. A, B e C são subconjuntos de um conjunto S. Prove as identidades a seguir usando as identidades básicas envolvendo conjuntos.
    - $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$
    - $A \cap (B \cap \overline{A}) = B \cap A$

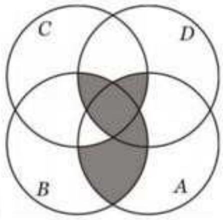
22. Encontre A e B, se $A - B = \{1, 5, 7, 8\}$, $B - A = \{2, 10\}$, e $A \cap B = \{3, 6, 9\}$.

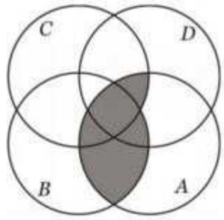
23. Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ e $C = \{2, 4, 5, 7\}$, obtenha um conjunto X tal que $X \subset A$ e $A - X = B \cap C$.

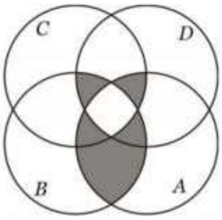
24.

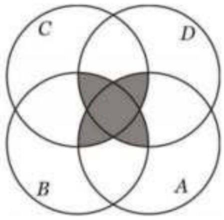
**18** Considerando os conjuntos $A$, $B$, $C$ e $D$, assinale a alternativa que representa, corretamente, a região sombreada associada à relação $\{(A\bigcap B)\bigcup(C\bigcap D)\}\bigcap\{(A\bigcap B)\bigcup(B\bigcap C)\}$.

a) 


b) 


c) 


d) 


e) 


# Gabarito

**Questão 1:**