

# **Simulação com computadores quânticos adiabáticos: Caixeiro Viajante e o processamento de sinais quânticos**

UA3-UA4 - Técnicas de Construção de Algoritmos Quânticos

## **Grupo 7**

Bruno Zolotareff dos Santos; Lihoy Aguiar Bellissimo;  
Marcos Aurélio Duarte Carvalho; Rafael Marin Machado de Souza;  
Rogério de Oliveira; Thiago Soares Assimos;

February 20, 2026

## **Contents**

<b>I Parte I - Soluções para problemas de otimização utilizando computadores quânticos adiabáticos</b>	<b>4</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>4</b>
<b>2 Formulação do TSP como Problema de Otimização</b>	<b>4</b>
2.1 Representação Binária . . . . .	5
2.2 Restrições . . . . .	5
<b>3 Formulação QUBO e Construção do Hamiltoniano</b>	<b>5</b>
3.1 Penalidades . . . . .	5
3.2 Hamiltoniano Final . . . . .	6
<b>4 Computação Quântica Adiabática</b>	<b>6</b>
4.1 QUBO para Ising . . . . .	6
4.2 Evolução . . . . .	6
4.3 Lacuna Espectral . . . . .	7
4.4 Relação com a Implementação . . . . .	7
<b>5 Resultados</b>	<b>7</b>
<b>6 Limitações e Discussão</b>	<b>7</b>
<b>7 Conclusão</b>	<b>8</b>

<b>II Parte II - Técnicas de processamento de sinais na analise da dinâmica de sistemas quânticos</b>	<b>9</b>
<b>8 Introdução 2</b>	<b>9</b>
8.1 Relação entre evolução temporal quântica e transformada de Fourier	9
8.1.1 Transformada Discreta de Fourier (DFT) . . . . .	9
8.1.2 Transformada de Fourier Quântica (QFT) . . . . .	10
8.1.3 Evolução temporal . . . . .	10
8.1.4 Correspondência da série de Fourier e a evolução quântica	11
8.2 Aplicando Transformada de Fourier aos dados de simulação . . .	12
<b>9 Transformações de Fourier Quânticas e Estimativa de Fase na Interpretação da Dinâmica Adiabática</b>	<b>12</b>
9.1 Transformada de Fourier Quântica como mudança de base espectral	12
9.2 Algoritmo de Estimativa de Fase (QPE) . . . . .	12
9.3 Exemplo mínimo de Estimativa de Fase em simulador . . . . .	13
9.4 Aplicação à interpretação da evolução adiabática . . . . .	15
<b>10 Conclusão</b>	<b>16</b>

## **Abstract**

Este relatório apresenta e discute a solução de problemas de otimização no contexto da computação quântica adiabática e como os sinais quânticos podem ser analisados por meio de ferramentas como transformações quânticas e algoritmos. Para isso a primeira apresenta e implementa um solução de um problema com computação quântica adiabática para a solução de um TSP mínimo (5 nós) comparando os seus resultados com soluções clássicas (força bruta e simulated annealing clássico). Em seguida, a segunda parte deste relatório, são apresentados e discutidas as técnicas de processamento de sinais quânticos, como a Transformada de Fourier Quântica (QFT) e o algoritmo de Estimativa de Fase (QPE), e sua aplicação à dinâmica adiabática.

## Part I

# Parte I - Soluções para problemas de otimização utilizando computadores quânticos adiabáticos

## 1 Introdução

O Problema do Caixeiro Viajante (Traveling Salesman Problem — TSP) consiste em determinar o menor percurso fechado que visita um conjunto de cidades exatamente uma vez e retorna ao ponto de partida. Trata-se de um dos problemas mais estudados em otimização combinatória e é classificado como NP-difícil, pois o número de rotas possíveis cresce fatorialmente com o número de cidades.

Para  $N$  cidades, existem  $(N - 1)!/2$  rotas distintas (desconsiderando simetrias). Assim, métodos exatos tornam-se rapidamente inviáveis para valores grandes de  $N$ .

Nos últimos anos, abordagens baseadas em Computação Quântica Adiabática e Quantum Annealing têm sido investigadas como alternativas para problemas de otimização combinatória. A ideia central é codificar a função custo do problema no estado fundamental de um Hamiltoniano físico.

Neste trabalho, o TSP com cinco cidades é formulado como um problema QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) e resolvido por meio de uma simulação de Quantum Annealing utilizando o pacote D-Wave Ocean. Os resultados são comparados com métodos clássicos exatos e heurísticos.

## 2 Formulação do TSP como Problema de Otimização

Dada uma matriz de distâncias  $d_{ij}$ , o custo de um percurso  $\pi$  é definido como:

$$C(\pi) = \sum_{k=0}^{N-1} d_{\pi(k), \pi(k+1)}, \quad (1)$$

onde  $\pi(N) \equiv \pi(0)$  garante o retorno à cidade inicial.

No código, essa função foi implementada como:

```
def tsp_cost(tour, dist):
    cost = 0
    for i in range(len(tour)):
        cost += dist[tour[i], tour[(i+1) % len(tour)]]
```

```
    return cost
```

## 2.1 Representação Binária

Para converter o problema para o formalismo QUBO, introduzimos variáveis binárias:

$$x_{i,p} = \begin{cases} 1 & \text{se a cidade } i \text{ está na posição } p \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

Como existem  $N$  cidades e  $N$  posições, o número total de variáveis é  $N^2$ .

A indexação utilizada foi:

```
def var_index(city, position):
    return city * N + position
```

## 2.2 Restrições

As restrições que garantem um tour válido são:

$$\sum_{p=0}^{N-1} x_{i,p} = 1 \quad \forall i \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} x_{i,p} = 1 \quad \forall p \quad (4)$$

O custo pode ser reescrito como:

$$C(x) = \sum_{i,j=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} d_{ij} x_{i,p} x_{j,(p+1) \bmod N}. \quad (5)$$

## 3 Formulação QUBO e Construção do Hamiltoniano

A forma geral de um problema QUBO é:

$$E(x) = \sum_i Q_{ii} x_i + \sum_{i < j} Q_{ij} x_i x_j, \quad (6)$$

onde  $x_i \in \{0, 1\}$ .

### 3.1 Penalidades

As restrições são incorporadas por meio de termos do tipo:

$$A \left( \sum_p x_{i,p} - 1 \right)^2 \quad (7)$$

Expandindo:

$$\left(\sum_k x_k - 1\right)^2 = \sum_k x_k + 2 \sum_{k < l} x_k x_l - 2 \sum_k x_k + 1. \quad (8)$$

Como  $x_k^2 = x_k$ , obtém-se termos lineares e quadráticos, adequados ao formato QUBO.

No código:

```
A = 10
B = 1
Q = {}

for i in range(N):
    for p in range(N):
        Q[(var_index(i,p), var_index(i,p))] = \
            Q.get((var_index(i,p), var_index(i,p)), 0) -
                A
```

### 3.2 Hamiltoniano Final

O Hamiltoniano do problema pode ser escrito como:

$$H_P = AH_A + BH_B, \quad (9)$$

onde  $H_A$  representa as restrições e  $H_B$  o custo.

## 4 Computação Quântica Adiabática

A Computação Quântica Adiabática baseia-se no Teorema Adiabático: se um sistema começa no estado fundamental de  $H_0$  e a evolução for suficientemente lenta, ele permanecerá no estado fundamental do Hamiltoniano instantâneo.

### 4.1 QUBO para Ising

A conversão é feita por:

$$x_i = \frac{1 - s_i}{2}, \quad s_i \in \{-1, +1\}. \quad (10)$$

Obtém-se então:

$$H_P = \sum_i h_i s_i + \sum_{i < j} J_{ij} s_i s_j + \text{constante}. \quad (11)$$

### 4.2 Evolução

$$H(t) = A(t)H_0 + B(t)H_P, \quad (12)$$

com:

$$H_0 = - \sum_i \sigma_i^x. \quad (13)$$

### 4.3 Lacuna Espectral

$$\Delta(t) = E_1(t) - E_0(t). \quad (14)$$

O tempo necessário satisfaz aproximadamente:

$$T \propto \frac{1}{\Delta_{\min}^2}. \quad (15)$$

Se a lacuna se torna muito pequena, o sistema pode sofrer transições não adiabáticas.

### 4.4 Relação com a Implementação

```
from dimod import SimulatedAnnealingSampler
sampler = SimulatedAnnealingSampler()
response = sampler.sample_qubo(Q, num_reads=2000)
```

Foi utilizado um annealing clássico sobre o mesmo landscape energético.

## 5 Resultados

A busca exaustiva encontrou custo 26.

O Quantum Annealing simulado encontrou:

- Tour: [0,2,4,3,1]
- Custo: 26
- Energia QUBO: -74

Embora o tour seja diferente do encontrado por força bruta, o custo é idêntico, indicando múltiplas soluções ótimas equivalentes.

O Simulated Annealing clássico também encontrou custo 26.

Isso confirma a consistência da formulação QUBO e valida a construção do Hamiltoniano.

## 6 Limitações e Discussão

Na implementação realizada, a dinâmica quântica real não foi simulada, mas apenas o landscape energético do QUBO. Além disso, o problema considerado possui pequena escala ( $N = 5$ ), não permitindo conclusões sobre desempenho ou escalabilidade. Ainda assim, a formulação demonstra claramente como problemas combinatórios podem ser mapeados para Hamiltonianos físicos.

Em dispositivos quânticos reais existem desafios adicionais: (i) dependência da lacuna espectral mínima; (ii) ruído e decoerência; (iii) limitações de conectividade; (iv) ajuste de penalizações; e (v) crescimento quadrático do número de variáveis no TSP.

## 7 Conclusão

A formulação do TSP como QUBO ilustra como problemas de otimização combinatória podem ser tratados no formalismo da Computação Quântica Adiabática. Embora a implementação utilize método clássico e envolva pequena escala, o trabalho evidencia o potencial conceitual da abordagem e seus desafios físicos e computacionais.

## Part II

# Parte II - Técnicas de processamento de sinais na análise da dinâmica de sistemas quânticos

## 8 Introdução 2

A evolução temporal de sistemas quânticos pode ser interpretada através de conceitos do processamento de sinais. Amplitudes e probabilidades de ocupação podem ser tratadas como sinais dependentes do tempo, em que a estrutura espectral está diretamente relacionada aos autovalores de energia do sistema. Essa interpretação permite aplicar técnicas de análise espectral e transformadas de Fourier para extrair informações físicas a partir de resultados de simulação. A seguir mostramos a relação entre esses conceitos, da dinâmica temporal dos estados Quânticos como sinais e análise espectral, e discutimos como isso pode ser empregado analisar a dinâmica quântica, em particular a evolução adiabática, na solução de problemas de otimização, como o problema do caixeiro viajante.

### 8.1 Relação entre evolução temporal quântica e transformada de Fourier

Do ponto de vista conceitual, a Transformada de Fourier Quântica (QFT) é o análogo quântico da Transformada Discreta de Fourier (DFT), sendo, essencialmente, a aplicação dessa transformada às amplitudes complexas de um estado quântico [Oliveira et al., 2026].

#### 8.1.1 Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Dado um vetor de  $N$  elementos  $(x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$  a DFT retorna um novo vetor  $(y_0, y_1, \dots, y_{N-1})$  através da seguinte transformação:

$$y_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} x_j e^{2\pi i j k / N} . \quad (16)$$

$j$  indexa as amostras no domínio original,  $k$  as componentes espetrais e cada  $y_k$  é uma soma ponderada de todas as amostras. Desse modo, a DFT transforma um vetor de amplitudes no “domínio do índice” e produz um vetor no “domínio de frequência”. Trata-se de uma mudança de base discreta: o vetor é reescrito na base de exponenciais complexas discretas.

### 8.1.2 Transformada de Fourier Quântica (QFT)

De modo análogo, a QFT atua sobre as amplitudes de um estado quântico. Dado um estado qualquer:

$$|\phi\rangle = \sum_{x=0}^{N-1} \phi(x) |x\rangle.$$

A QFT é definida [Yung et al., 2014] como a transformação unitária

$$U_{\text{QFT}} |\phi\rangle = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{\phi}(k) |k\rangle,$$

onde as novas amplitudes são dadas, componente a componente, por

$$\tilde{\phi}(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} \phi(x) e^{2\pi i x k / N}.$$

Portanto, cada amplitude de saída é obtida como uma soma ponderada de todas as amplitudes de entrada. A QFT é, assim, uma mudança da base computacional para a de Fourier, uma transformação linear que mistura componentes — exatamente o análogo quântico da Transformada Discreta de Fourier clássica.

### 8.1.3 Evolução temporal

Quando passamos do vetor discreto para um sinal no tempo, a decomposição do sinal assume a forma de série de Fourier. Um sinal periódico pode ser escrito como

$$s(t) = \sum_k A_k e^{i\omega_k t}.$$

Em que o sinal é descrito como soma de componentes harmônicas,  $A_k$  são coeficientes espetrais e  $\omega_k$  são frequências angulares.

Considere agora um sistema com Hamiltoniano  $H$  e autovetores de energia  $|E_k\rangle$ , tais que <sup>1</sup>:

---

<sup>1</sup>Hipóteses espetrais sobre o Hamiltoniano: nesta análise utilizamos a decomposição de um Hamiltoniano em autovalores e autovetores,

$$H|E_k\rangle = E_k|E_k\rangle, \quad H = \sum_k E_k |E_k\rangle \langle E_k|,$$

o que pode sugerir, à primeira vista, que estamos assumindo diagonalizabilidade como uma hipótese adicional sobre o sistema. Na realidade, essa propriedade decorre diretamente da estrutura matemática dos observáveis em mecânica quântica. Hamiltonianos físicos são operadores Hermitianos (auto-adjuntos), isto é  $H = H^\dagger$ . Pelo teorema espectral, todo operador Hermitiano admite decomposição espectral. Em espaços de Hilbert de dimensão finita, como nos modelos de qubits e nas simulações digitais, isso implica a existência de uma base ortonormal completa de autovetores. Portanto, o operador pode sempre ser diagonalizado por uma transformação unitária. Nesse contexto, a expansão do estado na base de energia não é uma suposição extra, mas uma consequência geral da teoria.

Table 1: Correspondências entre a série de Fourier e a evolução quântica

<b>Processamento de sinais</b>	<b>Mecânica quântica</b>
frequências	energias
coeficientes espectrais	coeficientes de estado
exponenciais	fases dinâmicas
espectro	espectro de energia

$$H|E_k\rangle = E_k|E_k\rangle.$$

Se o estado inicial é expandido nessa base,

$$|\psi(0)\rangle = \sum_k c_k |E_k\rangle,$$

a evolução temporal unitária produz

$$|\psi(t)\rangle = \sum_k c_k e^{-iE_k t/\hbar} |E_k\rangle.$$

Definindo

$$\omega_k = E_k \hbar$$

temos

$$|\psi(t)\rangle = \sum_k c_k e^{-i\omega_k t} |E_k\rangle.$$

Projetando em um estado  $|\varphi\rangle$  observável:

$$a(t) = \langle \varphi | \psi(t) \rangle = \sum_k A_k e^{-i\omega_k t}, \quad \omega_k = E_k / \hbar.$$

Logo, a evolução temporal é diagonal na base de energia: ela não realiza uma transformada de Fourier, mas gera fatores exponenciais complexos associados a cada autovalor.

#### 8.1.4 Correspondência da série de Fourier e a evolução quântica

Assim, a forma usada na evolução quântica corresponde diretamente à forma de série de Fourier de um sinal, enquanto a DFT (e sua versão quântica, a QFT) corresponde ao operador de mudança de base que extrai coeficientes espectrais a partir de dados discretos. A Tabela 1 sumariza a correspondência desses dois conceitos.

Assim esclarecemos a relação entre a Transformada de Fourier Quântica (QFT), definida como uma transformação linear nas amplitudes de um estado quântico, e a evolução temporal de um estado decomposto na base de energia. A conexão entre elas surge quando interpretamos a dinâmica quântica temporal como geração de um sinal multi-frequencial e a QFT (ou QPE) como ferramenta espectral para extraír essas frequências. A evolução temporal introduz estrutura espectral, enquanto a QFT revela essa estrutura por mudança de base.

## 8.2 Aplicando Transformada de Fourier aos dados de simulação

Ao simular a dinâmica temporal e amostrar probabilidades ou amplitudes, obtém-se um sinal discreto no tempo. A Transformada Discreta de Fourier pode ser aplicada para revelar o conteúdo espectral. Picos no espectro correspondem a frequências associadas a diferenças de energia.

O procedimento é análogo ao processamento de sinais clássicos:

[leftmargin=2.0cm]

1. Evolução temporal → sinal no tempo;
2. Amostragem → sequência discreta;
3. FFT → espectro de frequências;
4. Picos espectrais → diferenças de autovalores de energia.

Essa abordagem fornece uma ferramenta prática para interpretar simulações de dinâmica quântica como problemas de análise espectral.

# 9 Transformações de Fourier Quânticas e Estimativa de Fase na Interpretação da Dinâmica Adiabática

Com base na interpretação espectral da dinâmica temporal que vimos na seção anterior, as técnicas de processamento de sinais quânticos podem ser usadas para interpretar resultados de simulação e caracterizar espectros de energia de operadores de evolução, especialmente no contexto de evolução adiabática.

## 9.1 Transformada de Fourier Quântica como mudança de base espectral

A Transformada de Fourier Quântica é uma transformação unitária que realiza mudança de base análoga à DFT clássica, porém aplicada diretamente às amplitudes de um registrador quântico. Ela converte informação codificada em fases relativas em amplitudes mensuráveis, explorando interferência quântica.

A QFT, entretanto, é uma ferramenta de transformação espectral, não um algoritmo completo de estimativa. Ele é uma parte do Algoritmo de Estimativa de Fase que veremos a seguir.

## 9.2 Algoritmo de Estimativa de Fase (QPE)

O algoritmo de Estimativa de Fase (QPE) estima o autovalor de fase  $\phi$  de um operador unitário  $U$ :

$$U|\psi\rangle = e^{i\phi}|\psi\rangle.$$

O método utiliza:

- [leftmargin=2.0cm]
1. Superposição de estados de controle,
  2. Aplicações controladas de potências de  $U$ ,
  3. Interferência de fase,
  4. QFT inversa,
  5. Medição.

Quando  $U = e^{-iHt}$ , a fase satisfaz  $\phi = Et/\hbar$ , de modo que o algoritmo fornece estimativas de autovalores de energia.

O algoritmo de estimativa de fase realiza uma forma de análise espectral quântica. Em vez de aplicar uma transformada de Fourier a um sinal temporal amostrado, o método utiliza interferência controlada e a Transformada de Fourier Quântica para converter fases acumuladas por operadores unitários em estimativas binárias mensuráveis. Quando o operador unitário representa a evolução temporal do sistema, as fases estimadas estão diretamente relacionadas aos autovalores de energia e o QPE funciona como um analisador espectral quântico que extrai frequências de fase sem reconstruir explicitamente o sinal temporal.

### 9.3 Exemplo mínimo de Estimativa de Fase em simulador

A seguir, uma implementação mínima em Qiskit, ilustra as fases do QPE (Código 1 e Figura 1). Ele considera um operador de fase com autovalor  $e^{2\pi i\phi}$  com  $\phi = 0,375 = 0,011_2$ . Usando três qubits de leitura, o QPE recupera essa fase em binário.

```
from qiskit import QuantumCircuit, transpile
from qiskit_aer import Aer
from qiskit.circuit.library import PhaseGate
from qiskit.visualization import plot_bloch_multivector,
    plot_histogram, circuit_drawer
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

# fase alvo
phi = 0.375
theta = 2*np.pi*phi

n_count = 3 # qubits de leitura

qc = QuantumCircuit(n_count + 1, n_count)

# Preparar autovetor |1>
qc.x(n_count)

# Superposicao
for q in range(n_count):
    qc.h(q)

# Operador U
```

```

U = PhaseGate(theta)

# Aplica U^(2^k) controlado
for k in range(n_count):
    U_power = PhaseGate(theta * (2**k))
    qc.append(U_power.control(), [k, n_count])

# Aplica QFT inversa
def inverse_qft(circ, n):
    for j in range(n//2):
        circ.swap(j, n-1-j)
    for j in range(n):
        for m in range(j):
            circ.cp(-np.pi/(2***(j-m)), m, j)
    circ.h(j)

inverse_qft(qc, n_count)

# Medida
qc.measure(range(n_count), range(n_count))

# Simulação
backend = Aer.get_backend("aer_simulator")
tqc = transpile(qc, backend)
result = backend.run(tqc, shots=1024).result()
counts = result.get_counts()

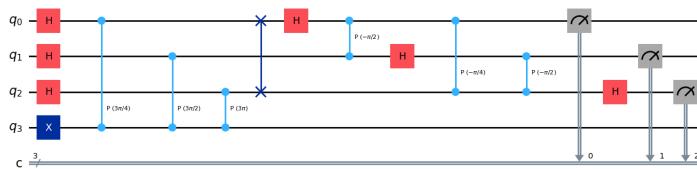
print(counts)
display(qc.draw('mpl'))

```

Código 1: Exemplo mínimo de implementação do QPE com o pacote Qiskit.

<https://drive.google.com/file/d/12knCpmx-DIw05Cl32OqpY0wmTdbpL5uU/view?usp=drivelink>.

Figure 1: Circuito para o exemplo mínimo de implementação do QPE com 3 qubits.



O resultado dominante esperado é o bitstring 011, que corresponde à fase binária 0.011.

O algoritmo recupera a fase como uma representação binária com precisão definida pelo número de qubits de leitura (e, por isso, falamos em *estimativa* de fase, sendo sempre uma aproximação dependente do número de qubits empregado). Isso é análogo à identificação de frequências via FFT em sinais clássicos.

## 9.4 Aplicação à interpretação da evolução adiabática

Na evolução adiabática, o Hamiltoniano varia lentamente entre um Hamiltoniano inicial e um Hamiltoniano de custo. A análise espectral dos sinais temporais de probabilidades permite detectar batimentos e lacunas de energia. Complementarmente, a estimativa de fase pode, em princípio, ser usada para estimar autovalores instantâneos de operadores de evolução, fornecendo caracterização espectral direta — desde que seja possível implementar o operador unitário correspondente e preparar estados com sobreposição adequada.

A QFT e o QPE não substituem métodos variacionais de otimização, mas fornecem ferramentas espectrais poderosas para interpretar a dinâmica e o espectro de sistemas quânticos simulados. Se você quiser,

O uso dessas técnicas de análise para a estimativa de fases estimadas e, portanto, dos autovalores de energia de um Hamiltoniano pode ser particularmente útil na análise de simulações de evolução adiabática.

Na computação adiabática, o sistema evolui segundo um Hamiltoniano. Problemas de otimização combinatória (como o problema do caixeiro viajante, TSP) podem ser escritos como um Hamiltoniano de custo cujo estado fundamental codifica a solução do problema<sup>2</sup>. Os algoritmos de estimativa de fase podem ser empregados, em princípio, para estimar autovalores do Hamiltoniano efetivo, desde que seja possível implementar o operador de evolução correspondente e preparar estados com sobreposição suficiente com os autovetores de interesse.

É importante distinguir, contudo, o papel dessas técnicas. A QFT é uma transformação de base espectral, enquanto o QPE é um algoritmo de estimação de autovalores que utiliza a QFT como sub-rotina. Em aplicações de otimização combinatória mapeadas em Hamiltonianos de custo, a estimativa de fase pode servir como ferramenta espectral para medir energias associadas a estados candidatos, mas não constitui, isoladamente, um método completo de busca da solução ótima, pois sua probabilidade de sucesso depende da sobreposição do estado preparado com o estado fundamental.

Assim, técnicas de processamento de sinais — clássicas e quânticas — oferecem um meio para interpretar a dinâmica de sistemas quânticos simulados. A análise espectral no domínio do tempo, a Transformada de Fourier Quântica e a Estimativa de Fase formam um conjunto conceitual útil para extraír informações de frequência, fase e energia, enriquecendo a interpretação dos resultados de simulações de evolução adiabática.

A QFT e o QPE não substituem métodos variacionais de otimização (como o QAOA e VQE), mas fornecem ferramentas espectrais poderosas para interpretar a dinâmica e o espectro de sistemas quânticos simulados.

---

<sup>2</sup>Nesse modelo cada estado computacional corresponde a uma rota candidata, a energia é o custo da rota e a menor energia corresponde a solução, a rota e menor custo. Isso é comum na modelagem quântica de problemas otimização como modelos de Ising, Qubo e computação adiabática.

## 10 Conclusão

A evolução temporal do estado pode ser interpretada como um sinal multi-frequencial. A análise de Fourier clássica permite identificar as frequências associadas às diferenças de energia. De forma análoga, no paradigma quântico, a Transformada de Fourier Quântica e o algoritmo de Estimativa de Fase permitem extrair diretamente as fases associadas aos autovalores de operadores unitários de evolução, fornecendo estimativas das energias sem necessidade de reconstrução temporal completa do sinal.

Embora a estimativa de fase permita extrair autovalores de Hamiltonianos de custo — o que corresponde aos valores de energia associados a soluções candidatas — o método requer estados iniciais com alta sobreposição com o estado fundamental. Portanto, ele é mais adequado como ferramenta espectral de análise do que como algoritmo direto de otimização combinatória, sendo mais comum em simulação quântica do que em algoritmos práticos para problemas como o caixeiro viajante.

## References

- [Oliveira et al., 2026] Oliveira, M. C., Fanchini, F. F., and Arruda, L. G. E. (2026). *Introdução à Computação Quântica: Teoria e Prática com Python e Qiskit*. Editora Quati.
- [Yung et al., 2014] Yung, M., Whitfield, J. D., Boixo, S., Tempel, D. G., and Aspuru-Guzik, A. (2014). Introduction to quantum algorithms for physics and chemistry.