2. Aprendizado Supervisionado e Regressão Linear

Após fazer os exercícios deste laboratório responda ao **questionário correspondente da aula no Moodle**.

Caso: **Estimando a emissão de gases CO2 de veículos**

Neste Lab você vai empregar modelos de regressão simples e múltipla para estimar as emissões de CO2 de veículos a partir de suas características como consumo de combustível, marca ou tamanho do motor.

Dados: https://meusite.mackenzie.br/rogerio/TIC/FuelConsumptionCo2.csv

Exercício. Acesse e Explore os dados.

Acesse e explore os dados antes de contruir os seus modelos. Verifique as quantidades e tipos de dados envolvidos, a qualidade dos dados etc. é fundamental conhecer os dados antes de se construir modelos sobre eles.

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
import seaborn as sns
```

```
df = pd.read_csv("https://meusite.mackenzie.br/rogerio/TIC/FuelConsumptionCo2.csv")
df.head()
```

	MODELYEAR	MAKE	MODEL	VEHICLECLASS	ENGINESIZE	CYLINDERS	TRANSMISSION	FUELTYPE
0	2014	ACURA	ILX	COMPACT	2.0	4	AS5	Z
1	2014	ACURA	ILX	COMPACT	2.4	4	M6	Z
2	2014	ACURA	ILX HYBRID	COMPACT	1.5	4	AV7	Z
3	2014	ACURA	MDX 4WD	SUV - SMALL	3.5	6	AS6	Z
4	2014	ACURA	RDX AWD	SUV - SMALL	3.5	6	AS6	Z

```
# seu código
df.shape
df.dtypes
df.describe(include='all')
df.isnull().sum()
```

```
MODELYEAR                 0
MAKE                      0
MODEL                     0
VEHICLECLASS              0
ENGINESIZE                0
CYLINDERS                 0
TRANSMISSION              0
FUELTYPE                  0
FUELCONSUMPTION_CITY      0
FUELCONSUMPTION_HWY       0
FUELCONSUMPTION_COMB      0
```

```
FUELCONSUMPTION_COMB_MPG    0
CO2EMISSIONS                0
dtype: int64
```

Exercício. Faça um gráfico de dispersão entre todos os pares de variáveis

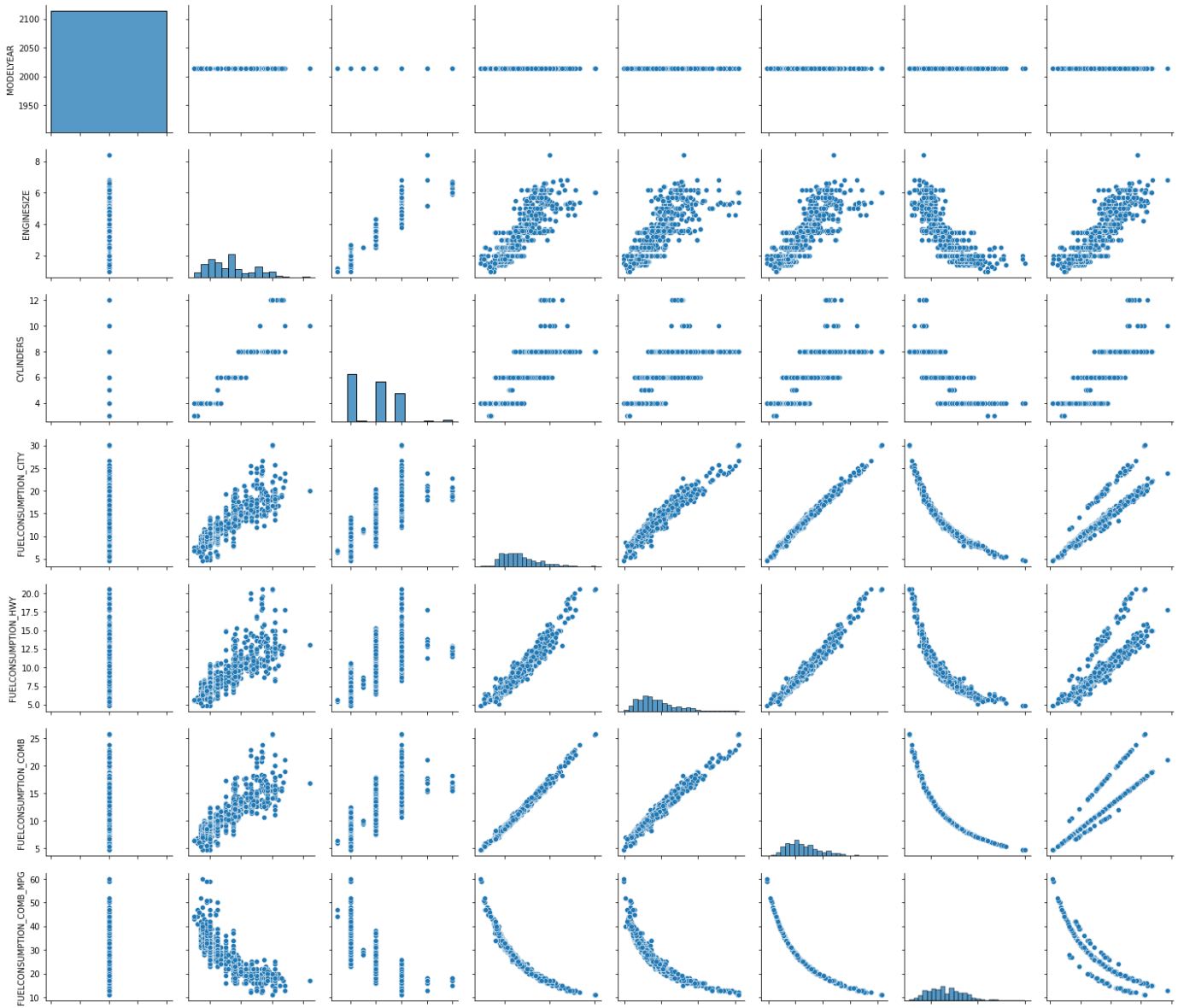
Isso irá permitir você visualizar as relações de cada par de variáveis dos dados.

Dica: Empregue `sns.pairplot(df)`

```
# seu código

sns.pairplot(df)
plt.plot()
```

[ ]



Exercício. Modelo Regressão Simples

Crie um modelo de regressão simples para estimar valores `CO2EMISSIONS` com base nos dados de consumo combinado dos veículos `FUELCONSUMPTION_COMB`. Encontre os coeficientes, seus p-values, e o R2 do modelo.

```
# seu código
import statsmodels.formula.api as sm

model = sm.ols(formula='CO2EMISSIONS ~ FUELCONSUMPTION_COMB', data=df)
result = model.fit()
print(result.summary())
```

```
/usr/local/lib/python3.7/dist-packages/statsmodels/tools/_testing.py:19: FutureWarning: pandas.util.testing is deprecated. Use t
  import pandas.util.testing as tm
                            OLS Regression Results
==============================================================================
Dep. Variable:           CO2EMISSIONS   R-squared:                       0.796
Model:                            OLS   Adj. R-squared:                  0.796
Method:                 Least Squares   F-statistic:                     4153.
Date:                Wed, 09 Mar 2022   Prob (F-statistic):               0.00
Time:                        18:31:22   Log-Likelihood:                -5092.7
No. Observations:                1067   AIC:                         1.019e+04
Df Residuals:                    1065   BIC:                         1.020e+04
Df Model:                           1
Covariance Type:            nonrobust
===========================================================================================
                              coef    std err          t      P>|t|      [0.025      0.975]
-------------------------------------------------------------------------------------------
Intercept               68.3871      3.044     22.467      0.000      62.414      74.360
FUELCONSUMPTION_COMB    16.2200      0.252     64.443      0.000      15.726      16.714
==============================================================================
Omnibus:                      152.161   Durbin-Watson:                   2.195
Prob(Omnibus):                  0.000   Jarque-Bera (JB):              240.073
Skew:                          -0.954   Prob(JB):                     7.39e-53
Kurtosis:                       4.325   Cond. No.                         42.2
==============================================================================

Warnings:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
```

Exercício. Predição

A partir do seu modelo empregue a função `result.predict(x)` para estimar a emissão de gases por veículos que apresentam consumo de combustível com valores 4 e 28.

```
# seu código

X_novo = pd.DataFrame()
X_novo['FUELCONSUMPTION_COMB'] = [4,28]
result.predict(X_novo)
```

```
0    133.267015
1    522.546301
dtype: float64
```

Exercício. Regressão Múltipla

Faça agora um modelo de regressão múltipla para estimar as emissões de CO2 a partir de `FUELCONSUMPTION_COMB` e `ENGINESIZE`. Em seguida faça a predição de emissões para um veículo com `FUELCONSUMPTION_COMB` = 10 e `ENGINESIZE` = 2.

```
# seu código

# define o modelo
model = sm.ols(formula='CO2EMISSIONS ~ FUELCONSUMPTION_COMB + ENGINESIZE', data=df)

# calcula o modelo e mostra os resultados
result = model.fit()
print(result.summary())

# faz a previsão
X_novo = pd.DataFrame()
```

```
X_novo['FUELCONSUMPTION_COMB'] = [10]
X_novo['ENGINESIZE'] = [2]

print(result.predict(X_novo))
```

```
                            OLS Regression Results
==============================================================================
Dep. Variable:           CO2EMISSIONS   R-squared:                       0.858
Model:                            OLS   Adj. R-squared:                  0.858
Method:                 Least Squares   F-statistic:                     3220.
Date:                Wed, 09 Mar 2022   Prob (F-statistic):               0.00
Time:                        18:31:22   Log-Likelihood:                -4898.4
No. Observations:                1067   AIC:                             9803.
Df Residuals:                    1064   BIC:                             9818.
Df Model:                           2
Covariance Type:            nonrobust
==============================================================================
                             coef    std err          t      P>|t|      [0.025      0.975]
------------------------------------------------------------------------------
Intercept                 78.3068      2.579     30.360      0.000      73.246      83.368
FUELCONSUMPTION_COMB       9.7300      0.366     26.569      0.000       9.011      10.449
ENGINESIZE                19.4963      0.902     21.626      0.000      17.727      21.265
==============================================================================
Omnibus:                       60.372   Durbin-Watson:                   1.740
Prob(Omnibus):                  0.000   Jarque-Bera (JB):               91.765
Skew:                          -0.462   Prob(JB):                     1.18e-20
Kurtosis:                       4.101   Cond. No.                         44.9
==============================================================================

Warnings:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
0    214.598964
dtype: float64
```

Exercício. Regressão com Atributos Categóricos (RESOLVIDO)

Faça agora um modelo de Regressão Múltipla adicionando o atributo categórico `VEHICLECLASS` ao modelo anterior. Sendo um atributo categórico o `statsmodel` fará automaticamente o *hot encode* desse atributo (o *hot encode* é uma importante técnica para tornar numérico atributos categóricos e é importante para uma série de modelos que requerem dados numéricos como a regressão. Se você não conhece, pesquise ou pergunte ao professor sobre esta transformação).

```
model = sm.ols(formula='CO2EMISSIONS ~ FUELCONSUMPTION_COMB + ENGINESIZE + VEHICLECLASS', data=df)

result = model.fit()
print(result.summary())
```

```
                            OLS Regression Results
==============================================================================
Dep. Variable:           CO2EMISSIONS   R-squared:                       0.870
Model:                            OLS   Adj. R-squared:                  0.868
Method:                 Least Squares   F-statistic:                     414.5
Date:                Wed, 09 Mar 2022   Prob (F-statistic):               0.00
Time:                        18:31:22   Log-Likelihood:                -4850.3
No. Observations:                1067   AIC:                             9737.
Df Residuals:                    1049   BIC:                             9826.
Df Model:                          17
Covariance Type:            nonrobust
================================================================================================================
                                                   coef    std err          t      P>|t|      [0.025      0.975]
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------
Intercept                                       85.1547      3.314     25.694      0.000      78.652      91.658
VEHICLECLASS[T.FULL-SIZE]                       -1.1773      3.158     -0.373      0.709      -7.375       5.020
VEHICLECLASS[T.MID-SIZE]                        -4.5891      2.482     -1.849      0.065      -9.460       0.282
VEHICLECLASS[T.MINICOMPACT]                      0.7377      3.801      0.194      0.846      -6.720       8.196
VEHICLECLASS[T.MINIVAN]                          0.8707      6.444      0.135      0.893     -11.774      13.516
VEHICLECLASS[T.PICKUP TRUCK - SMALL]            27.1642      6.916      3.928      0.000      13.593      40.735
VEHICLECLASS[T.PICKUP TRUCK - STANDARD]          1.4902      3.745      0.398      0.691      -5.858       8.839
VEHICLECLASS[T.SPECIAL PURPOSE VEHICLE]         18.1171      8.881      2.040      0.042       0.690      35.544
VEHICLECLASS[T.STATION WAGON - MID-SIZE]        -5.8249      9.569     -0.609      0.543     -24.601      12.952
VEHICLECLASS[T.STATION WAGON - SMALL]            7.4700      4.217      1.771      0.077      -0.804      15.744
VEHICLECLASS[T.SUBCOMPACT]                       7.6220      3.381      2.255      0.024       0.988      14.256
VEHICLECLASS[T.SUV - SMALL]                     11.4515      2.580      4.439      0.000       6.390      16.513
VEHICLECLASS[T.SUV - STANDARD]                   9.9109      3.148      3.148      0.002       3.734      16.088
```

```
VEHICLECLASS[T.TWO-SEATER]                10.3299      3.306      3.125      0.002       3.843      16.817
VEHICLECLASS[T.VAN - CARGO]               13.0886      5.854      2.236      0.026       1.601      24.576
VEHICLECLASS[T.VAN - PASSENGER]           33.0287      5.860      5.636      0.000      21.530      44.528
FUELCONSUMPTION_COMB                       8.0833      0.435     18.600      0.000       7.231       8.936
ENGINESIZE                                21.7192      0.924     23.495      0.000      19.905      23.533
==============================================================================
Omnibus:                       44.735   Durbin-Watson:                   1.679
Prob(Omnibus):                  0.000   Jarque-Bera (JB):               59.488
Skew:                          -0.408   Prob(JB):                     1.21e-13
Kurtosis:                       3.820   Cond. No.                         180.
==============================================================================

Warnings:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
```

```
result.params
```

```
Intercept                                85.154742
VEHICLECLASS[T.FULL-SIZE]                -1.177255
VEHICLECLASS[T.MID-SIZE]                 -4.589137
VEHICLECLASS[T.MINICOMPACT]               0.737737
VEHICLECLASS[T.MINIVAN]                   0.870664
VEHICLECLASS[T.PICKUP TRUCK - SMALL]     27.164208
VEHICLECLASS[T.PICKUP TRUCK - STANDARD]   1.490240
VEHICLECLASS[T.SPECIAL PURPOSE VEHICLE]  18.117114
VEHICLECLASS[T.STATION WAGON - MID-SIZE]  -5.824881
VEHICLECLASS[T.STATION WAGON - SMALL]     7.469977
VEHICLECLASS[T.SUBCOMPACT]                7.622019
VEHICLECLASS[T.SUV - SMALL]              11.451534
VEHICLECLASS[T.SUV - STANDARD]            9.910910
VEHICLECLASS[T.TWO-SEATER]               10.329937
VEHICLECLASS[T.VAN - CARGO]              13.088594
VEHICLECLASS[T.VAN - PASSENGER]          33.028659
FUELCONSUMPTION_COMB                      8.083254
ENGINESIZE                               21.719247
dtype: float64
```

```
result.params.index
```

```
Index(['Intercept', 'VEHICLECLASS[T.FULL-SIZE]', 'VEHICLECLASS[T.MID-SIZE]',
       'VEHICLECLASS[T.MINICOMPACT]', 'VEHICLECLASS[T.MINIVAN]',
       'VEHICLECLASS[T.PICKUP TRUCK - SMALL]',
       'VEHICLECLASS[T.PICKUP TRUCK - STANDARD]',
       'VEHICLECLASS[T.SPECIAL PURPOSE VEHICLE]',
       'VEHICLECLASS[T.STATION WAGON - MID-SIZE]',
       'VEHICLECLASS[T.STATION WAGON - SMALL]', 'VEHICLECLASS[T.SUBCOMPACT]',
       'VEHICLECLASS[T.SUV - SMALL]', 'VEHICLECLASS[T.SUV - STANDARD]',
       'VEHICLECLASS[T.TWO-SEATER]', 'VEHICLECLASS[T.VAN - CARGO]',
       'VEHICLECLASS[T.VAN - PASSENGER]', 'FUELCONSUMPTION_COMB',
       'ENGINESIZE'],
      dtype='object')
```

O modelo acima é ainda melhor que os modelos anteriores. Ele apresenta, além do R2, um R2-Ajustado melhor (que inclui uma penalidade para o aumento do número de variáveis preditoras).