

Algoritmos e Programação II

2º semestre de 2023

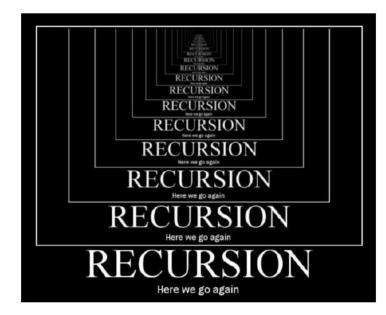
Prof. André Kishimoto

Prof. Gustavo Scalabrini Sampaio

Prof. Leandro Carlos Fernandes

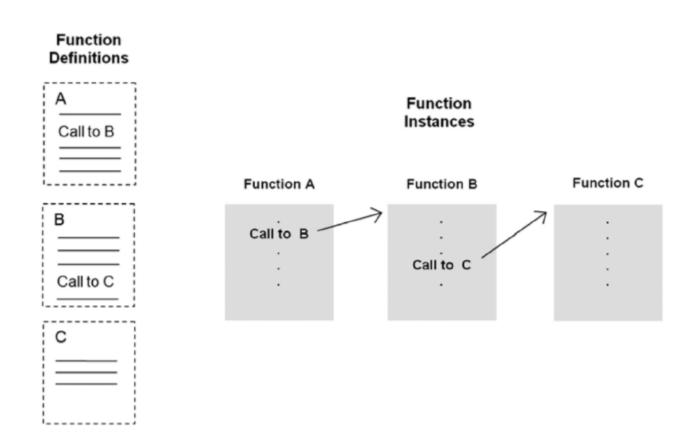
(Conteúdo adaptado do material elaborado e gentilmente cedido pela profa. Ana Grasielle Dionisio Correa e prof. Tomaz Mikio Sasaki)

- A maioria dos problemas em computação envolve a repetição de passos.
- As declarações de controle iterativo, tais como for e while, é uma forma de controlar a execução repetida de instruções.
- Outro caminho para a solução desses problemas é por meio de recursão.
- Na solução de problemas recursivos, um problema é repetidamente quebrado em subproblemas até que o subproblema possa ser resolvido diretamente.



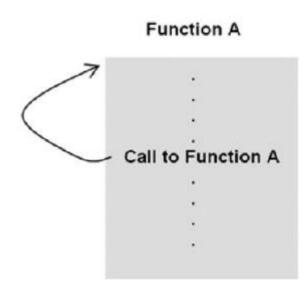


Funções Não-Recursivas

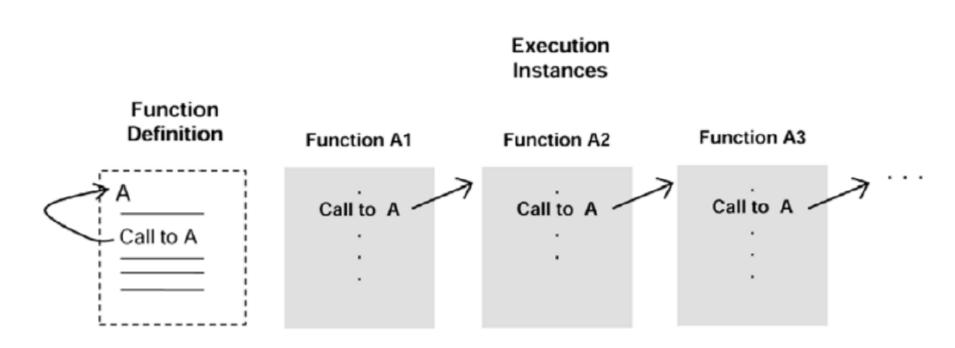




- Uma função recursiva é definida como uma função que condicionalmente chama a si mesma.
- Na figura ao lado, temos uma função de nome A que é definida em algum ponto para chamar a função A (ela própria).
- Existe dois tipos de entidades relacionadas com qualquer função: a definição da função e quaisquer instâncias de execução. Uma função que chama a si mesmo é uma função instância de execução que chama outra instância de execução da mesma função.







Cada instância de execução atual da função A gerará uma nova instância de execução da função A.



- A execução de uma série de instâncias da função recursiva é similar à execução de uma série de instâncias não-recursivas, exceto que as instâncias são clones uma da outra. Assim, todas as instâncias são idênticas, e a chamada da função ocorre exatamente no mesmo lugar.
- Por outro lado, toda função recursiva deve contemplar, no processo de diminuir sucessivamente o problema em um problema menor, uma chamada de instância de execução que permita resolver o problema de forma direta, sem recorrer a si mesmo.
- Quando isso ocorre, diz-se que o algoritmo atingiu uma condição de parada ou o seu caso base, a qual deve estar presente em pelo menos um local dentro da função. Sem esta condição o algoritmo não para de chamar a si mesmo, até estourar a capacidade da pilha, o que geralmente causa efeitos colaterais e até mesmo o término indesejável do programa.



Portanto:

- Uma função pode chamar a si mesma.
- Dois pontos importantes para funções recursivas:
 - 1. Cada vez que a função chama a si mesma, uma nova cópia da função é empilhada na memória do computador (call stack).
 - Toda função recursiva precisa ter uma condição de parada. Caso contrário, a função seria chamada infinitas vezes e "nunca" terminaria. O resultado de uma recursividade infinita é o estouro de pilha (stack overflow).



Função recursiva + caso base





```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
       return 1;
   else
       return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```

```
Pilha de chamada (call stack) Retorno

main() --> x = rfunc(5);
```



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
   else
        return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```

```
Pilha de chamada (call stack) Retorno

rfunc(n=5) --> 5 + rfunc(4); 5 + ?

main() --> x = rfunc(5);
```



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n + rfunc(n - 1);
int main()
   int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
   else
        return n + rfunc(n - 1);
int main()
   int x = rfunc(5);
   printf("Saída %d\n", x);
```

```
Pilha de chamada (call stack)

rfunc(n=3) --> 3 + rfunc(2); 3 + ?

rfunc(n=4) --> 4 + rfunc(3); 4 + ?

rfunc(n=5) --> 5 + rfunc(4); 5 + ?

main() --> x = rfunc(5);
```



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
   else
        return n + rfunc(n - 1);
int main()
   int x = rfunc(5);
   printf("Saída %d\n", x);
```

```
Pilha de chamada (call stack)

rfunc(n=2) --> 2 + rfunc(1); 2 + ?

rfunc(n=3) --> 3 + rfunc(2); 3 + ?

rfunc(n=4) --> 4 + rfunc(3); 4 + ?

rfunc(n=5) --> 5 + rfunc(4); 5 + ?

main() --> x = rfunc(5);
```



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
   else
        return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (call stack)	Retorno
rfunc(n=1)	1
rfunc(n=2)> 2 + rfunc(1) ;	2 + ?
rfunc(n=3)> 3 + rfunc(2) ;	3 + ?
rfunc(n=4)> 4 + rfunc(3) ;	4 + ?
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4) ;	5 + ?
main()> x = rfunc(5) ;	



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
   else
        return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```

```
Pilha de chamada (call stack)

rfunc(n=1)

rfunc(n=2) --> 2 + rfunc(1);

rfunc(n=3) --> 3 + rfunc(2);

rfunc(n=4) --> 4 + rfunc(3);

rfunc(n=5) --> 5 + rfunc(4);

main() --> x = rfunc(5);
```



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
    else
       return n + rfunc(n - 1);
int main()
   int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (<i>call stack</i>)	Retorno
rfunc(n=1)	1 _
rfunc(n=2)> 2 + rfunc(1) ;	2 + 1 ←
rfunc(n=3)> 3 + rfunc(2);	3 + ?
rfunc(n=4)> 4 + rfunc(3) ;	4 + ?
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4) ;	5 + ?
main()> x = rfunc(5) ;	



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
    else
       return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
   printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (call stack)	Retorno
rfunc(n=1)	1
rfunc(n=2)> 2 + rfunc(1);	$\frac{2+1}{2} = 3$
rfunc(n=3)> 3 + rfunc(2) ;	3 + 3 ←
rfunc(n=4)> 4 + rfunc(3) ;	4 + ?
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4) ;	5 + ?
main()> x = rfunc(5) ;	



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
    else
       return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (call stack)	Retorno
rfunc(n=1)	1
$rfunc(n=2) \longrightarrow 2 + rfunc(1);$	3
$rfunc(n=3) \longrightarrow 3 + rfunc(2);$	3 + 3 = 6 -
rfunc(n=4)> 4 + rfunc(3) ;	4 + 6
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4) ;	5 + ?
main()> x = rfunc(5) ;	



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
    else
       return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
   printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (call stack)	Retorno
rfunc(n=1)	1
$rfunc(n=2) \longrightarrow 2 + rfunc(1);$	3
rfunc(n=3)> 3 + rfunc(2);	6
rfunc(n=4)> 4 + rfunc(3);	4 + 6 = 10
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4) ;	5 + 10 ←
main()> x = rfunc(5) ;	



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
   else
       return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (<i>call stack</i>)	Retorno
rfunc(n=1)	1
rfunc(n=2)> 2 + rfunc(1);	3
rfunc(n=3)> 3 + rfunc(2);	6
rfunc(n=4)> 4 + rfunc(3);	10
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4);	5 + 10 = 15 -
main()> x = rfunc(5) ;	15



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
    else
       return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
   printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (<i>call stack</i>)	Retorno
rfunc(n=1)	1
$rfunc(n=2) \longrightarrow 2 + rfunc(1);$	3
$rfunc(n=3) \longrightarrow 3 + rfunc(2);$	6
$rfunc(n=4) \longrightarrow 4 + rfunc(3);$	10
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4);	15
main()> x = rfunc(5);	15



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
    else
       return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
   printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (call stack)	Retorno
rfunc(n=1)	1
rfunc(n=2)> 2 + rfunc(1);	3
rfunc(n=3)> 3 + rfunc(2);	6
rfunc(n=4)> 4 + rfunc(3);	10
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4);	15
main()> x = 15	



```
#include <stdio.h>
int rfunc(int n)
   if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n + rfunc(n - 1);
int main()
    int x = rfunc(5);
    printf("Saída %d\n", x);
```

Pilha de chamada (call stack)	Retorno
rfunc(n=1)	1
rfunc(n=2)> 2 + rfunc(1);	3
rfunc(n=3)> 3 + rfunc(2);	6
rfunc(n=4)> 4 + rfunc(3);	10
rfunc(n=5)> 5 + rfunc(4);	15
main()> x = 15	

```
~/dev/recursao$ ./rec3
Saída 15
```



Fatorial iterativo x fatorial recursivo

- Mecanismos de recursão são adequados para resolução de problemas que já possuem uma estrutura recursiva.
- Por exemplo, vamos considerar o problema de se calcular o fatorial n de um número natural $n \ge 0$.
- Se considerarmos a definição de fatorial como:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cdots \times 1$$



Fatorial iterativo x fatorial recursivo

Fatorial iterativo

```
int fatorial_iterativo(int n)

{
  int fatorial = 1;
  int contador = 1;

  while (contador <= n)
  {
  fatorial *= contador;
  contador++;
}

return fatorial;
}</pre>
```





Fatorial iterativo x fatorial recursivo

Fatorial iterativo

```
int fatorial_iterativo(int n)

{
  int fatorial = 1;
  int contador = 1;

  while (contador <= n)
  {
  fatorial *= contador;
  contador++;
}

return fatorial;
}</pre>
```

```
int fatorial_recursivo(int n)

{
    if (n == 1)
        return 1;

    return n * fatorial_recursivo(n - 1);
}
```



```
int fatorial_recursivo(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    return n * fatorial_recursivo(n - 1);
}
```

```
resultado = fatorial_recursivo(5)
```



```
int fatorial_recursivo(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    return n * fatorial_recursivo(n - 1);
}

n = 5

resultado = fatorial_recursivo(5)
```





```
int fatorial_recursivo(int n)

{
    if (n == 1)
        return 1;
    return n * fatorial_recursivo(n - 1);
}
```



```
int fatorial_recursivo(int n)

{
    if (n == 1)
        return 1;

    return n * fatorial_recursivo(n - 1);

}

n = 5 4

resultado = fatorial_recursivo(5)
        5 * fatorial_recursivo(4)
```



```
int fatorial_recursivo(int n)

if (n == 1)
    return 1;

return n * fatorial_recursivo(n - 1);

n = 5 4

resultado = fatorial_recursivo(5)
    5 * fatorial_recursivo(4)
```



```
int fatorial_recursivo(int n)

{
    if (n == 1)
        return 1;

    return n * fatorial_recursivo(n - 1);

}

n = 5 4

resultado = fatorial_recursivo(5)
        5 * fatorial_recursivo(4)
        4 * fatorial_recursivo(3)
```



```
int fatorial_recursivo(int n)

{
    if (n == 1)
        return 1;

    return n * fatorial_recursivo(n - 1);

}

n = 5 4 3

resultado = fatorial_recursivo(5)
        5 * fatorial_recursivo(4)
        4 * fatorial_recursivo(3)
```





```
int fatorial_recursivo(int n)

{
    if (n == 1)
        return 1;

    return n * fatorial_recursivo(n - 1);

}

n = 5 4 3

resultado = fatorial_recursivo(5)
        5 * fatorial_recursivo(4)
        4 * fatorial_recursivo(3)
        3 * fatorial_recursivo(2)
```



```
int fatorial_recursivo(int n)

{
    if (n == 1)
        return 1;

    return n * fatorial_recursivo(n - 1);

}

n = 5 4 3 2 

resultado = fatorial_recursivo(5)
        5 * fatorial_recursivo(4)
        4 * fatorial_recursivo(3)
        3 * fatorial_recursivo(2)
```





```
int fatorial_recursivo(int n)
       if (n == 1)
           return 1;
       return n * fatorial_recursivo(n - 1);
n = 5 4 3 2
resultado = fatorial_recursivo(5)
             5 * fatorial_recursivo(4)
                 4 * fatorial_recursivo(3)
                      3 * fatorial_recursivo(2)
                          2 * fatorial_recursivo(1)
```



```
int fatorial_recursivo(int n) ___
       if (n == 1)
           return 1;
       return n * fatorial_recursivo(n - 1);
resultado = fatorial_recursivo(5)
             5 * fatorial_recursivo(4)
                 4 * fatorial_recursivo(3)
                      3 * fatorial_recursivo(2)
                          2 * fatorial_recursivo(1)
```



```
int fatorial_recursivo(int n)
       if (n == 1)
           return 1;
       return n * fatorial_recursivo(n - 1);
n = 5 4 3 2 1
resultado = fatorial_recursivo(5)
             5 * fatorial_recursivo(4)
                 4 * fatorial_recursivo(3)
                      3 * fatorial_recursivo(2)
                          2 * fatorial_recursivo(1)
```



```
int fatorial_recursivo(int n)
      if (n == 1)
           return 1;
       return n * fatorial_recursivo(n - 1);
n = 5 4 3 2 1
resultado = fatorial_recursivo(5)
            5 * fatorial_recursivo(4)
                 4 * fatorial_recursivo(3)
                     3 * fatorial_recursivo(2)
                         2 * fatorial_recursivo(1)
```



```
int fatorial_recursivo(int n)
     if (n == 1)
          return 1;
       return n * fatorial_recursivo(n - 1);
n = 5 4 3 2 1
resultado = fatorial_recursivo(5)
            5 * fatorial_recursivo(4)
                4 * fatorial_recursivo(3)
                    3 * fatorial_recursivo(2)
                        2 * 1 = 2
```



```
int fatorial_recursivo(int n)
      if (n == 1)
          return 1;
       return n * fatorial_recursivo(n - 1);
n = 5 4 3 2 1
resultado = fatorial_recursivo(5)
            5 * fatorial_recursivo(4)
                4 * fatorial_recursivo(3)
                    3 * 2 = 6 ←
                       2 * 1 = 2
```



```
if (n == 1)
    return 1;

return n * fatorial_recursivo(n - 1);

n = 5 4 3 2 1

resultado = fatorial_recursivo(5)
    5 * fatorial_recursivo(4)
    4 * 6 = 24 ←
    3 * 2 = 6
    2 * 1 = 2
```

int fatorial_recursivo(int n)



```
if (n == 1)
    return 1;

return n * fatorial_recursivo(n - 1);

n = 5 4 3 2 1

resultado = fatorial_recursivo(5)
    5 * 24 = 120
    4 * 6 = 24
    3 * 2 = 6
    2 * 1 = 2
    1
```

int fatorial_recursivo(int n)



```
int fatorial_recursivo(int n)
      if (n == 1)
           return 1;
        return n * fatorial_recursivo(n - 1);
n = 5 4 3 2 1
resultado = 120 <
             5 * 24 = 120
                 4 * 6 = 24
                     3 * 2 = 6
                         2 * 1 = 2
```



Para não esquecer!

- Toda função recursiva precisa ter uma condição de parada!
- Toda chamada recursiva de uma função deve ter valores de argumentos diferentes!

```
int fatorial_recursivo(int n)
{
    // Caso base???

   return n * fatorial_recursivo(n - 1);
}
```

```
int fatorial_recursivo(int n)
{
  if (n == 1)
    return 1;

  return n * fatorial_recursivo(n);
}
```



Problema

Implemente uma função [em C] que resolva a equação abaixo. Assuma que x é o valor retornado pela função.

$$x = \sum_{i=a}^{b} i$$

Alguns exemplos de valores e resultados:

$$a = 0; b = 9 : x = 45$$

$$a = 2$$
; $b = 4 : x = 9$



Possível solução (versão iterativa)

```
#include <stdio.h>
int somatoria(int a, int b)
   int x = 0;
   for (int i = a; i <= b; ++i)
        x += i;
    return x;
int main()
   int a, b, x;
   a = 0;
    b = 9;
   x = somatoria(a, b);
   printf("somatoria(%d, %d) = %d\n", a, b, x);
    a = 2;
    b = 4;
    x = somatoria(a, b);
   printf("somatoria(%d, %d) = %d\n", a, b, x);
```

```
somatoria(0, 9) = 45
somatoria(2, 4) = 9
```



Problema

Como implementar uma função que resolve o mesmo problema, mas sem usar loops?

É possível!

Por exemplo, linguagens de programação puramente funcionais, como Haskell, não possuem estruturas de repetição.

Imagine... Programar sem loops!



Possível solução (versão recursiva)

```
#include <stdio.h>
int somatoria(int a, int b)
   if (a > b)
        return 0;
    return a + somatoria(a + 1, b);
int main()
   int a, b, x;
   a = 0;
    b = 9;
   x = somatoria(a, b);
   printf("somatoria(%d, %d) = %d\n", a, b, x);
    a = 2;
    b = 4;
    x = somatoria(a, b);
   printf("somatoria(%d, %d) = %d\n", a, b, x);
```

```
somatoria(0, 9) = 45
somatoria(2, 4) = 9
```



Desafio

Escreva uma função recursiva **bool is_palindrome(char str[])** que recebe uma string e retorna **true** se a string informada é um palíndromo(*) ou **false** caso contrário.

- A verificação do palíndromo deve ser feita, obrigatoriamente, de forma recursiva.
- O código pode assumir que a string passada como argumento não tem acentos, sinais de pontuação e outros símbolos/caracteres especiais. Assim, "Olá, galo!" não precisa ser considerada palíndromo pelo seu código, mas "Ola galo", sim.

(*) "Palíndromo é uma palavra, número ou frase que ao ser feita a leitura da esquerda para a direta ou da direita para a esquerda permanece com o mesmo sentido." (referência: https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/lingua-portuguesa/palíndromo).

Por exemplo, "Mussum" e "A sacada da casa" são palíndromos, mas "Bolton" e "Hello World" não são.



Referências

MENOTTI, D.; OLIVEIRA, L. **CI-1002: Programação 2**. Disponível em: https://wiki.inf.ufpr.br/maziero/doku.php?id=prog2:start>. Acesso em: 03 de janeiro de 2023.

DEITEL, P.; DEITEL, H. **C: Como programar.** 6ª edição. Editora Pearson, 2011. *(disponível na Biblioteca Virtual Pearson)*

KISHIMOTO, A. Programação de computadores: desenvolvimento de jogos digitais com GameMaker: Studio. 1ª edição. Edição do autor, 2016.



M Faculdade de Computação e Informática