

Teoria e Lista de Exercícios - Ensino Integrado IFPE

Equações do 2^a Grau e Números Irracionais

Professor: Rogério Tiúma

Parte Teórica

Equações do 2^a Grau

Uma equação do segundo grau possui a forma geral:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad (1)$$

onde a , b e c são números reais, e $a \neq 0$.

Fórmula de Bháskara

As raízes da equação do segundo grau podem ser encontradas pela fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad (2)$$

em que o discriminante Δ é dado por:

$$\Delta = b^2 - 4ac. \quad (3)$$

Interpretação do discriminante:

- Se $\Delta > 0$, existem duas raízes reais e diferentes.
- Se $\Delta = 0$, existem duas raízes reais e iguais.
- Se $\Delta < 0$, não existem raízes reais (apenas raízes complexas).

Fatoração

Se a equação puder ser escrita como um produto de dois binômios, pode-se resolver usando fatoração:

$$(x - r_1)(x - r_2) = 0, \quad (4)$$

em que r_1 e r_2 são as raízes da equação.

Números Irracionais

Definição: Um número irracional é um número que não pode ser expresso como uma razão $\frac{p}{q}$ de dois números inteiros ($p, q \neq 0$).

Exemplos:

- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, e$ (número de Euler).

Propriedades

- A raiz quadrada de um número inteiro positivo que não seja um quadrado perfeito é irracional.
- A soma ou a diferença entre um número racional e um irracional é irracional.
- O produto ou quociente entre um número racional diferente de zero e um irracional é irracional.

Lista de Exercícios

1. Resolva a equação: $x^2 - 5x + 6 = 0$.
2. Resolva a equação: $2x^2 - 8x + 6 = 0$.
3. Encontre as raízes da equação: $x^2 + 4x + 3 = 0$.
4. Calcule as raízes de $3x^2 + 2x - 1 = 0$.
5. Determine as soluções de $5x^2 - 20 = 0$.
6. Encontre o valor de x em $x^2 = 7$.
7. Resolva a equação: $4x^2 - 12x + 9 = 0$.
8. Verifique se $\sqrt{2}$ é um número racional ou irracional.
9. Classifique o número $\sqrt{18}$ como racional ou irracional.
10. Simplifique a raiz $\sqrt{50}$.
11. Resolva a equação: $x^2 + 2x - 15 = 0$.
12. Determine o valor de x tal que $x^2 = 5$.
13. Diga se o número $\sqrt{8}$ é racional ou irracional e simplifique a raiz.
14. Resolva: $3x^2 - 2x - 1 = 0$.
15. Resolva a equação: $x^2 - 2x + 1 = 0$.
16. Determine as raízes de $x^2 + 1 = 0$ no conjunto dos números reais.
17. Calcule o valor de x sabendo que $2x^2 = 18$.
18. Resolva: $x^2 = 2$.
19. Classifique o número $\sqrt{0,25}$ como racional ou irracional.
20. Resolva a equação $x^2 - 7x + 12 = 0$.

Questões Contextualizadas

1. Um terreno retangular tem x metros de largura e $x + 4$ metros de comprimento. Sabendo que sua área é 60 m^2 , encontre o valor de x .
2. Em uma corrida, a distância percorrida em metros é dada por $s = t^2 + 2t$, onde t é o tempo em segundos. Para que valor de t a distância será 35 metros?
3. Um fabricante deseja construir uma embalagem no formato de paralelepípedo, onde a altura h em cm satisfaça $h^2 - 5h + 6 = 0$. Determine as possíveis alturas.
4. Um número real positivo tem raiz quadrada igual à diferença entre 5 e o próprio número. Determine o número.
5. Uma piscina de forma retangular possui x metros de largura e $x - 2$ metros de comprimento. Se a área é 48 m^2 , determine as dimensões.
6. Um carpinteiro deseja construir uma moldura de quadro, onde a área interna deve ser de 30 cm^2 , com lados medindo x e $x + 3$ cm. Determine x .
7. Um investidor aplicou uma quantia e, após dois anos, seu capital C obedeceu à equação $C^2 - 100C + 2400 = 0$. Quanto foi aplicado inicialmente?
8. O perímetro de um triângulo retângulo é formado por catetos medindo x e $x + 2$ metros. Sabendo que a hipotenusa mede $2\sqrt{5}$ metros, determine x .
9. Classifique e simplifique: $\sqrt{18}$.
10. Em uma trilha ecológica, a distância d percorrida em quilômetros após t horas obedece à equação $d = t^2 + t$. Determine o tempo necessário para percorrer 6 km.
11. Um cano tem formato parabólico e sua equação de altura h em função da distância x é $h = -x^2 + 4x$. Determine os valores de x onde a altura é zero.
12. Um balão sobe conforme a equação $h = 3t^2 + 6t + 2$, onde h é altura em metros e t é o tempo em segundos. Quando o balão atingir 20 metros de altura?
13. Simplifique $\sqrt{50}$ e classifique como racional ou irracional.
14. A diferença entre um número e seu quadrado é 20. Qual o número?
15. Uma folha de papel tem x cm de largura e $x + 5$ cm de comprimento. Se a área é 84 cm^2 , determine x .
16. Em uma região, o preço p da gasolina varia conforme $p = 2x^2 + 3x$. Se o preço for R\$10,00, qual o valor de x ?
17. Resolva a equação $2x^2 - 8x + 5 = 0$ usando a fórmula de Bháskara.
18. Determinar se $\sqrt{7}$ é racional ou irracional.
19. O dobro do quadrado de um número menos o triplo do número é igual a 20. Determine o número.
20. Um jardineiro quer construir um canteiro quadrado. Sabendo que a área é 98 m^2 , qual deve ser a medida de cada lado?