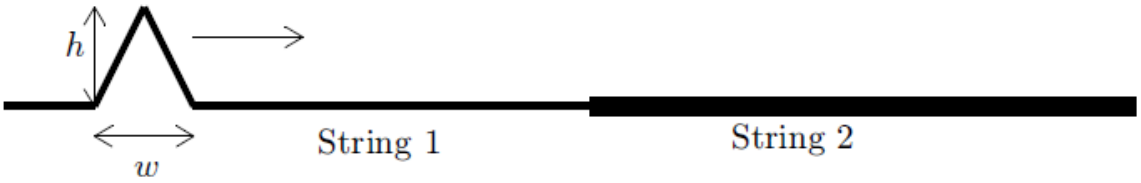
שאלה 1 (25 נק')

נתון מיתר בעל מתיחות $T = 100N$ המורכב משני חלקים מחוברים ב - $x = 0$, האחד בעל צפיפות ליחידת אורך $\mu_1 = 0.02kg/m$ והשני בעל צפיפות ליחידת אורך $\mu_2 = 0.05kg/m$. גל בצורת משולש המתקדם לאורך החלק הראשון של המיתר (עם צפיפות μ_1) לכיוון החלק השני של המיתר . גובה המשולש הוא $h = 0.1m$ ורוחב המשולש $w = 1m$.



א. מצאו את מהירות הגל המועבר ואת מהירות הגל המוחזר. (5 נק')
ב. מהו האימפדנס של כל מיתר. (5 נק')
ג. כמה זמן לוקח לגל לעבור את המחסום (נקודת החיבור). (5 נק')
ד. מצאו את מקדם ההחזרה r ואת מקדם ההעברה τ ? (5 נק')
ה. ציירו את צורת הגל המועבר והמוחזר לאחר שאלו עברו את נקודת החיבור של שני החלקים של המיתר. חשבו את רוחבם ואת גובהם המדויקים. תעתיקו את השרטוט הנתון למחברת הבחינה. הוסיפו עליו באופן סכמתי (תתייחסו לפרופורציות) את שני הפולסים העובר והחוזר כהרף עין לאחר שהפולס המקורי עובר את המחסום. (5 נק')

שאלה 2 (25 נק')

נתונים שני גלים חד כיווניים מתקדמים אחד לעבר השני על חבל אופקי ארוך מאוד בעל צפיפות $\mu = 0.05kg/m$ ומתיחות $T = 125N$. בזמן $t = 0$ צורת הגלים היא:

$$y_1(x,0) = \begin{cases} 0 & x < 3 \\ -10^{-3}[(x-3)^2 - (x-3)] & 3 < x < 4 \\ 0 & 4 < x \end{cases}$$

$$y_2(x,0) = \begin{cases} 0 & x < -4 \\ -10^{-3}[(x+4)^2 - (x+4)] & -4 < x < -3 \\ 0 & -3 < x \end{cases}$$

כל הקואורדינטות נמדדות במטרים.

א. (5 נק')
1. ציירו את הגלים עבור $t = 0$
2. מהו הערך המקסימלי של הגל השקול
ב. מהי צורה המתמטית של הגלים $y_1(x,t)$ ו- $y_2(x,t)$ כתלות בזמן? (5 נק')
ג. מתי מתקבל הגל השקול(5 נק')
ד. מהי האנרגיה הכללית של הגל השקול במצב מקסימלי(5 נק')
ה. האם ניתן ליצור על החבל הנתון בשאלה גל חד כיווני מהצורה הכללית: $y(x,t) = (x - 30t + 5)^2$. נמקו (5 נק')

שאלה 3 (25 נק')

נתון גל אלקטרומגנטי כך שהחלק החשמלי שלו

$\vec{E}(x,y,z,) = E_0\hat{e}sin\left(0.3y + 0.4z - 2\pi\alpha t + \frac{\pi}{3}\right)$, כאן $\hat{e}$ ווקטור יחידה (לא ידוע) המתאר את כיוונו של השדה החשמלי ו-α קבוע בלתי ידוע.

א. מהם ווקטור גל, כיוון ההתקדמות הגל ואורך הגל? (6 נק')
ב. מצא את ω (התדירות הזוויתית) ואת הקבוע α. (6 נק')
ג. הצע כיוון $\hat{e}$ לשדה החשמלי ורשום ביטוי מלא לווקטור השדה החשמלי. (6 נק')
ד. מצא את שדה המגנטי (גודל וכיוון) המתאים לגל החשמלי שמצאת. (7 נק')

שאלה 4 (25 נק')

נתון קו תמסורת אינסופי בעל אימפדנס $Z = 1\Omega$ וקיבול ליחידת אורך $C = 3 \cdot 10^{-8}F/m$.

נתון בזמן $t = 0$ גל מתח $V(x,0) = 6Cos(10x)$ וגל זרם $I(x,0) = e^{-x^2}$.

א. חשבו את מהירות הגלים ואת השראות ליחידת אורך. (4 נק')
ב. חשבו את הקבוע דיאלקטרי של החומר. (3 נק')
ג. חשבו בשיטת דאלמבר את גל זרם $I(x,t)$ (18 נק')

פתרון למועד X

שאלה 1 (25 נק')

פתרון:

א.

$$v_1 = \sqrt{(T/\mu_1)} = \sqrt{(100/0.02)} = 70.71m/s$$
$$v_2 = \sqrt{(T/\mu_2)} = \sqrt{(100/0.05)} = 44.72m/s$$

ב.

$$Z_1 = T/v_1 = 100/70.71 = 1.414kg/s$$
$$Z_2 = T/v_2 = 100/44.72 = 2.236kg/s$$

ג.

$$t = w/v_1 = 1/70.71 = 0.0141s$$

ד.

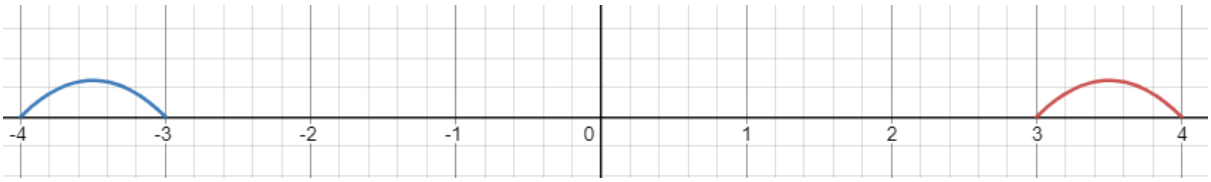
$$\rho = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = -0.2252$$
$$\tau = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = 0.773$$

ה.

$$h_r = \rho h = -0.2252 \cdot 0.1 = -0.02252m$$
$$h_t = \tau h = 0.773 \cdot 0.1 = 0.0773m$$
$$w_r = w = 1m$$
$$w_t = v_2 \cdot t = v_2 \cdot w/v_1 = 0.63m$$

שאלה 2 (25 נק')

פתרון:



$$v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}=50m/s$$

$$y_1(x,t)=\begin{cases}0 & x+50t<3\\ -10^{-3}[(x+50t-3)^2-(x+50t-3)] & 3<x+50t<4\\ 0 & 4<x+50t\end{cases}$$

$$y_1(x,t)=\begin{cases}0 & x<3-50t\\ -10^{-3}[(x+50t-3)^2-(x+50t-3)] & 3-50t<x<4-50t\\ 0 & -50t+4<x\end{cases}$$

$$y_2(x,t)=\begin{cases}0 & x-50t<-4\\ -10^{-3}[(x-50t+4)^2-(x-50t+4)] & -4<x-50t<-3\\ 0 & -3<x-50t\end{cases}$$

$$y_2(x,t)=\begin{cases}0 & x<-4+50t\\ -10^{-3}[(x-50t+4)^2-(x-50t+4)] & -4+50t<x<-3+50t\\ 0 & -3+50t<x\end{cases}$$

כל גל חד כיווני הוא פרבולה שערכה המקסימלי מתקבל באמצע, בין נקודות ההתאפסות שלה. בזמן $t=0$ עבור גל שמגיע מימין זה $x=3.5$ ועבור זה שמגיע משמאל זה $x=-3.5$. אמפליטודה מקסימלית של הגל שנע בכיוון ציר ה-x השלילי היא $y_1(3.5,0)=2.5\cdot 10^{-4}m$.

הערך המקסימלי של הגל השקול שווה לסכום הערכים המקסימליים ולכן $y_{tot}=5\cdot 10^{-4}m$.

המקסימום של הגל השקול מתקבל בראשית הצירים, לכן הזמן שייקח להגיע עד לשם הוא $t=\frac{3.5}{50}=0.07sec$

האנרגיה של הגל השקול היא סכום האנרגיות (הקינטית ופוטנציאלית) של כל גל. מכיוון שהגלים בעלי צורה זהה יש להם אנרגיות זהות ולכן מספיק לחשב אנרגיה כללית של גל אחד ולהכפילה ב 2, לכן:

$$E=2\left(\left[\frac{T}{2}\int_3^4\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2dx\right]+\left[\frac{\mu}{2}\int_3^4\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2dx\right]\right)=2\left(2\left[\frac{T}{2}\int_3^4\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2dx\right]\right)$$

$$4\left[\frac{T}{2}\int_3^4\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2dx\right]=2\cdot 10^{-6}T\int_3^4\left[\frac{\partial}{\partial x}\left((x-3)^2-(x-3)\right)\right]^2dx=2\cdot 10^{-6}T\int_3^4(2x-7)^2dx$$

$$\frac{2\cdot 10^{-6}T(2x-7)^3}{6}\Big|_3^4=\frac{2\cdot 10^{-6}\cdot 125\cdot(1^3+1^3)}{6}=\frac{250}{3}\cdot 10^{-6}J$$

לא ניתן ליצור גל כי מהירותו לא שווה $50m/s$

שאלה 3 (25 נק')

פתרון:

$$\vec{k} = (0, 0.3, 0.4)[1/m]$$

$$\hat{k} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} = (0, 0.6, 0.8)$$

$$|\vec{k}| = \sqrt{0.3^2 + 0.4^2} = 0.5$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{|\vec{k}|} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi[m]$$

$$c = \frac{\omega}{|\vec{k}|} \rightarrow \omega = c|\vec{k}| = 1.5 \cdot 10^8[rad/sec]$$

$$\omega = 2\pi\alpha = 1.5 \cdot 10^8 \rightarrow \alpha = \frac{0.75 \cdot 10^8}{\pi}$$

$$\hat{e} = (1, 0, , 0) = \hat{x}$$

$$\vec{E}(y, z,) = E_0 \hat{y} sin\left(0.3y + 0.4z - 1.5 \cdot 10^8 t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\vec{B} = \frac{E_0(z, t)}{c}(\hat{k} \times \hat{e}) =$$

$$\frac{E_0}{c}\hat{x} sin\left(0.3y + 0.4z - 1.5 \cdot 10^8 t + \frac{\pi}{3}\right)(\hat{k} \times \hat{e}) =$$

$$\frac{E_0}{c}\hat{x} sin\left(0.3y + 0.4z - 1.5 \cdot 10^8 t + \frac{\pi}{3}\right)\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0.6 & 0.8 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\frac{E_0}{c}(0, 0.8, -0.6) sin\left(0.3y + 0.4z - 1.5 \cdot 10^8 t + \frac{\pi}{3}\right)$$

שאלה 4 (25 נק')

פתרון:

$$Z=\sqrt{L/C}=1\Omega\,,v_w=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{ZC}=\frac{10^8}{3}\frac{m}{s},L=Z^2C=3\cdot 10^{-8}H/m$$

$$\varepsilon_r=\frac{c_0}{c}=3\cdot 10^8:\frac{10^8}{3}=9$$

$$V(x,t)=\frac{F_1(x-v_wt)+F_1(x+v_wt)}{2}+\frac{1}{2v_w}\int_{x-v_wt}^{x+v_wt}F_2(x')dx'$$

$$F_1(x)=I(x,0)=e^{-x^2},F_2(x)=\frac{\partial I(x,0)}{\partial t}=-\frac{1}{L}\frac{\partial V(x,0)}{\partial x}=\frac{60sin(10x)}{L}=2\cdot 10^9sin(10x)$$

$$V(x,t)=\frac{e^{-\left(x-\frac{10^8}{3}t\right)^2}+e^{-\left(x+\frac{10^8}{3}t\right)^2}}{2}+\frac{1}{2v_w}\int_{x-v_wt}^{x+v_wt}2\cdot 10^9sin(10x')dx'=$$

$$\frac{e^{-\left(x-\frac{10^8}{3}t\right)^2}+e^{-\left(x+\frac{10^8}{3}t\right)^2}}{2}-\frac{10^9}{\frac{10^8}{3}}\frac{\cos(10x')}{10}\Big|_{x-\frac{10^8}{3}t}^{x+\frac{10^8}{3}t}$$

$$=\frac{e^{-\left(x-\frac{10^8}{3}t\right)^2}+e^{-\left(x+\frac{10^8}{3}t\right)^2}}{2}-3\left(\cos\left(10\left(x+\frac{10^8}{3}t\right)\right)-\cos\left(10\left(x-\frac{10^8}{3}t\right)\right)\right)$$

$$=\frac{e^{-\left(x-\frac{10^8}{3}t\right)^2}+e^{-\left(x+\frac{10^8}{3}t\right)^2}}{2}+3\left(\cos\left(10\left(x-\frac{10^8}{3}t\right)\right)-\cos\left(10\left(x+\frac{10^8}{3}t\right)\right)\right)$$