LaTeXnote 量子力学

第一次尝试用 LaTeX 翻写笔记

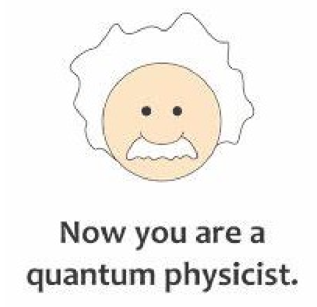
作者：六斤 & Rokemon

组织：西北师范大学

时间：July 30, 2024

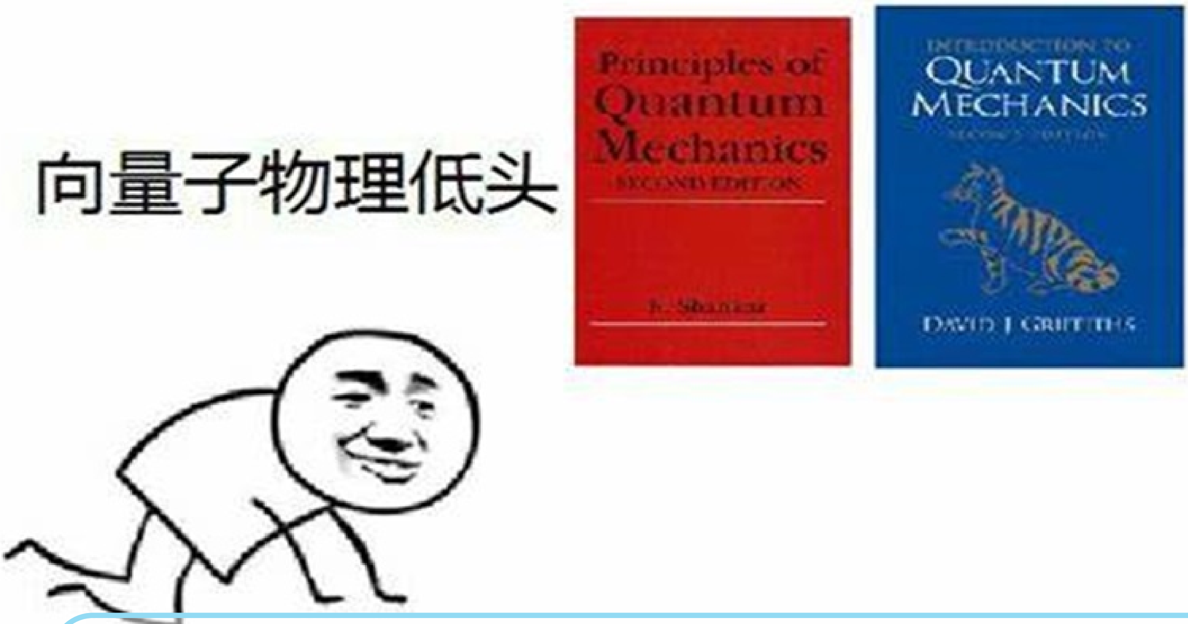
版本：$1-\beta$ 测试版

邮箱：18893881237@sina.cn



在没有结束前，总要做很多没有意义的事，这样才可以在未来某一天，用这些无意义的事去堵住那些讨厌的缺口

目录



第 1 章 一维问题

❤我们只能描述现象，不能透过它看清实质。❤

——点波推测

1.1 一维定态薛定谔方程、本征方程

1.1.1 一维定态 S-eq（一维问题可以普遍推广）

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)=[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V(x)]\psi(x,t)$$

定态方程：

$$[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x)]\,\psi(x)=E\,\psi(x),\ \psi\text{为本征函数，E 为本征值。}$$

回顾：本征函数，本征值。

$$\begin{cases}\text{线性代数：有限维矩阵}\\ \text{量子力学：算子（哈氏表述）}\Rightarrow\text{无限维矩阵}\end{cases}$$

	有限维矩阵	无限维矩阵
迹	对角元和 $\sum_i^n \lambda_i$ 一定有限	对角元和 $\sum_i^n \lambda_i$ 不一定有限
行列式 (特殊情况可对角化)	本征值之积 $\prod_i^n \lambda_i$ 一定有限	本征值之积 $\prod_i^n \lambda_i$ 不一定有限

1.1.1.1 本征问题——对角问题

矩阵对角化 $\begin{pmatrix} a & \cdots & c \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g & \cdots & i \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{等价变换}} \begin{pmatrix} A & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & C \end{pmatrix}$

Q: 在什么意义下等价？

线性代数出发点：对于线性方程组

$$A x = b \Longleftrightarrow A = \begin{bmatrix} la_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \ b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

建立增广矩阵

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{化为如下形式的梯形矩阵}]{\text{若能将增广矩阵}\bar{A}\text{做初等行变换}} \begin{bmatrix} 1 & & & & \xi_1 \\ & 1 & & & \xi_2 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & 1 & \xi_n \end{bmatrix}$$

则$\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_n$即为方程组的解 $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$

上述过程中对矩阵进行了等价变换，这种等价是解不变意义下的等价。

矩阵一定可以化为约当标准型，但不一定可以对角化。

在物理中遇到的问题通常特殊，具有良好的数学性质，数学问题往往逻辑自洽，考虑各种极限条件，太过于“抽象”，没有现实性。

本征矢：

$$\text{本征关系}\begin{cases} \text{线性代数:}(\alpha\,\beta\,\gamma)\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{如果成立}} \lambda \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \\ \text{量子力学:}\hat{D}\psi \xrightarrow{\text{如果成立}} \Lambda\psi \end{cases}$$

1.1.1.2 一维定态薛定谔方程 (核心问题)

1.1.1.3 简并

1.2 简并

1.3 一维定态波函数可表示为实函数

1.4 宇称

1.5 一维束缚态本征函数的节点

1.6 奇异势、无限深势阱

1.7 有限深势阱