

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩  
វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)  
រយៈពេល ៩០ នាទី  
ពិន្ទុ ៧៥  
ប្រធានៈ

មណ្ឌលប្រឡង .....  
លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

**ប្រធានទី០១**

- I. ក្នុងថតតុងមួយមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 7 ក្បាល និងសៀវភៅភាសាខ្មែរ 5 ក្បាល។ សិស្សម្នាក់បានយកសៀវភៅ 4 ក្បាលព្រមគ្នា ចេញពីថតតុងដោយចៃដន្យ។
- ក. រកប្រូបាបដែល “សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង 4 ក្បាល”។
2. រកប្រូបាបដែល “សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ 1 ក្បាល យ៉ាងតិច”។
- II. អេលីប E មួយមានសមីការទូទៅ:  $9x^2 + 4y^2 + 18x - 24y + 9 = 0$ ។
- ក. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប E។
2. រកប្រវែងអក្សធំ និងអក្សតូច ហើយរកកូអរដោនេនៃ ផ្ចិត កំពូល និងកំណុំនៃអេលីប E។
- III. អនុគមន៍  $g$  កំណត់ចំពោះ  $x \neq -1$  ដោយ  $g(x) = \frac{4x-1}{(x+1)^2}$ ។
- ក. រកចំនួនពិត  $a$  និង  $b$  ដើម្បីឲ្យ  $g(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+1)^2}$  ចំពោះគ្រប់  $x \neq -1$ ។
2. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(x+1)^2 y' = 4x-1$  ចំពោះ  $x \neq -1$  ដោយដឹងថា  $y(0) = 2019$ ។
- IV. គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់ដោយ  $f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x+1}$  ហើយមានក្រាប C។
- ក. រកដែនកំណត់ និងសិក្សាសញ្ញាដេរីវេ  $f'(x)$  នៃអនុគមន៍។
2. សរសេរសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃក្រាប C។
- គ. សង់តារាងអថេរភាព អាស៊ីមតូត និងក្រាប C នៃអនុគមន៍  $f$ ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩  
វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)  
រយៈពេល ៩០ នាទី  
ពិន្ទុ ៧៥  
ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង .....  
លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

## ប្រធានទី០២

- I. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y' - 3y = 0$  ។
2. រកចម្លើយ  $y_p$  មួយនៃសមីការ (E) ដើម្បីឲ្យក្រាបនៃចម្លើយកាត់តាមចំណុច  $M(0,1)$  ។
- II. អេលីប៊ីប E មួយមានសមីការ  $x^2 + 4y - 2x + 16y + 13 = 0$  ។
- ក. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូល និងកំណុំនៃអេលីប៊ីប E ។
2. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងអេលីប៊ីប E និងអ័ក្សអរដោនេ  $y'Oy$  ។
- III. គេឲ្យ  $A(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$  ចំពោះ  $x \neq 1$  ។
- ក. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ  $A(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$  ចំពោះគ្រប់  $x \neq 1$  ។
2. គណនា  $I(x) = \int A(x)dx$  ។
- IV. អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ x ដោយ  $y = f(x) = x + e^x$  ហើយមានក្រាប C ។
- ក. គណនា  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  និង  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ។
2. បង្ហាញថាបន្ទាត់  $d : y = x$  ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C កាលណា  $x \rightarrow -\infty$  ។
- គ. គណនាដេរីវេ  $f'(x)$  ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ឃ. គណនា  $f(-1), f(0), f(1)$  ហើយសង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ។ គេយក  $e = 2.7, e^{-1} = 0.4$  ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិទ្យាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)  
 រយៈពេល ៩០ នាទី  
 ពិន្ទុ ៧៥  
 ប្រធាន:

មណ្ឌលប្រឡង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខគុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

## ប្រធានទី០៣

I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 + 6x + 1}{x^2 + 1}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{(x+1)^2}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2 - \ln x)$

II. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 15 នាក់ ក្នុងនោះសិស្សប្រុស 9 នាក់ និងសិស្សស្រី 6 នាក់ ។

គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ ដោយចៃដន្យជាតំណាងទៅសម្ភាសន៍ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A ក្រុមសិស្សទាំង 3 នាក់ សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី ។

B ក្រុមសិស្សទាំង 3 នាក់ សុទ្ធតែជាសិស្សប្រុស ។

C ក្រុមសិស្សទាំង 3 នាក់ មាន 2 នាក់ជាសិស្សស្រី ។

III. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម ៖

ក.  $I = \int_1^2 (3x^2 - 2x + 3) dx$

ខ.  $J = \int_0^1 (e^{2x} - e^x + 1) dx$

គ.  $K = \int_1^2 \left( \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2} \right) dx$

IV. គេមានប៉ារ៉ាបូលមួយដែលមានកំពូលជាចំណុច O (0,0) និងកំណុំ F ស្ថិតនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

ក. រកសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលនេះ បើគេដឹងថាវាកាត់តាមចំណុច  $A\left(\frac{3}{2}; -3\right)$  ។

ខ. រកកូអរដោនេរបស់កំណុំ សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស រួចសង់ប៉ារ៉ាបូលនេះ ។

V. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ  $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7}$  ។ យើងតាងដោយក្រាប C របស់វាលើតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (0, i, j) ។

1. រកដែនកំណត់ D នៃអនុគមន៍ f ។

2. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f(x) ត្រង់  $-\infty$  និងត្រង់  $+\infty$  ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូត d ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់  $-\infty$  និង  $+\infty$  ។

3. ក. ស្រាយបំភ្លឺថាគ្រប់ចំនួនពិត  $x \in \mathbb{D}$ , ដេរីវេ  $f'(x) = \frac{-3(x^2 - 6x + 8)}{(x^2 - 5x + 7)}$  ។

ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

គ. សង់ក្រាប C នៃអនុគមន៍ f ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩  
វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)  
រយៈពេល ៩០ នាទី  
ពិន្ទុ ៧៥  
ប្រធានៈ

មណ្ឌលប្រឡង .....  
លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

ប្រធានទី០៤

- I. គណនាលីមីត ៖
- ក.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x + 6} - 3}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
- II. ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌សចំនួន៣ និងប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន៦ ។ គេចាប់យកប៊ូល៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖
- A : “ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ស”

B : “ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ក្រហម”

C : “មានប៊ូលមួយពណ៌ក្រហម និងពីរទៀតពណ៌ស”
- III. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម ៖
- ក.  $I = \int_1^3 (3x^2 + 2x + 1) \, dx$

ខ.  $J = \int_0^1 (2e^x - 1) \, dx$

គ.  $K = \int_1^2 \left( x + \frac{1}{x^2} \right) \, dx$
- IV. គេមានសមីការ  $9x^2 + 25y^2 = 225$  ។
- ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប ។ រកប្រវែងអ័ក្សតូច ប្រវែងអ័ក្សធំ និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ ។

ខ. សង់អេលីបនេះ ។
- V. គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $\mathbb{R} - \{2\}$  ដោយ  $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$  ។ យើងតាង  $C$  ជាក្រាបរបស់វា លើតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  ។
1. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍  $f$  ត្រង់  $-\infty$  និងត្រង់  $+\infty$  ។

2. សិក្សាអថេរភាព និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍  $f$  ។

3. a. រកចំនួនពិត  $a, b, c$  ដែលគ្រប់  $x \neq 2$ ;  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$  ។

b. គេតាង  $d$  ដែលមានសមីការ  $y = x + 1$  ។ បង្ហាញថា  $d$  ជាអាស៊ីមតូតនៃ  $C$  ត្រង់  $+\infty$  និង  $-\infty$  ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប  $C$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d$  ។

c. សង់ក្រាប  $C$  និង បន្ទាត់  $d$  ។

**မန္တလေးမြို့နယ်** .....

**လေစာအုပ်** ..... **လေစာ**.....

**လေ့ကျင့်ရေးကွင်း** .....

**ဟိုက်ဒရိုဂျင်** .....

**សូមអានប្រធានលំហាត់ឲ្យបានច្បាស់មុនធ្វើលំហាត់!**

សូមសម្រាក!

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)  
 រយៈពេល ៩០ នាទី  
 ពិន្ទុ ៧៥  
 ប្រធាន:

មណ្ឌលប្រឡង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

១. (១០ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

ក.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^3 + x^2 + x - 1}{x^2 + 1}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{x+6}}{x^2 - 9}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x^2 + 3 - \frac{\ln x}{x^2} \right)$

២. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 12 ក្នុងនោះមានប៊ូលសំចំនួន 5 និងប៊ូលក្រហមចំនួន 7។ គេចាប់យកប៊ូល 4 ក្នុងពេលតែមួយ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

- ក. A : ចាប់បានប៊ូលសំទាំងអស់
- ខ. B : ចាប់បានប៊ូលក្រហម 3
- គ. C : ចាប់បានប៊ូលក្រហមយ៉ាងតិច 1 ។

៣. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គណនាអាំងតេក្រាល:  $I = \int_1^2 \left( \frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} + \frac{1}{4} \right) dx$  និង  $J = \int_1^e \left( 2 + \frac{4}{x} \right) dx$

២. គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់ដោយ  $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 4}$  ចំពោះគ្រប់  $x \neq 2$  និង  $x \neq -2$ ។  
 ចូរបង្ហាញថាចំពោះគ្រប់  $x \neq 2$  និង  $x \neq -2$  គេបាន  $f(x) = 1 - \frac{3x}{x^2 - 4}$  រួចទាញរក  $K = \int_1^3 f(x) dx$  ។

៤. (១០ ពិន្ទុ) គេមានសមីការ (E) :  $y^2 = 36 - 4x^2$  ។

- ក. ចូរបង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប៊ីប្រេង ប្រវែងអ័ក្សតូច អ័ក្សធំ និងកូអរដោនេ កំពូល កំណុំទាំងពីរបស់វា។
- ខ. សង់អេលីប៊ីប (E) ។

៥. (៣០ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់ចំពោះគ្រប់  $x \neq -1$  និង  $x \neq 1$  ដែល  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{4(x^2 - 1)}$  មានក្រាបតាង (C) ។

ក. គណនា  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  និង  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប (C) ។

ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់  $x \neq -1$  និង  $x \neq 1$  គេបាន  $f'(x) = \frac{4x}{(x^2 - 1)^2}$  ។

គ. សិក្សាអថេរភាព និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍  $f$  ។

ឃ. សង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូត (T) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  ។

សូមអានប្រធានលំហាត់ឲ្យបានច្បាស់មុនធ្វើលំហាត់!

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)  
 រយៈពេល ៩០ នាទី  
 ពិន្ទុ ៧៥  
 ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

១. (១០ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតៈ

ក.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x^2-9}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 + \ln x - x^2)$

គ.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left( \frac{2x-1}{x+1} \right)$

២. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងកាបូបក្មេងប្រុសម្នាក់មានឃ្លីខៀវចំនួន ៤ ឃ្លីបៃតងចំនួន ២ និងឃ្លីខៀវចំនួន ៤។ ក្មេងប្រុសម្នាក់នោះបានលូកចាប់យកឃ្លី ៣ ចេញពីកាបូបព្រមគ្នាក្នុងពេលតែមួយដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលក្មេងប្រុសនោះលូកចាប់បានៈ

- ក. A : ឃ្លីទាំង ៣ មានពណ៌ខៀវ។                      ខ. B : ឃ្លីទាំង ៣ មានពណ៌ខុសៗគ្នា។                      គ. C : ឃ្លីទាំង ៣ មានពណ៌ក្រហមពីរ។

៣. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គណនាអាំងតេក្រាល:  $I = \int_1^2 (1 + 2x - 3x^2) dx$  និង  $J = \int_0^1 (e^{3x} - e^x + 3) dx$

២. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y' = 2y$ ។ រួចកំណត់ចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) បើ  $y(0) = 2019$ ។

៤. (១០ ពិន្ទុ) គេមានសមីការ (E) :  $(3x + 2y)^2 = 12(xy + 3)$  ។

- ក. បង្ហាញថាសមីការខាងលើនេះជាសមីការអេលីប។ កំណត់កូអរដោនេនៃកំពូល និងកំណុំទាំងពីរបស់វា។  
 ខ. សង់អេលីបនេះ។

៥. (៣០ ពិន្ទុ) អនុគមន៍  $f$  កំណត់ដោយ  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x + 2}$  តាង (C) ជាក្រាបរបស់វាលើតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(0, 1, j)$ ។

- ក. រកដែនកំណត់  $D$  នៃអនុគមន៍  $f$ ។  
 ខ. សិក្សាលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $-\infty$  និង  $+\infty$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C)។  
 គ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា  $f'(x) = \frac{-4(x-1)}{(x^2 - 2x + 2)^2}$  ចំពោះគ្រប់  $x \in D$ ។  
 ឃ. សិក្សាអថេរភាព និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍  $f$ ។  
 ង. សង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូត ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(0, 1, j)$ ។