

ត្រូវស្គាល់ប្រភេទនៃចំណុច និងកំណត់

លេខបន្ទាប់៖ .....

ចំណុចនេះមានប្រភេទណាមួយ?

លេខគុណ៖ .....

ប្រភេទនៃចំណុចនេះមានប្រភេទណាមួយ?

ប្រភេទនៃចំណុច៖ .....

ចំណុចនេះមានប្រភេទណាមួយ?

សម័យបច្ចុប្បន្ន៖ ១០ សីហា ២០១៨

នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖ .....

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖ .....

ឈ្មោះនិងអាសយដ្ឋាន៖ .....

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់ឡើយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានដកចេញពីប្រឡង។

-----

ចំណាត់ថ្នាក់៖ គណិតវិទ្យាឆ្នាំទី១ រយៈពេល៖ ១៥០ នាទី ពិន្ទុ៖ ១២៥

លេខសម្ងាត់៖



បទបញ្ជា៖ ១. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យប្រើឯកសារណាមួយឡើយ។

២. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យលួចចម្លងសន្លឹកកិច្ចការណ៍ឡើយ សូមអានកាតព្វកិច្ច និងសេចក្តីថ្លែងប្រគល់សិទ្ធិ។

### ប្រឡងទី០១

I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{\sin 4x + \sin 5x}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{1 - \sqrt{x+1}}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2e^x - 2)(1 - \cos 2x)}{x^3}$

II. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $Z^2 - 2\sqrt{2}Z + 4 = 0$  ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច។ រកម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់នៃឫសនីមួយៗរបស់សមីការនេះ។

ខ. សរសេរ  $W = \left( \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{\sqrt{2} - i\sqrt{2}} \right)^2$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

III. ក. គណនាអាំងតេក្រាល  $I = \int_0^2 (6x^2 - 3x - 1) dx$  និង  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2 \sin^2 x) dx$  ។

ខ. គេមាន  $f$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}^*$  ដោយ  $f(x) = -2 \left( \frac{x+1}{x^2} \right)$  ។ បង្ហាញថា  $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$  ។

គណនា  $K = \int_1^e f(x) dx$  ។  $\ln e = 1$

IV. ក្នុងផង់មួយមានប៊ូល 15 ដែលចែកជាប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន 7 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 7 នេះតាមលេខរៀងពី 1 ដល់ 7 រួចប៊ូលខៀវចំនួន 5 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 5 នេះតាមរៀងពី 1 ដល់ 5 ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន 3 និងគេសរសេរលេខលើប៊ូលទាំង 3 តាមលេខរៀងពីលេខ 1 ដល់ 3 ។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងផង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃប្រតិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង

ខ. B : ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស

គ. C : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស

V. 1. គេមានសមីការ  $18x^2 + 10y^2 = 90$  ។

ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប ។ រកប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ។

ខ. សង់អេលីបនេះ ។

2. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុច  $M(2, 3, 4), N(3, 5, 6), P(4, 6, 7), Q(3, 4, 5)$  ។

ក. រកវ៉ិចទ័រ  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{QP}$

ខ. ទាញបង្ហាញថាចតុកោណ  $MNPQ$  ជាប្រលេឡូក្រាម រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនេះ ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y'' + 2y' - 3y = 0$

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល  $y(0) = 1, y'(1) = e$  ។ (e ជាចំនួនពិតដែល  $\ln e = 1$ )

VII. គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ដោយ  $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$  ។

គេតាងក្រាបរបស់វាក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. ក. គណនាលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $-\infty$  និង  $+\infty$

ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប  $C$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d_1$  ដែលមានសមីការ  $y = x + 2$  ។

2. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត  $x, f(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2$  ។

ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃ  $f$  លើ  $\mathbb{R}$  និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ  $f$  ។

3. ក. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ  $d_2$  ទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់ចំណុច  $I$  ដែលមានអាប់ស៊ីស  $\ln 3$  ។

ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប  $C$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d_2$  ។

4. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ  $d_3$  ទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស  $0$  មានសមីការ  $y = \frac{1}{4}x + 1$

ខ. ដោយសន្មតថាចំណុច  $I$  ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប  $C$  និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ  $\ln 3 = 1.09$  ចូរសង់ក្រាប  $C, d_1, d_2, d_3$  នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ដោយកំណត់យក  $1$  ឯកតាស្មើ  $2\text{cm}$  ។

[ចម្លើយ]

ត្រូវស្វែងរកប្រយោជន៍ និងកិត្យានុភាព

លេខបន្ទប់៖ .....

ចំណូលនិយមន័យស្របតាមបទប្បញ្ញត្តិ

លេខគុះ៖ .....

ប្រឡងសញ្ញាប័ត្របឋមសិក្សាឧត្តមក្សេម

មណ្ឌលប្រឡង៖ .....

ឈ្មោះ និងឋានភូមិលេខានុក្រឹត្យ

សម័យបច្ចុប្បន្ន៖ ១០ សីហា ២០១៨

នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖ .....

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖ .....

ឋានភូមិលេខានុក្រឹត្យ៖ .....

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានដកចេញពីប្រឡង។

-----

ចំណាត់ថ្នាក់៖ គណិតវិទ្យាឆ្នាំកំណត់សិក្សាស្រាវជ្រាវ រយៈពេល៖ ១៥០ នាទី ពិន្ទុ៖ ១២៥

លេខសម្ងាត់៖



បទបញ្ជា៖ ១. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យប្រើឯកសារណាមួយនៅពេលប្រឡង។

២. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យលួចប្លន់សន្លឹកកិច្ចការណ៍ឡើយ សូមអរគុណសំណើស្នើសុំ និងសេចក្តីថ្លែងថ្កុលរបស់ខ្លួន។

[ប្រឡងទី០២]

I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $Z_1 = -1 + i\sqrt{3}$  និង  $Z_2 = 1 - i\sqrt{3}$  ។

ក. គណនា  $Z_1 + Z_2, Z_1 - Z_2, Z_1 \times Z_2$  និង  $\frac{Z_1}{Z_2}$  ។

ខ. សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃចំនួនកុំផ្លិច  $Z_1 - Z_2, Z_1 \times Z_2$  និង  $\frac{Z_1}{Z_2}$  ។

គ. គណនា  $Z_1^{2018} + Z_2^{2018}$  រួចទាញការសន្និដ្ឋាន។

II. គណនាលីមីត

ក.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} + 2} - 2$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x} + 6} - 3$

គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$

ឃ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x}{x}$

ង.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5 \sin 5x}{8x}$

III. ក្នុងស្បែងមួយមានប៊ូលពណ៌ស ៣ ពណ៌ខៀវ ៣ និងក្រហម ២។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង ៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បែងដោយចៃដន្យ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូល ២ ពណ៌ខៀវ»។

ខ. B : «ប៊ូលទាំង ៣ មានពណ៌ខុសៗគ្នា»។

គ. C : «ប៊ូល ១ គត់មានពណ៌ក្រហម»។

IV. ក. គណនាអាំងតេក្រាល  $I = \int_1^2 \left( \frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + 3 \right) dx$  និង  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 4x + \cos 2x) dx$  ។

ខ. គេមានអនុគមន៍  $f(x) = -\frac{2-x}{(x-1)^2}$  បង្ហាញថា  $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$  ។ គណនា  $K = \int_{-1}^0 f(x) dx$  ។

V. 1. គេមានវ៉ិចទ័រ  $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  ។ រកវ៉ិចទ័រ

ក.  $\vec{u} + \vec{v}$

ខ.  $\vec{u} - \vec{v}$

គ.  $\vec{u} \times \vec{u}$

ឃ.  $\vec{v} \times \vec{v}$

ង.  $\vec{u} \times \vec{v}$

ច.  $\vec{v} \times \vec{u}$

2. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប ដែលមានកំណុំមួយមានកូអរដោនេ  $(-1, 0)$  និងចំណុចកំពូលពីរមានកូអរដោនេ  $(-3, 0)$  និង  $(3, 0)$ ។ សង់អេលីបនេះ ។

VI. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y' + 2y = 2\frac{e^{-x}}{1 + 2e^x}$  ។

ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍  $f$  ដែល  $f(x) = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)$  ជាចម្លើយនៃ (E) ។

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍  $\psi$  ជាចម្លើយនៃ (E) លុះត្រាតែ  $(\psi - f)$  ជាចម្លើយនៃសមីការ (E') :  $y' + 2y = 0$  ។

VII. A គេមានអនុគមន៍  $g$  កំណត់លើ  $(0, +\infty)$  ដោយ  $g(x) = x^2 + \ln x$  ។

1. ក. បង្ហាញថា  $g$  ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ  $(0, +\infty)$  ។

ខ. គណនា  $g(1)$  ។

2. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំនួរទី១ បញ្ជាក់ថា បើ  $x \geq 1$  នោះ  $x^2 + \ln x \geq 1$  និងបើ  $0 < x \leq 1$  នោះ  $x^2 + \ln x \leq 1$  ។

ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម  $x^2 + \ln x - 1$  កាលណា  $x$  នៅចន្លោះ  $(0, +\infty)$  ។

B គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $(0, +\infty)$  ដោយ  $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$  និងតាងដោយក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ។

1. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍  $f$  ត្រង់ 0 និង  $+\infty$  (យើងដឹងថា  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ) ។

2. បង្ហាញថាដេរីវេនៃអនុគមន៍  $f$  គឺ  $f'(x) = \frac{x^2 + \ln x - 1}{x^2}$  ។

3. ប្រើលទ្ធផលនៃសំនួរ A សិក្សាសញ្ញានៃ  $f'(x)$  និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍  $f$  លើ  $(0, +\infty)$  ។

4. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់  $\Delta$  មានសមីការ  $y = x + 1$  ជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប C ត្រង់  $+\infty$  ។

ខ. សិក្សាទីតាំង C ធៀបនឹង  $\Delta$  និងបញ្ជាក់ថាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ I រវាងក្រាប C និង  $\Delta$  សង់  $\Delta$  និង ក្រាប C។

[ចម្លើយ]

ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា

វិទ្យាល័យមេតូឌីស្តិកម្ពុជា

ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាឧត្តមគ្រូ

ឈ្មោះ និងឋានភូមិសាស្ត្រ

លេខបន្ទប់៖ .....

លេខគុះ៖ .....

មណ្ឌលប្រឡង៖ .....

សម័យបណ្ណៈ ១០ សីហា ២០១៨

នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖ .....

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖ .....

ឋានភូមិសាស្ត្រ៖ .....

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានដកចេញពីប្រឡង។

-----

វិទ្យាសាស្ត្រ គណិតវិទ្យាថ្នាក់វិទ្យាល័យ រយៈពេល៖ ១៥០ នាទី ពិន្ទុ៖ ១២៥

លេខសម្ងាត់៖



បទបញ្ជា៖

១. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យប្រើឯកសារណាមួយឡើយ។

២. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យលួចប្លន់សន្លឹកកិច្ចការណ៍ឡើយ សូមរក្សាភាពស្ងៀមស្ងាត់ និងសេចក្តីថ្លៃថ្នូររបស់ខ្លួន។

### [ប្រឡងទី០៣]

#### I. គណនាលីមីត

ក.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{x^3 - x^2 + x - 1}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{-x}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - 3 \cos 4x}{\sin^2 x}$

ឃ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sin 2x}$

II. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស៧៩នាក់ ដែលក្នុងនោះ ៤ នាក់ជាសិស្សស្រី និង ៦ ជាសិស្សប្រុស។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស ៤ នាក់ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សដទៃ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»។

ខ. B : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»។

គ. C : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»។

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$  និង  $z_2 = 6 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$  ។

ក. សរសេរ  $z_1$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ខ. រកម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ  $z_1^3$  ។

គ. សរសេរផលគុណ  $z_1 \times z_2$  ជាទម្រង់ពីជគណិត។

IV. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយ  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុច  $A(-2, 1, 0), B(0, 1, 1), C(1, 2, 2)$  និង  $D(0, 3, -4)$  ។

ក. រកវ៉ិចទ័រ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$  ។

ខ. គណនាប្រវែង  $AB, AC, AD, BC, CD$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ  $ABC$  និង  $ACD$  កែងគ្នាតាមប្រវែង  $AC$ ។

2. គេមានសមីការ  $9y^2 - 16x^2 = 144$  ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល។ រកកូអរដោនេកំពូលទាំងពីរ និងកំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូល ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែបូល និងសង់អ៊ីពែបូលនេះ ។

V. 1. គណនាអាំងតេក្រាល  $I = \int_1^3 (x - 2 + 3x^3) dx$  និង  $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \cos x) dx$  ។

2. គេមានអនុគមន៍  $K = \int_0^1 \frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} dx$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$ ។

ដើម្បីគណនា  $K$  យើងត្រូវបង្ហាញថា  $\frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} = x + 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$  ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល  $y(0) = 1$  និង  $y'(1) = e^2$  ។

VII. គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ដោយ  $f(x) = x + \frac{1-3e^x}{1+e^x}$  គេតាងដោយ  $C$  ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ។

1. បង្ហាញថា  $f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{1+e^x}$  និងគណនាលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $-\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់  $d_1$  ដែលមានសមីការ  $y = x + 1$  អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់  $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប  $C$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d_1$  ។

2. គណនាលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $+\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់  $d_2$  ដែលមានសមីការ  $y = x - 3$  អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់  $+\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប  $C$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d_2$  ។

3. ក. គណនាដេរីវេ  $f'(x)$  និងបង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត  $x, f(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$  ។

ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃ  $f$  រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ  $f$ ។ សង់ក្រាប  $C$  និងបន្ទាត់  $d_1, d_2$  របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

[ ចម្លើយ ]

ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា

លេខបន្ទប់៖ .....

វិទ្យាល័យមេតូឌីស្តិកម្ពុជា

លេខគុះ .....

ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាឧត្តមគ្រូ

មណ្ឌលប្រឡង៖ .....

ឈ្មោះ និងឋានៈលេខានុក្រុម៖

សម័យបណ្ណៈ ១០ សីហា ២០១៨

នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖ .....

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖ .....

ឋានៈលេខា៖ .....

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានដកចេញពីប្រឡង។

-----

វិទ្យាសា៖ គណិតវិទ្យាឆ្នាំកំណត់វិទ្យាសាស្ត្រ រយៈពេល៖ ១៥០ នាទី ពិន្ទុ៖ ១២៥

លេខសម្ងាត់៖

ពិន្ទុសរុប

បទបញ្ជា៖

១. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យប្រើឯកសារណាមួយឡើយ។

២. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យលួចចម្លងសន្លឹកកិច្ចការណ៍ឡើយ សូមរក្សាភាពស្ងៀមស្ងាត់ និងសេចក្តីថ្លៃថ្នូររបស់ខ្លួន។

### [ប្រធានទី០៤]

#### I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{1 - x^2}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \sin x}}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin 3x}$

ឃ.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x - 6}{x^2 + 3x - 4}$

#### II. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = 1 + i\sqrt{3}$ និង $w = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)^3$

ក. ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា  $z$  ជាឫសនៃសមីការ  $z^2 - 2z + 4 = 0$  រួចទាញរកឫសមួយទៀតនៃសមីការនេះ ។

ខ. ចូរសរសេរឫសទាំងពីរនៃសមីការ  $z^2 - 2z + 4 = 0$  និង  $w$  ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

គ. ចូរសរសេរ  $w$  ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ពីជគណិត រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា  $\frac{z}{w} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} + i \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$  ។

#### III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ូល ៥ ដោយក្នុងនោះមានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ ៣ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ៣ និងប៊ូលពណ៌ស ២ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ២ ។ គេចាប់យកប៊ូល ២ ព្រមគ្នាក្នុងពេលតែមួយដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងប្រអប់នោះ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

ក. A : "គេចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា"

ខ. B : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣"

គ. C : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣ ដោយដឹងថាមានពណ៌ដូចគ្នា"

#### IV. 1. (១០ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល៖ $I = \int_1^2 \left( \frac{x^2}{2} + x - 3 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1 - \sin 4x}{4x + \cos 4x} \right) dx$ ។

2. (៥ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍  $f(x) = -\frac{4-x}{(x-3)^2}$  កំណត់ចំពោះគ្រប់  $x \neq 3$  បង្ហាញថា  $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{(x-3)^2}$  ។

គណនា  $K = \int_0^2 f(x) dx$  ។

#### V. ក. (៥ ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ខ. (៥ ពិន្ទុ) រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយរបស់វាប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ដេក  $y = 1$  ត្រង់  $x = 0$  ។

#### VI. 1. (១០ ពិន្ទុ) ក. គេឱ្យខ្សែកោង (E) : $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ។ បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ ប្រវែងអ័ក្សធំ និងប្រវែងអ័ក្សតូចនៃ (E) រួចសង់ខ្សែកោង (E) ។

2. (១០ ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសទៅវិជ្ជមាន  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុចបី  $A(1, 2, 1), B(4, 2, 4), C(5, 3, 0)$  ។

ក. រកប្រវែង  $AB, AC, BC$  រួចធ្វើការសន្និដ្ឋាននៃប្រភេទត្រីកោណ  $ABC$  ។

ខ. គណនាផលគុណ  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$  រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ  $ABC$  ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍  $g$  កំណត់លើ  $(0, +\infty)$  ដោយ  $g(x) = -x^2 + 1 - 2 \ln x$  ។

ក. ចូរគណនាដេរីវេ  $g'(x)$  រួចទាញថាអនុគមន៍  $g$  ជាអនុកម្មន៍ចុះជានិច្ចលើចន្លោះ  $(0, +\infty)$  ។

ខ. ចូរគណនាតម្លៃ  $g(1)$  ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ  $g(x)$  លើ  $(0, +\infty)$  ។

ផ្នែក B គេឲ្យអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើចន្លោះ  $(0, +\infty)$  ដោយ  $f(x) = \frac{9x^2 + 6 \ln x - 1}{2x^3}$  មានក្រាបតាង  $C$  ។

ក. ចូររកលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $0$  និង  $+\infty$  ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប  $C$  ។

ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់  $x > 0$  គេបាន  $f'(x) = kg(x)$  ដែល  $k$  ជាចំនួនពិតត្រូវកំណត់ ។  
គូសតារាងអថេរភាពនៃ  $f$  ដោយប្រើលទ្ធផលផ្នែក A ។

គ. ចូរគណនា  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  រួចទាញថា  $f(x) = 0$  មានឫសតែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

ឃ. កំណត់សមីការបន្ទាត់  $T$  ប៉ះទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់អាប៊ីស៊ីស  $1$  ។

ង. គណនា  $f(2)$  រួចសង់ក្រាប  $C$  និងបន្ទាត់  $T$  ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ។

[បន្លឺយ]



