ដំណោះស្រាយគណិតវិទ្យា QCM ប្រឡងចូលរៀនថ្នាក់វិស្វករសាលាតិចណូ ២០១៧

ធ្វើដំណោះស្រាយដោយ **ស៊ុំ សំអុន** និស្សិតថ្នាក់វិស្វករសាលាតិចណូ

បង្រៀនក្បួនដោះស្រាយកាត់ ដោយធ្វើឲ្យបានរហ័ស ដើម្បីទទួលបានពិន្ទុល្អ និងអាហារូបករណ៍

$\therefore \quad \therefore \quad \therefore$

$\therefore$

១. គេឲ្យ E ជាសំណុំឫសទាំងអស់នៃសមីការ $x^2+5x+6=0$ ។

(ក) $E=\{-2\}$ (ខ) $E=\{-3\}$ (គ) $E=\{3,2\}$ (ឃ) $E=\{3,-2\}$ (ង) $E=\{-3,-2\}$

ដំណោះស្រាយ

តាម $Vieta's\ Theorem$ គេមាន $X^2-SX+P=0$ ដែល α និង β ជាឫសនៃសមីការនេះ គេបាន $\alpha+\beta=S$ និង $\alpha\cdot\beta=P$
ដើម្បី ឲ្យបានសមីការមានទម្រង់ $x^2+5x+6=0$ លុះត្រាតែ ផលបូកឫស $\alpha+\beta=-5$ និង $\alpha\cdot\beta=6$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ង

សម្គាល់ យើងអាចដោះស្រាយតាមវិធីផ្សេងទៀតក៏បាន តែខ្លះអាចនឹងចំណាយពេលច្រើន ។

---

២. សំណុំ I នៃឫសទាំងអស់របស់វិសមីការ $2^{2x}-4\geq 0$ គឺ

(ក) $I=(-\infty;1)$ (គ) $I=(1;\infty)$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $I=[1;+\infty)$ (ឃ) $I=(-\infty;1]$

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $2^{2x}-4\geq 0$ នោះ

$$\begin{aligned} 2^{2x} &\geq 2^2 \\ \Leftrightarrow 2x &\geq 2 \\ \Rightarrow x &\geq 1 \end{aligned}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ខ

---

៣. ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{1+x}-1}$ គឺ

(ក) -3 (ខ) 3 (គ) 2 (ឃ) -2 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$\begin{aligned} \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+x}-1} &= \lim_{x\to 0}\frac{x\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{x} \\ &= \lim_{x\to 0}\sqrt{1+x}+1=2 \\ \therefore \quad \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+x}-1} &= 2 \end{aligned}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** គ

៤. តម្លៃនៃ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$ គឺ

(ក) 2 (ខ) 1 (គ) -2 (ឃ) 1 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2 x}{x^2}\quad\left(1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$=2\left(1\right)^2=2$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

៥. បើ $f'(x)$ ជាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)=(x-1)\,e^x$ នោះ

(ក) $f'(x)=e^x$ (ខ) $f'(x)=(x-1)\,e^x$ (គ) $f'(x)=(x-1)$ (ឃ) $f'(x)=2xe^x$ (ង) $f'(x)=xe^x$

ដំណោះស្រាយ

$$\begin{aligned} f(x)&=(x-1)\,e^x\\ f'(x)&=(x-1)'\,e^x+\left(e^x\right)'(x-1)\\ Hint:\left(u(x)\cdot v(x)\right)'&=u'(x)v(x)+v'(x)u(x)\\ &=xe^x\end{aligned}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ង

---

៦. យក $f(x)=3\sin(2x+3)$ ជាអនុគមន៍ និង $f'(x)$ ជាដេរីវេនៃ $f(x)$ ។ គេបាន

(ក) $f'(x)=2\cos(2x+3)$ (ខ) $f'(x)=6\cos(2x+3)$ (គ) $f'(x)=3\cos(2x+3)$ (ឃ) $f'(x)=6\sin(2x+3)$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$\begin{aligned} f(x)&=3\sin(2x+3)\\ f'(x)&=3\,(2x+3)'\cos(2x+3)\\ Hint:\left(\sin u(x)\right)'&=u'(x)\cos u(x)\\ &=6\cos(2x+3)\end{aligned}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ខ

---

៧. គេយក r ជាម៉ូឌុល និង θ ជាអាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $z=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ គេបាន

(ក) $r=4,\theta=\dfrac{3\pi}{4}$ (ខ) $r=4,\theta=\dfrac{\pi}{4}$ (គ) $r=4,\theta=-\dfrac{3\pi}{4}$ (ឃ) $r=4,\theta=-\dfrac{\pi}{4}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $z = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ នោះ $z = 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = 4\left[\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]$

$$\Rightarrow r = 4, \theta = -\frac{\pi}{4}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ឃ

---

៨. ចូរគណនា $\int_0^1 (6\sqrt{x} + 6x)\, dx$ ស្មើនឹង

(ក) 7 (ខ) -7 (គ) $\frac{7}{6}$ (ឃ) $-\frac{7}{6}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\int_0^1 (6\sqrt{x} + 6x)\, dx$

$$= 4\sqrt{x^3} + 3x^2 \Big|_0^1$$

$$\int_0^1 \left(6\sqrt{x} + 6x\right) dx = 4\left(\sqrt{1^3}\right) + 3(1)^2 - 0 = 7$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

៩. បើ $f(x) = \int 4xe^{x^2}dx$ នោះ

(ក) $f(x) = 4e^{x^2} + c$ (គ) $f(x) = 2e^{x^2} + c$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $f(x) = e^{x^2} + c$ (ឃ) $f(x) = 4xe^{x^2} + c$

ដំណោះស្រាយ

ដែល $f(x) = \int 4xe^{x^2}dx = 2\int 2xe^{x^2}dx$ តាង $t = x^2 \Rightarrow dt = 2xdx$

នោះ $f(x) = 2\int e^t dt = 2e^t + c$

$$\Rightarrow f(x) = \int 4xe^{x^2}dx = 2e^{x^2} + c$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** គ

---

១០. កន្សោម $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}$ ស្មើនឹង

(ក) $S_n = 2\left(1 - 2^{-n}\right)$ (គ) $S_n = \frac{1 - 2^n}{2}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $S_n = \frac{2^n - 1}{2}$ (ឃ) $S_n = 2\left(2^n - 1\right)$

ដំណោះស្រាយ

តាម $S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$ ដែល $q = \frac{1}{2}$ ចំពោះ $0 < q < 1$

$$\Rightarrow S_n = 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - (2)^{-n}}{\frac{1}{2}}$$

$$S_n = 2\left(1 - 2^{-n}\right)$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

១១. ក្នុងចំណោមអនុគមន៍ខាងក្រោម តើអនុគមន៍មួយណាមិនមែនជាអនុគមន៍ខួប?

(ក) $f_1(x)=\dfrac{8-\cos\left(\sqrt{2}x\right)}{4+\cos\left(\sqrt{2}x\right)}$ (ខ) $f_5(x)=\dfrac{\cos(5x)-\cos(3x)}{4+\cos(7x)+\cos(2x)}$ (ឃ) $f_4(x)=\dfrac{8-\cos(3x)}{4+\cos(2x)}$

(គ) $f_2(x)=\dfrac{8-3\cos(\pi x)}{4+\cos(3\pi x)}$ (ង) $f_3(x)=\dfrac{5+\cos(3\pi x)}{4+3\cos(3x)}$

ដំណោះស្រាយ

$\therefore$ **ចម្លើយ** ង

---

១២. គេឲ្យ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ជាវ៉ិចទ័រពីរក្នុងលំហដែល $\|\vec{a}\|=3,\left\|\vec{b}\right\|=4$ និង $\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\|=\sqrt{43}$ ។ ចូររកតម្លៃលេខនៃ $\left\|2\vec{a}+\vec{b}\right\|$ ។

(ក) 5 (ខ) 6 (គ) 7 (ឃ) 8 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\|=\sqrt{43}\Leftrightarrow\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\|^2=\sqrt{43}^2$

$$\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\|^2=\|a\|^2+\|b\|^2-2\vec{a}\vec{b}$$
$$\sqrt{43}^2=3^2+4^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$$
$$\vec{a}\cdot\vec{b}=-9$$

និង $\left\|2\vec{a}+\vec{b}\right\|^2$

$$\left\|2\vec{a}+\vec{b}\right\|^2=4\|a\|^2+\|b\|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}$$
$$=4\cdot3^2+4^2+4(-9)=4^2$$
$$\Rightarrow\left\|2\vec{a}+\vec{b}\right\|=\sqrt{4^2}=4$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ង

---

១៣. គេឲ្យវ៉ិចទ័របី $\vec{a}=(1,1,1),\vec{b}=(1,-2,-1),\vec{c}=(-1,-2,1)$ ។ ចូររកមាឌ V នៃតេត្រាអ៊ែតដែលកំណត់ដោយវ៉ិចទ័រទាំងបីនេះ ។

(ក) $V=4$ (ខ) $V=\dfrac{4}{3}$ (គ) $V=8$ (ឃ) $V=\dfrac{8}{3}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

មាឌតេត្រាអ៊ែត $V=\dfrac{1}{6}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\dfrac{1}{6}|-8|=\dfrac{4}{3}$

$$\frac{1}{6}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&-2&-1\\-1&-2&1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}-2&-1\\-2&1\end{vmatrix}-1\cdot\begin{vmatrix}1&1\\-1&1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}1&-2\\-1&-2\end{vmatrix}$$
$$=(-2-2)-(1-1)+(-2-2)=-8$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ខ

---

១៤. គេយក a,b ជាប្រវែងជ្រុងជាប់នឹងមុំកែង និង c ជាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុសនៃត្រីកោណកែងមួយ។ បើ a កើនឡើងដោយអត្រា $5cm/s$ នៅពេល $a=4cm$ និង b កើនឡើងដោយអត្រា $10cm/s$ នៅពេល $b=3cm$ ចូររកអត្រាកំណើននៃបរិមាត្រត្រីកោណនេះ ។

(ក) $20cm/s$ (ខ) $10cm/s$ (គ) $15cm/s$ (ឃ) $25cm/s$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $c^2 = a^2 + b^2$ (ពីតាគ័រ) និង $p = a + b + c$ (បរិមាត្រ)

គេបាន $2cdc = 2ada + 2bdb$ និង $dp = da + db + dc$

$$dc = \frac{ada + bdb}{c} = \frac{ada + bdb}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$dc = \frac{4 \cdot 5 + 3 \cdot 10}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 10cm/s$$

$$\Rightarrow dp = 5cm/s + 10cm/s + 10cm/s = 25cm/s$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ឃ

---

១៥. ចូរគណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x) = x^{x^{2017}}$ ។

(ក) $x^{x^{2017}}(2017\ln(x) + 1)$

(ខ) $x^{x^{2017}+2016}(2016\ln(x) + 1)$

(គ) $x^{x^{2017}+2016}(2017\ln(x) + 1)$

(ឃ) $x^{x^{2017}+2016}(2017\ln(x) - 1)$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$f(x) = x^{x^{2017}}$$

$$\ln f(x) = x^{2017}\ln x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 2017x^{2016}\ln x + x^{2016}$$

$$f'(x) = f(x)x^{2016}(2017lnx + 1)$$

$$f'(x) = x^{x^{2017}}x^{2016}(2017lnx + 1)$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^{x^{2017}+2016}(2017lnx + 1)$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** គ

---

១៦. តម្លៃនៃ $\lim\limits_{x\to 0}\left(x^{x^{2017}}\right)$ គឺ៖

(ក) 1 (ខ) 2 (គ) e (ឃ) e^{-1} (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$\lim_{x\to 0}\left(x^{x^{2017}}\right) = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\ln\left(x^{x^{2017}}\right)}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 0^+} x^{2017}\ln x}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\frac{1}{x^{2017}}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{d}{dx}(\ln x)}{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^{2017}}\right)}}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{2017}{x^{2018}}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{x^{2017}}{-2017}}$$

$$= e^0 = 1$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

១៧. គេយក $a_{n+1} = \sqrt[3]{6 + a_n}$ និង $a_0 = 0$ ។ ចូររកលីមីត A នៃស្វ៊ីត a_n ។

(ក) $A = 3$ (ខ) $A = 2$ (គ) $A = 1$ (ឃ) $A = 0$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

តាង $A > 0$ ជាលីមីតរបស់ស្វ៊ីត a_n

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to+\infty} a_n &= \lim_{n\to+\infty} a_{n+1} = A \\
\lim_{n\to+\infty} a_{n+1} &= \lim_{n\to+\infty} \sqrt[3]{6 + a_n} \\
A &= \lim_{n\to+\infty} \sqrt[3]{6 + A} \\
A^3 &= 6 + A \\
A^3 - A - 6 = 0 &\Rightarrow A = 2
\end{aligned}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ខ

---

១៨. គេយក $f(x) = x^3 - 3x + m + 2$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។ ចូរកំណត់តម្លៃទាំងអស់នៃ m ដើម្បីឲ្យខ្សែកោងតាងអនុគមន៍នេះកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសបាន៣ចំណុចខុសគ្នា។

(ក) $m < -8$ (ខ) $-8 \leq m < -4$ (គ) $-4 < m < 0$ (ឃ) $-4 \leq m \leq 0$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $f(x) = x^3 - 3x + m + 2$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0$

$\Rightarrow x = \pm 1$

ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍នេះកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសបាន៣ចំណុចខុសគ្នា លុះត្រាតែ $f(-1)f(1) < 0$

គេបាន $(-1 + 3 + m + 2)(1 - 3 + m + 2) < 0$

$(m + 4)(m) < 0$

$\Rightarrow m > -4$ និង $m < 0$ ឬ $-4 < m < 0$

$\therefore$ **ចម្លើយ** គ

---

១៩. គេមាន $f(x)$ ជាអនុគមន៍ កំណត់បាន និងមានអាំងតេក្រាលលើចន្លោះបិទ $[0; \pi]$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $f(\pi - x) = f(x)$ និង $I = \int_0^{\pi} x f(x) dx$។ គេបាន

(ក) $I = \frac{\pi}{3} \int_0^{\pi} f(x) dx$ (គ) $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(x) dx$ (ឃ) $I = \frac{\pi}{4} \int_0^{\pi} f(x) dx$

(ខ) $I = \int_0^{\pi} f(x) dx$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

---

២០. គេយក x_1, x_2 ជាឫសពីរនៃមីការ $x^2 - (3\sin t - \cos t)x - 8\cos^2 t = 0$ និង $G = x_1^2 + x_2^2$ ។ ចូររកតម្លៃតូចជាងគេ G_{min} និងតម្លៃធំជាងគេ G_{max} នៃកន្សោម G។

(ក) $G_{min} = 6, G_{max} = 16$ (គ) $G_{min} = 2, G_{max} = 4$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $G_{min} = 6, G_{max} = 19$ (ឃ) $G_{min} = 8, G_{max} = 18$

ដំណោះស្រាយ

ប្រើ $Vieta's\ Theorem$ នោះ $x_1 + x_1 = -\frac{b}{a} = (3\sin t - \cos t)$ និង $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -8\cos^2 t$

យើងមាន $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \\ &= (3\sin t - \cos t)^2 - 2\left(-8\cos^2 t\right) \\ &= (3\sin t - \cos t)^2 + 16\cos^2 t \\ &= 9\sin^2 t - 6\sin t\cos t + 17\cos^2 t \\ &= (3\cos t - \sin t)^2 + 8\left(\sin^2 t + \cos^2 t\right) \\ &= (3\cos t - \sin t)^2 + 8 \ \ (*) \end{aligned}$$

ប្រើ $Chauchy - Schwarz$ ដែល $\forall a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$ និង $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n)^2 \le \left(a_1^2 + a_2^2 + \dots a_n^2\right)\left(b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2\right)$

សមភាពនេះកើតមានពេល $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots = \frac{a_n}{b_n}$

នោះ $(3\cos t - \sin t)^2 \le \left(3^2 + (-1)^2\right)\left(\sin^2 t + \cos^2 t\right)$

$(3\cos t - \sin t)^2 \le 10 \ (**)$

តាម $(*)$ និង $(**)$

គេបាន $(3\cos t - \sin t)^2 \le 10 + 8$

$\Rightarrow (3\cos t - \sin t)^2 \le 18$

គេបានតម្លៃធំបំផុត គឺ $G_{max} = 18$ និង តម្លៃតូចបំផុត គឺ $G_{min} = 8$

ចម្លើយ ឃ

---

២១. គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់បាន និងមានអាំងតេក្រាលលើចន្លោះ $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ។ ចូរគណនារកតម្លៃនៃ $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\cos x)}{f(\cos x) + f(\sin x)} dx$ ។

(ក) $I = \frac{\pi}{3}$ (ខ) $I = \frac{2\pi}{3}$ (គ) $I = \frac{\pi}{2}$ (ឃ) $I = \frac{\pi}{4}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

ដោយ $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\cos x)}{f(\cos x) + f(\sin x)} dx \ \ (i)$

នោះ $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]}{f\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right] + f\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]} dx$

$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} dx \ \ (ii)$

គេបាន $(i) + (ii)$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$$
$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{4}$$

ចម្លើយ ឃ

---

២២. ផលបូកនៃលេខខ្ទង់រាយ និងលេខខ្ទង់ដប់នៃ 2018^{2017} គឺ

(ក) 13 (ខ) 14 (គ) 5 (ឃ) 6 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

យើងអាចធ្វើ តាម $2018^{2017} \equiv 68\,(\mathrm{mod} 100)$

ផលបូកនៃលេខខ្ទង់រាយ និងលេខខ្ទង់ដប់នៃ 2018^{2017} គឺ $6+8=14$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ខ

---

២៣. យក λ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (L_λ) ដែលកាត់តាមចំណុច $P(-1;2)$ ។ (C) ជាខ្សែកោងតាងសមីការ $y=x^2$ និង A_λ ជាក្រឡាផ្ទៃនៃដែនប្លង់ដែលខណ្ឌដោយ (L_λ) និង (C)។ តម្លៃនៃ λ ដែលនាំឲ្យ A_λ មានតម្លៃតូចជាងគេគឺ

(ក) $\lambda = 2$ (ខ) $\lambda = -2$ (គ) $\lambda = 3$ (ឃ) $\lambda = -3$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

---

២៤. ចូររកតម្លៃលេខនៃ $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ ។

(ក) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{2}$ (ខ) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{\sqrt{5}+1}}{2}$ (ឃ) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(គ) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

តាង $\theta = \frac{\pi}{5}$, $0 < \cos\theta < 1$

$$\begin{aligned}
5\theta &= \pi \\
3\theta &= \pi - 2\theta \\
\sin 3\theta &= \sin(\pi - 2\theta) \\
3\sin\theta - 4\sin^3\theta &= 2\sin\theta\cos\theta \\
\sin\theta\left(3 - 4\sin^2\theta\right) &= 2\sin\theta\cos\theta \\
3 - 4\left(1-\cos^2\theta\right) &= 2\cos\theta \\
4\cos^2\theta - 2\cos\theta - 1 &= 0 \\
\Rightarrow \cos\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{4} &= \frac{\sqrt{5}+1}{4}
\end{aligned}$$

ចម្លើយ គ

---

២៥. តាង $E = a + a^2 + a^4$ និង $F = a^3 + a^5 + a^6$ ដែល $a = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ និង $i^2 = -1$ ។

(ក) $\left(E = \frac{2+i\sqrt{7}}{2}, F = \frac{2-i\sqrt{7}}{2}\right)$
(គ) $\left(E = \frac{-1+i\sqrt{7}}{2}, F = \frac{-1-i\sqrt{7}}{2}\right)$
(ខ) $\left(E = \frac{1+i\sqrt{7}}{2}, F = \frac{1-i\sqrt{7}}{2}\right)$
(ឃ) $\left(E = \frac{-2+i\sqrt{7}}{2}, F = \frac{-2-i\sqrt{7}}{2}\right)$
(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

យើងមាន $E = a + a^2 + a^4$ និង $F = a^3 + a^5 + a^6$ នោះ

$$E + F = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 - 1 = \frac{a^7 - 1}{a - 1} - 1$$

$$a^7 = \cos\left[\left(\frac{2\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)\right]^7 = \cos(2\pi) + i\sin(2\pi) = 1$$

$$\Rightarrow E + F = \frac{1-1}{a-1} - 1 = -1$$

ពិនិត្យ៖ មានតែចម្លើយ (**គ**) តែមួយប៉ុណ្ណោះ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $E + F = \frac{-1+i\sqrt{7}}{2} + \frac{-1-i\sqrt{7}}{2} = -1$

$\therefore$ **ចម្លើយ** គ

---

២៦. យក x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 4$ ។
ចូររកតម្លៃតូចជាងគេ F_{min} និងតម្លៃធំជាងគេ F_{max} នៃកន្សោម $F = \sqrt{6}x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5$ ។

(ក) $F_{min} = -16, F_{max} = 16$
(គ) $F_{min} = -4, F_{max} = 4$
(ង) ចម្លើយផ្សេង
(ខ) $F_{min} = -6, F_{max} = 6$
(ឃ) $F_{min} = -12, F_{max} = 12$

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 4$ និង $F = \sqrt{6}x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5$
ដោយប្រើ $Chauchy - Schwarz$ ដែល $\forall a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ និង $b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n \in \mathbb{R}$
$\Rightarrow (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n)^2 \leq \left(a_1^2 + a_2^2 + \ldots a_n^2\right)\left(b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2\right)$
សមភាពនេះកើតមានពេល $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots = \frac{a_n}{b_n}$

$$\left(\sqrt{6}x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5\right)^2 \leq \left(\left(\sqrt{6}\right)^2 + (-4)^2 + 3^3 + (-2)^2 + 1^2\right)\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2\right)$$

$$F^2 \leq (36)(4)$$

$$F \leq \sqrt{36 \times 4} = \pm 12$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ឃ

---

២៧. គេមាន $E_n = \frac{20}{(5-4)\left(5^2-4^2\right)} + \frac{20^2}{\left(5^2-4^2\right)\left(5^3-4^3\right)} + \cdots + \frac{20^n}{\left(5^n-4^n\right)\left(5^{n+1}-4^{n+1}\right)}$ និង $E = \lim\limits_{n\to+\infty} E_n$ ។
គេបាន

(ក) $E=5$ (ខ) 4 (គ) 3 (ឃ) 2 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

លំហាត់ អាចមើលដោយ ចំណាំបាន គឺ **ចម្លើយ** ខ គឺ $E=\lim\limits_{n\to+\infty} E_n = 4$

---

២៨. យក $a_1, a_2, \ldots, a_m$ ជាចំនួនគត់ធំជាងសូន្យដែលខុសគ្នាពីរៗ និងមានតួចែកបឋមតូចជាង 5 ។ បើ $F_m = \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_m}$ គេបាន

(ក) $F_m < 3$ (ខ) $8 < F_m < 12$ (គ) $3 \le F_m \le 8$ (ឃ) $12 \le F_m < 20$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

a_m មានតួចែកបឋម តូចជាង 5 នោះគេបាន a_m មានទម្រង់
$2^x \cdot 3^y$ ដែល $x, y \ge 0$ ជាចំនួនគត់
F_m មានតម្លៃអតិបរមា កាលណា ផលបូករាយ គ្រប់តម្លៃនៃ x, y ពីតូចទៅដល់ធំ ។
ហើយ $F_m < F_\infty, \forall m \in \mathbb{N}$
យើងបាន

$$F_m < \sum_{x=0}^{\infty}\sum_{y=0}^{\infty}\frac{1}{2^x\cdot 3^y} = \sum_{x=0}^{\infty}\frac{1}{2^x}\cdot\sum_{y=0}^{\infty}\frac{1}{3^y}$$

$$F_m < \frac{1}{1-\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{3}} = 2\cdot\frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow F_m < 3$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

២៩. គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍មានដេរីវេគ្រប់លំដាប់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $f(y)-f(x)=(y-x)\,f'\left(\frac{x+y}{2}\right)$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x និង y ។ នោះគេបាន

(ក) $f(x)=\frac{ax+b}{x^2+2}$ (គ) $f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x^2+9}$ (ឃ) $f(x)=x^6+ax^4+b$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $f(x)=ax^2+bx+c$

ដំណោះស្រាយ

---

៣០. រកក្រឡាផ្ទៃនៃដែនប្លង់ដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាង $x=0, x=\frac{\pi}{2}, y=0$ និង $y=\frac{\cos x}{\sin^6 x+1}$ ។

(ក) $\frac{\sqrt{3}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)+\pi}{8}$ (គ) $\frac{\sqrt{3}\ln\left(2-\sqrt{3}\right)+\pi}{6}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $\frac{\sqrt{3}\ln\left(2-\sqrt{3}\right)+\pi}{6}$ (ឃ) $\frac{\sqrt{3}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)+\pi}{6}$

ដំណោះស្រាយ

លំហាត់នេះបើធ្វើវែង ខ្ញុំ សូមធ្វើដំណោះស្រាយនៅពេលក្រោយ
ចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវគឺ **ចម្លើយ** ឃ
