

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៩

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០១

I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{\sin 4x + \sin 5x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{1 - \sqrt{x+1}}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2e^x - 2)(1 - \cos 2x)}{x^3}$

II. ក. ដោះស្រាយសមីការ $Z^2 - 2\sqrt{2}Z + 4 = 0$ ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច។ រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃឫសនីមួយៗរបស់សមីការនេះ។

ខ. សរសេរ $W = \left(\frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{\sqrt{2} - i\sqrt{2}} \right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III. ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^2 (6x^2 - 3x - 1) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2\sin^2 x) dx$ ។

ខ. គេមាន f កំណត់លើ \mathbb{R}^* ដោយ $f(x) = -2 \left(\frac{x+1}{x^2} \right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$ ។

គណនា $K = \int_1^e f(x) dx$ ។ $\ln e = 1$

IV. ក្នុងផងមួយមានប៊ូល 15 ដែលចែកជាប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន 7 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 7 នេះតាមលេខរៀងពី 1 ដល់ 7 រួចប៊ូលខៀវចំនួន 5 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 5 នេះតាមរៀងពី 1 ដល់ 5 ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន 3 និងគេសរសេរលេខលើប៊ូលទាំង 3 តាមលេខរៀងពីលេខ 1 ដល់ 3។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងផងដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃប្រតិការណ៍ខាងក្រោម ៖

- ក. A : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង
- ខ. B : ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស
- គ. C : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស

V. 1. គេមានសមីការ $18x^2 + 10y^2 = 90$ ។

- ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ។
- ខ. សង់អេលីបនេះ។

2. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $M(2, 3, 4), N(3, 5, 6), P(4, 6, 7), Q(3, 4, 5)$ ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{QP}$
- ខ. ទាញបង្ហាញថាចតុកោណ MNPQ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនេះ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 2y' - 3y = 0$

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1, y'(1) = e$ ។ (e ជាចំនួនពិតដែល $\ln e = 1$)

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។

គេតាងក្រាបរបស់វាក្នុងប្លង់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1. ក. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$
- ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 2$ ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

2. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x, f(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2$ ។
ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ \mathbb{R} និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
3. ក. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ។
ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_2 ។
4. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស 0 មានសមីការ $y = \frac{1}{4}x + 1$
ខ. ដោយសន្មត់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ $\ln 3 = 1.09$ ចូរសង់ក្រាប C, d_1, d_2, d_3 នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ (O, \vec{i}, \vec{j}) ដោយកំណត់យក 1 ឯកតាស្មើ 2cm ។

မဏ္ဍိယ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៥

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០២

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

- I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $Z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ ។
 - ក. គណនា $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
 - ខ. សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
 - គ. គណនា $z_1^{2018} + z_2^{2018}$ រួចទាញការសន្និដ្ឋាន។
- II. គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} + 2 - 2}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x} + 6 - 3}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$

ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x}{x}$

ង. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5 \sin 5x}{8x}$
- III. ក្នុងស្បែងមួយមានប៊ូលពណ៌ស ៣ ពណ៌ខៀវ ៣ និងក្រហម ២។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង ៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បែងដោយចៃដន្យ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖
 - ក. A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូល ២ ពណ៌ខៀវ»។
 - ខ. B : «ប៊ូលទាំង ៣ មានពណ៌ខុសៗគ្នា»។
 - គ. C : «ប៊ូល ១ គត់មានពណ៌ក្រហម»។
- IV. ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + 3 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 4x + \cos 2x) dx$ ។
 - ខ. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = -\frac{2-x}{(x-1)^2}$ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$ ។ គណនា $K = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ។
- V. 1. គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ។ រកវ៉ិចទ័រ

ក. $\vec{u} + \vec{v}$

ខ. $\vec{u} - \vec{v}$

គ. $\vec{u} \times \vec{u}$

ឃ. $\vec{v} \times \vec{v}$

ង. $\vec{u} \times \vec{v}$

ច. $\vec{v} \times \vec{u}$

 2. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប ដែលមានកំណុំមួយមានកូអរដោនេ $(-1, 0)$ និងចំណុចកំពូលពីរមានកូអរដោនេ $(-3, 0)$ និង $(3, 0)$ ។ សង់អេលីបនេះ ។
- VI. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' + 2y = 2\frac{e^{-x}}{1 + 2e^x}$ ។
 - ក. រៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍ f ដែល $f(x) = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។
 - ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ ψ ជាចម្លើយនៃ (E) លុះត្រាតែ $(\psi - f)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E') : $y' + 2y = 0$ ។
- VII. A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + \ln x$ ។
 1. ក. បង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ $(0, +\infty)$ ។
 - ខ. គណនា $g(1)$ ។
 2. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំនួរទី១ បញ្ជាក់ថា បើ $x \geq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \geq 1$ និងបើ $0 < x \leq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \leq 1$ ។
 - ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម $x^2 + \ln x - 1$ កាលណា x នៅចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

B គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$ និងតាងដោយក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

1. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ (យើងដឹងថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ។
2. បង្ហាញថាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{x^2 + \ln x - 1}{x^2}$ ។
3. ប្រើលទ្ធផលនៃសំនួរ A សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើ $(0, +\infty)$ ។
4. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ Δ មានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប C ត្រង់ $+\infty$ ។
 ខ. សិក្សាទីតាំង C ធៀបនឹង Δ និងបញ្ជាក់ថាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ I រវាងក្រាប C និង Δ សង់ Δ និង ក្រាប C ។

အဖြေ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៥

គ្រឿងប្រឡូកសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡូក: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡូក
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៣

I. គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{x^3-x^2+x-1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{-x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3-3\cos 4x}{\sin^2 x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sin 2x}$

II. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សៗក្នុងចំណោមពួកគេ 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រី និង 6 ជាសិស្សប្រុស។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សដទៃ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- ក. A : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»។
- ខ. B : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»។
- គ. C : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»។

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ និង $z_2 = 6\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$ ។

- ក. សរសេរ z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- ខ. រកម៉ូឌុល និងអាក្យូយម៉ង់នៃ z_1^3 ។
- គ. សរសេរផលគុណ $z_1 \times z_2$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។

IV. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(-2, 1, 0), B(0, 1, 1), C(1, 2, 2)$ និង $D(0, 3, -4)$ ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ ។
- ខ. គណនាប្រវែង AB, AC, AD, BC, CD ។ ទាញបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ ABC និង ACD កែងត្រង់ A ។ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទាំងពីរនេះ។

2. គេមានសមីការ $9y^2 - 16x^2 = 144$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល។ រកកូអរដោនេកំពូលទាំងពីរ និងកំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូល។ រកសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែបូល និងសង់អ៊ីពែបូលនេះ។

V. 1. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^3 (x-2+3x^3) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \cos x) dx$ ។

2. គេមានអនុគមន៍ $K = \int_0^1 \frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} dx$ កំណត់លើ \mathbb{R} ។
 ដើម្បីគណនា K យើងត្រូវបង្ហាញថា $\frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} = x + 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$ ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1$ និង $y'(1) = e^2$ ។

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + \frac{1-3e^x}{1+e^x}$ គេតាងដោយ C ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

1. បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{1+e^x}$ និងគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 1$ អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

2. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_2 ដែលមានសមីការ $y = x - 3$ អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $+\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_2 ។

3. ក. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងបង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត $x, f(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$ ។

2. សិក្សាអថេរភាពនៃ f រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។ សង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ d_1, d_2 របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ទំព័រ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៤

I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{1 - x^2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \sin x}}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin 3x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x - 6}{x^2 + 3x - 4}$

II. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = 1 + i\sqrt{3}$ និង $w = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)^3$

- ក. ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា z ជាឫសនៃសមីការ $z^2 - 2z + 4 = 0$ រួចទាញរកឫសមួយទៀតនៃសមីការនេះ ។
- ខ. ចូរសរសេរឫសទាំងពីរនៃសមីការ $z^2 - 2z + 4 = 0$ និង w ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- គ. ចូរសរសេរ w ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ពីជគណិត រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{z}{w} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + i \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ូល ៥ ដោយក្នុងនោះមានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ ៣ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ៣ និងប៊ូលពណ៌ស ២ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ២ ។ គេចាប់យកប៊ូល ២ ព្រមគ្នាក្នុងពេលតែមួយដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងប្រអប់នោះ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

- ក. A : "គេចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា"
- ខ. B : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣"
- គ. C : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣ ដោយដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា"

IV. 1. (១០ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល៖ $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{2} + x - 3 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1 - \sin 4x}{4x + \cos 4x} \right) dx$ ។

2. (៥ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ $f(x) = -\frac{4-x}{(x-3)^2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq 3$ បង្ហាញថា $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{(x-3)^2}$ ។
 គណនា $K = \int_0^2 f(x) dx$ ។

V. ក. (៥ ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ខ. (៥ ពិន្ទុ) រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយរបស់វាប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ដេក $y = 1$ ត្រង់ $x = 0$ ។

VI. 1. (១០ ពិន្ទុ) ក. គេឲ្យខ្សែកោង (E) : $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ។ បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ ប្រវែងអ័ក្សធំ និងប្រវែងអ័ក្សតូចនៃ (E) រួចសង់ខ្សែកោង (E) ។

2. (១០ ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសទៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុចបី $A(1, 2, 1), B(4, 2, 4), C(5, 3, 0)$ ។

- ក. រកប្រវែង AB, AC, BC រួចធ្វើការសន្និដ្ឋាននៃប្រភេទត្រីកោណ ABC ។
- ខ. គណនាផលគុណ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = -x^2 + 1 - 2 \ln x$ ។

- ក. ចូរគណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចទាញថាអនុគមន៍ g ជាអន្តរកម្មនៃប្រភេទអនុគមន៍ $(0, +\infty)$ ។
- ខ. ចូរគណនាតម្លៃ $g(1)$ ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើ $(0, +\infty)$ ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

ផ្នែក B គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{9x^2 + 6\ln x - 1}{2x^3}$ មានក្រាបតាង C ។

- ក. ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប C ។
- ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = kg(x)$ ដែល k ជាចំនួនពិតត្រូវកំណត់ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ដោយប្រើលទ្ធផលផ្នែក A ។
- គ. ចូរគណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ រួចទាញថា $f(x) = 0$ មានឫសតែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
- ឃ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ T ប៉ះទៅនឹងក្រាប C ត្រង់អាប់ស៊ីស 1 ។
- ង. គណនា $f(2)$ រួចសង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ T ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៥

- I. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4 ។ គេចាប់យកឃ្លី 3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:
 A: ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ក្រហម; B: យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពណ៌ខៀវ; C: ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា។

II. គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2(x-2) + x^2 + x - 1}{1-x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{\sin 3x}$

គ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{2(\pi - 3x)}$

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 3i\sqrt{3}$ និង $z_2 = \sqrt{3} + i$ ។

ក. គណនា $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$

គ. សរសេរ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។

ខ. សរសេរ $z_1 \times z_2$ និង $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

IV. គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int_1^2 (2-x+x^2) dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\cos 2x - \frac{1}{2} \cos 4x \right] dx$; $K = \int_2^3 \left(3x-2 + \frac{1}{x-1} \right) dx$ ។

V. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច A (1;2;3), B (3;0;1), C (-1;0;1) និង D (2;1;2) ។

a. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ ។

b. បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ។

c. បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $n(0;1;-1)$ ជារ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ទៅនឹងប្លង់ (ABC) ។

2. គេមានសមីការ $(2x+3y)^2 = 12(xy+3)$ ។

បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សតូច អ័ក្សធំ កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងសង់អេលីបនេះ។

VI. a. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល: (E) : $y'' + 4y' = 5y$ ។

b. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) បើគេដឹងថាក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច (0;3) ហើយបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -3 ។

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(1; +\infty)$ ដោយ $f(x) = -x + 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ ។ គេតាងដោយ (C) ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ។

1. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 1 និងត្រង់ $+\infty$ ។

2. ស្រាយបំភ្លឺថានៅលើ $(1; +\infty)$ គេបានដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{-(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើ $(1; +\infty)$ ។

3. a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = -x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $+\infty$ ។

b. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x លើ $(1; +\infty)$ $\frac{x+1}{x-1} > 1$ និងទាញយកការប្រៀបធៀបទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង d_1 ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

4. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើ (C) ដែលបង្ហាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិស $-\frac{5}{3}$ និងសរសេរសមីការបង្ហាត់ប៉ះ d_2 នេះ។
5. សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត d_1 និងបង្ហាត់ប៉ះ d_2 ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល $\ln 3 = 1.1$ និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $(4.5; 0)$ ។

5. សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត d_1 និងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល $\ln 3 = 1.1$ និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $(4.5; 0)$ ។

ප්‍රශ්න

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

.....

.....

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៦

- I. (១៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = (1 + i)^{10} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{20}$ ។
 ក. សរសេរ z ជាទម្រង់ពីជគណិត និងទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ខ. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឲ្យ $xz + y\bar{z} = \sqrt{3}$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{x - 5\sqrt{x} + 4}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{6x - 2\pi}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + x - 1 + x^2(x - 2)}$

III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានបិទបាល់ពណ៌ស ៥ ដើម កូនបិទពណ៌ខៀវ ៣ ដើម និងកូនបិទពណ៌ក្រហម ៤ ដើម ។ គេចាប់យកបិទ ៣ ចេញព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

- ក. A : “ចាប់បានបិទទាំង ៣ មានពណ៌ដូចគ្នា” ខ. B : “ចាប់បានបិទពណ៌ខៀវ ២ គត់”
 គ. C : “ចាប់បានបិទទាំង ៣ មានពណ៌ខុសគ្នា” ។

IV. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

១. ក. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x} dx$ ខ. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos^2 2x} dx$ គ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + 1) \sin 2x dx$
 ២. គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x \neq 1$ ។
 កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x \neq 1$ រួចគណនា $K = \int_0^2 f(x) dx$ ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' - 2y = 4 \cos x$ ។

- ក. កំណត់ចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (F) : $y' - 2y = 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $y(0) = 1$ ។
 ខ. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដែលអនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = a \cos x + b \sin x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ (E) ។
 គ. ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

VI. ១. (១០ ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការនៃកោនិច (P) : $(1 - 2x)^2 - 8(y + 1) + 7 + 4x = 0$ ។ បង្ហាញថា (P) ជាប៉ារ៉ាបូល ។
 កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងសង់ក្រាបវា ។

២. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ប្រដាប់ដោយទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(-1; 2; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ និង $\overrightarrow{BC} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ។
 ក. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច C ។ គណនាផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$ និងទាញរកកូស៊ីនុសនៃមុំ B ។
 ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BA}$ និងកំណត់សមីការប្លង់កាត់តាម A; B; C ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A : អនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = (2 - x)e^{-x} - 2$ ។

- ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។
 ខ. គណនាដេរីវេ $g'(x)$, $g(0)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ $g(x)$ ។ ទាញរកសញ្ញានៃ g ទៅតាមតម្លៃនៃ x ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

ផ្នែក B : អនុគមន៍ $f(x) = \frac{2e^x + 1}{(x-3)e^x}$ មានក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

ក. រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ចុងដែនកំណត់។

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់នៃក្រាប C ។

ខ. ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ គេបាន $f'(x) = \frac{(2-x)e^{-x}-2}{(x-3)^2 e^{2x}}$ ។ រួចបង្ហាញថា $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f និងសង់ក្រាប C ។

បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំណាងល្អ!

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខគុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៧

- I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត: $A = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^2 - 2x + 1}{x} - \frac{1}{x} \right)$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - \sin 3x}{\sin^2 x + 4x}$, $C = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{\frac{\pi}{6} - x}$
- II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int \left(\frac{4x - 5x^2 + 6x^3}{x^3} \right) dx$, $J = \int_0^1 \left(\frac{1}{x^2 - 4x + 4} \right) dx$, $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x \sqrt{1 - \cos x}) dx$
- III. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ និង $z_2 = 3 + 3\sqrt{3}i$ ។ ក. គណនា $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
 ខ. សរសេរស $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ គ. បង្ហាញថា $x = \left(\frac{9i}{4} \right)^{1008} \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{\frac{2016}{2}}$ ជាចំនួនពិត ។
- IV. (១០ ពិន្ទុ) ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 3y' = 4y$ ។
 ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដោយដឹងថាក្រាបតាងអនុគមន៍ចម្លើយប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ T ដែលមានសមីការ $y + 4x = 0$ ត្រង់ចំណុច A (0,6) ។
- V. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហមចំនួន 3 ឃ្លីសចំនួន 2 និងឃ្លីខ្មៅចំនួន 4 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយៗចំនួន 3 ចេញមិនដាក់ចូលវិញដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន:
 A : ឃ្លីទាំង 3 ជាឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា, B : ឃ្លីទី 1 និង 2 ជាឃ្លីពណ៌ស, C : ឃ្លីទាំង 3 ជាឃ្លីពណ៌ខុសគ្នា
- VI. (៣៥ ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយ $(0, 1, j)$ អនុគមន៍ f កំណត់ $x \in (-1, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + \frac{\ln(1+x)}{1+x}$ មានក្រាប (C) ។
 ១. អនុគមន៍ g កំណត់ $x \in (-1, +\infty)$ ដោយ $g(x) = (1+x)^2 - 1 + \ln(1+x)$ ។
 ក. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g(x) ។ គណនា g(0) ។
 ខ. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីត រួចសិក្សាសញ្ញា $g(x), x \in (-1, +\infty)$ ។
 ២. ក. គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ដោយប្រើ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ។
 រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។
 ខ. ជ្រៀងផ្ទាត់ថា $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^2}, x \in (-1, +\infty)$ រួចសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ L មានសមីការ $y = x$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀប ។
 ឃ. សង់ក្រាប (C) និង L ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។
 គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និង L បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = 3$ ។
- VII. (២៥ ពិន្ទុ) ១. ក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់ $(0, i, j, k)$ គេមានចំណុច A (1,3,-1), B (3,0,1), C (2,1,-3) និងបន្ទាត់ L ដែលមានសមីការ $x = 2-t, y = 2t$ និង $z = 1-t, t \in \mathbb{R}$ ។
 ក. បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C កំណត់បានប្លង់ ABC មួយ រួចកំណត់សមីការប្លង់ ABC ។
 ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។ រកកូអរដោនេចំណុច M ប្រសព្វរវាងប្លង់ ABC និងបន្ទាត់ L ។
 ២. បញ្ជាក់សមីការ (E) : $4x^2 - 100 = 25y^2$ ជាអ៊ីពែបូល ។ រកកូអរដោនេផ្ចិត កំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត រួចសង់ ។

សូមអានប្រធានលំហាត់ឲ្យបានច្បាស់មុនធ្វើលំហាត់!

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំណាងល្អ!

គ្រឹះស្ថានបណ្ណបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡូង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡូង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៨

- I. (១០ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -\sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ និង $z_2 = 1 + i$ ។
 ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ខ. រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $w = \frac{z_1}{z_2}$ ។
- II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត: $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - \sqrt{x+15}}{x^2 - 1}$; $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\sin^2 5x}$; $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x^2 - 5x + 6) - \ln x]$
- III. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int_1^2 (1 - 3x + 2x^2) dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} dx$
 ២. ក. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឲ្យ $\frac{3x^2 + 6x + 7}{(x+2)(x+3)} = a + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{x+3}$ ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R} - \{-2; -3\}$ ។
 ខ. គណនាអាំងតេក្រាល $K = \int \frac{3x^2 + 6x + 7}{(x+2)(x+3)} dx$ ។
- IV. (១០ ពិន្ទុ) ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 4y' + 4y = 0$ ។
 ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) បើគេដឹងថាខ្សែកោង (H) តាងអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច $M(-1; 1)$ ហើយបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចនេះស្របនឹងបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = 2x + 3$ ។
- V. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានបិទពណ៌ខៀវ ៥ ដើម បិទពណ៌ក្រហម ៤ ដើម និងបិទពណ៌ខ្មៅ ៣ ដើម ។
 គេចាប់យកបិទ ៤ ដើមព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:
 ក. A : បិទពណ៌ខៀវទាំង ៤ ដើម ខ. B : បិទទាំង ៤ ដើមមានពណ៌ដូចគ្នា គ. C : យ៉ាងតិចមានបិទ ៣ ដើមពណ៌ដូចគ្នា ។
- VI. (២៥ ពិន្ទុ) ១. គេមានសមីការ $4(5y - 2x)(2x + 5y) = -400$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល ។ រកកូអរដោនេផ្ចិតកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរ រួចសង់អ៊ីពែបូលនេះ ។
 ២. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេមាន $A(3; 2; -1), B(-6; 1; 1); C(4; -3; 3), D(-1; -5; -1)$ និង $H(1; -1; 3)$ ។
 ក. គណនាប្រវែង AH ។ សរសេរសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច H ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AH) ។
 ខ. បង្ហាញថា B; C; D ស្ថិតនៅលើប្លង់ (P) ។
 គ. គណនាកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ BCD ។
- VII. (៣៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $I = (4; +\infty)$ ដោយ $f(x) = -2x + 5 + 3 \ln\left(\frac{x+1}{x-4}\right)$ និង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ដែលមានឯកតាលើអ័ក្ស 1cm ។
 ១. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ ៤ និង $+\infty$ ។
 ២. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x \in I$ គេបាន $f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 7}{(x+1)(x-4)}$ ។ សិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x \in I$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការ $y = -2x + 5$ ជាអាស៊ីមតូតនៃ (C) ។
 ខ. ចំពោះគ្រប់ $x > 4$ ចូរបង្ហាញថា $\frac{x+1}{x-4} > 1$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (D) ។
 គ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដែលបន្ទាត់ (Δ) ប៉ះខ្សែកោង (C)

ប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

ត្រង់ចំណុចនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $-\frac{9}{2}$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (Δ) ។

ឃ. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D), (Δ) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ។ (គេឲ្យ $\ln 6 = 1.8$)

សូមអានប្រធានលំហាត់ឲ្យបានច្បាស់មុនធ្វើលំហាត់!

ចម្លើយ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំណាងល្អ!

မဏ္ဍလပြဆိုစ

លេខបន្តបន្ទាប់ លេខតុ

ឈ្មោះបេក្ខជន

ហត្ថលេខាបេក្ខជន

வினா: ௧௨௩

ប្រធានទី០៩

- I. (១៥ ពិនុ) ក្នុងកាបូបមួយមានបិច 4 ដើម ខ្មៅដៃ 3 ដើម និងបន្ទាត់ 2 ដើម។ សិស្សម្នាក់លូកចាប់យកវត្ថុ 3 ព្រមគ្នាចេញពីកាបូប ដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

ក. A : ចាប់បានបីចំណុចទាំង 3 ដើម។ ខ. B : ចាប់បានបន្ទាត់មួយដើមយ៉ាងតិច។ គ. C : ចាប់បានវ៉ិចទ័រមួយមុខមួយដើម។

- II. (១០ ពិន្ទុ) ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{3} + i$ និង $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

2. គណនា $z_1^6 + z_2^6$ ។

- III. (๑๕ คะแนน) คำนวณลิมิต: ก. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 16}{\sqrt{2x} - 2}$ ข. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos(2x - \pi)}{x - \frac{\pi}{2}}$ ค. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x+1} - e^{1-2x})$

- IV. (១៥ ពិន្ទុ) ១. ចូរគណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int_1^2 \frac{(x-1)^2}{x^2} dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2-2\sin 2x}{(\sin x - \cos x)^2} dx$ ។

២. ក. កំណត់ចំនួនពិត A; B និង C ដើម្បីឲ្យ $\frac{3x^2}{x^3-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}, x \neq 1$ ។ ខ. គណនាអាំងតេក្រាល $K = \int \frac{3x^2}{x^3-1} dx$

- V. (១០ ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' - 4y = 0$ ។

២. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) បើគេដឹងថាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ចម្លើយកាត់តាមចំណុច (0;1) ហើយប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 9 ។

- VI. (២៥ ពិន្ទុ) ១. ក. រកកូអរដោនេនៃកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល $P: 2y^2 + 8y + 3x - 4 = 0$ ។

2. រកកុំអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល P និងបន្ទាត់មានសមីការ $x = -2$ រួចសង់ប៉ារ៉ាបូល P ។

២. គេមានកុំអរដោនេនៃចំណុច $M(2, 1, 0)$; $N(1, -2, 2)$ និង $P(0, -2, 1)$ ។

ក. បង្ហាញថាចំណុច M, N និង P ជាកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណសមបាត ។

2. សរសេរសមីការប្លង់ (α) ដែលកាត់តាមចំណុច M, N និង P ។

គ. រកសមីការទូទៅស្វ័យ (S) មួយដែលមានផ្ចិត A (1,2,-3) ហើយប៉ះទៅនឹងប្លង់ (α) ។

- VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0; +\infty)$ ដោយ $g(x) = 4x^2 + 1 - \ln x$ ។

ក. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $g'(x)$ លើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ។

2. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ $g(x)$ (ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីតត្រង់ 0 និង $+\infty$) រួចទាញរកសញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែក B គេមានអនុគមន៍ $f(x) = 4x - 4 + \frac{\ln x}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូណមេ $(0; \vec{i}; \vec{j})$

ក. រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញរកអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

2. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងបញ្ជាក់ថា $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ លើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$ ។

គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $\Delta : y = 4x - 4$ ជាអាស៊ីមតតទេតនៃ (C) រួចសិក្សាទីតាំងធៀបនៃក្រាប (C) និងបន្ទាត់ Δ ។

ឃ. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ Δ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ។

ង. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងដែលខណ្ឌដោយខ្សែកោង អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e$ ។ (គេឲ្យ: $\ln 2 = 0.7$)

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាធម្មតា ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំរាកឆ្ងាយ!

គ្រឿងប្រឡូកសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
សម័យប្រឡូក: ១៩ សីហា ២០១៩
វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
រយៈពេល: ១៥០ នាទី
ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡូក
លេខបន្ទប់លេខតុ
ឈ្មោះបេក្ខជន
ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី១០

I. (១០ ពិន្ទុ) ថង់មួយមានសៀវភៅពណ៌ក្រហម 5 ក្បាល ពណ៌ខ្មៅ 3 ក្បាល និងពណ៌ស 2 ក្បាល។

បង្ហាញ

ប្រឡូកសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំរោងព្រួយ!