

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
រយៈពេល: ១៥០ នាទី
ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
លេខបន្ទប់ **លេខតុ**
ឈ្មោះបេក្ខជន
ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០១

I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{\sin 4x + \sin 5x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{1 - \sqrt{x} + 1}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2e^x - 2)(1 - \cos 2x)}{x^3}$

II. ក. ដោះស្រាយសមីការ $Z^2 - 2\sqrt{2}Z + 4 = 0$ ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច។ រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃឫសនីមួយៗរបស់សមីការនេះ។

ខ. សរសេរ $W = \left(\frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{\sqrt{2} - i\sqrt{2}} \right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III. ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^2 (6x^2 - 3x - 1) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2\sin^2 x) dx$ ។

ខ. គេមាន f កំណត់លើ \mathbb{R}^* ដោយ $f(x) = -2 \left(\frac{x+1}{x^2} \right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$ ។

គណនា $K = \int_1^e f(x) dx$ ។ $\ln e = 1$

IV. ក្នុងផងមួយមានប៊ូល 15 ដែលចែកជាប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន 7 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 7 នេះតាមលេខរៀងពី 1 ដល់ 7 រួចប៊ូលខៀវចំនួន 5 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 5 នេះតាមរៀងពី 1 ដល់ 5 ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន 3 និងគេសរសេរលេខលើប៊ូលទាំង 3 តាមលេខរៀងពីលេខ 1 ដល់ 3។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងផងដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃប្រតិការណ៍ខាងក្រោម ៖

- ក. A : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង
- ខ. B : ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស
- គ. C : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស

V. 1. គេមានសមីការ $18x^2 + 10y^2 = 90$ ។

- ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ។
- ខ. សង់អេលីបនេះ។

2. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $M(2, 3, 4), N(3, 5, 6), P(4, 6, 7), Q(3, 4, 5)$ ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{QP}$
- ខ. ទាញបង្ហាញថាចតុកោណ MNPQ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនេះ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 2y' - 3y = 0$

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1, y'(1) = e$ ។ (e ជាចំនួនពិតដែល $\ln e = 1$)

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។

គេតាងក្រាបរបស់វាក្នុងប្លង់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1. ក. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$
- ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 2$ ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

- ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

[illegible]

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០២

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

- I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ ។
- ក. គណនា $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
- ខ. សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
- គ. គណនា $z_1^{2018} + z_2^{2018}$ រួចទាញការសន្និដ្ឋាន។
- II. គណនាលីមីត
- ក. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} + 2 - 2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x} + 6 - 3}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x}{x}$ ង. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5 \sin 5x}{8x}$
- III. ក្នុងស្បែងមួយមានប៊ូលពណ៌ស ៣ ពណ៌ខៀវ ៣ និងក្រហម ២។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង ៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បែងដោយចៃដន្យ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖
- ក. A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូល ២ ពណ៌ខៀវ»។
- ខ. B : «ប៊ូលទាំង ៣ មានពណ៌ខុសៗគ្នា»។
- គ. C : «ប៊ូល ១ គត់មានពណ៌ក្រហម»។
- IV. ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + 3 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 4x + \cos 2x) dx$ ។
- ខ. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = -\frac{2-x}{(x-1)^2}$ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$ ។ គណនា $K = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ។
- V. 1. គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ។ រកវ៉ិចទ័រ
- ក. $\vec{u} + \vec{v}$ ខ. $\vec{u} - \vec{v}$ គ. $\vec{u} \times \vec{u}$ ឃ. $\vec{v} \times \vec{v}$ ង. $\vec{u} \times \vec{v}$ ច. $\vec{v} \times \vec{u}$
2. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប ដែលមានកំណុំមួយមានកូអរដោនេ $(-1, 0)$ និងចំណុចកំពូលពីរមានកូអរដោនេ $(-3, 0)$ និង $(3, 0)$ ។ សង់អេលីបនេះ ។
- VI. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' + 2y = 2\frac{e^{-x}}{1 + 2e^x}$ ។
- ក. រៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍ f ដែល $f(x) = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។
- ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ ψ ជាចម្លើយនៃ (E) លុះត្រាតែ $(\psi - f)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E') : $y' + 2y = 0$ ។
- VII. A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + \ln x$ ។
1. ក. បង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ $(0, +\infty)$ ។
- ខ. គណនា $g(1)$ ។
2. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំណួរទី១ បញ្ជាក់ថា បើ $x \geq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \geq 1$ និងបើ $0 < x \leq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \leq 1$ ។
- ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម $x^2 + \ln x - 1$ កាលណា x នៅចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

B គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$ និងតាងដោយក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

- សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ (យើងដឹងថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ។
- បង្ហាញថាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{x^2 + \ln x - 1}{x^2}$ ។
- ប្រើលទ្ធផលនៃសំនួរ A សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើ $(0, +\infty)$ ។
- ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ Δ មានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប C ត្រង់ $+\infty$ ។
 ខ. សិក្សាទីតាំង C ធៀបនឹង Δ និងបញ្ជាក់ថាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ I រវាងក្រាប C និង Δ ។ សង់ Δ និង ក្រាប C ។

ចម្លើយ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៣

I. គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{x^3-x^2+x-1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{-x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3-3\cos 4x}{\sin^2 x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sin 2x}$

II. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សៗក្នុងចំណោម 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រី និង 6 ជាសិស្សប្រុស។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សដទៃ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- ក. A : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»។
- ខ. B : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»។
- គ. C : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»។

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ និង $z_2 = 6\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$ ។

- ក. សរសេរ z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- ខ. រកម៉ូឌុល និងអាក្យូយម៉ង់នៃ z_1^3 ។
- គ. សរសេរផលគុណ $z_1 \times z_2$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។

IV. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(-2, 1, 0), B(0, 1, 1), C(1, 2, 2)$ និង $D(0, 3, -4)$ ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ ។
- ខ. គណនាប្រវែង AB, AC, AD, BC, CD ។ ទាញបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ ABC និង ACD កែងគ្នាត្រង់ A ។ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទាំងពីរនេះ។

2. គេមានសមីការ $9y^2 - 16x^2 = 144$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល។ រកកូអរដោនេកំពូលទាំងពីរ និងកំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូល។ រកសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែបូល និងសង់អ៊ីពែបូលនេះ។

V. 1. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^3 (x-2+3x^3) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \cos x) dx$ ។

2. គេមានអនុគមន៍ $K = \int_0^1 \frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} dx$ កំណត់លើ \mathbb{R} ។
 ដើម្បីគណនា K យើងត្រូវបង្ហាញថា $\frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} = x + 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$ ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1$ និង $y'(1) = e^2$ ។

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + \frac{1-3e^x}{1+e^x}$ គេតាងដោយ C ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

1. បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{1+e^x}$ និងគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 1$ អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

2. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_2 ដែលមានសមីការ $y = x - 3$ អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $+\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_2 ។

3. ក. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងបង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត $x, f(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$ ។

2. សិក្សាអថេរភាពនៃ f រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។ សង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ d_1, d_2 របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ទីតាំង: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៤

I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{1 - x^2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \sin x}}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin 3x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x - 6}{x^2 + 3x - 4}$

II. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = 1 + i\sqrt{3}$ និង $w = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)^3$

- ក. ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា z ជាឫសនៃសមីការ $z^2 - 2z + 4 = 0$ រួចទាញរកឫសមួយទៀតនៃសមីការនេះ ។
- ខ. ចូរសរសេរឫសទាំងពីរនៃសមីការ $z^2 - 2z + 4 = 0$ និង w ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- គ. ចូរសរសេរ w ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ពីជគណិត រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{z}{w} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + i \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ូល ៥ ដោយក្នុងនោះមានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ ៣ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ៣ និងប៊ូលពណ៌ស ២ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ២ ។ គេចាប់យកប៊ូល ២ ព្រមគ្នាក្នុងពេលតែមួយដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងប្រអប់នោះ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

- ក. A : "គេចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា"
- ខ. B : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣"
- គ. C : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣ ដោយដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា"

IV. 1. (១០ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល៖ $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{2} + x - 3 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1 - \sin 4x}{4x + \cos 4x} \right) dx$ ។

2. (៥ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ $f(x) = -\frac{4-x}{(x-3)^2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq 3$ បង្ហាញថា $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{(x-3)^2}$ ។
 គណនា $K = \int_0^2 f(x) dx$ ។

V. ក. (៥ ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ខ. (៥ ពិន្ទុ) រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយរបស់វាប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ដេក $y = 1$ ត្រង់ $x = 0$ ។

VI. 1. (១០ ពិន្ទុ) ក. គេឲ្យខ្សែកោង (E) : $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ។ បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ ប្រវែងអ័ក្សធំ និងប្រវែងអ័ក្សតូចនៃ (E) រួចសង់ខ្សែកោង (E) ។

2. (១០ ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសទៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុចបី $A(1, 2, 1), B(4, 2, 4), C(5, 3, 0)$ ។

- ក. រកប្រវែង AB, AC, BC រួចធ្វើការសន្និដ្ឋាននៃប្រភេទត្រីកោណ ABC ។
- ខ. គណនាផលគុណ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = -x^2 + 1 - 2 \ln x$ ។

- ក. ចូរគណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចទាញថាអនុគមន៍ g ជាអនុកម្មន៍ចុះដាច់ខាតលើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។
- ខ. ចូរគណនាតម្លៃ $g(1)$ ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើ $(0, +\infty)$ ។

ផ្នែក B គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{9x^2 + 6\ln x - 1}{2x^3}$ មានក្រាបតាង C ។

- ក. ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប C ។
- ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = kg(x)$ ដែល k ជាចំនួនពិតត្រូវកំណត់ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ដោយប្រើលទ្ធផលផ្នែក A ។
- គ. ចូរគណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ រួចទាញថា $f(x) = 0$ មានឫសតែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
- ឃ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ T ប៉ះទៅនឹងក្រាប C ត្រង់អាប់ស៊ីស 1 ។
- ង. គណនា $f(2)$ រួចសង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ T ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

គ្រឹះស្ថានបណ្ណប្រឹក្សាប្រឹក្សាសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡូង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡូង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៥

- I. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4 ។ គេចាប់យកឃ្លី 3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:
 A: ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ក្រហម; B: យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពណ៌ខៀវ; C: ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា។

II. គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2(x-2) + x^2 + x - 1}{1-x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{\sin 3x}$

គ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{2(\pi - 3x)}$

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 3i\sqrt{3}$ និង $z_2 = \sqrt{3} + i$ ។

ក. គណនា $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$

គ. សរសេរ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។

ខ. សរសេរ $z_1 \times z_2$ និង $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

IV. គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int_1^2 (2-x+x^2) dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\cos 2x - \frac{1}{2} \cos 4x \right] dx$; $K = \int_2^3 \left(3x-2 + \frac{1}{x-1} \right) dx$ ។

V. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច A (1;2;3), B (3;0;1), C (-1;0;1) និង D (2;1;2) ។

a. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ ។

b. បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ។

c. បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $n(0;1;-1)$ ជារ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ទៅនឹងប្លង់ (ABC) ។

2. គេមានសមីការ $(2x+3y)^2 = 12(xy+3)$ ។

បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សតូច អ័ក្សធំ កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងសង់អេលីបនេះ។

VI. a. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល: (E) : $y'' + 4y' = 5y$ ។

b. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) បើគេដឹងថាក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច (0;3) ហើយបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -3 ។

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(1; +\infty)$ ដោយ $f(x) = -x + 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ ។ គេតាងដោយ (C) ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ។

1. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 1 និងត្រង់ $+\infty$ ។

2. ស្រាយបំភ្លឺថានៅលើ $(1; +\infty)$ គេបានដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{-(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើ $(1; +\infty)$ ។

3. a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = -x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $+\infty$ ។

b. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x លើ $(1; +\infty)$ $\frac{x+1}{x-1} > 1$ និងទាញយកការប្រៀបធៀបទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង d_1 ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

4. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើ (C) ដែលបង្ហាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិស $-\frac{5}{3}$ និងសរសេរសមីការបង្ហាត់ប៉ះ d_2 នេះ។
5. សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត d_1 និងបង្ហាត់ប៉ះ d_2 ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល $\ln 3 = 1.1$ និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $(4.5; 0)$ ។

5. សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត d_1 និងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល $\ln 3 = 1.1$ និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $(4.5; 0)$ ។

ප්‍රශ්න

[illegible]

.....

.....

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់ លេខតុ
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៦

I. (១៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = (1 + i)^{10} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{20}$ ។
 ក. សរសេរ z ជាទម្រង់ពីជគណិត និងទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ 2. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឲ្យ $xz + y\bar{z} = \sqrt{3}$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{x - 5\sqrt{x} - 4}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{6x - 2\pi}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + x - 1 + x^2(x - 2)}$

III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានបិទបាល់ពណ៌ស 5 ដើម កូនបិទពណ៌ខៀវ 3 ដើម និងកូនបិទពណ៌ក្រហម 4 ដើម ។ គេចាប់យកបិទ 3 ចេញព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

- ក. A : “ចាប់បានបិទទាំង 3 មានពណ៌ដូចគ្នា” គ. C : “ចាប់បានបិទទាំង 3 មានពណ៌ខុសគ្នា” ។
 ខ. B : “ចាប់បានបិទពណ៌ខៀវ 2 គត់”

IV. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

១. ក. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x} dx$ ខ. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos^2 2x} dx$ គ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + 1) \sin 2x dx$

២. គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x \neq 1$ ។
 កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x \neq 1$ រួចគណនា $K = \int_0^2 f(x) dx$ ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' - 2y = 4 \cos x$ ។

- ក. កំណត់ចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (F) : $y' - 2y = 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $y(0) = 1$ ។
 ខ. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដែលអនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = a \cos x + b \sin x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ (E) ។
 គ. ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

VI. ១. (១០ ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការនៃកោនិច (P) : $(1 - 2x)^2 - 8(y + 1) + 7 + 4x = 0$ ។ បង្ហាញថា (P) ជាប៉ារ៉ាបូល ។
 កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងសង់ក្រាបវា ។

២. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ប្រដាប់ដោយទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(-1; 2; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ និង $\overrightarrow{BC} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ។
 ក. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច C ។ គណនាផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$ និងទាញរកកូស៊ីនុសនៃមុំ B ។
 ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BA}$ និងកំណត់សមីការប្លង់កាត់តាម A; B; C ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A : អនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = (2 - x)e^{-x} - 2$ ។

- ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។
 ខ. គណនាដេរីវេ $g'(x)$, $g(0)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ $g(x)$ ។ ទាញរកសញ្ញានៃ g ទៅតាមតម្លៃនៃ x ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

ផ្នែក B : អនុគមន៍ $f(x) = \frac{2e^x + 1}{(x-3)e^x}$ មានក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

ក. រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ចុងដែនកំណត់។

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់នៃក្រាប C ។

ខ. ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ គេបាន $f'(x) = \frac{(2-x)e^{-x}-2}{(x-3)^2 e^{2x}}$ ។ រួចបង្ហាញថា $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f និងសង់ក្រាប C ។

បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំណាងល្អ!