



# សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ

ខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅដល់មាតាបិតារបស់ខ្ញុំគឺ លោកឪពុក **ឌុច ទាក់** និង អ្នកម្តាយ **ឌុក សារ៉ុ** ដែលបានផ្តល់អ្វីគ្រប់យ៉ាងដល់រូបខ្ញុំ។ ខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណដល់ លោកពូ **ស៊ិន អាន** និង អ្នកមីង **ឌុក សាភូ** ដែលទំនុកបម្រុង ផ្តល់ដំបូន្មាន និង ការជម្រុញលើកទឹកចិត្ត។ សូមផ្ញើរសេចក្តីថ្លែងអំណរគុណដល់បងប្អូនខ្ញុំជាច្រើនអ្នកទៀត។

ជាថ្មីម្តងទៀតខ្ញុំសូមរំលឹកគុណដល់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូរបស់ខ្ញុំដែលបាន បង្ហាត់ព័ត៌មានដ៏ ខាងផ្នែកបញ្ញាស្មារតី និងវិជ្ជាជីវៈ។ បន្ថែមលើនេះខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណដល់មិត្តភក្តិ និង សិស្សានុសិស្សដែលបានផ្តល់ជាកំលាំងចិត្តដល់រូបខ្ញុំ។



100

កថាខណ្ឌនេះពិពណ៌នាអំពីដំណើរដងទងនៃការចាប់កំណើតឡើងនៃសៀវភៅនេះ។ ដំបូងឡើយវាគ្រាន់តែជាកម្រងលំហាត់សម្រាប់ឲ្យសិស្សអនុវត្តន៍បន្ថែមលើការសិក្សាម៉ោងរដ្ឋតែប៉ុណ្ណោះ។ ដោយពេលវេលាមានរយៈពេលខ្លី ការដាក់ឧទាហរណ៍ និងលំហាត់គំរូពុំសូវបានច្រើនជាហេតុបណ្តាលអោយខ្ញុំកើតគំនិតសរសេរចម្លើយដើម្បីអោយសិស្សអាន និងអនុវត្តន៍ដោយខ្លួនឯង។

សៀវភៅនេះបែងចែកជាបួនផ្នែករួមមាន មេរៀនសង្ខេបអមដោយឧទាហរណ៍គំរូ កម្រង  
លំហាត់បញ្ចប់មេរៀន ដំណោះស្រាយលំហាត់ និង សេចក្តីបន្ថែម។ នៅផ្នែកមេរៀនសង្ខេប  
យើងមាន ការរំលឹកខ្លីនិយមន័យ លក្ខណៈ និងទ្រឹស្តីបទ។ ឧទាហរណ៍គំរូសម្រាប់និយមន័យ  
នីមួយៗ ក៏ត្រូវបានរួមបញ្ចូលនៅផ្នែកនេះដែរ។ សម្រាប់សម្រាយបញ្ជាក់ លក្ខណៈ និងទ្រឹ  
ស្តីបទសំខាន់អ្នកអានរកមើលនៅផ្នែកបន្ថែមដែលបានដាក់នៅជំពូកចុងក្រោយគេបង្អស់  
នៃសៀវភៅ។ នៅផ្នែកកម្រងលំហាត់បញ្ចប់មេរៀន យើងមានតែលំហាត់សុទ្ធដែលត្រូវ  
បានរៀបចំតាមខ្លឹមសារមេរៀន និងតាមលំដាប់កើននៃភាពលំបាក។ បន្ទាប់ពីផ្នែកនេះគឺជា  
ចម្លើយលើកម្រងលំហាត់។ រីឯផ្នែកចុងក្រោយ ជាសេចក្តីបន្ថែម ដែលភាគច្រើនជកស្រង់  
ចេញពីមេរៀនថ្នាក់ក្រោម។ អ្នកអានគួរផ្ដោតការយកចិត្តទុកដាក់លើផ្នែកនេះជាចំបង។ ផ្នែក  
នេះគួរតែអានមុនគេដើម្បីបង្កភាពងាយស្រួលក្នុងការអានផ្នែកផ្សេងៗទៀត។

បញ្ជាក់ជូនដល់អ្នកអានសៀវភៅនេះឲ្យបានជ្រាបថា វាគឺជាស្នាដៃដំបូងរបស់អ្នកនិពន្ធ។ សៀវភៅនេះត្រូវបានបង្កើតឡើងដោយមនុស្សតែម្នាក់ប៉ុណ្ណោះ។ ជាងនេះទៅទៀតវាពុំទាន់បានឆ្លងកាត់ការត្រួតពិនិត្យទាំងផ្នែកបច្ចេកទេស និងអក្ខរាវិរុទ្ធ នៅឡើយទេ។ បើប្រិយមិត្តរកឃើញកំហុសឆ្គងណាមួយ សូមជូនដំណឹងដល់អ្នកសរសេរសៀវភៅដោយការផ្ញើសារជាអក្សរ ឬ រូបភាពមកកាន់ប្រអប់សារអេឡិចត្រូនិច ដែលមានអាស័យដ្ឋាន

1

បើមិនអញ្ចឹងទេអ្នកអាចជួបពិភាក្សា

ផ្ទាល់បើអាចធ្វើទៅបាន។

ទាក់ទិននឹងការធ្វើអាជីវកម្មលើសៀវភៅនេះ អ្នកនិពន្ធរក្សាសិទ្ធិកម្មសិទ្ធិបញ្ញាដោយមិនអនុញ្ញាតអោយធ្វើការបោះពុម្ព ចតចំណង ឬចែកចាយដោយគ្មានការអនុញ្ញាតឡើយ។ ចំពោះកំណត់សៀវភៅនេះជាឯកសារអេឡិចត្រូនិច អ្នកអាចទាញយកមកអាន និងប្រើប្រាស់ផ្ទាល់ខ្លួនបានដោយមិនគិតថ្លៃតាមរយៈដំណរ





# មាតិកា

មេរៀន សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ	ក
មេរៀន អារម្ភកថា	គ
មេរៀន មាតិកា	ង
មេរៀន ១ ប្លង់រ៉ាបូល	១
១ សញ្ញាណប្លង់រ៉ាបូល.....	១
២ របៀបសង់ប្លង់រ៉ាបូល.....	២
៣ សមីការស្តង់ដាដែលប្លង់រ៉ាបូល.....	៤
ក បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស.....	៤
ខ បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអរដាសេ.....	៦
៤ សមីការទូទៅនៃប្លង់រ៉ាបូល.....	៩
ក បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស.....	៩
ខ បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអរដាសេ.....	១១
៥ អ័ក្សឆ្លុះនៃប្លង់រ៉ាបូល.....	១៤
៦ លក្ខណៈអុបទីចនៃប្លង់រ៉ាបូល.....	១៥
៧ លំហាត់ប្លង់រ៉ាបូល.....	១៦

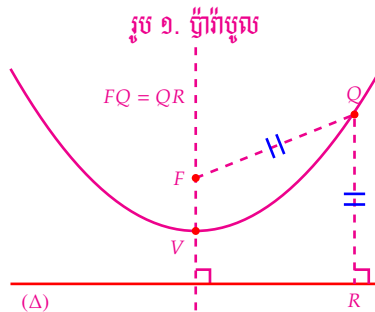


# មេរៀន ១ ប៉ារ៉ាបូល

## ១ សញ្ញាណប៉ារ៉ាបូល

### និយមន័យ

**ប៉ារ៉ាបូល** ជាសំណុំចំណុចនៅក្នុងប្លង់ដែលមានចម្ងាយស្មើពីចំណុចនឹងមួយ និង បន្ទាត់នឹងមួយ។



- ជាទូទៅប៉ារ៉ាបូលតាងដោយ  $(P)$
- ចំណុចនឹងនោះហៅថា **កំណុំ** តាងដោយ  $F$
- បន្ទាត់នឹងនោះហៅថា **បន្ទាត់ប្រាប់ទិស** តាងដោយ  $(\Delta)$
- បន្ទាត់ដែលកាត់តាមកំណុំហើយកែងនឹងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសជា **អ័ក្សឆ្លុះ**
- ប្រសព្វរវាង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និង អ័ក្សឆ្លុះ ហៅថា **កំពូល** តាងដោយ  $V$
- បើ  $Q$  ជាចំណុចនៅលើប៉ារ៉ាបូល និង  $R$  ជាចំណោលកែងនៃ  $Q$  លើបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនោះយើងបាន  $FQ = QR$  ។

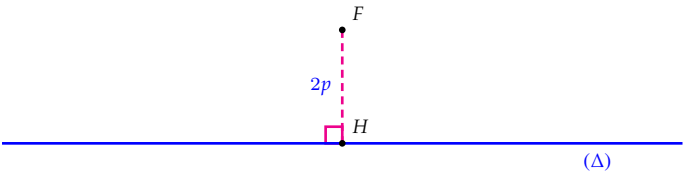
**២ របៀបសង់ប៉ារ៉ាបូល**

ហើយតាម  $2p$  ជាចម្ងាយពីកំណុំ  $F$  ទៅបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  ដែល  $p > 0$  ពិនិត្យរូប

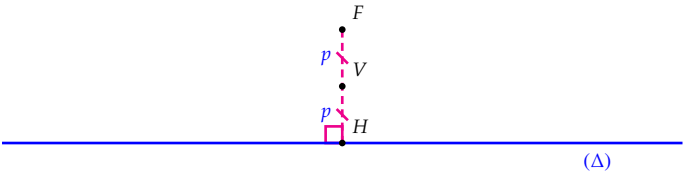


នោះគេអាចសង់ប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ  $F$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  តាមជំហាន

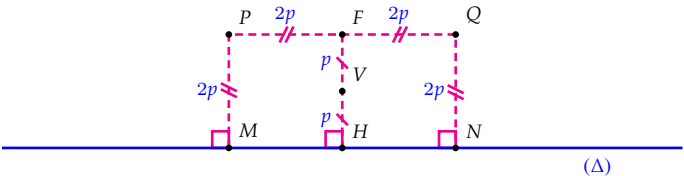
ក. គូសអង្កត់  $FH$  ដែល  $H$  ជាចំណោលកែងនៃ  $F$  លើបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$



ខ. ដាក់កំពូល  $V$  ដែលជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់  $FH$

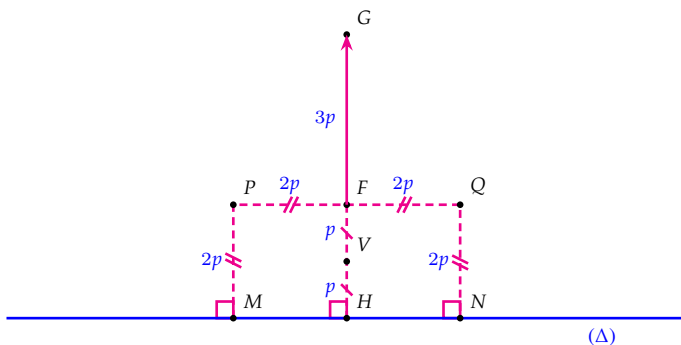


គ. សង់កាត់ដែលមានជ្រុង  $FH$  គឺកាត់  $FHMP$  និងកាត់  $FHNQ$

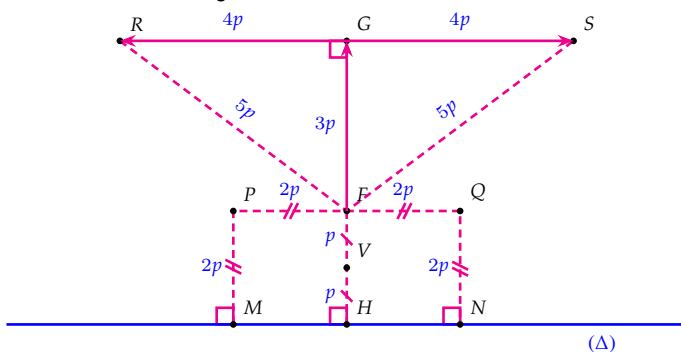


ឃ. បន្លាយអង្កត់  $FH$  តាម  $F$  ចំនួន  $3p$  ដែលកាត់ដោយចំណុច  $G$

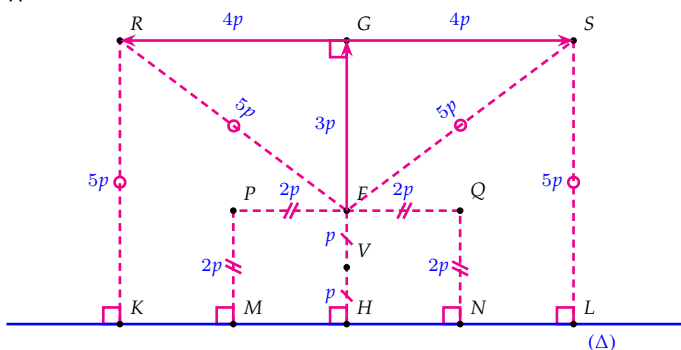




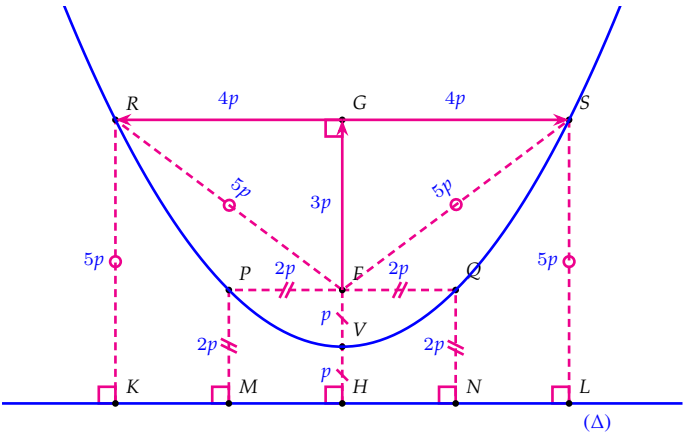
- ង. សង់ត្រីកោណកែងក្នុង  $G$  ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងជាប់មុំកែងមួយទៀតមានរង្វាស់  $4p$  គឺត្រីកោណកែង  $FGR$  និងត្រីកោណកែង  $FGS$



- ច. គូសអង្កត់  $RK$  និង  $SL$  ដែល  $R$  និង  $L$  ជាចំណោលកែងនៃ  $R$  និង  $S$  លើ  $(\Delta)$



- ឆ. គូសខ្សែកោងកាត់តាមចំណុច  $R, P, V, Q$  និង  $S$  ដូចខាងក្រោម



ខ្សែកោងដែលសង់បានជាប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ  $F$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$

**៣ សមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល**

**ក បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស**

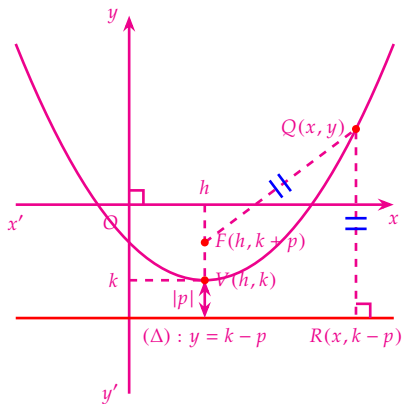
ជាទូទៅ

ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច  $V(h, k)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : y = k - p$  មានសមីការស្តង់ដា

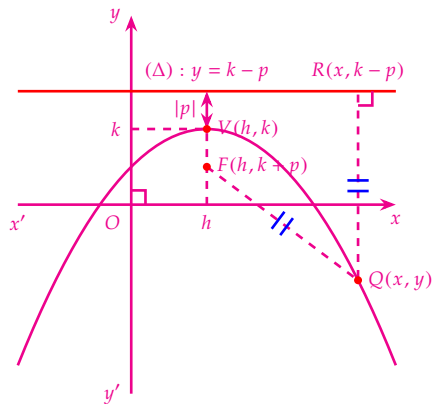
$$(P) : (x - h)^2 = 4p(y - k) \tag{1}$$

ហើយមានកំណុំ  $F(h, k + p)$  ។

រូប ២. ប៉ារ៉ាបូល  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$



(ក). ករណី  $p > 0$



(ខ). ករណី  $p < 0$

**សម្រាយបញ្ជាក់.** តាង  $Q(x, y)$  ជាចំណុចនៅលើប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ  $F(h, k + p)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : y = k - p$  និង  $R(x, k - p)$  ជាចំណោលកែងនៃចំណុច  $Q$  លើបន្ទាត់  $(\Delta)$  នោះយើងបាន

$$\begin{aligned} FQ &= QR \\ \sqrt{(x - h)^2 + (y - k - p)^2} &= \sqrt{(x - x)^2 + (y - k + p)^2} \\ (x - h)^2 + (y - k - p)^2 &= (y - k + p)^2 \\ (x - h)^2 &= (y - k + p)^2 - (y - k - p)^2 \\ (x - h)^2 &= (2p)(2y - 2k) \\ \therefore (x - h)^2 &= 4p(y - k) \end{aligned}$$

**ឧទាហរណ៍**

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ដែលមានកំពូល  $V(3, 2)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : y = 1$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់.** ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : y = 1$  ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ  $(P) : (x - h)^2 = 4p(y - k)$  ។

- កំពូល  $V(3, 2)$  នោះ  $h = 3$  និង  $k = 2$

- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = 1$  នោះ  $k - p = 1$  នាំឲ្យ  $p = k - 1 = 2 - 1 = 1$
- ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ (P) :  $(x - 3)^2 = 4(1)(y - 2)$  ។

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល  $(-1, 1)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = 2$  ។

- សម្រាយបញ្ហា។** ប៉ារ៉ាបូលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = 2$  ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  ។
- កំពូល  $(-1, 1)$  នោះ  $h = -1$  និង  $k = 1$
  - បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = 2$  នោះ  $k - p = 2$  នាំឲ្យ  $p = k - 2 = 1 - 2 = -1$
- ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ  $(x + 1)^2 = 4(-1)(y - 1)$  ។

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល  $(-2, -1)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = -2$  ។

- សម្រាយបញ្ហា។** ប៉ារ៉ាបូលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = -2$  ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  ។
- កំពូល  $(-2, -1)$  នោះ  $h = -2$  និង  $k = -1$
  - បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = -2$  នោះ  $k - p = -2$  នាំឲ្យ  $p = k + 2 = -1 + 2 = 1$
- ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ  $(x + 2)^2 = 4(1)(y + 1)$  ។

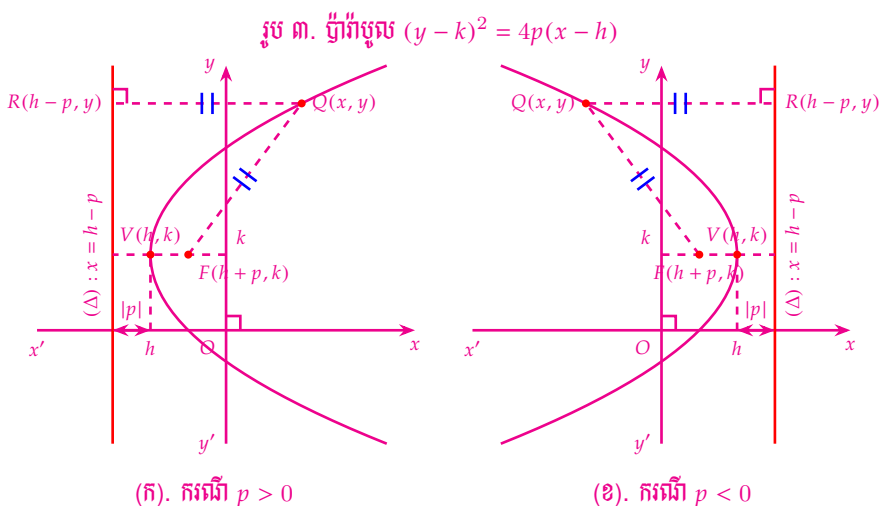
ខ បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអរដោនេ

ជាទូទៅ

ប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច  $V(h, k)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស ( $\Delta$ ) :  $x = h - p$  មានសមីការស្តង់ដារ

$$(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h) \tag{2}$$

ហើយមានកំណុំ  $F(h + p, k)$  ។



**សម្រាយបញ្ជាក់.** តាង  $Q(x, y)$  ជាចំណុចនៅលើប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ  $F(h + p, k)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : x = h - p$  និង  $R(h - p, y)$  ជាចំណោលកែងនៃចំណុច  $Q$  លើបន្ទាត់  $(\Delta)$  នោះយើងបាន

$$\begin{aligned}
 FQ &= QR \\
 \sqrt{(x - h - p)^2 + (y - k)^2} &= \sqrt{(x - h + p)^2 + (y - y)^2} \\
 (x - h - p)^2 + (y - k)^2 &= (x - h + p)^2 \\
 (y - k)^2 &= (x - h + p)^2 - (x - h - p)^2 \\
 (y - k)^2 &= (2p)(2x - 2h) \\
 \therefore (y - k)^2 &= 4p(x - h)
 \end{aligned}$$

### ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ដែលមានកំពូល  $V(-1, 2)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : x = 1$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់.** ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : x = 1$  ស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេនោះវាមានសមីការស្តង់ដារ  $(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h)$  ។

- កំពូល  $V(-1, 2)$  នោះ  $h = -1$  និង  $k = 2$

- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = 1$  នោះ  $h - p = 1$  នាំឲ្យ  $p = h - 1 = -1 - 1 = -2$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ (P) :  $(y - 2)^2 = 4(-2)(x + 1)$  ។ ■

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល  $(-2, -1)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = 0$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់.** ប៉ារ៉ាបូលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = 0$  ស្របនឹងអ័ក្សអរដេនេ នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  ។

- កំពូល  $(-2, -1)$  នោះ  $h = -2$  និង  $k = -1$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = 0$  នោះ  $h - p = 0$  នាំឲ្យ  $p = h = -2$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ  $(y + 1)^2 = 4(-2)(x + 2)$  ។ ■

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល  $(4, 2)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = 3$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់.** ប៉ារ៉ាបូលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = 3$  ស្របនឹងអ័ក្សអរដេនេ នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  ។

- កំពូល  $(4, 2)$  នោះ  $h = 4$  និង  $k = 2$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = 3$  នោះ  $h - p = 3$  នាំឲ្យ  $p = h - 3 = 4 - 3 = 1$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ  $(y - 2)^2 = 4(1)(x - 4)$  ។ ■

ជាទូទៅ

ប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានសមីការស្តង់ដារ

- (P) :  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  មាន  $\begin{cases} \text{កំពូល } V(h, k) \\ \text{កំណុំ } F(h, k + p) \\ \text{បន្ទាត់ប្រាប់ទិស } (\Delta) : y = k - p \end{cases}$

$$\bullet (P) : (y - k)^2 = 4p(x - h) \text{ មាន } \begin{cases} \text{កំពូល } V(h, k) \\ \text{កំណុំ } F(h + p, k) \\ \text{បន្ទាត់ប្រាប់ទិស } (\Delta) : x = h - p \end{cases}$$

## ៤ សមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល

### ក បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស

ពន្លាតសមីការស្តង់ដា  $(P) : (x - h)^2 = 4p(y - k)$  នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល  $V(h, k)$  កំណុំ  $F(h, k + p)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : y = k - p$  យើងបាន

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$x^2 - 2hx + h^2 = 4py - 4pk$$

$$x^2 - 2hx - 4py + (h^2 + 4pk) = 0$$

### ជាទូទៅ

ប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសមានសមីការទូទៅ

$$Ax^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad (3)$$

ដែល  $A, C, D, E$  ជាចំនួនពិត និង  $A \neq 0$  ។

### ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ  $y = x^2 + 2x + 2$  ។

**សម្រាយបញ្ហាក់.** សមីការ  $y = x^2 + 2x + 2$  មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ  $x$  នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នាំឲ្យសមីការស្តង់ដារបស់វាមានទម្រង់  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  និង

- កំពូល  $(h, k)$

- កំណុំ  $(h, k + p)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = k - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 2 &= y \\x^2 + 2x + 1 &= y - 1 \\(x + 1)^2 &= 4\left(\frac{1}{4}\right)(y - 1)\end{aligned}$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដា  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  យើងបាន  $h = -1, k = 1$  និង  $p = \frac{1}{4}$  ។  
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល  $(-1, 1)$  កំណុំ  $\left(-1, \frac{5}{4}\right)$  និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = \frac{3}{4}$  ។ ■

#### ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃ ប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ  $y = -x^2 - 4x$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់.** សមីការ  $y = -x^2 - 4x$  មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ  $x$  នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នាំឲ្យសមីការស្តង់ដារបស់វាមានទម្រង់  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  និង

- កំពូល  $(h, k)$
- កំណុំ  $(h, k + p)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = k - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$\begin{aligned}x^2 + 4x &= -y \\x^2 + 4x + 4 &= -y + 4 \\(x + 2)^2 &= 4\left(-\frac{1}{4}\right)(y - 4)\end{aligned}$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដា  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  យើងបាន  $h = -2, k = 4$  និង  $p = -\frac{1}{4}$  ។  
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល  $(-2, 4)$  កំណុំ  $\left(-2, \frac{15}{4}\right)$  និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = \frac{17}{4}$  ។ ■



**ឧទាហរណ៍**

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃ ប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ  $x^2 - 6x + 4y + 5 = 0$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់.** សមីការ  $x^2 - 6x + 4y + 5 = 0$  មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ  $x$  នោះ វាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នាំឲ្យ សមីការស្តង់ដាររបស់វាមានទម្រង់  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  និង

- កំពូល  $(h, k)$
- កំណុំ  $(h, k + p)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = k - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$x^2 - 6x + 4y + 5 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = -4y + 4$$

$$(x - 3)^2 = 4(-1)(y - 1)$$

ដូចនឹងសមីការស្តង់ដារ  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  យើងបាន  $h = 3, k = 1$  និង  $p = -1$  ។ ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល  $(3, 1)$  កំណុំ  $(3, 0)$  និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $y = 2$  ។ ■

**ខ. បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអរដេនេ**

ពន្លាតសមីការស្តង់ដារ  $(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h)$  នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល  $V(h, k)$  កំណុំ  $F(h + p, k)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : x = h - p$  យើងបាន

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

$$y^2 - 2ky + k^2 = 4px - 4ph$$

$$y^2 - 2ky - 4px + (k^2 + 4ph) = 0$$

**ជាទូទៅ**

ប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដេនេមានសមីការទូទៅ

$$By^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad (4)$$

ដែល  $B, C, D, E$  ជាចំនួនពិត និង  $B \neq 0$  ។

ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃ ប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ  $y^2 + 4x + 8y + 8 = 0$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់.** សមីការ  $y^2 + 4x + 8y + 8 = 0$  មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ  $y$  នោះ វាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នាំឲ្យ សមីការស្តង់ដាររបស់វាមានទម្រង់  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  និង

- កំពូល  $(h, k)$
- កំណុំ  $(h + p, k)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = h - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$\begin{aligned} y^2 + 4x + 8y + 8 &= 0 \\ y^2 + 8y + 16 &= -4x + 8 \\ (y + 4)^2 &= 4(-1)(x - 2) \end{aligned}$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដារ  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  យើងបាន  $h = 2, k = -4$  និង  $p = -1$  ។ ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល  $(2, -4)$  កំណុំ  $(1, -4)$  និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = 3$  ។ ■

ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃ ប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ  $y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់.** សមីការ  $y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$  មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ  $y$  នោះ វាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នាំឲ្យ សមីការស្តង់ដាររបស់វាមានទម្រង់  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  និង

- កំពូល  $(h, k)$
- កំណុំ  $(h + p, k)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = h - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$$

$$y^2 - 10y + 25 = 8x + 24$$

$$(y - 5)^2 = 4(2)(x + 3)$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដា  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  យើងបាន  $h = -3, k = 5$  និង  $p = 2$  ។  
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល  $(-3, 5)$  កំណុំ  $(-1, 5)$  និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = -5$  ។ ■

### ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃ  
ប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ  $y^2 + x + y + 1 = 0$  ។

**សម្រាយបញ្ហា។** សមីការ  $y^2 + x + y + 1 = 0$  មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ  $y$  នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នាំឲ្យសមីការស្តង់ដារបស់វាមានទម្រង់  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  និង

- កំពូល  $(h, k)$
- កំណុំ  $(h + p, k)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $x = h - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$y^2 + x + y + 1 = 0$$

$$y^2 + y = -x - 1$$

$$y^2 + 2y \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -x - 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = -\left(x + \frac{3}{4}\right)$$

$$\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 4\left(-\frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដា  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  យើងបាន  $h = -\frac{3}{4}, k = -\frac{1}{2}$  និង  
 $p = -\frac{1}{4}$  ។ ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល  $\left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)$  កំណុំ  $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$  និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  
 $x = -\frac{1}{2}$  ។ ■

៥ អ័ក្សឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូល

**ជាទូទៅ**

បន្ទាត់ដែលកាត់តាម កំពូល និង កំណុំ នៃប៉ារ៉ាបូលជា **អ័ក្សឆ្លុះ**។ អ័ក្សឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូលមួយ កែងនឹងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលនោះ។

**ឧទាហរណ៍**

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ដែលមានអ័ក្សអរដោនេជាអ័ក្សឆ្លុះ និងមានកំពូលត្រង់គល់ក្រុយ ហើយកាត់តាមចំណុច  $(2, 1)$  ។

**សម្រាយបញ្ហា។** ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានអ័ក្សអរដោនេជាអ័ក្សឆ្លុះ នោះវាមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ នាំឲ្យសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានទម្រង់  $(P) : (x - h)^2 = 4p(y - k)$  ។ ដោយ  $(P)$  មានកំពូល  $O(0, 0)$  នោះយើងបាន  $(P) : x^2 = 4py$  ។ ម្យ៉ាងទៀត  $(P)$  កាត់តាមចំណុច  $(2, 1)$  នោះកូអរដោនេចំណុចនេះផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការប៉ារ៉ាបូល  $(2)^2 = 4p(1)$  នាំឲ្យ  $p = 1$  ។ ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានសមីការស្តង់ដារ  $(P) : (x - 0)^2 = 4(1)(y - 0)$  ។ ■

**ឧទាហរណ៍**

រកកូអរដោនេ កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល  $(-2, 1)$  អ័ក្សឆ្លុះ  $y = 1$  ហើយកាត់តាមចំណុច  $(0, -1)$  ។

**សម្រាយបញ្ហា។** ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានបន្ទាត់  $y = 1$  ជាអ័ក្សឆ្លុះ នោះវាមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេនោះប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មាន

- កំណុំ  $F(h + p, k)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : x = h - p$
- សមីការស្តង់ដារ  $(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h)$

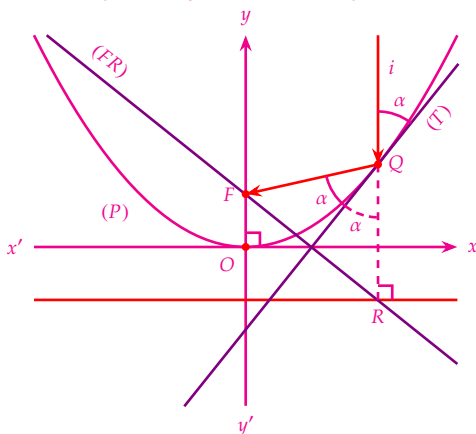
ដោយ  $(P)$  មានកំពូល  $(-2, 1)$  នោះយើងបាន  $(P) : (y - 1)^2 = 4p(x + 2)$  ។ ម្យ៉ាងទៀត  $(P)$  កាត់តាមចំណុច  $(0, -1)$  នោះកូអរដោនេចំណុចនេះផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការប៉ារ៉ាបូល  $(-1 - 1)^2 = 4p(0 + 2)$  នាំឲ្យ  $p = \frac{1}{2}$  ។ ដូច្នេះ  $(P)$  មានកំណុំ  $F\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : x = -\frac{5}{2}$  ។ ■

## ៦ លក្ខណៈអុបទិចនៃប៉ារ៉ាបូល

ជាទូទៅ

តាង  $(P)$  ជាប៉ារ៉ាបូលមួយដែលមានកំពូល  $F$  និងតាង  $Q$  ជាចំណុចមួយនៅលើប៉ារ៉ាបូលនោះផ្សេងពីកំពូល។ តាង  $(T)$  ជាបន្ទាត់ប៉ះ  $(P)$  ត្រង់ចំណុច  $Q$  ។ តាង  $R$  ជាចំណោលកែងនៃ  $Q$  លើបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  នោះគេបាន បន្ទាត់ប៉ះ  $(T)$  ពុះមុំ  $\angle FQR$  ជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា។

រូប ៤. លក្ខណៈអុបទិចនៃប៉ារ៉ាបូល



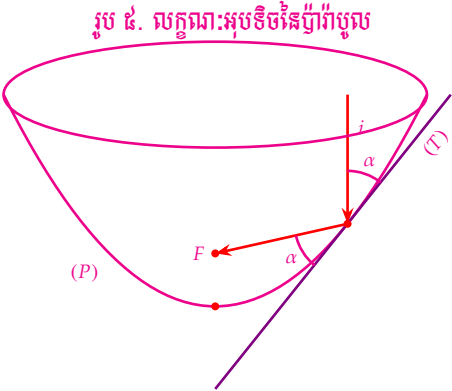
**សម្រាយបញ្ជាក់.** តាង  $(P) : x^2 = 4py$  ជាប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល  $O(0, 0)$  កំណុំ  $F(0, p)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : y = -p$  ។ តាង  $Q(x_0, y_0)$  ជាចំណុចមួយនៅលើប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និង  $(T)$  ជាបន្ទាត់ប៉ះ  $(P)$  ត្រង់  $Q$  ។ តាង  $R$  ជាចំណោលកែងនៃ  $Q$  លើបន្ទាត់  $(\Delta)$  នោះ  $R(x_0, -p)$  ។ ដោយ  $y = \frac{x^2}{4p}$  នោះ  $y' = \frac{x}{2p}$  នាំឲ្យ

- បន្ទាត់  $(T)$  មានមេគុណប្រាប់ទិស  $m = y'(x_0) = \frac{x_0}{2p}$
- បន្ទាត់  $(FR)$  មានមេគុណប្រាប់ទិស  $n = \frac{y_F - y_R}{x_F - x_R} = \frac{p - (-p)}{0 - x_0} = -\frac{2p}{x_0}$

ដោយផលគុណមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ  $mn = \left(\frac{x_0}{2p}\right)\left(-\frac{2p}{x_0}\right) = -1$  នោះបន្ទាត់ទាំងពីរកែងគ្នា គឺ  $(T) \perp (FR)$  ។ តាមនិយមន័យប៉ារ៉ាបូលគេបាន  $FQ = QR$  នោះត្រីកោណ  $FQR$  ជាត្រីកោណសមបាតដែលមានបាត  $FR$  ។ ដូច្នេះ  $(T)$  ជាបន្ទាត់ពុះមុំ  $\angle FQR$  ជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា ព្រោះ  $(T)$  កាត់តាមកំពូល  $Q$  ហើយកែងនឹងបាត  $[FR]$  ។ ■

សម្គាល់

បើ  $i$  ជាកាំរស្មីបាញ់កែងនឹងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល នោះរាង្វាតចូលចំកំណុំនៃប៉ារ៉ាបូលនោះ។



៧ លំហាត់ប៉ារ៉ាបូល

១. ចូរគូសប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសដូចខាងក្រោម៖
- ក.  $F(1, 0)$  និង  $(\Delta) : x = -1$

ខ.  $F(-1, 0)$  និង  $(\Delta) : x = 1$

គ.  $F(2, 1)$  និង  $(\Delta) : x = 0$

ឃ.  $F(4, 2)$  និង  $(\Delta) : x = 2$

ង.  $F(-3, 1)$  និង  $(\Delta) : x = -2$

ច.  $F(0, 2)$  និង  $(\Delta) : x = 1$
២. ចូរគូសប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសដូចខាងក្រោម៖
- ក.  $F(0, 1)$  និង  $(\Delta) : y = -1$

ខ.  $F(0, -1)$  និង  $(\Delta) : y = 1$

គ.  $F(2, 2)$  និង  $(\Delta) : y = 0$

ឃ.  $F(-1, 0)$  និង  $(\Delta) : y = 2$

ង.  $F(1, 2)$  និង  $(\Delta) : y = -2$

ច.  $F(0, 1)$  និង  $(\Delta) : y = 2$
៣. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច  $V(h, k)$  និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : y = k - p$  ខាងក្រោម៖
- ក.  $V(1, 2)$  និង  $(\Delta) : y = 3$

ខ.  $V(1, 0)$  និង  $(\Delta) : y = 2$

គ.  $V(0, -1)$  និង  $(\Delta) : y = 2$

ឃ.  $V(-1, -2)$  និង  $(\Delta) : y = 0$

ង.  $V(2, 4)$  និង  $(\Delta) : y = 1$

ច.  $V(3, 3)$  និង  $(\Delta) : y = -2$

៤. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល ( $P$ ) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច  $V(h, k)$  និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស ( $\Delta$ ) :  $x = h - p$  ខាងក្រោម៖

ក.  $V(-1, 1)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = 1$

ខ.  $V(0, 2)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = 2$

គ.  $V(-2, 0)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = 0$

ឃ.  $V(3, 2)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = -1$

ង.  $V(2, 4)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = -2$

ច.  $V(1, 3)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = -3$

៥. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល ( $P$ ) ដែលមានកំណុំត្រង់ចំណុច  $F(h, k + p)$  និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស ( $\Delta$ ) :  $y = k - p$  ខាងក្រោម៖

ក.  $F(2, 1)$  និង ( $\Delta$ ) :  $y = 3$

ខ.  $F(-2, 0)$  និង ( $\Delta$ ) :  $y = -4$

គ.  $F(3, 4)$  និង ( $\Delta$ ) :  $y = -2$

ឃ.  $F(3, -5)$  និង ( $\Delta$ ) :  $y = 3$

ង.  $F(0, -4)$  និង ( $\Delta$ ) :  $y = -6$

ច.  $F(-3, 3)$  និង ( $\Delta$ ) :  $y = 9$

៦. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល ( $P$ ) ដែលមានកំណុំត្រង់ចំណុច  $F(h + p, k)$  និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស ( $\Delta$ ) :  $x = h - p$  ខាងក្រោម៖

ក.  $F(2, 1)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = 0$

ខ.  $F(3, -2)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = -1$

គ.  $F(-1, 2)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = -5$

ឃ.  $F(0, 3)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = 4$

ង.  $F(1, 4)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = 5$

ច.  $F(-2, 1)$  និង ( $\Delta$ ) :  $x = 2$

៧. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល ( $P$ ) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច  $V(h, k)$  និងកំណុំ  $F(h, k + p)$  ខាងក្រោម៖

ក.  $V(2, 0)$  និង  $F(2, 2)$

ខ.  $V(-1, 3)$  និង  $F(-1, 1)$

គ.  $V(1, 0)$  និង  $F(1, 4)$

ឃ.  $V(0, 2)$  និង  $F(0, -1)$

ង.  $V(3, 2)$  និង  $F(3, 3)$

ច.  $V(-2, 4)$  និង  $F(-2, -1)$

៨. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល ( $P$ ) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច  $V(h, k)$  និងកំណុំ  $F(h + p, k)$  ខាងក្រោម៖

ក.  $V(2, 1)$  និង  $F(4, 1)$

ខ.  $V(0, 2)$  និង  $F(-2, 2)$

គ.  $V(-1, 0)$  និង  $F(3, 0)$

ឃ.  $V(4, -2)$  និង  $F(0, -2)$

ង.  $V(-2, 3)$  និង  $F(4, 3)$

ច.  $V(-3, -1)$  និង  $F(-5, -1)$

៩. កំណត់កូអរដោនេកំពូល  $V$  កំណុំ  $F$  និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស ( $\Delta$ ) នៃប៉ារ៉ាបូល ( $P$ ) ខាងក្រោម៖

ក.  $(P) : x^2 - 2x + 4y - 3 = 0$

ខ.  $(P) : y^2 + 2x + 4y = 0$

គ.  $(P) : -x^2 + 4x - 8y + 4 = 0$

ឃ.  $(P) : -y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$

ង.  $(P) : -2y^2 + 3x - 4y = 0$

ច.  $(P) : 2x^2 + 3x + 4y + 5 = 0$

១០. សង់ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  ក្នុងកម្រុយតែមួយ៖

ក.  $(P) : (x - 1)^2 = 4(1)(y - 1)$

ខ.  $(P) : (y - 1)^2 = 4(1)(x + 2)$

គ.  $(P) : (x + 1)^2 = 4(-1)(y - 2)$

ឃ.  $(P) : y^2 = 2x$

ង.  $(P) : x^2 = 4y$

ច.  $(P) : y^2 + 4x + 2y - 7 = 0$

១១. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មួយមានកំពូល  $V(1, 0)$  និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : y = 1$  ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. កំណត់កូអរដោនេកំណុំ  $F$  នៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ។

១២. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មួយមានកំពូល  $V(2, -3)$  និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : x = -2$  ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. កំណត់កូអរដោនេកំណុំ  $F$  នៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ។

១៣. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មួយមានកំពូល  $V(2, -2)$  និងមានកំណុំ  $F(2, 2)$  ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  នៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ។

១៤. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មួយមានកំពូល  $V(1, 0)$  និងមានកំណុំ  $F(-5, 0)$  ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  នៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ។

១៥. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានសមីការ  $(P) : x^2 - 4x + 4y = 0$  ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល  $V$  កំណុំ  $F$  និង សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  ។

១៦. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានសមីការ  $(P) : y^2 + 4x - 6y + 1 = 0$  ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល  $V$  កំណុំ  $F$  និង សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  ។



១៧. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  កាត់តាមចំណុច  $(-9, 3)$ ,  $(-4, 1)$  និង  $(-1, -1)$  និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta) : x = 1$  ។

ក. សរសេរសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល  $V$  និង កូអរដោនេកំណុំ  $F$

១៨. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  កាត់តាម  $(0, 3)$ ,  $(3, 0)$  និង  $(8, 5)$  ហើយមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  ស្របអ័ក្សអរដោនេ។

ក. សរសេរសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល  $V$  កំណុំ  $F$  និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  ។

១៩. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  កាត់តាមចំណុច  $(0, 0)$ ,  $(2, -3)$  និង  $(-4, 0)$  និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។

ក. សរសេរសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល  $V$  កំណុំ  $F$  និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  ។

២០. ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  មានកំពូល  $V(1, -4)$  ហើយកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់  $x = -1$  និង  $x = 3$  ។

ក. សរសេរសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

ខ. រកកូអរដោនេកំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស  $(\Delta)$  នៃប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  នឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។

២១. គេមានប៉ារ៉ាបូល  $(P) : (x + 2)^2 = 4(-1)(y - 2)$  និងបន្ទាត់  $(L) : x - 2y + 2 = 0$  ។

ក. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និងបន្ទាត់  $(L)$

ខ. សិក្សាទីតាំងប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $(L)$  លើចន្លោះ  $(-6, 0)$

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និងបន្ទាត់  $(L)$

ឃ. សង់ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និងបន្ទាត់  $(L)$  ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

២២. គេមានប៉ារ៉ាបូល  $(P) : (y - 1)^2 = 4(1)(x + 2)$  បន្ទាត់  $(M) : y = -1$  និងបន្ទាត់  $(L) : 2x + y - 1 = 0$  ។

ក. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និងបន្ទាត់  $(L)$

ខ. សិក្សាទីតាំងប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $(L)$  លើចន្លោះ  $(-6, 0)$

ក. សង់ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  បន្ទាត់  $(L)$  និងបន្ទាត់  $(M)$  ក្នុងតម្រុយតែមួយ

ឃ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  បន្ទាត់  $(L)$  និង  $(M)$  ។

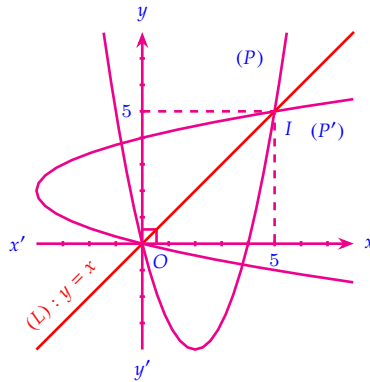
២៣. គេមានប៉ារ៉ាបូល  $(P) : y = x^2$  និង  $(P') : x = y^2$  ។

ក. សង់ប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និង  $(P')$  ក្នុងតម្រុយតែមួយ

ខ. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលទាំងពីរ

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូលទាំងពីរ

២៤. គេមានប៉ារ៉ាបូល  $(P) : -x^2 + 4x + y = 0$  និង  $(P') : -y^2 + x + 4y = 0$  ដែលមានក្រាបដូចរូប។



ក. បង្ហាញថាប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និង  $(P')$  ឆ្លុះគ្នាជ្រៀបនឹងបន្ទាត់ពុះទីមួយ  $(L) : y = x$

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយបន្ទាត់  $(L)$  និងប៉ារ៉ាបូល  $(P)$

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡា បេះដូង ដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល  $(P)$  និង  $(P')$  ។