

ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា

វិទ្យាល័យមេតូឌីស្តិកម្ពុជា

ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាឧត្តមគ្រូមិ

ឈ្មោះ និងឋានភូមិសាស្ត្រ

លេខបន្ទប់៖

លេខតុ៖

មណ្ឌលប្រឡង៖

សម័យបច្ចុប្បន្ន៖ ២១ សីហា ២០១៨

នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖

ឋានភូមិសាស្ត្រ៖

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានដកចេញពីប្រឡង។

វិទ្យាសាស្ត្រ៖ គណិតវិទ្យាឆ្នាំកំណត់វិទ្យាសាស្ត្រ រយៈពេល៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ៖ ១២៥

លេខសម្ងាត់៖



បទបញ្ជា៖

១. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យប្រើឯកសារណាមួយឡើយ។

២. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យលួចបង្ហាញសន្លឹកកិច្ចការណ៍ឡើយ សូមរក្សាភាពស្ងៀមស្ងាត់ និងសេចក្តីថ្លៃថ្នូររបស់ខ្លួន។

ប្រធាន

I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{1 - x^2}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 4x}{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{3x^2 - 9x}$

ឃ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{1 - x^2}$

II. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$

ក. គណនា $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។

ខ. ចូរសរសេរ z_1, z_2 និង $z_1 \times z_2$ ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

គ. បង្ហាញថា z_1 ជាឫសនៃសមីការ $z^3 + 8 = 0$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ូល ៥ ដោយក្នុងនោះមានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ ៣ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ៣ និងប៊ូលពណ៌ស ២ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ២ ។ គេចាប់យកប៊ូល ២ ព្រមគ្នាក្នុងពេលតែមួយដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងប្រអប់នោះ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

ក. A : "គេចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា"

ខ. B : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣"

គ. C : "គេចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា"

IV. 1. (១០ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល៖ $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{2} + x - 3 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos 2x) dx$ ។

2. (៥ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ $f(x) = -\frac{4-x}{(x-3)^2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq 3$ បង្ហាញថា $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{(x-3)^2}$ ។

គណនា $K = \int_0^2 f(x) dx$ ។

V. ក. (៥ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ខ. (៥ ពិន្ទុ) រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) បើ $y(0) = 1$ និង $y'(0) = 0$ ។

VI. 1. (១០ ពិន្ទុ) ក. គេឱ្យខ្សែកោង (E) : $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ។ បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ ប្រវែងអ័ក្សធំ និងប្រវែងអ័ក្សតូចនៃ (E) រួចសង់ខ្សែកោង (E) ។

មាននូវប្រយោជន៍យ៉ាងខ្លាំងក្លា ជាព្រមទាំងសេចក្តីសម្លេងសម្បូរ

2. (១០ ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសទៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុចបី $A(1, 2, 1), B(4, 2, 4), C(5, 3, 0)$ ។

ក. រកប្រវែង AB, AC, BC រួចធ្វើការសន្និដ្ឋាននៃប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

ខ. គណនាផលគុណ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + 2 \ln x$ ។

1. ក. បង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ $(0, +\infty)$ ។

ខ. គណនា $g(1)$ ។

2. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំនួរទី 1 បញ្ជាក់ថា បើ $x \geq 1$ នោះ $x^2 + 2 \ln x \geq 1$ និងបើ $0 < x \leq 1$ នោះ $x^2 + 2 \ln x \leq 1$ ។

ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម $x^2 - 1 + 2 \ln x$ កាលណា x នៅចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

ផ្នែក B គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 1 - 2 \ln x}{x}$ មានក្រាប C ។

ក. ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។ ទាញបញ្ជាក់នៃសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។

ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ពុះទីមួយ $\Delta: y = x$ នៃអ័ក្សកូអរដោនេជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ក្រាប C ខាង $+\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងរវាងក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ Δ ។ រួចរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប C នឹង បន្ទាត់ Δ ។

គ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{x^2 - 1 + 2 \ln x}{x^2}$ ។

ឃ. ដោយប្រើលទ្ធផលផ្នែក A សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើ $(0, +\infty)$ ។

ង. ចូរគណនា $f\left(\frac{1}{e}\right)$ និង $f(e)$ រួចសង់បន្ទាត់ Δ និងក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

គេឱ្យ៖ $e = 2.7$ និង $\frac{1}{e} = 0.37$ ។

[សូមសំណងលុះត្រង់ៗគ្នា!]

ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា

វិទ្យាល័យមេតូឌីស្តិកម្ពុជា

ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាឧត្តមគ្រូមិ

ឈ្មោះ និងឋានៈលេខានុក្រឹត្យ

លេខបន្ទប់៖

លេខគុះ

មណ្ឌលប្រឡង៖

សម័យបណ្ណៈ ២១ សីហា ២០១៨

នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖

ឋានៈលេខា៖

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានដកចេញពីប្រឡង។

វិទ្យាសាស្ត្រ៖ គណិតវិទ្យាថ្នាក់វិទ្យាល័យ រយៈពេល៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ៖ ១២៥

លេខសម្ងាត់៖

ពិន្ទុសរុប

បទបញ្ជា៖

១. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យប្រើឯកសារណាមួយនៅពេលប្រឡង។

២. បេក្ខជនមិនត្រូវអនុញ្ញាតឱ្យលួចប្លង់សន្លឹកកិច្ចការណ៍ឡើយ សូមអរគុណស្មោះត្រង់ និងសេចក្តីថ្លែងថ្កុលរបស់ខ្លួន។

ប្រធាន

I. គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{3x^2 - 9x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 4x}{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{1 - x^2}$

ឃ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{4 \cos^2 x + 4 \cos x - 3}{2 \cos x - 1}$

II. ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + 2 \ln x$ ។

1. ក. បង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ $(0, +\infty)$ ។

ខ. គណនា $g(1)$ ។

2. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំនួរទី 1 បញ្ជាក់ថា បើ $x \geq 1$ នោះ $x^2 + 2 \ln x \geq 1$ និងបើ $0 < x \leq 1$ នោះ $x^2 + 2 \ln x \leq 1$ ។

ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម $x^2 - 1 + 2 \ln x$ កាលណា x នៅចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

ផ្នែក B គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 1 - 2 \ln x}{x}$ មានក្រាប C ។

ក. ចូរកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។ ទាញបញ្ជាក់នៃសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។

ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ពុះទីមួយ $\Delta: y = x$ នៃអ័ក្សកូអរដោនេជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ក្រាប C ខាង $+\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងរវាងក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ Δ ។ ចូរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប C នឹង បន្ទាត់ Δ ។

គ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{x^2 - 1 + 2 \ln x}{x}$ ។

ឃ. ដោយប្រើលទ្ធផលផ្នែក A សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើ $(0, +\infty)$ ។

ង. ចូរគណនា $f\left(\frac{1}{e}\right), f(\sqrt{e}), f(2)$ និង $f(e)$ រួចសង់បន្ទាត់ Δ និងក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។ គេឱ្យ៖ $e = 2.7, \sqrt{e} = 1.65, \frac{1}{e} = 0.37$ និង $\frac{1}{\sqrt{e}} = 0.61$ ។

III. f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \ln(1 + e^{2x})$ មានក្រាប C ក្នុងតម្រុយ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

1. ក. គណនាលីមីតនៃ $\ln(1 + e^{2x})$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ រួចទាញកលីមីតនៃ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។

ខ. បង្ហាញថា បន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 2$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប C ។

2. ក. បង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}; f(x) = 2 - x - \ln(1 + e^{-2x})$ ។ ទាញកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត d_2 នៃក្រាប C ។

មានចូលបង្រៀនគ្រូ ជាគ្រូមតិសសសតម្លៃសមរម្យ

មានទទួលបង្រៀនគួរ ជាក្រុមពីរសសតិម្ហូបមរម្យ

3. ក. ចូរបង្ហាញថា $\forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = \frac{(1+e^x)(1-e^x)}{1+e^{2x}}$ ។

២. ដោះស្រាយវិសមីការ $1 - e^x > 0$ ។ រួចសិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃ f ។

4. គណនាតម្លៃនៃ $f(-1)$ និង $f(1)$ ។ (យក $\ln 2 = 0.7$; $\ln(1 + e^2) = 2.1$)

5. សង់បន្ទាត់ d_1 ; d_2 និងក្រាប C ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

IV. ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x$ ។

ក. គណនាដេរីវេនៃ g រួចសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g លើ $(0, +\infty)$ ។

2. សង់តារាងអថេរភាពនៃ g រួចទាញរកសញ្ញាសនៃ $g(x)$ លើ $(0, +\infty)$ ។ (ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីត)

ផ្នែក B គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x - 1 + 2\frac{\ln x}{x}$ មានក្រាបតាង C ក្នុងតម្រុយ អរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

ក. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ រួចបកស្រាយតាមក្រាបនូវលទ្ធផលដែលទទួលបាននេះ ។

២. បង្ហាញថា $\Delta : y = x - 1$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ខាង $+\infty$ ។

គ. សិក្សាទីតាំងរវាងក្រាប C ធៀបនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេត Δ ។

ឃ. បង្ហាញថា $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើ $(0, +\infty)$ ។

ង. សង់តារាងអថេរភាពនៃ អ្នកសង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ Δ ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

V. ផ្នែក A_g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = -x + 1 - 2 \ln x$ ។

ក. បង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍ចុះលើ $(0, +\infty)$ ។

2. គណនា $g(1)$ រួចកំណត់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើ $(0, +\infty)$ ។

ផ្នែក B f ជាអនុគមន៍គ្រប់ $x > 0$ ដែល $f(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$ ។

ក. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។

2. រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

គ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ $f'(x)$ យកសញ្ញាដូច $g(x)$ ។ កំណត់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចទាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាក្នុង $x = 1$ ។

ឃ. គណនា $f(1)$ ។ សង្ខេបតារាងអថេរភាពនៃ f ។

ង. សង់ក្រាប C និងអាស៊ីមតូតដែលមាន ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

VI. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = -x^2 + 1 - 2 \ln x$ ។

ក. ចូរគណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចទាញថាអនគគន៍ g ជាអនគគន៍ចុះដាច់នៅចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

2. ចូរគណនាតម្លៃ $g(1)$ ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើ $(0, +\infty)$ ។

ផ្នែក B គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{9x^2 + 6 \ln x - 1}{2x^3}$ មានក្រាបតាង C ។

ក. ចូរកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប C ។

2. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = kg(x)$ ដែល k ជាចំនួនពិតត្រូវកំណត់ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ដោយប្រើលទ្ធផលផ្នែក A ។

គ. ចូរគណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ រួចទាញថា $f(x) = 0$ មានឫសតែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

ឃ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ T ប៉ះទៅនឹងក្រាប C ត្រង់រាបស៊ីស 1 ។

ង. គណនា $f(2)$ រួចសង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ T ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

គេឲ្យ៖ $\ln 2 = 0.7$ និង $\ln \frac{1}{2} = -0.7$ ។

[ចម្លើយ]

មានទទួលបង្រៀនគួរ ជាក្រុមពិសេសសិស្សសមរម្យ