

**គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ**  
**សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩**  
**វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)**  
**រយៈពេល: ១៥០ នាទី**  
**ពិន្ទុ: ១២៥**

**មណ្ឌលប្រឡង** .....  
**លេខបន្ទប់** ..... **លេខតុ** .....  
**ឈ្មោះបេក្ខជន** .....  
**ហត្ថលេខាបេក្ខជន** .....

**ប្រធានទី០១**

I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{\sin 4x + \sin 5x}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{1 - \sqrt{x} + 1}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2e^x - 2)(1 - \cos 2x)}{x^3}$

II. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $Z^2 - 2\sqrt{2}Z + 4 = 0$  ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច។ រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃឫសនីមួយៗរបស់សមីការនេះ។

ខ. សរសេរ  $W = \left( \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{\sqrt{2} - i\sqrt{2}} \right)^2$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III. ក. គណនាអាំងតេក្រាល  $I = \int_0^2 (6x^2 - 3x - 1) dx$  និង  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2\sin^2 x) dx$ ។

ខ. គេមាន  $f$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}^*$  ដោយ  $f(x) = -2 \left( \frac{x+1}{x^2} \right)$ ។ បង្ហាញថា  $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$ ។

គណនា  $K = \int_1^e f(x) dx$ ។  $\ln e = 1$

IV. ក្នុងផងមួយមានប៊ូល 15 ដែលចែកជាប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន 7 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 7 នេះតាមលេខរៀងពី 1 ដល់ 7 រួចប៊ូលខៀវចំនួន 5 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 5 នេះតាមរៀងពី 1 ដល់ 5 ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន 3 និងគេសរសេរលេខលើប៊ូលទាំង 3 តាមលេខរៀងពីលេខ 1 ដល់ 3។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងផងដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃប្រតិការណ៍ខាងក្រោម ៖

- ក. A : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង
- ខ. B : ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស
- គ. C : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស

V. 1. គេមានសមីការ  $18x^2 + 10y^2 = 90$ ។

- ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ។
- ខ. សង់អេលីបនេះ។

2. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុច  $M(2, 3, 4), N(3, 5, 6), P(4, 6, 7), Q(3, 4, 5)$ ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{QP}$
- ខ. ទាញបង្ហាញថាចតុកោណ MNPQ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនេះ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y'' + 2y' - 3y = 0$

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល  $y(0) = 1, y'(1) = e$ ។ ( $e$  ជាចំនួនពិតដែល  $\ln e = 1$ )

VII. គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ដោយ  $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។

គេតាងក្រាបរបស់វាក្នុងប្លង់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1. ក. គណនាលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $-\infty$  និង  $+\infty$
- ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d_1$  ដែលមានសមីការ  $y = x + 2$ ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

2. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត  $x, f(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2$  ។  
ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃ  $f$  លើ  $\mathbb{R}$  និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ  $f$  ។
3. ក. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ  $d_2$  ទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់ចំណុច  $I$  ដែលមានអាប់ស៊ីស  $\ln 3$  ។  
ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប  $C$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d_2$  ។
4. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ  $d_3$  ទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស  $0$  មានសមីការ  $y = \frac{1}{4}x + 1$   
ខ. ដោយសន្មតថាចំណុច  $I$  ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប  $C$  និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ  $\ln 3 = 1.09$  ចូរសង់ក្រាប  $C, d_1, d_2, d_3$  នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ដោយកំណត់យក  $1$  ឯកតាស្មើ  $2\text{cm}$  ។

## မဏ္ဍိယ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៥

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)  
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី  
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

**ប្រធានទី០២**

I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$  និង  $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$  ។

ក. គណនា  $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$  និង  $\frac{z_1}{z_2}$  ។

ខ. សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 - z_2, z_1 \times z_2$  និង  $\frac{z_1}{z_2}$  ។

គ. គណនា  $z_1^{2018} + z_2^{2018}$  រួចទាញការសន្និដ្ឋាន។

II. គណនាលីមីត

ក.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} + 2 - 2}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x} + 6 - 3}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$

ឃ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x}{x}$

ង.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5 \sin 5x}{8x}$

III. ក្នុងស្បែងមួយមានប៊ូលពណ៌ស ៣ ពណ៌ខៀវ ៣ និងក្រហម ២។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង ៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បែងដោយចៃដន្យ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូល ២ ពណ៌ខៀវ»។

ខ. B : «ប៊ូលទាំង ៣ មានពណ៌ខុសៗគ្នា»។

គ. C : «ប៊ូល ១ គត់មានពណ៌ក្រហម»។

IV. ក. គណនាអាំងតេក្រាល  $I = \int_1^2 \left( \frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + 3 \right) dx$  និង  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 4x + \cos 2x) dx$  ។

ខ. គេមានអនុគមន៍  $f(x) = -\frac{2-x}{(x-1)^2}$  បង្ហាញថា  $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$  ។ គណនា  $K = \int_{-1}^0 f(x) dx$  ។

V. 1. គេមានវ៉ិចទ័រ  $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  ។ រកវ៉ិចទ័រ

ក.  $\vec{u} + \vec{v}$

ខ.  $\vec{u} - \vec{v}$

គ.  $\vec{u} \times \vec{u}$

ឃ.  $\vec{v} \times \vec{v}$

ង.  $\vec{u} \times \vec{v}$

ច.  $\vec{v} \times \vec{u}$

2. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប ដែលមានកំណុំមួយមានកូអរដោនេ  $(-1, 0)$  និងចំណុចកំពូលពីរមានកូអរដោនេ  $(-3, 0)$  និង  $(3, 0)$  ។ សង់អេលីបនេះ ។

VI. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y' + 2y = 2\frac{e^{-x}}{1 + 2e^x}$  ។

ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍  $f$  ដែល  $f(x) = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)$  ជាចម្លើយនៃ (E) ។

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍  $\psi$  ជាចម្លើយនៃ (E) លុះត្រាតែ  $(\psi - f)$  ជាចម្លើយនៃសមីការ (E') :  $y' + 2y = 0$  ។

VII. A គេមានអនុគមន៍  $g$  កំណត់លើ  $(0, +\infty)$  ដោយ  $g(x) = x^2 + \ln x$  ។

1. ក. បង្ហាញថា  $g$  ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ  $(0, +\infty)$  ។

ខ. គណនា  $g(1)$  ។

2. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំនួរទី១ បញ្ជាក់ថា បើ  $x \geq 1$  នោះ  $x^2 + \ln x \geq 1$  និងបើ  $0 < x \leq 1$  នោះ  $x^2 + \ln x \leq 1$  ។

ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម  $x^2 + \ln x - 1$  កាលណា  $x$  នៅចន្លោះ  $(0, +\infty)$  ។

**B** គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $(0, +\infty)$  ដោយ  $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$  និងតាងដោយក្រាប  $C$  ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ។

1. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍  $f$  ត្រង់  $0$  និង  $+\infty$  (យើងដឹងថា  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ) ។
2. បង្ហាញថាដេរីវេនៃអនុគមន៍  $f$  គឺ  $f'(x) = \frac{x^2 + \ln x - 1}{x^2}$  ។
3. ប្រើលទ្ធផលនៃសំនួរ A សិក្សាសញ្ញានៃ  $f'(x)$  និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍  $f$  លើ  $(0, +\infty)$  ។
4. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់  $\Delta$  មានសមីការ  $y = x + 1$  ជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប  $C$  ត្រង់  $+\infty$  ។  
 ខ. សិក្សាទីតាំង  $C$  ធៀបនឹង  $\Delta$  និងបញ្ជាក់ថាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ  $I$  រវាងក្រាប  $C$  និង  $\Delta$  សង់  $\Delta$  និង ក្រាប  $C$  ។

## မဏ္ဍိယ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៥

គ្រឿងប្រឡូកសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡូក: ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)  
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី  
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡូក .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

**ប្រធានទី០៣**

**I. គណនាលីមីត**

ក.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{x^3-x^2+x-1}$       ខ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{-x}$       គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3-3\cos 4x}{\sin^2 x}$       ឃ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sin 2x}$

II. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សៗក្រីកែ 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រី និង 6 ជាសិស្សប្រុស។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សដទៃ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- ក. A : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»។
- ខ. B : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»។
- គ. C : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»។

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$  និង  $z_2 = 6\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$  ។

- ក. សរសេរ  $z_1$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- ខ. រកម៉ូឌុល និងអាក្យូយម៉ង់នៃ  $z_1^3$  ។
- គ. សរសេរផលគុណ  $z_1 \times z_2$  ជាទម្រង់ពីជគណិត។

IV. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយ  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុច  $A(-2, 1, 0), B(0, 1, 1), C(1, 2, 2)$  និង  $D(0, 3, -4)$  ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$  ។
- ខ. គណនាប្រវែង  $AB, AC, AD, BC, CD$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ  $ABC$  និង  $ACD$  កែងត្រង់  $A$ ។ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

2. គេមានសមីការ  $9y^2 - 16x^2 = 144$  ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល។ រកកូអរដោនេកំពូលទាំងពីរ និងកំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូល។ រកសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែបូល និងសង់អ៊ីពែបូលនេះ ។

V. 1. គណនាអាំងតេក្រាល  $I = \int_1^3 (x-2+3x^3) dx$  និង  $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \cos x) dx$  ។

2. គេមានអនុគមន៍  $K = \int_0^1 \frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} dx$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ។  
 ដើម្បីគណនា  $K$  យើងត្រូវបង្ហាញថា  $\frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} = x + 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$  ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y'' - 3y' + 2y = 0$  ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល  $y(0) = 1$  និង  $y'(1) = e^2$  ។

VII. គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ដោយ  $f(x) = x + \frac{1-3e^x}{1+e^x}$  គេតាងដោយ  $C$  ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ។

1. បង្ហាញថា  $f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{1+e^x}$  និងគណនាលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $-\infty$  ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់  $d_1$  ដែលមានសមីការ  $y = x + 1$  អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់  $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប  $C$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d_1$  ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

2. គណនាលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $+\infty$  ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់  $d_2$  ដែលមានសមីការ  $y = x - 3$  អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់  $+\infty$  ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប  $C$  ធៀបនឹងបន្ទាត់  $d_2$  ។

3. ក. គណនាដេរីវេ  $f'(x)$  និងបង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត  $x, f(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$  ។

2. សិក្សាអថេរភាពនៃ  $f$  រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ  $f$ ។ សង់ក្រាប  $C$  និងបន្ទាត់  $d_1, d_2$  របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

### បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)  
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី  
 ទំព័រ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

**ប្រធានទី០៤**

I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{1 - x^2}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \sin x}}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin 3x}$

ឃ.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x - 6}{x^2 + 3x - 4}$

II. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $z = 1 + i\sqrt{3}$  និង  $w = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)^3$

ក. ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា  $z$  ជាឫសនៃសមីការ  $z^2 - 2z + 4 = 0$  រួចទាញរកឫសមួយទៀតនៃសមីការនេះ ។

ខ. ចូរសរសេរឫសទាំងពីរនៃសមីការ  $z^2 - 2z + 4 = 0$  និង  $w$  ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

គ. ចូរសរសេរ  $w$  ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ពីជគណិត រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា  $\frac{z}{w} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + i \frac{\sqrt{3}-1}{2}$  ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ូល ៥ ដោយក្នុងនោះមានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ ៣ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ៣ និងប៊ូលពណ៌ស ២ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ២ ។ គេចាប់យកប៊ូល ២ ព្រមគ្នាក្នុងពេលតែមួយដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងប្រអប់នោះ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

ក. A : "គេចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា"

ខ. B : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣"

គ. C : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣ ដោយដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា"

IV. 1. (១០ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល៖  $I = \int_1^2 \left( \frac{x^2}{2} + x - 3 \right) dx$  និង  $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1 - \sin 4x}{4x + \cos 4x} \right) dx$  ។

2. (៥ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍  $f(x) = -\frac{4-x}{(x-3)^2}$  កំណត់ចំពោះគ្រប់  $x \neq 3$  បង្ហាញថា  $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{(x-3)^2}$  ។  
 គណនា  $K = \int_0^2 f(x) dx$  ។

V. ក. (៥ ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y'' - 3y' + 2y = 0$  ។

ខ. (៥ ពិន្ទុ) រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយរបស់វាប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ដេក  $y = 1$  ត្រង់  $x = 0$  ។

VI. 1. (១០ ពិន្ទុ) ក. គេឲ្យខ្សែកោង (E) :  $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  ។ បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ ប្រវែងអ័ក្សធំ និងប្រវែងអ័ក្សតូចនៃ (E) រួចសង់ខ្សែកោង (E) ។

2. (១០ ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសទៅវិជ្ជមាន  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុចបី  $A(1, 2, 1), B(4, 2, 4), C(5, 3, 0)$  ។

ក. រកប្រវែង  $AB, AC, BC$  រួចធ្វើការសន្និដ្ឋាននៃប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

ខ. គណនាផលគុណ  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$  រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍  $g$  កំណត់លើ  $(0, +\infty)$  ដោយ  $g(x) = -x^2 + 1 - 2 \ln x$  ។

ក. ចូរគណនាដេរីវេ  $g'(x)$  រួចទាញថាអនុគមន៍  $g$  ជាអនុកម្មន៍ចុះដាច់ខាតលើចន្លោះ  $(0, +\infty)$  ។

ខ. ចូរគណនាតម្លៃ  $g(1)$  ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ  $g(x)$  លើ  $(0, +\infty)$  ។

**ផ្នែក B** គេឲ្យអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើចន្លោះ  $(0, +\infty)$  ដោយ  $f(x) = \frac{9x^2 + 6 \ln x - 1}{2x^3}$  មានក្រាបតាង  $C$  ។

- ក. ចូរកលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់  $0$  និង  $+\infty$  ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប  $C$  ។
- ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់  $x > 0$  គេបាន  $f'(x) = kg(x)$  ដែល  $k$  ជាចំនួនពិតត្រូវកំណត់ ។  
គូសតារាងអថេរភាពនៃ  $f$  ដោយប្រើលទ្ធផលផ្នែក  $A$  ។
- គ. ចូរគណនា  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  រួចទាញថា  $f(x) = 0$  មានឫសតែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
- ឃ. កំណត់សមីការបន្ទាត់  $T$  ប៉ះទៅនឹងក្រាប  $C$  ត្រង់អាប់ស៊ីស  $1$  ។
- ង. គណនា  $f(2)$  រួចសង់ក្រាប  $C$  និងបន្ទាត់  $T$  ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ។

## ප්‍රශ්න

ប្រឡងសញ្ញាបត្រធម្មសិក្សាទី៣ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩



គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)  
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី  
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

**ប្រធានទី០៥**

- I. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4 ។ គេចាប់យកឃ្លី 3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:  
 A: ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ក្រហម; B: យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពណ៌ខៀវ; C: ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា។

II. គណនាលីមីត

ក.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2(x-2) + x^2 + x - 1}{1-x}$

ខ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{\sin 3x}$

គ.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{2(\pi - 3x)}$

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 = 3 + 3i\sqrt{3}$  និង  $z_2 = \sqrt{3} + i$  ។

ក. គណនា  $z_1 \times z_2$  និង  $\frac{z_1}{z_2}$

គ. សរសេរ  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3$  ជាទម្រង់ពីជគណិត។

ខ. សរសេរ  $z_1 \times z_2$  និង  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

IV. គណនាអាំងតេក្រាល:  $I = \int_1^2 (2-x+x^2) dx$ ;  $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[ \cos 2x - \frac{1}{2} \cos 4x \right] dx$ ;  $K = \int_2^3 \left( 3x-2 + \frac{1}{x-1} \right) dx$  ។

V. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុច A (1;2;3), B (3;0;1), C (-1;0;1) និង D (2;1;2) ។

a. រកវ៉ិចទ័រ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$  ។

b. បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ។

c. បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ  $n(0;1;-1)$  ជារ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ទៅនឹងប្លង់ (ABC) ។

2. គេមានសមីការ  $(2x+3y)^2 = 12(xy+3)$  ។

បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សតូច អ័ក្សធំ កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងសង់អេលីបនេះ។

VI. a. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល: (E) :  $y'' + 4y' = 5y$  ។

b. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) បើគេដឹងថាក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច (0;3) ហើយបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -3 ។

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ  $(1; +\infty)$  ដោយ  $f(x) = -x + 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$  ។ គេតាងដោយ (C) ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  ។

1. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 1 និងត្រង់  $+\infty$  ។

2. ស្រាយបំភ្លឺថានៅលើ  $(1; +\infty)$  គេបានដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ  $f'(x) = \frac{-(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$  ។ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើ  $(1; +\infty)$  ។

3. a. បង្ហាញថាបន្ទាត់  $d_1$  ដែលមានសមីការ  $y = -x + 4$  ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់  $+\infty$  ។

b. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x លើ  $(1; +\infty)$   $\frac{x+1}{x-1} > 1$  និងទាញយកការប្រៀបធៀបទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង  $d_1$  ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

4. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើ (C) ដែលបង្ហាត់ប៉ះ  $d_2$  ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិស  $-\frac{5}{3}$  និងសរសេរសមីការបង្ហាត់ប៉ះ  $d_2$  នេះ។
5. សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត  $d_1$  និងបង្ហាត់ប៉ះ  $d_2$  ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល  $\ln 3 = 1.1$  និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច  $(4.5; 0)$  ។

### ចម្លើយ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)  
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី  
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

**ប្រធានទី០៦**

- I. (១៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច  $z = (1 + i)^{10} \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{20}$  ។
- ក. សរសេរ  $z$  ជាទម្រង់ពីជគណិត និងទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។      ខ. កំណត់ចំនួនពិត  $x$  និង  $y$  ដើម្បីឲ្យ  $xz + y\bar{z} = \sqrt{3}$  ។
- II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:
- ក.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{x - 5\sqrt{x} + 4}$       ខ.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{6x - 2\pi}$       គ.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + x - 1 + x^2(x - 2)}$
- III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានបិទបាល់ពណ៌ស ៥ ដើម កូនបិទពណ៌ខៀវ ៣ ដើម និងកូនបិទពណ៌ក្រហម ៤ ដើម ។ គេចាប់យកបិទ ៣ ចេញព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:
- ក. A : “ចាប់បានបិទទាំង ៣ មានពណ៌ដូចគ្នា”      ខ. B : “ចាប់បានបិទពណ៌ខៀវ ២ គត់”      គ. C : “ចាប់បានបិទទាំង ៣ មានពណ៌ខុសគ្នា” ។
- IV. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:
១. ក.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x} dx$       ខ.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos^2 2x} dx$       គ.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + 1) \sin 2x dx$
២. គេឲ្យអនុគមន៍  $f$  កំណត់ដោយ  $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$  ចំពោះ  $x \neq 1$  ។  
 កំណត់ចំនួនពិត  $a$  និង  $b$  ដើម្បីឲ្យ  $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$  ចំពោះ  $x \neq 1$  រួចគណនា  $K = \int_0^2 f(x) dx$  ។
- V. (១៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y' - 2y = 4 \cos x$  ។
- ក. កំណត់ចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (F) :  $y' - 2y = 0$  ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $y(0) = 1$  ។  
 ខ. កំណត់ចំនួនពិត  $a$  និង  $b$  ដែលអនុគមន៍  $g$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ដោយ  $g(x) = a \cos x + b \sin x$  ផ្ទៀងផ្ទាត់ (E) ។  
 គ. ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។
- VI. ១. (១០ ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការនៃកោនិច (P) :  $(1 - 2x)^2 - 8(y + 1) + 7 + 4x = 0$  ។ បង្ហាញថា (P) ជាប៉ារ៉ាបូល ។  
 កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងសង់ក្រាបវា ។
២. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ប្រដាប់ដោយទិសដៅវិជ្ជមាន  $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុច  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(-1; 2; 3)$  និង  $\overrightarrow{BC} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  ។
- ក. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច C ។ គណនាផលគុណស្កាលែ  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$  និងទាញរកកូស៊ីនុសនៃមុំ B ។  
 ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ  $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BA}$  និងកំណត់សមីការប្លង់កាត់តាម A; B; C ។
- VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A : អនុគមន៍  $g$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ដោយ  $g(x) = (2 - x)e^{-x} - 2$  ។
- ក. គណនា  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  និង  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  ។  
 ខ. គណនាដេរីវេ  $g'(x)$ ,  $g(0)$  រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ  $g(x)$  ។ ទាញរកសញ្ញានៃ  $g$  ទៅតាមតម្លៃនៃ  $x$  ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

**ផ្នែក B :** អនុគមន៍  $f(x) = \frac{2e^x + 1}{(x-3)e^x}$  មានក្រាប  $C$  ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  ។

ក. រកដែនកំណត់  $D_f$  នៃអនុគមន៍  $f$  រួចគណនាលីមីតនៃ  $f$  ត្រង់ចុងដែនកំណត់។

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់នៃក្រាប  $C$ ។

ខ. ចំពោះគ្រប់  $x \in D_f$  គេបាន  $f'(x) = \frac{(2-x)e^{-x}-2}{(x-3)^2 e^{2x}}$  ។ រួចបង្ហាញថា  $f'(x)$  មានសញ្ញាដូច  $g(x)$  ។

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ  $f$  និងសង់ក្រាប  $C$ ។

### បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំណាងល្អ!

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)  
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី  
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខគុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

**ប្រធានទី០៧**

- I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត:  $A = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x^2 - 2x + 1}{x} - \frac{1}{x} \right)$ ,  $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - \sin 3x}{\sin^2 x + 4x}$ ,  $C = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{\frac{\pi}{6} - x}$
- II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល:  $I = \int \left( \frac{4x - 5x^2 + 6x^3}{x^3} \right) dx$ ,  $J = \int_0^1 \left( \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \right) dx$ ,  $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x \sqrt{1 - \cos x}) dx$
- III. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$  និង  $z_2 = 3 + 3\sqrt{3}i$  ។ ក. គណនា  $z_1 \times z_2$  និង  $\frac{z_1}{z_2}$  ។  
 ខ. សរសេរស  $z_1 \times z_2$  និង  $\frac{z_1}{z_2}$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ គ. បង្ហាញថា  $x = \left( \frac{9i}{4} \right)^{1008} \left( \frac{z_1}{z_2} \right)^{\frac{2016}{2}}$  ជាចំនួនពិត ។
- IV. (១០ ពិន្ទុ) ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y'' + 3y' = 4y$  ។  
 ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដោយដឹងថាក្រាបតាងអនុគមន៍ចម្លើយប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ T ដែលមានសមីការ  $y + 4x = 0$  ត្រង់ចំណុច A (0,6) ។
- V. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហមចំនួន 3 ឃ្លីសចំនួន 2 និងឃ្លីខ្មៅចំនួន 4 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយៗចំនួន 3 ចេញមិនដាក់ចូលវិញដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន:  
 A : ឃ្លីទាំង 3 ជាឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា, B : ឃ្លីទី 1 និង 2 ជាឃ្លីពណ៌ស, C : ឃ្លីទាំង 3 ជាឃ្លីពណ៌ខុសគ្នា
- VI. (៣៥ ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយ  $(0, 1, j)$  អនុគមន៍ f កំណត់  $x \in (-1, +\infty)$  ដោយ  $f(x) = x + \frac{\ln(1+x)}{1+x}$  មានក្រាប (C) ។  
 ១. អនុគមន៍ g កំណត់  $x \in (-1, +\infty)$  ដោយ  $g(x) = (1+x)^2 - 1 + \ln(1+x)$  ។  
 ក. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g(x) ។ គណនា g(0) ។  
 ខ. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីត រួចសិក្សាសញ្ញា  $g(x), x \in (-1, +\infty)$  ។  
 ២. ក. គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ដោយប្រើ  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$  និង  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$  ។  
 រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។  
 ខ. ជ្រៀងផ្ទាត់ថា  $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^2}, x \in (-1, +\infty)$  រួចសិក្សាសញ្ញា  $f'(x)$  ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។  
 គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ L មានសមីការ  $y = x$  ជាសមីការអាស៊ីមតូតទៀតនៃក្រាប (C) ខាង  $+\infty$  រួចសិក្សាទីតាំងធៀប ។  
 ឃ. សង់ក្រាប (C) និង L ក្នុងតម្រុយតែមួយ។  
 គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និង L បន្ទាត់ឈរ  $x = 1$  និង  $x = 3$  ។
- VII. (២៥ ពិន្ទុ) ១. ក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់  $(0, i, j, k)$  គេមានចំណុច A (1,3,-1), B (3,0,1), C (2,1,-3) និងបន្ទាត់ L ដែលមានសមីការ  $x = 2-t, y = 2t$  និង  $z = 1-t, t \in \mathbb{R}$  ។  
 ក. បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C កំណត់បានប្លង់ ABC មួយ រួចកំណត់សមីការប្លង់ ABC ។  
 ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។ រកកូអរដោនេចំណុច M ប្រសព្វរវាងប្លង់ ABC និងបន្ទាត់ L ។  
 ២. បញ្ជាក់សមីការ (E) :  $4x^2 - 100 = 25y^2$  ជាអ៊ីពែបូល ។ រកកូអរដោនេផ្ចិត កំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត រួចសង់ ។

**សូមអានប្រធានលំហាត់ឲ្យបានច្បាស់មុនធ្វើលំហាត់!**

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំណាងល្អ!

គ្រឹះស្ថានបណ្ណប្រឹក្សាប្រឹក្សាសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡូង: ១៩ សីហា ២០១៩  
 វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)  
 រយៈពេល: ១៥០ នាទី  
 ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡូង .....  
 លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

**ប្រធានទី០៨**

I. (១០ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 = -\sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$  និង  $z_2 = 1 + i$  ។

ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច  $z_1$  និង  $z_2$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ខ. រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច  $w = \frac{z_1}{z_2}$  ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត:  $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - \sqrt{x+15}}{x^2 - 1}$  ;  $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\sin^2 5x}$  ;  $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x^2 - 5x + 6) - \ln x]$

III. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គណនាអាំងតេក្រាល:  $I = \int_1^2 (1 - 3x + 2x^2) dx$  ;  $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} dx$

២. ក. កំណត់ចំនួនពិត  $a, b$  និង  $c$  ដើម្បីឲ្យ  $\frac{3x^2 + 6x + 7}{(x+2)(x+3)} = a + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{x+3}$  ចំពោះគ្រប់  $x \in \mathbb{R} - \{-2; -3\}$  ។

ខ. គណនាអាំងតេក្រាល  $K = \int \frac{3x^2 + 6x + 7}{(x+2)(x+3)} dx$  ។

IV. (១០ ពិន្ទុ) ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) :  $y'' + 4y + 4y = 0$  ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) បើគេដឹងថាខ្សែកោង (H) តាងអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច  $M(-1; 1)$  ហើយបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចនេះស្របនឹងបន្ទាត់ដែលមានសមីការ  $y = 2x + 3$  ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានបិច្ចពណ៌ខៀវ ៥ ដើម បិច្ចពណ៌ក្រហម ៤ ដើម និងបិច្ចពណ៌ខ្មៅ ៣ ដើម ។

គេចាប់យកបិច្ច ៤ ដើមព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

ក. A : បិច្ចពណ៌ខៀវទាំង ៤ ដើម ខ. B : បិច្ចទាំង ៤ ដើមមានពណ៌ដូចគ្នា គ. C : យ៉ាងតិចមានបិច្ច ៣ ដើមពណ៌ដូចគ្នា ។

VI. (២៥ ពិន្ទុ) ១. គេមានសមីការ  $4(5y - 2x)(2x + 5y) = -400$  ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល ។ រកកូអរដោនេផ្ចិតកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរ រួចសង់អ៊ីពែបូលនេះ ។

២. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  គេមាន  $A(3; 2; -1), B(-6; 1; 1); C(4; -3; 3), D(-1; -5; -1)$  និង  $H(1; -1; 3)$  ។

ក. គណនាប្រវែង AH ។ សរសេរសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច H ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AH) ។

ខ. បង្ហាញថា  $B; C; D$  ស្ថិតនៅលើប្លង់ (P) ។

គ. គណនាកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ  $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}$  រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ BCD ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $I = (4; +\infty)$  ដោយ  $f(x) = -2x + 5 + 3 \ln\left(\frac{x+1}{x-4}\right)$  និង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍  $f$  ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  ដែលមានឯកតាលើអ័ក្ស 1cm ។

១. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍  $f$  ត្រង់ ៤ និង  $+\infty$  ។

២. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់  $x \in I$  គេបាន  $f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 7}{(x+1)(x-4)}$  ។ សិក្សាសញ្ញា  $f'(x)$  ចំពោះគ្រប់  $x \in I$  ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍  $f$  ។

III. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការ  $y = -2x + 5$  ជាអាស៊ីមតូតនៃ (C) ។

ខ. ចំពោះគ្រប់  $x > 4$  ចូរបង្ហាញថា  $\frac{x+1}{x-4} > 1$  រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (D) ។

គ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដែលបន្ទាត់ ( $\Delta$ ) ប៉ះខ្សែកោង (C)

ត្រង់ចំណុចនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង  $-\frac{9}{2}$  រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ ( $\Delta$ ) ។

ឃ. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D), ( $\Delta$ ) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ។ (គេឲ្យ  $\ln 6 = 1.8$ )

សូមអានប្រធានលំហាត់ឲ្យបានច្បាស់មុនធ្វើលំហាត់!

ចម្លើយ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំណាងល្អ!



គ្រូបង្រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩  
វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)  
រយៈពេល: ១៥០ នាទី  
ពិន្ទុ: ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង .....  
លេខបន្ទប់ ..... លេខតុ .....  
ឈ្មោះបេក្ខជន .....  
ហត្ថលេខាបេក្ខជន .....

ប្រធានទី០៩

- I. (១៥ ពិន្ទុ) ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 = \sqrt{3} + i$  និង  $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។  
ខ. គណនា  $z_1^6 + z_2^6$ ។

បន្ថែម

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្ងៃទី ១៩ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១៩

សូមសំរាកឆ្ងាយ!