

ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ: និងហត្ថលេខាអនុរក្សៈ

លេខបន្ទប់ៈ
លេខតុៈ
មណ្ឌលប្រឡងៈ

សម័យបច្ចុប្បន្នៈ ២០ សីហា ២០១៨
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួនៈ
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើតៈ
ហត្ថលេខាៈ

លេខសម្ងាត់ៈ

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តរស្យា។

វិញ្ញាសាៈ គណិតវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេលៈ ៩០ នាទី ពិន្ទុៈ ៧៥
ពិន្ទុសរុប

លេខសម្ងាត់ៈ

- សេចក្តីណែនាំៈ ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្សែនៅទីពឹងទី២ ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីពឹងទី២ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី១ (ពាក់គុណ្ឌ ២០១៧ ថ្នាក់សង្គម)

I. គណនាលីមីតៈ

ក. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x} + 6 - 3}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

II. ក្នុងចំណោមមួយមានប៊ូលពណ៌សចំនួន៣ និងប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន៦។ គេចាប់យកប៊ូល៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីចង្កោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមៈ

សំណួរ

- A: ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ស
B: ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ក្រហម
C: មានប៊ូលមួយពណ៌ក្រហម និងពីរទៀតពណ៌ស

III. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោមៈ

ក. $I = \int_1^3 (3x^2 + 2x + 1) dx$ ខ. $J = \int_0^1 (2e^x - 1) dx$ គ. $K = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x^2} \right) dx$

IV. គេមានសមីការ $9x^2 + 25y^2 = 225$ ។

- ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សតូច ប្រវែងអ័ក្សធំ និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ។
ខ. សង់អេលីបនេះ។

V. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R} - \{2\}$ ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ ។ យើងតាង C ជាក្រាបរបស់វា លើតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ។

- សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$ ។
- សិក្សាអថេរភាព និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- a. រកចំនួនពិត a, b, c ដែលគ្រប់ $x \neq 2$; $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$ ។
b. គេតាង d ដែលមានសមីការ $y = x + 1$ ។ បង្ហាញថា d ជាអាស៊ីមតូតនៃ C ត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d ។
c. សង់ក្រាប C និង បន្ទាត់ d ។

I. គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{\infty}{\infty}$)

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = \frac{1+0+0}{1+0} = 1 \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} = 1}$$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x+6} - 3}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^3 - 3^3)(\sqrt{x+6} + 3)}{(\sqrt{x+6} - 3)(\sqrt{x+6} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)(\sqrt{x+6} + 3)}{(x+6) - 9}$$

$$= (3^2 + 3 \cdot 3 + 9)(\sqrt{3+6} + 3) = 27 \times 6 = 162$$

ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x+6} - 3} = 162}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{e^0 + e^{-0}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$ ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1}$

II. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A: ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ស

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(A) = C(3,3) = \frac{3!}{(3-3)!3!} = \frac{1}{0!} = \frac{1}{1} = 1$

$$n(S) = C(9,3) = \frac{9!}{(9-3)!3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2 \times 1} = 84$$

គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{84}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(A) = \frac{1}{84}}$

B: ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ក្រហម

តាមរូបមន្ត $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(S) = 84$

$$n(B) = C(6,3) = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3 \times 2 \times 1} = 20$$

គេបាន $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(B) = \frac{5}{21}}$

C: មានប៊ូលមួយពណ៌ក្រហម និងពីរទៀតពណ៌ស

តាមរូបមន្ត $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$ ដោយ $n(S) = 84$

$$n(C) = C(6,1) \times C(3,2) = \frac{6!}{(6-1)!1!} \times \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{6 \times 5!}{5! \times 1!} \times \frac{3 \times 2 \times 1}{1! \times 2 \times 1} = 18$$

គេបាន $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{18}{84} = \frac{3}{14}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(C) = \frac{3}{14}}$

III. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

$$\text{ក. } I = \int_1^3 (3x^2 + 2x + 1) dx = \left[3\frac{x^3}{3} + 2\frac{x^2}{2} + x \right]_1^3 = 3^3 + 3^2 + 3 - (1^3 + 1^2 + 1) = 27 + 9 + 3 - 3 = 36$$

ដូចនេះ: $I = 36$

$$\text{ខ. } J = \int_0^1 (2e^x - 1) dx = [2e^x - x]_0^1 = 2e^1 - 1 - (2e^0 - 0) = 2e - 1 - 2 = 2e - 3 \quad \text{ដូចនេះ: } J = 2e - 3$$

$$\text{គ. } K = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x^2} \right) dx = \int_1^2 (x + x^{-2}) dx = \left[\frac{x^2}{2} + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} \right]_1^2 = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} \right]_1^2 = \frac{2^2}{2} - \frac{1}{2} - \left(\frac{1^2}{2} - \frac{1}{1} \right) = 2 - \frac{1}{2} + 1 = 2$$

ដូចនេះ: $K = 2$

IV. ក. បង្ហាញថាសមីការ $9x^2 + 25y^2 = 225$ ជាសមីការអេលីប

$$\begin{aligned} \text{ដោយ } 9x^2 + 25y^2 = 225 &\Leftrightarrow \frac{9x^2}{225} + \frac{25y^2}{225} = \frac{225}{225} \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{(x-0)^2}{5^2} + \frac{(y-0)^2}{3^2} = 1 \quad \text{ជាសមីការអេលីបដែលមានផ្ចិត(0,0)} \end{aligned}$$

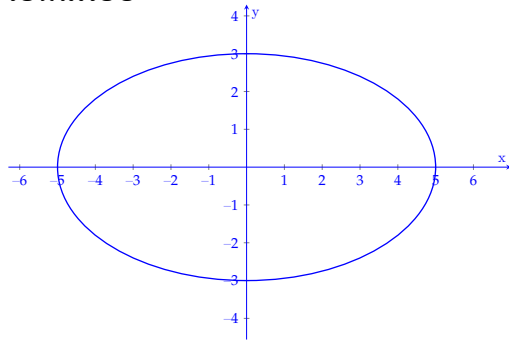
ដូចនេះ: $\text{សមីការ } 9x^2 + 25y^2 = 225 \text{ ជាសមីការអេលីប}$

រកប្រវែងអ័ក្សតូច ប្រវែងអ័ក្សធំ និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ

ដោយសមីការអេលីបមានរាង $\frac{(x-0)^2}{5^2} + \frac{(y-0)^2}{3^2} = 1$ គេបាន $h = 0, k = 0, \quad a = 5, b = 3$

- ប្រវែងអ័ក្សតូច $= 2b = 2(3) = 6$
- ប្រវែងអ័ក្សធំ $= 2a = 2(5) = 10$
- កំពូល $V_1(h + a, k) \Rightarrow V_1(5, 0)$
- កំពូល $V_2(h - a, k) \Rightarrow V_2(-5, 0)$

ខ. សង់អេលីប



V. 1. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x - 1}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)}{x \left(1 - \frac{2}{x} \right)} = -\infty \frac{(1-0-0)}{1-0} = -\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - 1}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)}{x \left(1 - \frac{2}{x} \right)} = +\infty \frac{(1-0-0)}{1-0} = +\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

2. សិក្សាអថេរភាព និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

• ដេរីវេ

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 - x - 1}{x - 2} \right)' = \frac{(x^2 - x - 1)'(x - 2) - (x - 2)'(x^2 - x - 1)}{(x - 2)^2}$$

$$= \frac{(2x - 1)(x - 2) - (x^2 - x - 1)}{(x - 2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - x + 2 - x^2 + x + 1}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{មានឫស } x_1 = 1; \quad x_2 = 3$$

• តារាងសញ្ញាដេរីវេ f'(x)

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+

• បរមាជ្រៀប

• ត្រង់ $x = 1$; $f'(x) = 0$ ហើយប្លូសញ្ញាពី + ទៅ - គេបាន f មានអតិបរមាជ្រៀបមួយ គឺ $f(1) = \frac{1^2 - 1 - 1}{1 - 2} = 1$

• ត្រង់ $x = 3$; $f'(x) = 0$ ហើយប្លូសញ្ញាពី - ទៅ + គេបាន f មានអប្បបរមាជ្រៀបមួយ គឺ $f(3) = \frac{3^2 - 3 - 1}{3 - 2} = 5$

• តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+
f(x)	$-\infty$	1	$-\infty$	$+\infty$	5	$+\infty$

3. a. រកចំនួនពិត a, b, c ដែលគ្រប់ $x \neq 2$; $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2} \Leftrightarrow \frac{x^2 - x - 1}{x - 2} = ax + b + \frac{c}{x - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x - 2)(x + 1) + 1}{x - 2} = ax + b + \frac{c}{x - 2}$$

$$\Leftrightarrow x + 1 + \frac{1}{x - 2} = ax + b + \frac{c}{x - 2}$$

ដោយធ្វើមេគុណ យើងបាន $\boxed{a = 1; b = 1; c = 1}$

b. បង្ហាញថា d : $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតនៃ C ត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[x + 1 + \frac{1}{x - 2} - (x + 1) \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x - 2} = 0$$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{បន្ទាត់ } d : y = x + 1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតនៃ } C}$

សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d

$$C : y = x + 1 + \frac{1}{x - 2} ; d : y = x + 1 \Rightarrow y_c - y_d = x + 1 + \frac{1}{x - 2} - (x + 1) = \frac{1}{x - 2}$$

• $y_c - y_d > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x - 2} > 0 \Leftrightarrow x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ ដូចនេះ: $\boxed{(c) \text{ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ } (d) \text{ ពេល } x > 2}$

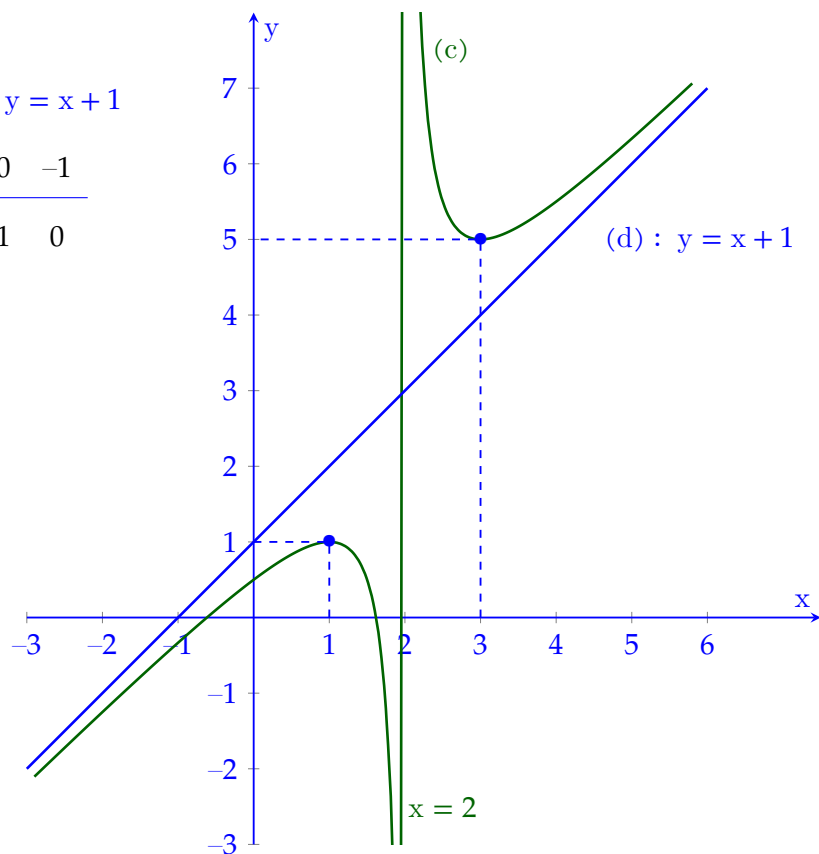
• $y_c - y_d < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x - 2} < 0 \Leftrightarrow x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$ ដូចនេះ: $\boxed{(c) \text{ ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ } (d) \text{ ពេល } x < 2}$

c. សង់ក្រាប C និង បន្ទាត់ d

$$(C) \cap (x'ox) \text{ គឺ } y = 0; \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-1) = 5 \text{ មានឫស } x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(d) : y = x + 1$$

x	0	-1
y	1	0



ស៊ី សំអុន

ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុរក្សៈ

លេខបន្ទប់ៈ
លេខតុៈ
មណ្ឌលប្រឡងៈ

សម័យបច្ចុប្បន្នៈ ២០ សីហា ២០១៨
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួនៈ
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើតៈ
ហត្ថលេខាៈ

លេខសម្ងាត់ៈ

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តសូន្យ។



វិញ្ញាសាៈ ធនាគារវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេលៈ ៩០ នាទី ពិន្ទុៈ ៧៥

លេខសម្ងាត់ៈ



សេចក្តីណែនាំៈ ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្សែនៅទីពឹងទី២ ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីពឹងទី២ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី២ (ពាក់គុបឆ្នាំ ២០១៦ ថ្នាក់សង្គម)

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីតៈ

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 - 4x)$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} + 2 - 2}$

គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - x^2)$

II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល

ក. $I = \int_1^2 (1 - 3x^2) dx$

ខ. $J = \int_2^3 \frac{1}{x^2} dx$

គ. $K = \int_0^1 \left(\frac{1}{x + e} - 1 \right) dx$

ស្តីសំអុន

III. (១០ពិន្ទុ) ប្រអប់មួយមានឃ្លើពណ៌ក្រហមចំនួន៣ និងឃ្លើពណ៌ខៀវចំនួន៥។ គេចាប់ឃ្លើ២ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមៈ

- A : ឃ្លើទាំងពីរមានពណ៌ក្រហម
- B : ឃ្លើទាំងពីរមានពណ៌ខៀវ
- C : ឃ្លើមួយក្នុងមួយពណ៌

IV. (១០ពិន្ទុ) រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបដែលមានកំណុំមួយស្ថិតក្នុងចំណុច $F_1(-2,0)$ និង កំណុំពីរស្ថិតក្នុង ចំណុច $A(-3,0)$ និង $B(3,0)$ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $I = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ ដោយ $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$ ។

- ក. សិក្សាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty, -2, 2$ និង $+\infty$ ។
ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេក និង អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាបតាង f ។
- ខ. សិក្សាអថេរភាព និង សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
- គ. សង់នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0, i, j)$ ក្រាបតាង f ។

I. គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 - 4x) = 3(1)^3 - 4(1) = 3 - 4 = -1$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 - 4x) = -1$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x+2} - 2}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - 2^3)}{(\sqrt{x+2} - 2)} \times \frac{(\sqrt{x+2} + 2)}{(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)(\sqrt{x+2} + 2)}{(x+2) - 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4)(\sqrt{x+2} + 2) = (2^2 + 2 \cdot 2 + 4)(\sqrt{2+2} + 2) = 48$$

ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x+2} - 2} = 48$

គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - x^2)$ (មានរាងមិនកំណត់ $+\infty - \infty$)

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{\ln x}{x^2} - 1 \right) = +\infty(0 - 1) = -\infty$$

ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - x^2) = -\infty$

II. គណនាអាំងតេក្រាល

ក. $I = \int_1^2 (1 - 3x^2) dx = \left[x - \frac{3x^3}{3} \right]_1^2 = 2 - 2^3 - (1 - 1^3) = 2 - 8 = -6$ ដូចនេះ: $I = -6$

ខ. $J = \int_2^3 \frac{1}{x^2} dx = \int_2^3 x^{-2} dx = \left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1} \right]_2^3 = \left[-\frac{1}{x} \right]_2^3 = -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{-2+3}{6} = \frac{1}{6}$ ដូចនេះ: $J = \frac{1}{6}$

គ. $K = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+e} - 1 \right) dx = [\ln|x+e| - x]_0^1 = \ln|1+e| - 1 - (\ln|0+e| - 0) = \ln(1+e) - 1 - \ln e$

$$= \ln(1+e) - 1 - 1 = \ln(1+e) - 2$$

ដូចនេះ: $K = \ln(1+e) - 2$

III. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A: ឃ្លីទាំងពីរមានពណ៌ក្រហម

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(A) = C(3, 2) = \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3 \times 2!}{1!2!} = 3$

$$n(S) = C(8, 2) = \frac{8!}{(8-2)!2!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6! \times 2 \times 1} = 28$$

គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{28}$ ដូចនេះ: $P(A) = \frac{3}{28}$

B: ឃ្លីទាំងពីរមានពណ៌ខៀវ

តាមរូបមន្ត $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(S) = 28$; $n(B) = C(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = 10$

គេបាន $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$ ដូចនេះ: $P(B) = \frac{5}{14}$

C: ឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌

តាមរូបមន្ត $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$ ដោយ $n(S) = 28$; $n(C) = C(3, 1) \times C(5, 1) = \frac{3!}{2!1!} \times \frac{5!}{4!1!} = 3 \times 5 = 15$

គេបាន $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{28}$ ដូចនេះ: $P(C) = \frac{15}{28}$

IV. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប

ដោយ អរដោនេនៃកំណុំ និងកំពូលរបស់អេលីប គឺ ថេរ គេបានសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបគឺ

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

• កំពូល $A(-3,0)$ គឺ $V_1(h-a,k)$ គេបាន $h-a = -3$; $k = 0$

• កំពូល $B(3,0)$ គឺ $V_2(h+a,k)$ គេបាន $h+a = 3$; $k = 0$

គេបាន

$$\begin{cases} h-a = -3 \\ h+a = 3 \end{cases}$$

$$\frac{2h = 0}{2h = 0} \Rightarrow h = 0; a = 3$$

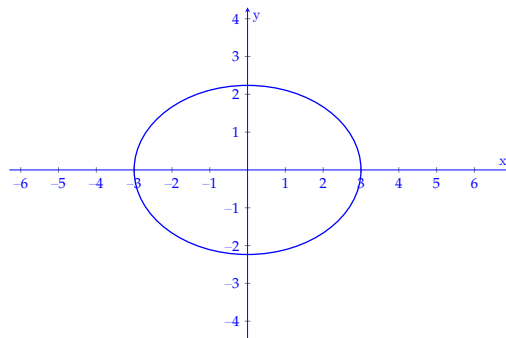
• កំណុំ $F_1(-2,0)$ គឺ $F(h-c,k)$ គេបាន $h-c = -2 \Rightarrow c = 2$

• ដោយ $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 9 - 4 = 5$

គេបាន សមីការអេលីប គឺ $\frac{(x-0)^2}{3^2} + \frac{(y-0)^2}{5} = 1$ ដូចនេះ: សមីការស្តង់ដារអេលីប គឺ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

សង់អេលីប

ផ្ចិតនៃអេលីបគឺ $I(0,0)$



V. ក. សិក្សាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty, -2, 2$ និង $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2 \left(1 - \frac{4}{x^2}\right)} = \frac{2}{1-0} = 2 \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2}{x^2 - 4} = \pm\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2}{x^2 - 4} = \pm\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 \left(1 - \frac{4}{x^2}\right)} = \frac{2}{1-0} = 2 \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2}$$

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេក និង អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាបតាង f

• ដោយ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេក

• ដោយ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty$ ហើយ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$ ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x = -2$ និង $x = 2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ

ខ. សិក្សាអថេរភាព និង សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

- ដេរីវេ

$$f'(x) = \left(\frac{2x^2}{x^2-4} \right)' = \frac{(2x^2)'(x^2-4) - (x^2-4)'(2x^2)}{(x^2-4)^2} = \frac{4x(x^2-4) - 2x(2x^2)}{(x^2-4)^2} = \frac{4x^3 - 16x - 4x^3}{(x^2-4)^2} = \frac{-16x}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -16x = 0 \Rightarrow x = 0$$

- តារាងសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$

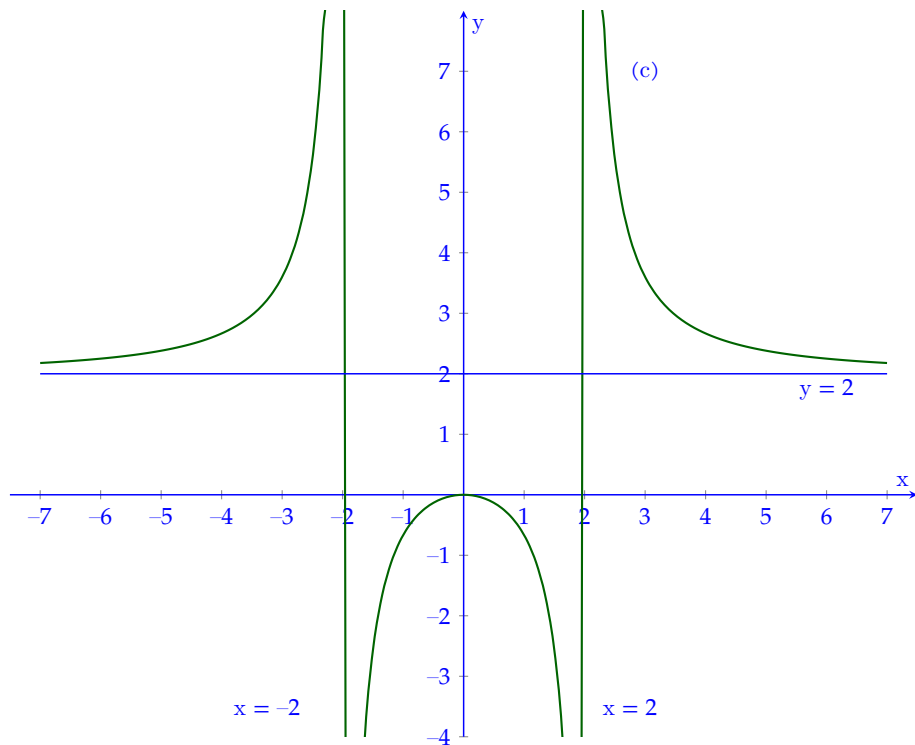
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-	-

- ត្រង់ $x = 0$; $f'(x) = 0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី - ទៅ + គេបាន f មានអតិបរមាច្រើនបំផុត គឺ $f(0) = \frac{2(0)^2}{0^2-4} = 0$

- តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-	-
$f(x)$	$2 \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 2$		

គ. សង់នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0, 1, j)$ ក្រាបតាង f



I. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវទាំងពីរ» តាង A : «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវទាំងពីរ»

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{ដោយ } n(A) = C(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = 10$$

$$n(S) = C(8, 2) = \frac{8!}{(8-2)!2!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6! \times 2 \times 1} = 28$$

$$\text{គេបាន } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{P(A) = \frac{5}{14}}$$

ខ. «គេចាប់បានឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌» តាង B : «គេចាប់បានឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌»

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \quad \text{ដោយ } n(S) = 28; \quad n(B) = C(3, 1) \times C(5, 1) = \frac{3 \times 2!}{2!1!} \times \frac{5 \times 4!}{4!1!} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{គេបាន } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{15}{28} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{P(B) = \frac{15}{28}}$$

II. គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2} = \frac{1+1}{1-2} = -2 \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} = -2}$$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(\sqrt{x}-1)} \times \frac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1) = \sqrt{1}+1 = 2$$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 2}$$

III. គណនាអាំងតេក្រាល៖

$$\text{ក. } I = \int_2^3 (3x^2 + 3x - 1) dx = \left[3 \frac{x^3}{3} + 3 \frac{x^2}{2} - x \right]_2^3 = 3^3 + 3 \frac{3^2}{2} - 3 - \left(2^3 + 3 \frac{2^2}{2} - 2 \right) = 27 + \frac{27}{2} - 3 - 8 - \frac{12}{2} + 2$$

$$= 18 + \frac{15}{2} = \frac{36+15}{2} = \frac{51}{2} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{I = \frac{51}{2}}$$

$$\text{ខ. } f(x) = \frac{1+2x}{(x^2-4x)+(4-x)}; \text{ បង្ហាញថា } f(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{3}{4-x}$$

$$\text{ដោយ } \frac{1}{1-x} - \frac{3}{4-x} = \frac{4-x-3(1-x)}{(1-x)(4-x)} = \frac{4-x-3+3x}{4-x-4x+x^2} = \frac{1+2x}{(x^2-4x)+(4-x)} = f(x)$$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{f(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{3}{4-x}}$$

$$\text{គណនា } J = \int_2^3 f(x) dx$$

$$J = \int_2^3 \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{4-x} \right) dx = \left[-\ln|1-x| + 3\ln|4-x| \right]_2^3 = -\ln|1-3| + 3\ln|4-3| - (-\ln|1-2| + 3\ln|4-2|) \\ = -\ln 2 + 3\ln 1 + \ln 1 - 3\ln 2 = -4\ln 2$$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{J = -4\ln 2}$$

IV. គេមានប៉ារ៉ាបូលមួយមានកំពូលនៅត្រង់ចំណុច $O(0,0)$ និង កំណុំ F ស្ថិតនៅលើអ័ក្សអរដោនេ។

ក. រកសមីការស្ទង់ដានៃប៉ារ៉ាបូល

ដោយ កំពូល $O(0,0)$ និង កំណុំ F ស្ថិតនៅលើអ័ក្សអរដោនេ គេបាន អ័ក្សឆ្លុះជាអ័ក្សឈរ

គេបាន សមីការស្ទង់ដានៃប៉ារ៉ាបូលគឺ $(x-h)^2 = 4p(y-k)$

• កំពូល (h,k) គឺ កំពូល $O(0,0) \Rightarrow h=0, k=0$

• ប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច $A(2,6)$ គេបាន $(2-0)^2 = 4p(6-0) \Leftrightarrow 4 = 24p \Rightarrow p = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$

គេបាន សមីការប៉ារ៉ាបូលគឺ $x^2 = \frac{4}{16}y \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}y$ ដូចនេះ: $\boxed{\text{ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការ } x^2 = \frac{1}{4}y}$

ខ. រកតម្លៃនៃ x_1

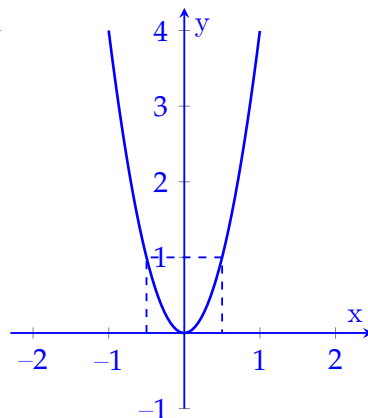
បើ $B(x_1, \frac{3}{2})$ ស្ថិតនៅលើប៉ារ៉ាបូលនេះ គេបាន $x_1^2 = \frac{1}{4}(\frac{3}{2}) \Leftrightarrow x_1 = \pm\sqrt{\frac{3}{8}} \Leftrightarrow x_1 = \pm\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}}{8} \Leftrightarrow x_1 = \pm\frac{\sqrt{6}}{4}$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{x_1 = \pm\frac{\sqrt{6}}{4}}$$

សង់ប៉ារ៉ាបូល

$$\text{តារាងតម្លៃលេខចំពោះ: } x^2 = \frac{1}{4}y$$

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
y	1	1



V. ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

ដោយ $f(x) = \frac{x^2-x-3}{x+1}$; $f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ } f \text{ គឺ } D_f = \mathbb{R} - \{-1\}}$

ខ. បង្ហាញថា $f(x) = x-2-\frac{1}{x+1}$

$$\text{ដោយ } x-2-\frac{1}{x+1} = \frac{(x-2)(x+1)-1}{x+1} = \frac{x^2+x-2x-2-1}{x+1} = \frac{x^2-x-3}{x+1} = f(x)$$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{f(x) = x-2-\frac{1}{x+1}}$$

គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (x-2)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[x-2 - \frac{1}{x+1} - (x-2) \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-1}{x+1} = 0$$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C

ឃ. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ក្រាបនៃ f

• ដេរីវេ

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{x^2 - x - 3}{x+1} \right)' \\ &= \frac{(x^2 - x - 3)'(x+1) - (x+1)'(x^2 - x - 3)}{(x+1)^2} \\ &= \frac{(2x-1)(x+1) - (x^2 - x - 3)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2 + 2x - x - 1 - x^2 + x + 3}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = 0; \quad \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)2 = -4 < 0 \text{ សញ្ញាយកតាមមេគុណ a}$$

• តារាងសញ្ញា $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+

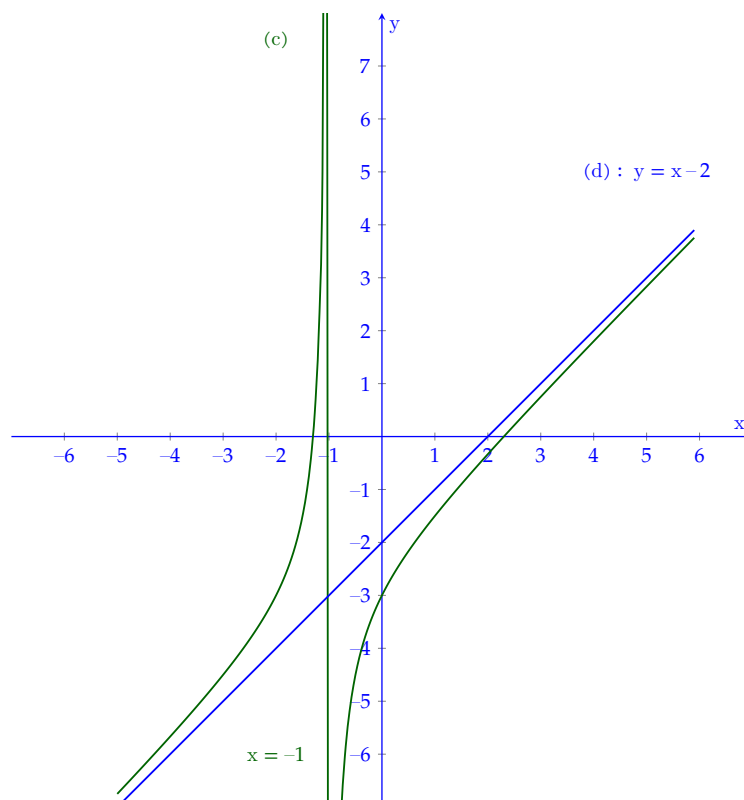
• តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
f(x)	$-\infty$ ↗ $+\infty$		$-\infty$ ↗ $+\infty$

• សង់ក្រាប

◦ $C \cap (y'oy)$ គឺ $x = 0; \Rightarrow y = \frac{0^2 - 0 - 3}{0+1} = -3$

◦ $C \cap (x'ox)$ គឺ $y = 0 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0; \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-3) = 13 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$



ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ: និងហត្ថលេខាអនុវត្ត៖

លេខបន្ទប់៖
លេខតុ៖
មណ្ឌលប្រឡង៖

សម័យបច្ចុប្បន្ន៖ ២០ សីហា ២០១៨
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖
ហត្ថលេខា៖

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តរស្ស។

វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេល៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ៖ ៧៥
លេខសម្ងាត់៖

ពិន្ទុសរុប

- សេចក្តីណែនាំ៖ ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្វែងនៅទីពឹងទី២ ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីពឹងទី២ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី៤ (ចាក់ឌុបឆ្នាំ ២០១៤ លើកទី២ ថ្នាក់សង្គម)

I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 4x + 3}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x}$
ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{-3x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x + 2x - 2)$

II. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងអាងចេញត្រីមួយមានត្រីពណ៌ក្រហម៤ និងត្រីពណ៌ស៣។ គេចាប់ត្រី២មកដាក់ក្នុងអាងថ្មីដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- ក. «ត្រីពណ៌ក្រហមទាំងពីរ»
ខ. «ត្រីពណ៌សទាំងពីរ»
គ. «ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌»

III. (២៥ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{(x+2)(x-2)}{(1-x)}$ ។

- ក. រកដែនកំណត់ $f(x)$ ។
ខ. បង្ហាញថា $f(x) = -x - 1 + \frac{3}{x-1}$ ។
គ. សិក្សាអថេរភាពនិង សង់ក្រាប C នៃអនុគមន៍ $f(x) = \frac{(x+2)(x-2)}{(1-x)}$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $I = \int_1^3 (2x^2 - 3x + 1) dx$
ខ. $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-5x+4}$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = \frac{-1}{x-1} + \frac{3}{x-4}$ ។ រួចគណនា $J = \int_2^3 f(x) dx$ ។
គ. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = x \ln x$ ។ គណនាដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ នៅលើចន្លោះ $[1, e]$ ។ ទាញរកអាំងតេក្រាល $K = \int_1^e \ln x dx$ ។

V. (១០ពិន្ទុ) រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបដែលមានកំពូលទាំងពីរជាចំណុច $(4,0)$ និង $(-4,0)$ និង មានកំណុំ មួយនៅត្រង់ចំណុច $(3,0)$ រួចសង់អេលីបនេះ។

I. គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 4x + 3}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x+3)}{(x+1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x+1} = \frac{-3+3}{-3+1} = \frac{0}{-2} = 0$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 4x + 3} = 0$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{-3x}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{-3} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \sin x = \frac{1}{-3} (1)(0) = 0$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{-3x} = 0$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x})}{x} \times \frac{(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})}{(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2+x-(2-x)}{x(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})}$
 $= \frac{2}{\sqrt{2+0} + \sqrt{2-0}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x})}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ឃ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x + 2x - 2) = 2(+\infty) + 2(+\infty) - 2 = +\infty$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x + 2x - 2) = +\infty$

II. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. «ត្រីពណ៌ក្រហមទាំងពីរ» តាង A : «ត្រីពណ៌ក្រហមទាំងពីរ»

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(A) = C(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2 \times 1} = 6$
 $n(S) = C(7, 2) = \frac{7!}{(7-2)!2!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2 \times 1} = 21$

គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ ដូចនេះ: $P(A) = \frac{2}{7}$

ខ. «ត្រីពណ៌សទាំងពីរ» តាង B : «ត្រីពណ៌សទាំងពីរ»

តាមរូបមន្ត $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(B) = C(3, 2) = \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3 \times 2!}{1! \times 2!} = 3$; $n(S) = 21$

គេបាន $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$ ដូចនេះ: $P(B) = \frac{1}{7}$

គ. «ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌» តាង C : «ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌»

តាមរូបមន្ត $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$ ដោយ $n(C) = C(4, 1) \times C(3, 1) = \frac{4 \times 3!}{3!1!} \times \frac{3 \times 2!}{2!1!} = 4 \times 3 = 12$; $n(S) = 21$

គេបាន $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ ដូចនេះ: $P(C) = \frac{4}{7}$

III. ក. រកដែនកំណត់ $f(x)$; $f(x) = \frac{(x+2)(x-2)}{1-x}$

$f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $1-x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ ដូចនេះ: ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f គឺ $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

ខ. បង្ហាញថា $f(x) = -x-1 + \frac{3}{x-1}$

ដោយ $-x-1 + \frac{3}{x-1} = \frac{(-x-1)(x-1) + 3}{x-1} = \frac{-x^2 + x - x + 1 + 3}{x-1} = \frac{-(x^2-4)}{-(1-x)} = \frac{(x+2)(x-2)}{1-x} = f(x)$

ដូចនេះ: $f(x) = -x-1 + \frac{3}{x-1}$

គ. សិក្សាអថេរភាពនិង សង់ក្រាប C

• ដេរីវេ

$$f'(x) = \left(\frac{(x+2)(x-2)}{1-x} \right)' = \left(\frac{x^2-4}{1-x} \right)' = \frac{(x^2-4)'(1-x) - (1-x)'(x^2-4)}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{2x(1-x) + (x^2-4)}{(1-x)^2} = \frac{2x-2x^2+x^2-4}{(1-x)^2} = \frac{-x^2+2x-4}{(1-x)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 4 = 0 \quad ; \Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(-1)(-4) = 4 - 16 = -12 < 0$$

គេបាន $f'(x)$ មានសញ្ញាដូចមេគុណ a

• តារាងសញ្ញា $f'(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	-

• តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	-
f(x)	$+\infty$ \searrow $-\infty$	$+\infty$ \searrow $-\infty$	$-\infty$

• លីមីត

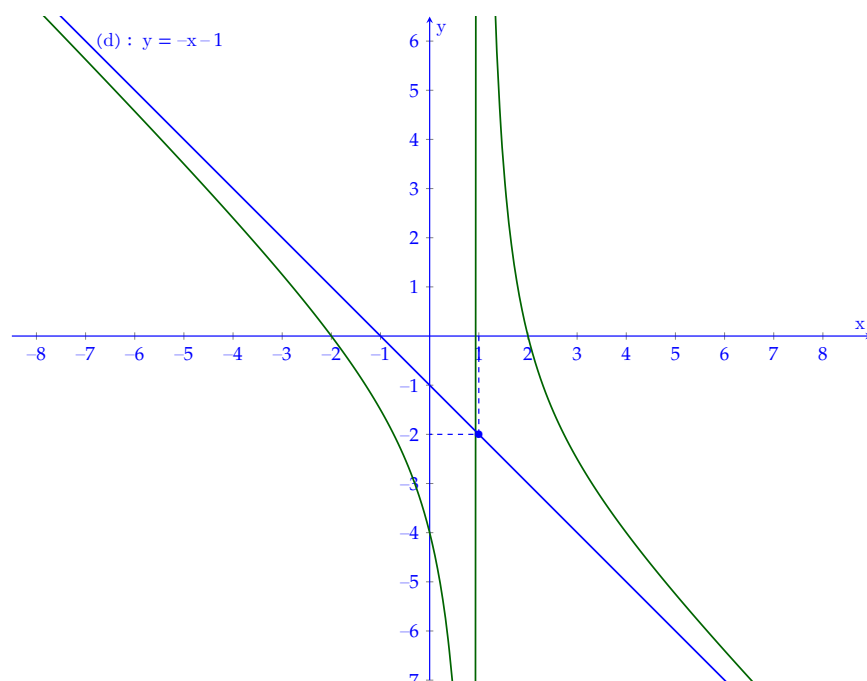
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2-4}{1-x} = \mp\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4}{1-x} = \pm\infty$$

• សង់ក្រាប

• ក្រាប(c) កាត់អ័ក្សអរដោនេ ពេល $x = 0 \Rightarrow y = f(0) = \frac{(0+2)(0-2)}{1-0} = -4$

• ក្រាប (c) កាត់អ័ក្សរាបស៊ីស ពេល $y = 0 \Leftrightarrow 0 = \frac{(x+2)(x-2)}{(1-x)} \Leftrightarrow x = -2; x = 2$



IV. គណនាអាំងតេក្រាលនៃអនុគមន៍៖

$$\text{ក. } I = \int_1^3 (2x^2 - 3x + 1) dx = \left[2\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + x \right]_1^3 = 2\frac{3^3}{3} - 3\frac{3^2}{2} + 3 - \left(2\frac{1^3}{3} - 3\frac{1^2}{2} + 1 \right) = 18 - \frac{27}{2} + 3 - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} - 1$$

$$= 20 - 12 - \frac{2}{3} = \frac{22}{3} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{I = \frac{22}{3}}$$

ខ. $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-5x+4}$; បង្ហាញថា $f(x) = \frac{-1}{x-1} + \frac{3}{x-4}$

ដោយ $\frac{-1}{x-1} + \frac{3}{x-4} = \frac{-(x-4) + 3(x-1)}{(x-1)(x-4)} = \frac{-x+4+3x-3}{x^2-5x+4} = \frac{2x+1}{x^2-5x+4} = f(x)$

ដូចនេះ: $\boxed{f(x) = \frac{-1}{x-1} + \frac{3}{x-4}}$

គណនា $J = \int_2^3 f(x) dx$

$$J = \int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 \left(\frac{-1}{x-1} + \frac{3}{x-4} \right) dx = \left[-\ln|x-1| + 3\ln|x-4| \right]_2^3$$

$$= -\ln|3-1| + 3\ln|3-4| - (-\ln|2-1| + 3\ln|2-4|) = -\ln 2 + 3\ln 1 + \ln 1 - 3\ln 2 = -4\ln 2$$

ដូចនេះ: $\boxed{J = -4\ln 2}$

គ. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = x \ln x$ គណនាដេរីវេ $f'(x)$

$$f'(x) = (x \ln x)' = x' \ln x + x(\ln x)' = \ln x + x \left(\frac{1}{x} \right) = \ln x + 1 \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{f'(x) = \ln x + 1}$$

ទាញរកអាំងតេក្រាល $K = \int_1^e \ln x dx$

$$K = \int_1^e \ln x dx = \int_1^e (\ln x + 1 - 1) dx = \int_1^e (\ln x + 1) dx - \int_1^e 1 dx = \int_1^e (\ln x)' dx - [x]_1^e$$

$$= [\ln x]_1^e - [x]_1^e = \ln e - \ln 1 - (e - 1) = 2 - e \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{K = 2 - e}$$

V. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប

ដោយ កំពូល កំណុំមានអរដោនេថេរ គេបាន អ័ក្សទទឹងស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះ សមីការស្តង់ដារ នៃអេលីបគឺ

$$\bullet \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

• សង់អេលីប ផ្ចិតនៃអេលីបគឺ $I(0,0)$

$$\bullet \text{កំពូល } V_1(h+a, k) \text{ គឺ } (4, 0) \Rightarrow h+a=4; \quad k=0$$

$$\bullet \text{កំពូល } V_2(h-a, k) \text{ គឺ } (-4, 0) \Rightarrow h-a=-4; \quad k=0$$

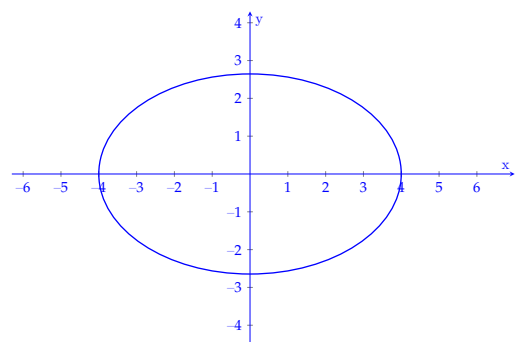
$$\begin{cases} h+a=4 \\ h-a=-4 \end{cases}$$

$$2h = 0 \Rightarrow h=0; \quad a=4$$

$$\bullet \text{កំណុំ } F(h+c, 0) \text{ គឺ } (3, 0) \Rightarrow h+c=3 \Rightarrow c=3$$

$$\bullet c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{អេលីបមានសមីការ } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1}$



ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្តិកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុរក្សៈ

លេខបន្ទប់៖
លេខតុ៖
មណ្ឌលប្រឡង៖

សម័យបច្ចុប្បន្ន៖ ២០ សីហា ២០១៨
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖
ហត្ថលេខា៖

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តសូន្យ។

វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេល៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ៖ ៧៥
លេខសម្ងាត់៖

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ៖ ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្សែនៅទីតាំងដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីតាំង ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី៥ (ធាក់បញ្ជី ២០១៤ លើកទី១ ថ្នាក់សង្គម)

I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x^2 - 3)(1 - x)}{(5 + 2x)(2 - x^2)}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$ គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x+1}{x-1}$

II. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូលក្រហម៤ ប៊ូលស្ករ៣ និងប៊ូលខៀវ១។ គេចាប់យកប៊ូល៣ក្នុងពេលតែមួយចេញពីធុងដោយចៃដន្យ។

- ក. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលក្រហមពីរ និងមួយទៀតមិនក្រហម»
- ខ. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងបី»
- គ. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហមពីរ»

III. (៣០ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = \frac{1}{1+e^x} + \frac{2}{9}x$ និង C តាងក្រាបរបស់ f ។

- 1. អនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$ ។
 - ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $g(x) = (2e^x - 1)(e^x - 2)$ ។
 - ខ. ទាញយកតាមតម្លៃនៃ x ចំពោះសញ្ញានៃ g(x) ។
- 2. ក. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។
 - ខ. អនុគមន៍ f មានដេរីវេ f' ។ បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន f'(x) និង g(x) មានសញ្ញាដូចគ្នា។
 - គ. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើ \mathbb{R} ។

IV. (១៥ពិន្ទុ)

- ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^5 (x^2 + 2x - 3) dx$ ។
- ខ. បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត x ; $x \neq 1$ គេបាន $\frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1} = 2x - 1 + \frac{1}{x - 1}$ ។ រួចទាញរក $I = \int_2^3 \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1} dx$ ។

I. គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x^2 - 3)(1 - x)}{(5 + 2x)(2 - x^2)}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{\infty}{\infty}$)

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \cdot x \left(2 - \frac{3}{x^2}\right) \left(\frac{1}{x} - 1\right)}{x \cdot x^2 \left(\frac{5}{x} + 2\right) \left(\frac{2}{x^2} - 1\right)} = \frac{(2-0)(0-1)}{(0+2)(0-1)} = \frac{-2}{-2} = 1 \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x^2 - 3)(1 - x)}{(5 + 2x)(2 - x^2)} = 1}$$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2 - \sqrt{x+3})(2 + \sqrt{x+3})}{(x^2 - 1)(2 + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - (x+3)}{(x^2 - 1)(2 + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)(2 + \sqrt{x+3})}$$

$$= \frac{-1}{(1+1)(2 + \sqrt{1+3})} = \frac{-1}{2(4)} = -\frac{1}{8} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = -\frac{1}{8}}$$

គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(1 + \frac{2}{x-1}\right) = \ln(1+0) = \ln 1 = 0$ ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x+1}{x-1} = 0}$

II. ក. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលក្រហមពីរ និងមួយទៀតមិនក្រហម»

តាង A : «គេចាប់បានប៊ូលក្រហមពីរ និងមួយទៀតមិនក្រហម»

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(A) = C(4,2) \times C(3,1) + C(4,2) \times C(1,1) = \frac{4!}{2!2!} \times \frac{3!}{2!1!} + \frac{4!}{2!2!} \times \frac{1!}{0!1!}$

$$= \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!2 \times 1} \times \frac{3 \times 2!}{2!} + \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!2 \times 1} \times 1 = 6 \times 3 + 6 = 24$$

$$n(S) = C(8,3) = \frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!3 \times 2 \times 1} = 56$$

គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(A) = \frac{3}{7}}$

ខ. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងបី» តាង B : «គេចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងបី»

តាមរូបមន្ត $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(B) = C(4,3) = \frac{4!}{1!3!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$; $n(S) = 56$

គេបាន $P(B) = \frac{4}{56} = \frac{1}{14}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(B) = \frac{1}{14}}$

គ. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហមពីរ» តាង C : «គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហមពីរ»

តាមរូបមន្ត $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$ ដោយ $n(C) = C(4,2) \times C(3,1) + C(4,2) \times C(1,1) + C(4,3) = 24 + 4 = 28$

$$n(S) = 56$$

គេបាន $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{28}{56} = \frac{1}{2}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(C) = \frac{1}{2}}$

III. 1. ក. អនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$ រៀងផ្ទាត់ថា $g(x) = (2e^x - 1)(e^x - 2)$

ដោយ $(2e^x - 1)(e^x - 2) = 2e^x \cdot e^x - 4e^x - e^x + 2 = 2e^{2x} - 5e^x + 2 = g(x)$

ដូចនេះ: $\boxed{g(x) = (2e^x - 1)(e^x - 2)}$

ខ. ទាញយកតាមតម្លៃនៃ x ចំពោះសញ្ញានៃ $g(x)$

$$\text{បើ } g(x) = 0 \Leftrightarrow (2e^x - 1)(e^x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\ln 2 \\ e^x - 2 = 0 \Leftrightarrow e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2 \end{cases}$$

តារាងសញ្ញា $g(x)$

x	$-\infty$	$-\ln 2$	$\ln 2$	$+\infty$		
g(x)		+	0	-	0	+

ដូចនេះ: $g(x) > 0$ ពេល $x \in (-\infty, -\ln 2) \cup (\ln 2, +\infty)$; $g(x) < 0$ ពេល $x \in (-\ln 2, \ln 2)$

2. ក. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1+e^x} + \frac{2}{9}x \right) = 0 + \frac{2}{9}(+\infty) \quad \text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{1+e^x} + \frac{2}{9}x \right) = \frac{1}{1+0} + \frac{2}{9}(-\infty) = -\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

ខ. អនុគមន៍ f មានដេរីវេ f' បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{1}{1+e^x} + \frac{2}{9}x \right)' = -\frac{e^x}{(1+e^x)^2} + \frac{2}{9} = \frac{-9e^x + 2(1+e^x)^2}{9(1+e^x)^2} = \frac{-9e^x + 2 + 4e^x + 2e^{2x}}{9(1+e^x)^2} \\ &= \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{9(1+e^x)^2} = \frac{g(x)}{9(1+e^x)^2} \quad \text{ដោយ } 9(1+e^x)^2 > 0; \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{គេបាន } f'(x) \text{ មានសញ្ញាតាម } g(x) \end{aligned}$$

ដូចនេះ: $f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា

គ. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើ \mathbb{R}

ដោយ $f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា គេបាន តារាងសញ្ញា $f'(x)$ គឺ

x	$-\infty$	$-\ln 2$	$\ln 2$	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	0	+

- ត្រង់ $x = -\ln 2$; $f'(x) = 0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី $+$ ទៅ $-$ គេបាន f មានអតិបរមាធៀបមួយគឺ

$$f(-\ln 2) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} - \frac{2 \ln 2}{9} = \frac{2}{3} - \frac{2 \ln 2}{9} = \frac{6 - \ln 4}{9}$$

- ត្រង់ $x = \ln 2$; $f'(x) = 0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី $-$ ទៅ $+$ គេបាន f មានអប្បបរមាធៀបមួយគឺ

$$f(\ln 2) = \frac{1}{1+2} + \frac{2 \ln 2}{9} = \frac{1}{3} + \frac{2 \ln 2}{9} = \frac{3 + \ln 4}{9}$$

តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	$-\ln 2$	$\ln 2$	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{6-\ln 4}{9}$	$\searrow \frac{3+\ln 4}{9}$	\nearrow	$+\infty$	

ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវត្ត៖

លេខបន្ទប់៖
លេខគុះ
មណ្ឌលប្រឡង៖
សម័យបច្ចុប្បន្ន៖ ២០ សីហា ២០១៨
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖
ហត្ថលេខា៖ លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តរស្ស។

វិញ្ញាសា៖ ធាតុវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេល៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ៖ ៧៥ លេខសម្ងាត់៖

ពិន្ទុសរុប

- សេចក្តីណែនាំ៖ ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្សែនៅទីពឹងទី២ ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីពឹងទី២ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី៦

I. (១០ពិន្ទុ) ចូរគណនាតម្លៃនៃលីមីតខាងក្រោម៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2-2x+1}{2x+1}$

II. (១០ពិន្ទុ) ប្រអប់មួយមានឃ្លីក្រហមចំនួន ៦គ្រាប់ និងឃ្លីស្កចំនួន ៤គ្រាប់។ គេចាប់យកឃ្លី ៤ ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។ ចូរកម្រិតបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- A : «ចាប់បានឃ្លីពណ៌សទាំង ៤ គ្រាប់ »
B : «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហមទាំង ៤ គ្រាប់»
C : «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ស ៣ និង ឃ្លីពណ៌ក្រហម ១ »

III. (១០ ពិន្ទុ) ចូរគណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

ក. $I = \int_1^2 (x^2 - 2x + 1) dx$ ខ. $J = \int_0^1 (x^3 + e^x) dx$ គ. $K = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - 1\right) dx$

IV. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានសមីការ $4x^2 + 9y^2 = 36$ ។

- a. ចូរបង្ហាញថាសមីការខាងលើជាសមីការអេលីប។
b. ចូរកម្រងវ៉ិចទ័រកូច ប្រវែងអ័ក្សធំ រួចរកកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និង កូអរដោនេនៃកំណុំទាំងពីរ។
c. ចូរសង់អេលីប ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ។

V. (៣០ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f មួយ ដែលកំណត់ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x - 3}{x - 1}$ មានក្រាបតំណាង (C)។

- ក. ចូរកំណត់កំណត់នៃអនុគមន៍ f។
ខ. ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ។
គ. រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង សមីការអាស៊ីមតូតទ្រូត។
ឃ. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$ ។
ង. សង់តារាងអថេរភាព និង សង់ក្រាប(C) ។

I. គណនាតម្លៃនៃលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x^2-4)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-2^2}{(x^2-2^2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{(2+2)(\sqrt{2+2}+2)} = \frac{1}{4(4)} = \frac{1}{16}$$

ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} = \frac{1}{16}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x^2-1^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = -\frac{1}{2}$

គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2-2x+1}{2x+1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{\infty}{\infty}$)

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}{x \left(2 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}{2 + \frac{1}{x}} = \frac{+\infty (3-0+0)}{2+0} = +\infty$$

ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2-2x+1}{2x+1} = +\infty$

II. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : «ចាប់បានឃ្លីពណ៌សទាំង 4 គ្រាប់ »

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(A) = C(4,4) = \frac{4!}{(4-4)!4!} = \frac{1}{0!} = \frac{1}{1} = 1$

$$n(S) = C(10,4) = \frac{10!}{(10-4)!4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{210}$ ដូចនេះ: $P(A) = \frac{1}{210}$

B : «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហមទាំង 4 គ្រាប់»

តាមរូបមន្ត $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(B) = C(6,4) = \frac{6!}{(6-4)!4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2!4!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

$$n(S) = 210$$

គេបាន $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{15}{210} = \frac{3 \times 5}{3 \times 7 \times 5 \times 2} = \frac{1}{14}$ ដូចនេះ: $P(B) = \frac{1}{14}$

C : «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ស 3 និង ឃ្លីពណ៌ក្រហម 1 »

តាមរូបមន្ត $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$ ដោយ $n(C) = C(4,3) \times C(6,1) = \frac{4!}{1!3!} \times \frac{6!}{5!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} \times \frac{6 \times 5!}{5!} = 4 \times 6 = 24$

$$n(S) = 210$$

គេបាន $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{24}{210} = \frac{2 \times 3 \times 4}{3 \times 7 \times 5 \times 2} = \frac{4}{35}$ ដូចនេះ: $P(C) = \frac{4}{35}$

III. គណនាអាំងតេក្រាល៖

ក. $I = \int_1^2 (x^2 - 2x + 1) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + x \right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - 2^2 + 2 - \left(\frac{1^3}{3} - 1^2 + 1 \right) = \frac{8}{3} - 4 + 2 - \frac{1}{3}$
 $= \frac{7}{3} - 2 = \frac{7-6}{3} = \frac{1}{3}$ ដូចនេះ: $I = \frac{1}{3}$

ខ. $J = \int_0^1 (x^3 + e^x) dx = \left[\frac{x^4}{4} + e^x \right]_0^1 = \frac{1^4}{4} + e^1 - \left(\frac{0^4}{4} + e^0 \right) = \frac{1}{4} + e - 1 = \frac{1-4}{4} + e = -\frac{3}{4} + e$

ដូចនេះ: $J = -\frac{3}{4} + e$

គ. $K = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - 1 \right) dx = \left[\ln|x| - x \right]_1^e = \ln e - e - (\ln 1 - 1) = 1 - e - 0 + 1 = 2 - e$ ដូចនេះ: $K = 2 - e$

IV. a. បង្ហាញថាសមីការ $4x^2 + 9y^2 = 36$ ជាសមីការអេលីប

$$4x^2 + 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{36} + \frac{9y^2}{36} = \frac{36}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-0)^2}{3^2} + \frac{(y-0)^2}{2^2} = 1 \quad \text{ជាសមីការអេលីប មានផ្ចិត}(0,0)$$

ដូចនេះ: សមីការ $4x^2 + 9y^2 = 36$ ជាសមីការអេលីប

b. រកប្រវែងអ័ក្សតូច ប្រវែងអ័ក្សធំ រកកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និង កូអរដោនេនៃកំណុំទាំងពីរ ដោយ សមីការអេលីបគឺ $\frac{(x-0)^2}{3^2} + \frac{(y-0)^2}{2^2} = 1$ គេបាន

☞ អ័ក្សធំជាអ័ក្សដេក

☞ $h = 0; k = 0; \quad a = 3; b = 2 \quad ; c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$

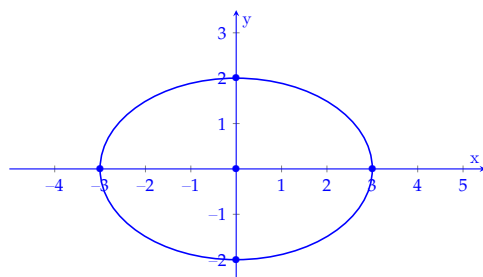
• ប្រវែងអ័ក្សតូច $= 2b = 2(2) = 4$

• ប្រវែងអ័ក្សធំ $= 2a = 2(3) = 6$

• កំពូល $V_1(h-a, k); V_2(h+a, k) \Rightarrow V_1(-3, 0); V_2(3, 0)$

• កំណុំ $F_1(h-c, k); F_2(h+c, k) \Rightarrow F_1(-\sqrt{5}, 0); F_2(\sqrt{5}, 0)$

c. សង់អេលីប ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ



V. ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x - 3}{x - 1}$ គេបាន $f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

ដូចនេះ: ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f គឺ $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

ខ. គណនា $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 3x - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x} = \pm\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 3}{x - 1} = \pm\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \pm\infty}$$

គ. រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត

• ដោយ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \pm\infty$ ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x = 1$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរ

• ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x - 3}{x - 1} = x + 4 + \frac{1}{x - 1}$ គេបាន $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y = x + 4$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត

ឃ. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 + 3x - 3}{x - 1} \right)' = \frac{(x^2 + 3x - 3)'(x - 1) - (x - 1)'(x^2 + 3x - 3)}{(x - 1)^2} = \frac{(2x + 3)(x - 1) - (x^2 + 3x - 3)}{(x - 1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x + 3x - 3 - x^2 - 3x + 3}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

តារាងសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+

បរិមាណ

• ត្រង់ $x = 0$; $f'(x) = 0$ ប្តូរសញ្ញាពី + ទៅ - គេបាន f មានអតិបរមាជ្រៀបមួយ គឺ $f(0) = \frac{0^2 + 3(0) - 3}{0 - 1} = 3$

• ត្រង់ $x = 2$; $f'(x) = 0$ ប្តូរសញ្ញាពី - ទៅ + គេបាន f មានអប្បបរមាជ្រៀបមួយ គឺ $f(2) = \frac{2^2 + 3(2) - 3}{2 - 1} = 7$

ង. សង់តារាងអថេរភាព និង សង់ក្រាប(C)

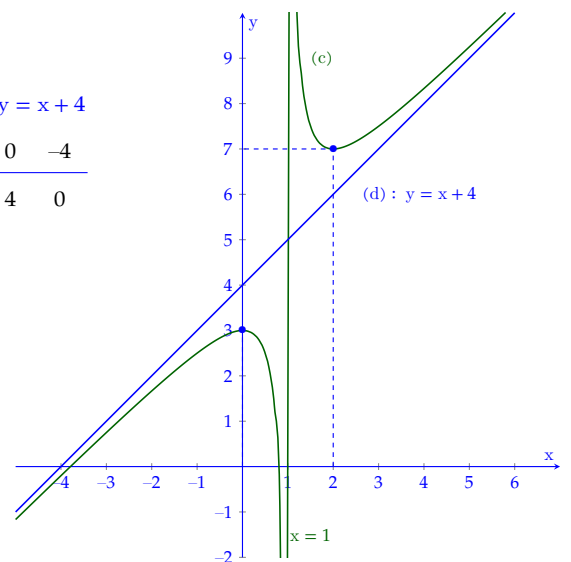
• តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+
f(x)	$-\infty$	3	$+\infty$	7	$+\infty$	

• ក្រាប C

(d) : $y = x + 4$

x	0	-4
y	4	0



ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវត្ត៖

លេខបន្ទប់៖
លេខតុ៖
មណ្ឌលប្រឡង៖

សម័យបច្ចុប្បន្ន៖ ២០ សីហា ២០១៨
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖
ហត្ថលេខា៖

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តរស្ស។

វិញ្ញាសា៖ ធនាគារវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេល៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ៖ ៧៥
ពិន្ទុសរុប

លេខសម្ងាត់៖

- សេចក្តីណែនាំ៖ ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្សែនៅទីពឹងទី២ ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីពឹងទី២ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី៧

I. (១០ពិន្ទុ) ចូរគណនាតម្លៃនៃលីមីតខាងក្រោម៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} + 2 - 2}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 1}$

II. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងចំណោមមួយមានប៊ូលខៀវចំនួន ៣ និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅចំនួន ៥។ គេចាប់យកប៊ូល ២ ចេញពីចង្កោមដោយចៃដន្យ។ ចូរកម្រិតប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- ក. « គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខៀវទាំងអស់ »
ខ. « គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅទាំងអស់ »
គ. « គេចាប់បានប៊ូលមួយក្នុងមួយពណ៌ »

III. (១០ពិន្ទុ) ចូរគណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

ក. $I = \int_1^3 x^2 dx$ ខ. $J = \int_1^4 (2x^2 - 4x + 4) dx$ គ. $K = \int_1^3 \left(x^2 + \frac{1}{x} - e^x \right) dx$

IV. (១៥ពិន្ទុ) គេមានសមីការ $16x^2 + 9y^2 = 144$ ។

- ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។
ខ. ចូរកម្រិតប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងកូអរដោនេនៃកំណុំទាំងពីរ។
គ. ចូរសង់អេលីប។

V. (៣០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

- ក. ចូរកំណត់ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។
ខ. ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។
គ. ចូរបង្ហាញថា $f(x) = x - 1 + \frac{-5}{x - 2}$ ។ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត។
ឃ. សិក្សាអថេរភាព សង់តារាងអថេរភាព និង សង់ក្រាប(C)។

I. គណនាតម្លៃនៃលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)(\sqrt{x} + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(\sqrt{x} + 1) = (1 + 1)(\sqrt{1} + 1) = 4$$

ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = 4}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x + 2} - 2}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - 2^3)(\sqrt{x + 2} + 2)}{(\sqrt{x + 2} - 2)(\sqrt{x + 2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 2^2)(\sqrt{x + 2} + 2)}{x + 2 - 2^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(\sqrt{x + 2} + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4)(\sqrt{x + 2} + 2) = (2^2 + 2(2) + 4)(\sqrt{2 + 2} + 2) \\ &= 12(4) = 48 \end{aligned}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x + 2} - 2} = 48}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 5)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 5) = 1 + 5 = 6$$

ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 1} = 6}$

II. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. « គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខៀវទាំងអស់ » តាង A : « គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខៀវទាំងអស់ »

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(A) = C(3, 2) = \frac{3!}{(3 - 2)!2!} = \frac{3 \times 2!}{1!2!} = \frac{3}{1} = 3$

$$n(S) = C(8, 2) = \frac{8!}{6!2!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6! \times 2 \times 1} = 28$$

គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{28}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(A) = \frac{3}{28}}$

ខ. « គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅទាំងអស់ » តាង B : « គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅទាំងអស់ »

តាមរូបមន្ត $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(B) = C(5, 2) = \frac{5!}{(5 - 2)!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!2 \times 1} = 10$; $n(S) = 28$

គេបាន $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(B) = \frac{5}{14}}$

គ. « គេចាប់បានប៊ូលមួយក្នុងមួយពណ៌ » តាង C : « គេចាប់បានប៊ូលមួយក្នុងមួយពណ៌ »

តាមរូបមន្ត $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$ ដោយ $n(C) = C(3, 1) \times C(5, 1) = \frac{3!}{2!1!} \times \frac{5!}{4!1!} = \frac{3 \times 2!}{2!} \times \frac{5 \times 4!}{4!} = 3 \times 5 = 15$

$$n(S) = 28$$

គេបាន $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{28}$ ដូចនេះ: $\boxed{P(C) = \frac{15}{28}}$

III. គណនាអាំងតេក្រាល៖

ក. $I = \int_1^3 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{27-1}{3} = \frac{26}{3}$ ដូចនេះ: $\boxed{\int_1^3 x^2 dx = \frac{26}{3}}$

ខ. $J = \int_1^4 (2x^2 - 4x + 4) dx = \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 4x \right]_1^4 = \frac{2(4)^3}{3} - 2(4)^2 + 4(4) - \left(\frac{2(1)^3}{3} - 2(1)^2 + 4(1) \right)$
 $= \frac{128}{3} - 16 - \frac{2}{3} - 2 = \frac{126}{3} - 18 = \frac{126-54}{3} = \frac{72}{3} = 24$ ដូចនេះ: $\boxed{J = 24}$

គ. $K = \int_1^3 \left(x^2 + \frac{1}{x} - e^x \right) dx = \left[\frac{x^3}{3} + \ln|x| - e^x \right]_1^3 = \frac{3^3}{3} + \ln 3 - e^3 - \left(\frac{1^3}{3} + \ln 1 - e^1 \right) = \frac{27}{3} + \ln 3 - e^3 - \frac{1}{3} - 0 + e$
 $= \frac{26}{3} + \ln 3 - e^3 + e$ ដូចនេះ: $\boxed{K = \frac{26}{3} + \ln 3 - e^3 + e}$

IV. ក. បង្ហាញថាសមីការ $16x^2 + 9y^2 = 144$ ជាសមីការអេលីប

$$16x^2 + 9y^2 = 144 \Leftrightarrow \frac{16x^2}{144} + \frac{9y^2}{144} = \frac{144}{144}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-0)^2}{3^2} + \frac{(y-0)^2}{4^2} = 1 \quad \text{ជាសមីការអេលីប ដែលមានផ្ចិត(0,0)}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{សមីការ } 16x^2 + 9y^2 = 144 \text{ ជាសមីការអេលីប}}$

ខ. ប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងកូអរដោនេនៃកំណុំទាំងពីរ

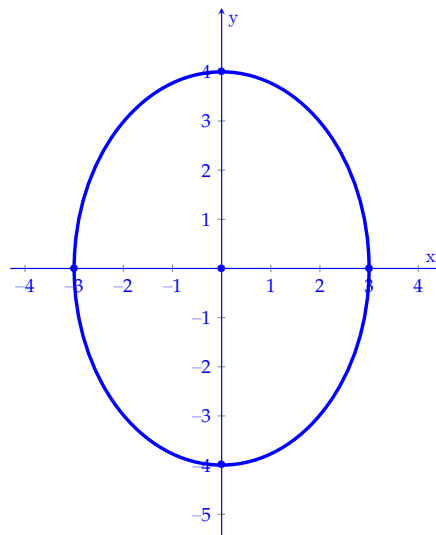
ដោយ អេលីបមានសមីការ $\frac{(x-0)^2}{3^2} + \frac{(y-0)^2}{4^2} = 1$ គេបាន

☞ $h = 0 ; k = 0 ; \quad a = 4 ; b = 3 ; \quad c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7}$

☞ អ័ក្សធំជាអ័ក្សឈរ

- ប្រវែងអ័ក្សធំ $= 2a = 2(4) = 8$
- ប្រវែងអ័ក្សតូច $= 2b = 2(3) = 6$
- កំពូល $V_1(h, k-a); V_2(h, k+a) \Rightarrow V_1(0, -4); V_2(0, 3)$
- កំណុំ $F_1(h, k-c); F_2(h, k+c) \Rightarrow F_1(0, -\sqrt{7}); F_2(0, \sqrt{7})$

គ. សង់អេលីប



V. ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2}$ ដោយ $f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

ដូចនេះ: $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

ខ. គណនា $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C)

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2} = \pm\infty$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = -\infty$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = +\infty$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$ ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x = 2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ

គ. បង្ហាញថា $f(x) = x - 1 + \frac{-5}{x - 2}$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត

ដោយ $x - 1 + \frac{-5}{x - 2} = \frac{(x - 1)(x - 2) - 5}{x - 2} = \frac{x^2 - 2x - x + 2 - 5}{x - 2} = \frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2} = f(x)$

ដូចនេះ: $f(x) = x - 1 + \frac{-5}{x - 2}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-5}{x - 2} = 0$ ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

ឃ. សិក្សាអថេរភាព សង់តារាងអថេរភាព និង សង់ក្រាប(C)

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2} \right)' = \frac{(x^2 - 3x - 3)'(x - 2) - (x - 2)'(x^2 - 3x - 3)}{(x - 2)^2}$$

$$= \frac{(2x - 3)(x - 2) - (x^2 - 3x - 3)}{(x - 2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - 3x + 6 - x^2 + 3x + 3}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 9}{(x - 2)^2}$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 9 = 0$; $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(1)(9) = -20 < 0 \Rightarrow f'(x)$ មានសញ្ញាតាមមេគុណ a

• តារាងសញ្ញា $f'(x)$

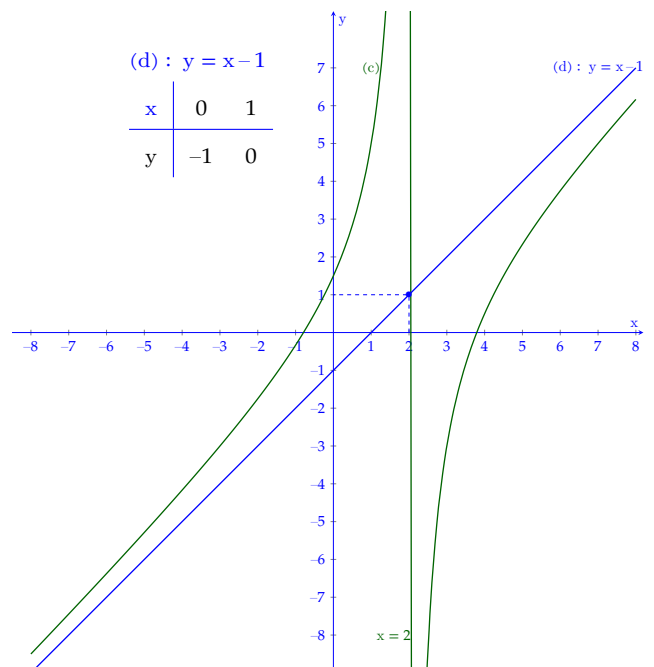
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+

• តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
f(x)	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

• សង់ក្រាប (C)

- $C \cap (y'oy)$ គឺ $x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$
- $C \cap (x'ox)$ គឺ $y = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$



ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ: និងហត្ថលេខាអនុរក្ស

លេខបន្ទប់:
លេខតុ:
មណ្ឌលប្រឡង:

សម័យបច្ចុប្បន្ន: ២០ សីហា ២០១៨
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន:
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត:
ហត្ថលេខា:

លេខសម្ងាត់:

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តរស្ទង់។

វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេល: ៩០ នាទី ពិន្ទុ: ៧៥
ពិន្ទុសរុប
លេខសម្ងាត់

- សេចក្តីណែនាំ: ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្វែងនៅទីតាំងដែលត្រូវកាត់ចេញ។
 ២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីតាំងទី៣ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី៨

I. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់បិទមួយមានបិទពណ៌ខៀវ 5 ដើម និងបិទពណ៌ក្រហម 6 ដើម។ គេបានដកយកបិទ 4 ដើមចេញមកក្រៅដោយចៃដន្យ។ ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- A : «គេចាប់បានបិទពណ៌ខៀវទាំង 4 ដើម»
 B : «គេចាប់បានបិទពណ៌ខៀវ 2 ដើម និង បិទពណ៌ក្រហម 2 ដើម»
 C : «គេចាប់បានបិទក្រហមយ៉ាងតិច 1 ដើម»

II. (១០ពិន្ទុ) ចូរគណនាតម្លៃនៃលីមីតខាងក្រោម៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{9 + x} - 3}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 2x + 1}$

III. (១០ពិន្ទុ)

ក. គណនា $I = \int_0^1 \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx$ ។
 ខ. គេមាន $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 5}{1 - x}$ ។ ចូរបង្ហាញថា $f(x) = -x + 4 + \frac{1}{1 - x}$ ។ រួចគណនា $K = \int_0^2 f(x) dx$ ។

IV. (១០ពិន្ទុ) គេមានសមីការអេលីប $25x^2 + 4y^2 = 100$ ។

- ក. ចូរសរសេរសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបនេះ រួចទាញរកកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងកូអរដោនេនៃកំណុំទាំងពីរ។
 ខ. ចូររកប្រវែងអ័ក្សធំ និង ប្រវែងអ័ក្សតូច រួចសង់អេលីបនេះ។

V. (៣០ពិន្ទុ) គេអោយអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

- ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។
 ខ. គណនា $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។
 គ. រកតម្លៃនៃចំនួនពិត a, b និង c ដែលធ្វើអោយ $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$ ។ បង្ហាញថា បន្ទាត់ d ដែលមានសមីការ $y = x - 3 + \frac{1}{x - 2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ត្រង់ $\pm\infty$ ។
 ឃ. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ក្រាប C។

I. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : «គេចាប់បានបិទពណ៌ខៀវទាំង 4 ដើម»

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{ដោយ } n(A) = C(5, 4) = \frac{5!}{(5-4)!4!} = \frac{5 \times 4!}{1!4!} = 5$$

$$n(S) = C(11, 4) = \frac{11!}{(11-4)!4!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 330$$

$$\text{គេបាន } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{330} = \frac{1}{66} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{P(A) = \frac{1}{66}}$$

B : «គេចាប់បានបិទពណ៌ខៀវ 2 ដើម និង បិទពណ៌ក្រហម 2 ដើម»

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \quad \text{ដោយ } n(B) = C(5, 2) \times C(6, 2) = \frac{5!}{3!2!} \times \frac{6!}{4!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2 \times 1} = 150$$

$$\text{គេបាន } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{150}{330} = \frac{5}{11} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{P(B) = \frac{5}{11}}$$

C : «គេចាប់បានបិទក្រហមយ៉ាងតិច 1 ដើម»

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(C) = 1 - P(A) \quad \text{ដោយ } P(A) = \frac{1}{66}$$

$$\Rightarrow P(C) = 1 - \frac{1}{66} = \frac{66-1}{66} = \frac{65}{66} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{P(C) = \frac{65}{66}}$$

II. គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x+1} = \frac{1^2 + 1 + 1}{1+1} = \frac{3}{2} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}}$$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{9+x} - 3}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 - 2x)(\sqrt{9+x} + 3)}{(\sqrt{9+x} - 3)(\sqrt{9+x} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-2)(\sqrt{9+x} + 3)}{9+x-9} = \lim_{x \rightarrow 0} (x-2)(\sqrt{9+x} + 3)$$

$$= (0-2)(\sqrt{9+0} + 3) = -2(6) = -12 \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{9+x} - 3} = -12}$$

គ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 2x + 1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+5}{x-1} = \pm \infty \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 2x + 1} = \pm \infty}$$

III. ក. គណនា I

$$I = \int_1^e \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx = \left[x + \ln|x| - \frac{1}{x}\right]_1^e = e + \ln e - \frac{1}{e} - \left(1 + \ln 1 - \frac{1}{1}\right) = e + 1 - \frac{1}{e} - 1 - 0 + 1 = e + 1 - \frac{1}{e}$$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{I = e + 1 - \frac{1}{e}}$$

ខ. គេមាន $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 5}{1 - x}$ បង្ហាញថា $f(x) = -x + 4 + \frac{1}{1 - x}$

ដោយ $-x + 4 + \frac{1}{1 - x} = \frac{(-x + 4)(1 - x) + 1}{1 - x} = \frac{-x + x^2 + 4 - 4x + 1}{1 - x} = \frac{x^2 - 5x + 5}{1 - x} = f(x)$

ដូចនេះ: $f(x) = -x + 4 + \frac{1}{1 - x}$

គណនា K

$$K = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left(-x + 4 + \frac{1}{1 - x} \right) dx = \left[-\frac{x^2}{2} + 4x - \ln |1 - x| \right]_0^2$$

$$= -\frac{2^2}{2} + 4(2) - \ln |1 - 2| - \left(-\frac{0^2}{2} + 4(0) - \ln 1 \right) = -2 + 8 - 0 + 0 + 0 - 0 = 6 \quad \text{ដូចនេះ: } K = 6$$

IV. (១០ពិន្ទុ) គេមានសមីការអេលីប ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប $25x^2 + 4y^2 = 100$

$$25x^2 + 4y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{25x^2}{100} + \frac{4y^2}{100} = \frac{100}{100}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-0)^2}{2^2} + \frac{(y-0)^2}{5^2} = 1 \quad \text{ជាសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប ដែលមានផ្ចិត(0,0)}$$

ទាញរកកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងកូអរដោនេនៃកំណុំទាំងពីរ

ដោយ សមីការស្តង់ដារនៃអេលីបគឺ $\frac{(x-0)^2}{2^2} + \frac{(y-0)^2}{5^2} = 1$ គេបាន

☞ អ័ក្សធំជាអ័ក្សឈរ

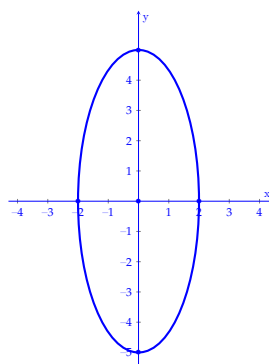
☞ $h = 0, k = 0, a = 5, b = 2, c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 4 = 21 \Rightarrow c = \sqrt{21}$

• កំពូល $V_1(h, k - a); V_2(h, k + a) \Rightarrow V_1(0, -5), V_2(0, 5)$

• កំណុំ $F_1(h, k - c); F_2(h, k + c) \Rightarrow F_1(0, -\sqrt{21}); F_2(0, \sqrt{21})$

ខ. រកប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច និង សង់អេលីប

- ប្រវែងអ័ក្សធំ $= 2a = 2(5) = 10$
- ប្រវែងអ័ក្សតូច $= 2b = 2(2) = 4$
- សង់អេលីប



V. ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$ មានន័យលុះត្រាតែ $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

ដូចនេះ: ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f គឺ $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

ស៊ីសង្ការ

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2} = \pm \infty \quad \text{ដូច្នេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm \infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x} = \pm\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty}$$

- ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$ ដូចនេះ បន្ទាត់ $x = 2$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរ

- គ. • រកតម្លៃនៃចំនួនពិត a, b និង c ដែលធ្វើអោយ $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$

$$\begin{aligned} f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} &\Leftrightarrow \frac{x^2 - 5x + 7}{x-2} = ax + b + \frac{c}{x-2} \\ &\Leftrightarrow \frac{(x-3)(x-2) + 1}{x-2} = ax + b + \frac{c}{x-2} \\ &\Leftrightarrow x - 3 + \frac{1}{x-2} = ax + b + \frac{c}{x-2} \end{aligned}$$

ដូច្នេះមេគុណគេបាន $a = 1, b = -3, c = 1$

ដូច្នេះ: $a = 1, b = -3, c = 1$

- បង្ហាញថា បន្ទាត់ d ដែលមានសមីការ $y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ត្រង់ $\pm\infty$

យើងមាន $y = f(x) = x - 3 + \frac{1}{x-2}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x-2} = 0$

ដូចនេះ បន្ទាត់ d : $y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ត្រង់ $\pm\infty$

ឃ. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ក្រាប C

- ដើរវៃ

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2} \right)' = \frac{(x^2 - 5x + 7)'(x - 2) - (x - 2)'(x^2 - 5x + 7)}{(x - 2)^2} \\ &= \frac{(2x - 5)(x - 2) - (x^2 - 5x + 7)}{(x - 2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - 5x + 10 - x^2 + 5x - 7}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2} \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{មានប្លង់ } x_1 = 1; x_2 = 3$$

- តារាងសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+

បរមាធុប

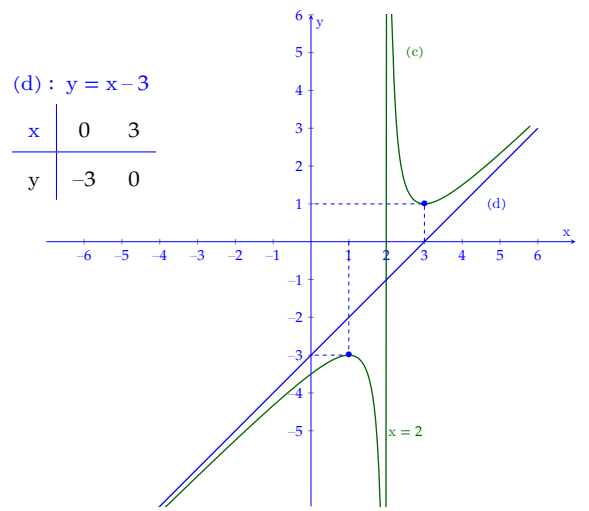
- ត្រង់ $x = 1$; $f'(x) = 0$ ប្តូរសញ្ញាពី $+$ ទៅ $-$ គេបាន f មានអតិបរមាជៀបមួយ គឺ $f(1) = \frac{1^2 - 5(1) + 7}{1 - 2} = -3$
- ត្រង់ $x = 3$; $f'(x) = 0$ ប្តូរសញ្ញាពី $-$ ទៅ $+$ គេបាន f មានអប្បបរមាជៀបមួយ គឺ $f(3) = \frac{3^2 - 5(3) + 7}{3 - 2} = 1$

- តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
f(x)	$-\infty \nearrow -3 \searrow -\infty$			$+\infty \searrow 1 \nearrow +\infty$		

• ក្រាប C

$$(C) \cap (y' = 0) \text{ គឺ } x = 0 \Rightarrow y = -\frac{7}{2}$$



I. គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 2+2 = 4$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$

ខ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 5x}{x^2 - 3x + 1}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{\infty}{\infty}$)

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 5x}{x^2 - 3x + 1} = +\infty$

គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - x^2 + 5)$ (មានរាងមិនកំណត់ $+\infty - \infty$)

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^3}\right) = +\infty$ ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - x^2 + 5) = +\infty$

II. ក. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានខ្មៅដែលពណ៌ខៀវ 2 ដើម និង ខ្មៅដែលពណ៌ក្រហម 1 ដើម»

តាង A : «សិស្សយកបានខ្មៅដែលពណ៌ខៀវ 2 ដើម និង ខ្មៅដែលពណ៌ក្រហម 1 ដើម»

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(A) = C(5,2) \times C(4,1) = \frac{5!}{3!2!} \times \frac{4!}{3!1!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!2 \times 1} \times \frac{4 \times 3!}{3!} = 40$

$n(S) = C(9,3) = \frac{9!}{6!3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!3 \times 2 \times 1} = 84$

គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$ ដូចនេះ: $P(A) = \frac{10}{21}$

ខ. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានខ្មៅដែលពណ៌ដូចគ្នា» តាង B : «សិស្សយកបានខ្មៅដែលពណ៌ដូចគ្នា»

តាមរូបមន្ត $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(B) = C(5,3) + C(4,3) = \frac{5!}{2!3!} + \frac{4!}{1!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} + \frac{4 \times 3!}{3!} = 14$

$n(S) = 84$

គេបាន $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$ ដូចនេះ: $P(B) = \frac{1}{6}$

III. គណនារាំងតេក្រាល៖

$I = \int_1^3 (x - 2 + 3x^2) dx = \left[\frac{x^2}{2} - 2x + \frac{3x^3}{3} \right]_1^3 = \frac{3^2}{2} - 2(3) + 3^3 - \left(\frac{1^2}{2} - 2(1) + 1^3 \right)$
 $= \frac{9}{2} - 6 + 27 - \frac{1}{2} + 2 - 1 = 26$ ដូចនេះ: $I = 26$

$K = \int_0^1 (-4x^2 + 5x + 7) dx = \left[-\frac{4x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 7x \right]_0^1 = -\frac{4(1)^3}{3} + \frac{5(1)^2}{2} + 7(1) - \left(-\frac{4(0)^3}{3} + \frac{5(0)^2}{2} + 7(0) \right) = \frac{49}{6}$

ដូចនេះ: $K = \frac{49}{6}$

IV. ក. រកកូអរដោនេផ្ចិត កំណុំ និងកំពូល នៃអេលីប E

ដោយ អេលីប E មានសមីការ $25x^2 + 12y^2 = 300$ គេបាន

$25x^2 + 12y^2 = 300 \Leftrightarrow \frac{25x^2}{300} + \frac{12y^2}{300} = \frac{300}{300}$
 $\Leftrightarrow \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{25} = 1$
 $\Leftrightarrow \frac{(x-0)^2}{(\sqrt{12})^2} + \frac{(y-0)^2}{5^2} = 1$

គេបាន

អ័ក្សធំជាអ័ក្សឈរ

$$h = 0, k = 0; \quad a = 5; b = \sqrt{12}; \quad c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 12 = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}$$

$$\text{ផ្ចិត}(h, k) \Rightarrow \text{ផ្ចិត}(0, 0)$$

$$\text{កំណុំ } F_1(h, k - c); F_2(h, k + c) \Rightarrow F_1(0, -\sqrt{13}); F_2(0, \sqrt{13})$$

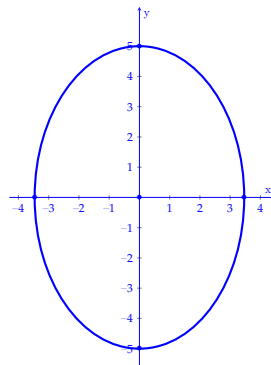
$$\text{កំពូល } V_1(h, k - a); V_2(h, k + a) \Rightarrow V_1(0, -5); V_2(0, 5)$$

២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងអេលីប៊ីប E និងអ័ក្សទាំងពីរនៃតម្រុយកូអរដោនេ

$$E \cap (x'ox) \text{ ពេល } y = 0 \text{ គេបាន } 25x^2 + 12(0)^2 = 300 \Rightarrow x^2 = \frac{300}{25} \Rightarrow x = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

$$E \cap (y'oy) \text{ ពេល } x = 0 \text{ គេបាន } 25(0)^2 + 12y^2 = 300 \Rightarrow y^2 = \frac{300}{12} \Rightarrow y = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

សង់អេលីប៊ីប E



V. ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

$$\text{ដោយ } f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}; f(x) \text{ មានន័យលុះត្រាតែ } x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$$

ដូចនេះ: ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f គឺ $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

២. គណនា $\lim_{x \rightarrow -1} f(x), \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 4}{x + 1} = \pm\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x + 4}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x} = \pm\infty \quad \text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$$

គ. សរសេរសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតទ្រូតនៃក្រាប C

$$\bullet \text{ ដោយ } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \pm\infty \quad \text{ដូចនេះ: បន្ទាត់ } x = -1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតឈរ}$$

$$\bullet f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1} = x + \frac{4}{x + 1} \quad \text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4}{x + 1} = 0 \quad \text{ដូចនេះ: បន្ទាត់ } y = x \text{ ជាអាស៊ីមតូតទ្រូត}$$

ឃ. សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ f

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{x^2 + x + 4}{x + 1} \right)' = \frac{(x^2 + x + 4)'(x + 1) - (x + 1)'(x^2 + x + 4)}{(x + 1)^2} = \frac{(2x + 1)(x + 1) - (x^2 + x + 4)}{(x + 1)^2} \\ &= \frac{2x^2 + 2x + x + 1 - x^2 - x - 4}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2} \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \text{មានឫស } x_1 = 1; x_2 = -3$$

តារាងសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+

បរមាជ្រៀប

- ត្រង់ $x = -3$; $f'(x) = 0$ ប្តូរសញ្ញាពី + ទៅ - គេបាន f មានអតិបរមាជ្រៀបមួយ គឺ $f(-3) = \frac{(-3)^2 - 3 + 4}{-3 + 1} = -5$
- ត្រង់ $x = 1$; $f'(x) = 0$ ប្តូរសញ្ញាពី - ទៅ + គេបាន f មានអប្បបរមាជ្រៀបមួយ គឺ $f(1) = \frac{1^2 + 1 + 4}{1 + 1} = 3$

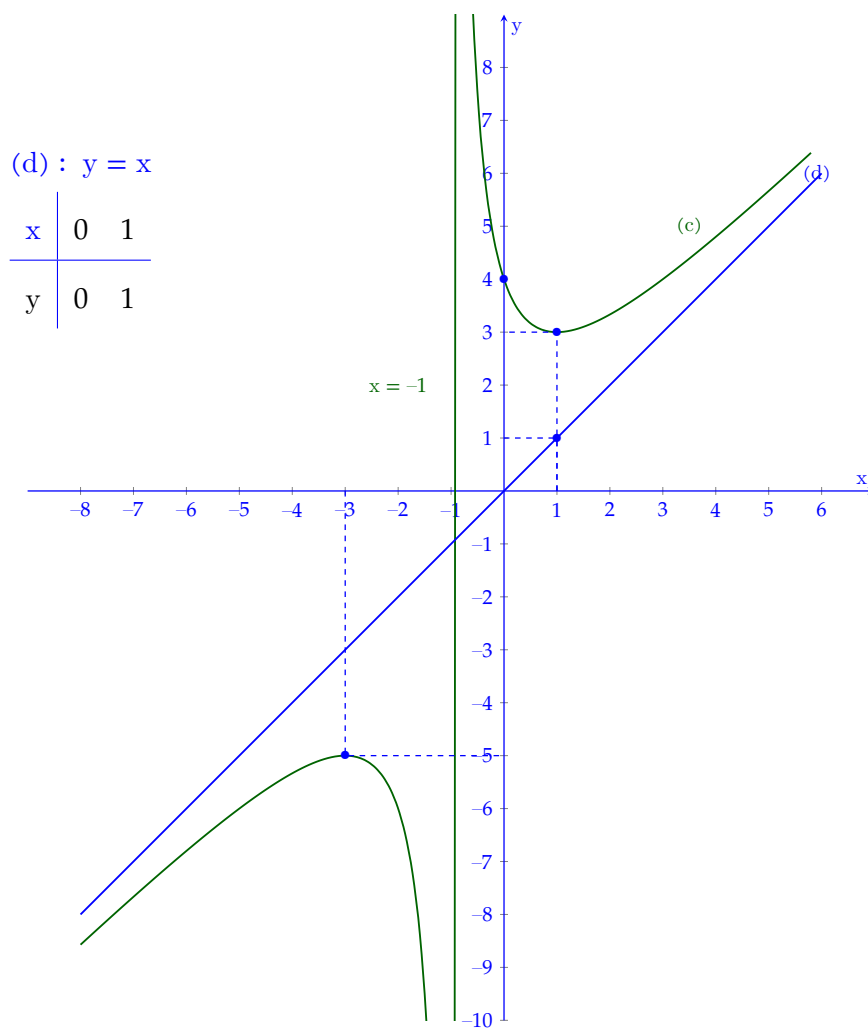
ង. សង់តារាងអថេរភាព អាស៊ីមតូត និង ក្រាប C នៃអនុគមន៍ f

- តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	<div>\nearrow -5 \searrow $-\infty$</div>		<div>$+\infty$ \searrow 3 \nearrow $+\infty$</div>		

- ក្រាប C

- $(C) \cap (y'oy)$ ពេល $x = 0$ គេបាន $y = \frac{0^2 + 0 + 4}{0 + 1} = 4$



ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវត្ត៖

លេខបន្ទប់៖
លេខគុះ
មណ្ឌលប្រឡង៖

សម័យបច្ចុប្បន្ន៖ ២០ សីហា ២០១៨
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន៖
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖
ហត្ថលេខា៖

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តរស្ស។

វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេល៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ៖ ៧៥
ពិន្ទុសរុប

លេខសម្ងាត់៖

សេចក្តីណែនាំ៖ ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្វែងនៅទីពឹងទី២ ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីពឹងទី២ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី១០

I. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងចតុកម្មមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា ៧ ក្បាល និងសៀវភៅភាសាខ្មែរ ៥ ក្បាល។ សិស្សម្នាក់បានយកសៀវភៅ ៤ ក្បាល ព្រមគ្នាចេញពីចតុដោយចៃដន្យ។

- ក. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង ៤ ក្បាល» ។
ខ. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ ១ ក្បាលយ៉ាងតិច» ។

II. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{2+x}}{x^2 - 4}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3} - \sqrt{x+3}}$

III. (១០ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

ក. $\int_0^2 \left(\frac{1}{1-x} - 3x + 1 \right) dx$ ខ. $\int_1^2 \left(\frac{2}{x^2} + 3 - x \right) dx$ គ. $\int_1^3 \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{2-x} \right) dx$

IV. (១៥ពិន្ទុ) រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប្រូបដែលមានកំណុំមួយនៅត្រង់ចំណុច (0,2) និងកំពូលពីរនៅត្រង់ចំណុច (0,-3) និង (0,3)។ រួចរកប្រវែងអ័ក្សតូច ប្រវែងអ័ក្សធំ និងសង់អេលីប។

V. (៣០ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$ មានក្រាបតំណាង C ។

១. ចូរកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។
២. គណនា $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ។ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ។
៣. បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 - \frac{3}{x-1}$ ។ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ d ដែលមានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ខាង $\pm\infty$ ។
៤. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$ ។
៥. ក. សង់តារាងអថេរភាពនៃ f។
ខ. សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប C និងបន្ទាត់ d ។
គ. សង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ d ក្នុងតម្រុយតែមួយ។

I. ក. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង 4 ក្បាល»

តាង A : «សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង 4 ក្បាល»

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{ដោយ } n(A) = C(7, 4) = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} = 35$$

$$n(S) = C(12, 4) = \frac{12!}{8!4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

$$\text{គេបាន } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{35}{495} = \frac{7}{99} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{P(A) = \frac{7}{99}}$$

ខ. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ 1 ក្បាលយ៉ាងតិច»

តាង B : «សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ 1 ក្បាលយ៉ាងតិច»

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{99} = \frac{99-7}{99} = \frac{92}{99} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{P(B) = \frac{92}{99}}$$

II. គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2} = \frac{1+1}{1-2} = -2 \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} = -2}$$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{2+x}}{x^2 - 4}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - \sqrt{2+x})(2 + \sqrt{2+x})}{(x-2)(x+2)(2 + \sqrt{2+x})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - (2+x)}{(x-2)(x+2)(2 + \sqrt{2+x})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)}{(x-2)(x+2)(2 + \sqrt{2+x})}$$

$$= \frac{-1}{(2+2)(2 + \sqrt{2+2})} = -\frac{1}{16} \quad \text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{2+x}}{x^2 - 4} = -\frac{1}{16}}$$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3} - \sqrt{x+3}}$ (មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{3} + \sqrt{x+3})}{(\sqrt{3} - \sqrt{x+3})(\sqrt{3} + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{3} + \sqrt{x+3})}{3 - (x+3)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{3} + \sqrt{x+3})}{-x} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{0+3}}{-1}$$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3} - \sqrt{x+3}} = -2\sqrt{3}}$$

III. គណនាអាំងតេក្រាល៖

ក. $\int_0^2 \left(\frac{1}{1-x} - 3x + 1 \right) dx = \left[-\ln|1-x| - \frac{3x^2}{2} + x \right]_0^2 = -\ln|1-2| - \frac{3(2)^2}{2} + 2 - \left(-\ln|1-0| - \frac{3(0)^2}{2} + 0 \right)$
 $= -\ln 1 - 6 + 2 - 0 = -4$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{\int_0^2 \left(\frac{1}{1-x} - 3x + 1 \right) dx = -4}$$

ខ. $\int_1^2 \left(\frac{2}{x^2} + 3 - x \right) dx = \left[-\frac{2}{x} + 3x - \frac{x^2}{2} \right]_1^2 = -\frac{2}{2} + 3(2) - \frac{2^2}{2} - \left(-\frac{2}{1} + 3(1) - \frac{1^2}{2} \right) = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{\int_1^2 \left(\frac{2}{x^2} + 3 - x \right) dx = \frac{5}{2}}$$

$$\text{គ. } \int_1^3 \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{2 - x} \right) dx = \int_1^3 \left(\frac{(x-1)(x-2)}{-(x-2)} \right) dx = \int_1^3 (-x + 2) dx = \left[-\frac{x^2}{2} + 2x \right]_1^3 = -\frac{3^2}{2} + 2(3) - \left(-\frac{1^2}{2} + 2(1) \right) \\ = -\frac{9}{2} + 6 + \frac{1}{2} - 2 = -4 + 4 = 0$$

ដូចនេះ: $\int_1^3 \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{2 - x} \right) dx = 0$

IV. • រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបដែលមានកំណុំ $(0, 2)$ និងកំពូល

ពីរ $(0, -3)$ និង $(0, 3)$

ដោយ អាប៉ូស៊ីសនៃកំពូល និងកំណុំថេរ គេបាន អ័ក្សធំនៃអេលីបជាអ័ក្សឈរ

• សមីការស្តង់ដារនៃអេលីបគឺ $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$

• កំពូល $(0, -3); (0, 3)$ គឺ $V_1(h, k-a); V_2(h, k+a)$

គេបាន $h = 0; k-a = -3; k+a = 3$

$$\begin{cases} k-a = -3 \\ k+a = 3 \end{cases}$$

$2k = 0 \Rightarrow k = 0; \Rightarrow a = 3$

• កំណុំ $(0, 2)$ គឺ $F(h, k+c) \Rightarrow h = 0; k+c = 2 \Rightarrow c = 2$

• $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 3^2 - 2^2 = 5$

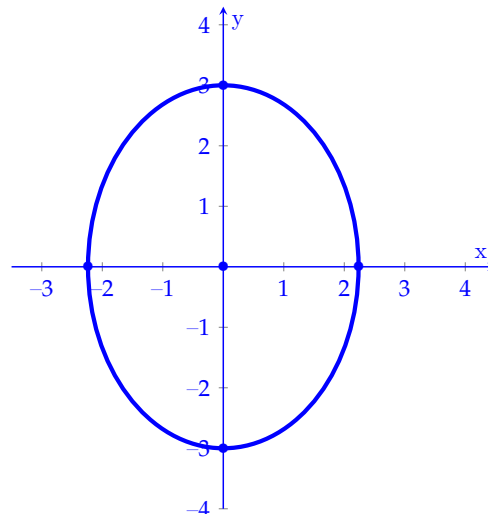
ដូចនេះ: សមីការអេលីបគឺ $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$

• រួចរកប្រវែងអ័ក្សតូច ប្រវែងអ័ក្សធំ និងសង់អេលីប

• ប្រវែងអ័ក្សតូច $= 2b = 2(\sqrt{5})$

• ប្រវែងអ័ក្សធំ $= 2a = 2(3) = 6$

• សង់អេលីប



V. 9. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$; $f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

ដូចនេះ: ដែនកំណត់នៃ f គឺ $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

២. គណនា $\lim_{x \rightarrow 1} f(x); \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x - 1} = \pm\infty$

ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \pm\infty$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x} = \pm\infty$

ដូចនេះ: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \pm\infty$ ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x = 1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ

៣. បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 - \frac{3}{x-1}$

ដោយ $x + 1 - \frac{3}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1) - 3}{x-1} = \frac{x^2 - 1 - 3}{x-1} = \frac{x^2 - 4}{x-1} = f(x)$ ដូចនេះ: $f(x) = x + 1 - \frac{3}{x-1}$

បង្ហាញថាបន្ទាត់ d ដែលមានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ខាង $\pm\infty$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3}{x-1} = 0$ ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

៤. • គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$

$$f'(x) = \left(\frac{x^2-4}{x-1} \right)' = \frac{(x^2-4)'(x-1) - (x-1)'(x^2-4)}{(x-1)^2} = \frac{2x(x-1) - (x^2-4)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x+4}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2-2x+4=0 \quad ; \quad \Delta = b^2-4ac = (-2)^2-4(1)4 = -12 < 0; \quad f'(x) \text{ យកសញ្ញាតាមមេគុណ}$$

• តារាងសញ្ញា $f'(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+

• $f'(x) > 0$; ពេល $x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

៥. ក. សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
f(x)	$-\infty$ \nearrow $+\infty$		$-\infty$ \nearrow $+\infty$

ខ. សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប C និងបន្ទាត់ d

(C) : $y = x + 1 - \frac{3}{x-1}$; (d) : $y = x + 1$ គេបាន $y_c - y_d = x + 1 - \frac{3}{x-1} - (x + 1) = -\frac{3}{x-1}$

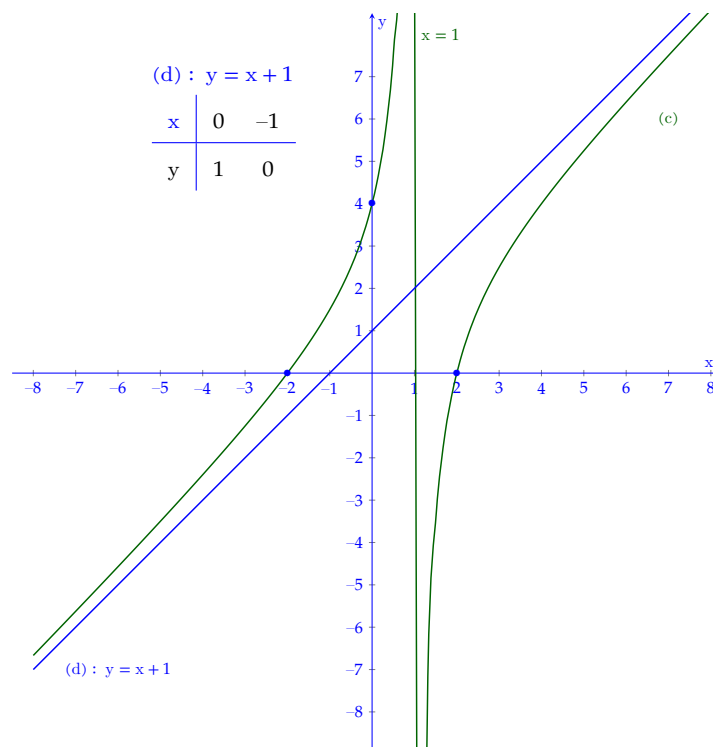
• $y_c - y_d > 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{x-1} > 0 \Leftrightarrow x-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$ ដូចនេះ: C ស្ថិតនៅលើ d ពេល $x < 1$

• $y_c - y_d < 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{x-1} < 0 \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ ដូចនេះ: C ស្ថិតនៅក្រោម d ពេល $x > 1$

គ. សង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ d ក្នុងតម្រុយតែមួយ

• $(C) \cap (y' \circ y)$ គឺ $x = 0$; $\Rightarrow y = \frac{0^2-4}{0-1} = 4$

• $(C) \cap (x' \circ x)$ គឺ $y = 0$; $\Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow x = \pm 2$



ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាឌីផេរ៉ង់ស្យែល
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវត្ត៖

លេខបន្ទប់៖
លេខតុ៖
មណ្ឌលប្រឡង៖

សម័យបច្ច័យ៖ ២០ សីហា ២០១៨
ឆ្នាំត្រកូលនិងឆ្នាំមង្គល៖
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖
ហត្ថលេខា៖

លេខសម្ងាត់៖

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តសូន្យ។



វិញ្ញាសា៖ ធាតុវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេល៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ៖ ៧៥

លេខសម្ងាត់៖



សេចក្តីណែនាំ៖ ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្សែនៅទីពឹងទី២ ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីពឹងទី២ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី១១ (ថ្នាក់សង្គម)

សំណួរ

សំណួរ

- I. (១៥ពិន្ទុ) អេលីប E មួយមានសមីការទូទៅ៖ $9x^2 + 4y^2 + 18x - 24y + 9 = 0$ ។
- ក. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប E ។
 - ខ. រកប្រវែងអ័ក្សធំ និង អ័ក្សតូច ហើយរកកូអរដោនេនៃ ផ្ចិត កំពូល និង កំណុំនៃអេលីប E ។
- II. (៣០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x \neq -2, x \neq 2$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$ និងមានក្រាប C ។
- ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow -2} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ។
 - ខ. សិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
 - គ. គណនា $f(-3)$ និង $f(3)$ ហើយក្រាប C នៃអនុគមន៍ f ។

ស៊ី សំអុន

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ស៊ី សំអុន

ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា
វិទ្យាល័យមេតូឌីស្ទកម្ពុជា
ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
ឈ្មោះ: និងហត្ថលេខាអនុរក្ស:

លេខបន្ទប់:
លេខតុ:
មណ្ឌលប្រឡង:

សម័យបច្ចុប្បន្ន: ២០ សីហា ២០១៨
ឆ្នាំត្រកូលនិងឆ្នាំមង្គលៈ
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត:
ហត្ថលេខា:

លេខសម្ងាត់:

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្តរស្ទង់។

វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យាថ្នាក់សង្គម រយៈពេល: ៩០ នាទី ពិន្ទុ: ៧៥
លេខសម្ងាត់:

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ: ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្សែនៅទីពឹងទី២ ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើទីពឹងទី២ ទី៣ និងទី៤។

វិញ្ញាសាទី១២ (ថ្នាក់សង្គម)

សំណួរ

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត:

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{x^2 + 2 - 3x}$

II. (១០ពិន្ទុ) គ្រូបង្កកថ្នាក់បានជ្រើសរើសប្រធានក្រុមវេនសំអាតថ្នាក់ថ្ងៃចំនួន 6 នាក់នៃថ្នាក់រៀនមួយដែលមាន សិស្សប្រុសចំនួន 20 នាក់ និងសិស្សស្រីចំនួន 15 នាក់ ។ គណនាប្រូបាបខាងក្រោម:

- A «ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែប្រុស»
- B «ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែស្រី»
- C «ប្រធានក្រុមមានប្រុស 3 នាក់ និងស្រី 3 នាក់» ។

III. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យ $A(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 1$ ។

ក. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $A(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 1$ ។

ខ. គណនា $I(x) = \int A(x)dx$ ។

IV. (៣០ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 2}$ ហើយមានក្រាប C ។

- ក. រកដែនកំណត់ និងសិក្សាសញ្ញាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f ។
- ខ. សរសេរសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃក្រាប C ។
- គ. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់ក្រាប C ។

ឃ. ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 2} < 2x - 1$ ដោយប្រើក្រាប C ។

ស៊ី សំអុន

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ស៊ី សំអុន

ក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរមេ (o, \vec{i}, \vec{j}) : (ឯកតា 2cm) ។ គេមានអនុគមន៍ f និង g កំណត់លើសំណុំចំនួនពិត \mathbb{R} ដោយ៖ $f(x) = x - e^x$ និង $g(x) = (1 - x)e^x$ និង គេតាង (c) និង (c') ក្រាបនៃអនុគមន៍ f និង g នេះ។

- ក.
 - a. កំណត់លីមីតនៃអនុគមន៍ f និង g ត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$ ។
 - b. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (Δ) ដែលមានសមីការ $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (c) ។
 - c. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និង អនុគមន៍ g លើ \mathbb{R} ។
 - d. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និង អនុគមន៍ g ។
- ខ. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេតាង $h(x) = f(x) - g(x)$ ។
 - a. បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត x , $h'(x) = 1 - g(x)$ ។
 - b. ទាញយកទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍ h លើសំណុំចំនួនពិត។
 - c. ស្រាយបញ្ជាក់ថាក្រាប (c) និង (c') មានចំណុចប្រសព្វតែមួយគត់ដែលមានអាប៉ូស៊ីសរបស់វាតាងដោយ α នៅលើចន្លោះ $[1, 2]$ ។
 - d. សិក្សាទៅតាមតម្លៃនៃ α ទីតាំងធៀបគ្នារវាង (c) និង (c') ។
- គ. សង់បន្ទាត់ (Δ) និងក្រាប (c) និង (c') ។
- ឃ. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេតាង $\theta(x) = \int_0^x h(t)dt$ ។
 - a. ប្រើអាំងតេក្រាលដោយផ្នែកគណនា $\theta(x)$ ។
 - b. ទាញយកជារាងកន្សោមសនិទាននៃ α ផ្ទៃក្រឡាជា cm^2 នៃដែនដែលអមដោយក្រាប (c) និង (c') , អ័ក្សអរដោនេ និង បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $x = \alpha$ ។