ដំណោះស្រាយគណិតវិទ្យា QCM ប្រឡងចូលរៀនថ្នាក់វិស្វករសាលាតិចណូ ២០១៧

ធ្វើដំណោះស្រាយដោយ **ស៊ុំ សំអុន** និស្សិតថ្នាក់វិស្វករសាលាតិចណូ

∴ ∴ ∴

∴

១. គេឲ្យ E ជាសំណុំឫសទាំងអស់នៃសមីការ $x^2+5x+6=0$ ។

(ក) $E=\{-2\}$ (ខ) $E=\{-3\}$ (គ) $E=\{3,2\}$ (ឃ) $E=\{3,-2\}$ (ង) $E=\{-3,-2\}$

ដំណោះស្រាយ

តាម Vieta′s Theorem គេមាន $X^2-SX+P=0$ ដែល α និង β ជាឫសនៃសមីការនេះ គេបាន $\alpha+\beta=S$ និង $\alpha\cdot\beta=P$

ដើម្បី ឲ្យបានសមីការមានទម្រង់ $x^2+5x+6=0$ លុះត្រាតែ ផលបូកឫស $\alpha+\beta=-5$ និង $\alpha\cdot\beta=6$

∴ **ចម្លើយ** ង

សម្គាល់ យើងអាចដោះស្រាយតាមវិធីផ្សេងទៀតក៏បាន តែខ្លះអាចនឹងចំណាយពេលច្រើន ។

---

២. សំណុំ I នៃឫសទាំងអស់របស់វិសមីការ $2^{2x}-4\geq 0$ គឺ

(ក) $I=(-\infty;1)$ (គ) $I=(1;\infty)$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $I=[1;+\infty)$ (ឃ) $I=(-\infty;1]$

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $2^{2x}-4\geq 0$ នោះ

$$2^{2x}\geq 2^2$$
$$\Leftrightarrow 2x\geq 2$$
$$\Rightarrow x\geq 1$$

∴ **ចម្លើយ** ខ

---

៣. ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{1+x}-1}$ គឺ

(ក) -3 (ខ) 3 (គ) 2 (ឃ) -2 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+x}-1}=\lim_{x\to 0}\frac{x\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{x}$$
$$=\lim_{x\to 0}\sqrt{1+x}+1=2$$
$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+x}-1}=2$$

∴ **ចម្លើយ** គ

៤. តម្លៃនៃ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$ គឺ

(ក) 2 (ខ) 1 (គ) -2 (ឃ) 1 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2 x}{x^2}\quad\left(1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$=2\,(1)^2=2$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

៥. បើ $f'(x)$ ជាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)=(x-1)\,e^x$ នោះ

(ក) $f'(x)=e^x$

(ខ) $f'(x)=(x-1)\,e^x$

(គ) $f'(x)=(x-1)$

(ឃ) $f'(x)=2xe^x$

(ង) $f'(x)=xe^x$

ដំណោះស្រាយ

$$f(x)=(x-1)\,e^x$$
$$f'(x)=(x-1)'\,e^x+(e^x)'\,(x-1)$$
$$\text{Hint}:(u(x)\cdot v(x))'=u'(x)v(x)+v'(x)u(x)$$
$$=xe^x$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ង

---

៦. យក $f(x)=3\sin(2x+3)$ ជាអនុគមន៍ និង $f'(x)$ ជាដេរីវេនៃ $f(x)$ ។ គេបាន

(ក) $f'(x)=2\cos(2x+3)$

(ខ) $f'(x)=6\cos(2x+3)$

(គ) $f'(x)=3\cos(2x+3)$

(ឃ) $f'(x)=6\sin(2x+3)$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$f(x)=3\sin(2x+3)$$
$$f'(x)=3\,(2x+3)'\cos(2x+3)$$
$$\text{Hint}:(\sin u(x))'=u'(x)\cos u(x)$$
$$=6\cos(2x+3)$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ខ

---

៧. គេយក r ជាម៉ូឌុល និង θ ជាអាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $z=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ គេបាន

(ក) $r=4,\theta=\frac{3\pi}{4}$ (គ) $r=4,\theta=-\frac{3\pi}{4}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $r=4,\theta=\frac{\pi}{4}$ (ឃ) $r=4,\theta=-\frac{\pi}{4}$

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $z=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ នោះ $z=4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)=4\left[\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]$

$$\Rightarrow r=4,\theta=-\frac{\pi}{4}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ឃ

---

៨. ចូរគណនា $\int_0^1\left(6\sqrt{x}+6x\right)dx$ ស្មើនឹង

(ក) 7 (ខ) -7 (គ) $\frac{7}{6}$ (ឃ) $-\frac{7}{6}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\int_0^1\left(6\sqrt{x}+6x\right)dx$

$$=4\sqrt{x^3}+3x^2\Big|_0^1$$

$$\int_0^1\left(6\sqrt{x}+6x\right)dx=4\left(\sqrt{1^3}\right)+3\left(1\right)^2-0=7$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

៩. បើ $f(x)=\int 4xe^{x^2}dx$នោះ

(ក) $f(x)=4e^{x^2}+c$ (គ) $f(x)=2e^{x^2}+c$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $f(x)=e^{x^2}+c$ (ឃ) $f(x)=4xe^{x^2}+c$

ដំណោះស្រាយ

ដែល $f(x)=\int 4xe^{x^2}dx=2\int 2xe^{x^2}dx$ តាង $t=x^2\Rightarrow dt=2xdx$

នោះ $f(x)=2\int e^t dt=2e^t+c$

$$\Rightarrow f(x)=\int 4xe^{x^2}dx=2e^{x^2}+c$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** គ

---

១០. កន្សោម $S_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}$ ស្មើនឹង

(ក) $S_n = 2\left(1-2^{-n}\right)$

(ខ) $S_n = \dfrac{2^n - 1}{2}$

(គ) $S_n = \dfrac{1-2^n}{2}$

(ឃ) $S_n = 2\left(2^n - 1\right)$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

តាម $S_n = u_1 \cdot \dfrac{1-q^n}{1-q}$ ដែល $q = \dfrac{1}{2}$ ចំពោះ $0 < q < 1$

$$\Rightarrow S_n = 1 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1-(2)^{-n}}{\frac{1}{2}}$$

$$S_n = 2\left(1-2^{-n}\right)$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

១១. ក្នុងចំណោមអនុគមន៍ខាងក្រោម តើអនុគមន៍មួយណាមិនមែនជាអនុគមន៍ខួប?

(ក) $f_1(x) = \dfrac{8-\cos\left(\sqrt{2}x\right)}{4+\cos\left(\sqrt{2}x\right)}$

(ខ) $f_5(x) = \dfrac{\cos(5x)-\cos(3x)}{4+\cos(7x)+\cos(2x)}$

(គ) $f_2(x) = \dfrac{8-3\cos(\pi x)}{4+\cos(3\pi x)}$

(ឃ) $f_4(x) = \dfrac{8-\cos(3x)}{4+\cos(2x)}$

(ង) $f_3(x) = \dfrac{5+\cos(3\pi x)}{4+3\cos(3x)}$

ដំណោះស្រាយ

$\therefore$ **ចម្លើយ** ង

---

១២. គេឲ្យ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ជាវ៉ិចទ័រពីរក្នុងលំហដែល $\|\vec{a}\| = 3, \left\|\vec{b}\right\| = 4$ និង $\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\| = \sqrt{43}$ ។ ចូររកតម្លៃលេខនៃ $\left\|2\vec{a}+\vec{b}\right\|$ ។

(ក) 5 (ខ) 6 (គ) 7 (ឃ) 8 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\| = \sqrt{43} \Leftrightarrow \left\|\vec{a}-\vec{b}\right\|^2 = \sqrt{43}^2$

$$\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\|^2 = \|a\|^2 + \|b\|^2 - 2\vec{a}\cdot\vec{b}$$

$$\sqrt{43}^2 = 3^2 + 4^2 - 2\vec{a}\cdot\vec{b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = -9$$

និង $\left\|2\vec{a}+\vec{b}\right\|^2$

$$\left\|2\vec{a}+\vec{b}\right\|^2 = 4\|a\|^2 + \|b\|^2 + 4\vec{a}\cdot\vec{b}$$

$$= 4\cdot 3^2 + 4^2 + 4(-9) = 4^2$$

$$\Rightarrow \left\|2\vec{a}+\vec{b}\right\| = \sqrt{4^2} = 4$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ង

១៣. គេឲ្យវ៉ិចទ័របី $\vec{a}=(1,1,1)\,,\vec{b}=(1,-2,-1)\,,\vec{c}=(-1,-2,1)$ ។ ចូររកមាឌ V នៃតេត្រាអ៊ែតដែលកំណត់ដោយវ៉ិចទ័រទាំងបីនេះ ។

(ក) $V=4$ (ខ) $V=\frac{4}{3}$ (គ) $V=8$ (ឃ) $V=\frac{8}{3}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

មាឌតេត្រាអ៊ែត $V=\frac{1}{6}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\frac{1}{6}|-8|=\frac{4}{3}$

$$\frac{1}{6}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&-2&-1\\-1&-2&1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}-2&-1\\-2&1\end{vmatrix}-1\cdot\begin{vmatrix}1&1\\-1&1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}1&-2\\-1&-2\end{vmatrix}$$
$$=(-2-2)-(1-1)+(-2-2)=-8$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ខ

---

១៤. គេយក a,b ជាប្រវែងជ្រុងជាប់នឹងមុំកែង និង c ជាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុសនៃត្រីកោណកែងមួយ។ បើ a កើនឡើងដោយអត្រា 5cm/s នៅពេល $a=4\text{cm}$ និង b កើនឡើងដោយអត្រា 10cm/s នៅពេល $b=3\text{cm}$ ចូររកអត្រាកំណើននៃបរិមាត្រត្រីកោណនេះ ។

(ក) 20cm/s (ខ) 10cm/s (គ) 15cm/s (ឃ) 25cm/s (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $c^2=a^2+b^2$ (ពីតាគ័រ) និង $p=a+b+c$ (បរិមាត្រ)

គេបាន $2cdc=2ada+2bdb$ និង $dp=da+db+dc$

$$dc=\frac{ada+bdb}{c}=\frac{ada+bdb}{\sqrt{a^2+b^2}}$$
$$dc=\frac{4\cdot5+3\cdot10}{\sqrt{4^2+3^2}}=10\text{cm/s}$$
$$\Rightarrow dp=5\text{cm/s}+10\text{cm/s}+10\text{cm/s}=25\text{cm/s}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ឃ

---

១៥. ចូរគណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)=x^{x^{2017}}$ ។

(ក) $x^{x^{2017}}\left(2017\ln(x)+1\right)$

(ខ) $x^{x^{2017}+2016}\left(2016\ln(x)+1\right)$

(គ) $x^{x^{2017}+2016}\left(2017\ln(x)+1\right)$

(ឃ) $x^{x^{2017}+2016}\left(2017\ln(x)-1\right)$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$
\begin{aligned}
f(x) &= x^{x^{2017}} \\
\ln f(x) &= x^{2017}\ln x \\
\frac{f'(x)}{f(x)} &= 2017x^{2016}\ln x + x^{2016} \\
f'(x) &= f(x)x^{2016}\left(2017\ln x + 1\right) \\
f'(x) &= x^{x^{2017}}x^{2016}\left(2017\ln x + 1\right) \\
\Rightarrow f'(x) &= x^{x^{2017}+2016}\left(2017\ln x + 1\right)
\end{aligned}
$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** គ

---

១៦. តម្លៃនៃ $\lim\limits_{x\to 0}\left(x^{x^{2017}}\right)$ គឺ៖

(ក) 1 (ខ) 2 (គ) e (ឃ) e^{-1} (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

$$
\begin{aligned}
\lim_{x\to 0}\left(x^{x^{2017}}\right) &= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\ln\left(x^{x^{2017}}\right)} \\
&= e^{\lim\limits_{x\to 0^+} x^{2017}\ln x} \\
&= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\frac{1}{x^{2017}}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{d}{dx}(\ln x)}{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^{2017}}\right)}} \\
&= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{2017}{x^{2018}}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{x^{2017}}{-2017}} \\
&= e^0 = 1
\end{aligned}
$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

១៧. គេយក $a_{n+1} = \sqrt[3]{6+a_n}$ និង $a_0 = 0$ ។ ចូររកលីមីត A នៃស្វ៊ីត a_n ។

(ក) $A = 3$ (ខ) $A = 2$ (គ) $A = 1$ (ឃ) $A = 0$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

តាង $A > 0$ ជាលីមីតរបស់ស្វ៊ីត a_n

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty} a_{n+1} = A$$
$$\lim_{n\to+\infty} a_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} \sqrt[3]{6+a_n}$$
$$A = \lim_{n\to+\infty} \sqrt[3]{6+A}$$
$$A^3 = 6+A$$
$$A^3 - A - 6 = 0 \Rightarrow A = 2$$

$\therefore$ **ចម្លើយ ខ**

---

១៨. គេយក $f(x) = x^3 - 3x + m + 2$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។ ចូរកំណត់តម្លៃទាំងអស់នៃ m ដើម្បីឲ្យខ្សែកោងតាងអនុគមន៍នេះកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសបាន៣ចំណុចខុសគ្នា។

(ក) $m < -8$ (ខ) $-8 \le m < -4$ (គ) $-4 < m < 0$ (ឃ) $-4 \le m \le 0$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $f(x) = x^3 - 3x + m + 2$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0$$
$$\Rightarrow x = \pm 1$$

ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍នេះកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសបាន៣ចំណុចខុសគ្នា លុះត្រាតែ $f(-1)f(1) < 0$

គេបាន $(-1+3+m+2)(1-3+m+2) < 0$

$$(m+4)(m) < 0$$

$\Rightarrow m > -4$ និង $m < 0$ ឬ $-4 < m < 0$

$\therefore$ **ចម្លើយ គ**

---

១៩. គេមាន $f(x)$ ជាអនុគមន៍ កំណត់បាន និងមានអាំងតេក្រាលលើចន្លោះបិទ $[0;\pi]$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $f(\pi - x) = f(x)$ និង $I = \int_0^\pi xf(x)dx$។ គេបាន

(ក) $I = \frac{\pi}{3}\int_0^\pi f(x)dx$ (ខ) $I = \int_0^\pi f(x)dx$ (គ) $I = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi f(x)dx$ (ឃ) $I = \frac{\pi}{4}\int_0^\pi f(x)dx$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

---

២០. គេយក x_1, x_2 ជាឫសពីរនៃមីការ $x^2 - (3\sin t - \cos t)x - 8\cos^2 t = 0$ និង $G = x_1^2 + x_2^2$ ។ ចូររកតម្លៃតូចជាងគេ G_{min} និងតម្លៃធំជាងគេ G_{max} នៃកន្សោម G។

(ក) $G_{min} = 6, G_{max} = 16$ (គ) $G_{min} = 2, G_{max} = 4$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

(ខ) $G_{min} = 6, G_{max} = 19$ (ឃ) $G_{min} = 8, G_{max} = 18$

ដំណោះស្រាយ

ប្រើ Vieta's Theorem នោះ $x_1 + x_1 = -\frac{b}{a} = (3\sin t - \cos t)$ និង $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -8\cos^2 t$

យើងមាន $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \\ &= (3\sin t - \cos t)^2 - 2\left(-8\cos^2 t\right) \\ &= (3\sin t - \cos t)^2 + 16\cos^2 t \\ &= 9\sin^2 t - 6\sin t\cos t + 17\cos^2 t \\ &= (3\cos t - \sin t)^2 + 8\left(\sin^2 t + \cos^2 t\right) \\ &= (3\cos t - \sin t)^2 + 8 \ \ (*) \end{aligned}$$

ប្រើ Chauchy − Schwarz ដែល $\forall a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, និង $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n)^2 \le (a_1^2 + a_2^2 + \dots a_n^2)\left(b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2\right)$

សមភាពនេះកើតមានពេល $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots = \frac{a_n}{b_n}$

នោះ $(3\cos t - \sin t)^2 \le \left(3^2 + (-1)^2\right)\left(\sin^2 t + \cos^2 t\right)$

$(3\cos t - \sin t)^2 \le 10 \ (**)$

តាម $(*)$ និង $(**)$

គេបាន $(3\cos t - \sin t)^2 \le 10 + 8$

$\Rightarrow (3\cos t - \sin t)^2 \le 18$

គេបានតម្លៃធំបំផុត គឺ $G_{max} = 18$ និង តម្លៃតូចបំផុត គឺ $G_{min} = 8$

ចម្លើយ ឃ

---

២១. គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់បាន និងមានអាំងតេក្រាលលើចន្លោះ $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ។ ចូរគណនារកតម្លៃនៃ $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\cos x)}{f(\cos x) + f(\sin x)} dx$ ។

(ក) $I = \frac{\pi}{3}$ (ខ) $I = \frac{2\pi}{3}$ (គ) $I = \frac{\pi}{2}$ (ឃ) $I = \frac{\pi}{4}$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

ដោយ $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\cos x)}{f(\cos x) + f(\sin x)} dx \ \ (i)$

នោះ $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]}{f\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right] + f\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]} dx$

$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} dx \ \ (ii)$

គេបាន $(i) + (ii)$

$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{4}$$

ចម្លើយ ឃ

២២. ផលបូកនៃលេខខ្ទង់រាយ និងលេខខ្ទង់ដប់នៃ 2018^{2017} គឺ

(ក) 13 (ខ) 14 (គ) 5 (ឃ) 6 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

យើងអាចធ្វើ តាម $2018^{2017} \equiv 68 \pmod{100}$

ផលបូកនៃលេខខ្ទង់រាយ និងលេខខ្ទង់ដប់នៃ 2018^{2017} គឺ $6 + 8 = 14$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ខ

---

២៣. យក λ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (L_λ) ដែលកាត់តាមចំណុច $P(-1;2)$ ។ (C) ជាខ្សែកោងតាងសមីការ $y = x^2$ និង A_λ ជាក្រឡាផ្ទៃនៃដែនប្លង់ដែលខណ្ឌដោយ (L_λ) និង (C)។ តម្លៃនៃ λ ដែលនាំឲ្យ A_λ មានតម្លៃតូចជាងគេគឺ

(ក) $\lambda = 2$ (ខ) $\lambda = -2$ (គ) $\lambda = 3$ (ឃ) $\lambda = -3$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

---

២៤. ចូររកតម្លៃលេខនៃ $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ ។

(ក) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{2}$

(ខ) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{\sqrt{5}+1}}{2}$

(គ) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

(ឃ) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

តាង $\theta = \frac{\pi}{5},\ 0 < \cos\theta < 1$

$$5\theta = \pi$$

$$3\theta = \pi - 2\theta$$

$$\sin 3\theta = \sin(\pi - 2\theta)$$

$$3\sin\theta - 4\sin^3\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\sin\theta\left(3 - 4\sin^2\theta\right) = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$3 - 4\left(1 - \cos^2\theta\right) = 2\cos\theta$$

$$4\cos^2\theta - 2\cos\theta - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

ចម្លើយ គ

២៥. តាង $E = a + a^2 + a^4$ និង $F = a^3 + a^5 + a^6$ ដែល $a = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ និង $i^2 = -1$ ។

(ក) $\left(E = \frac{2+i\sqrt{7}}{2}, F = \frac{2-i\sqrt{7}}{2}\right)$

(ខ) $\left(E = \frac{1+i\sqrt{7}}{2}, F = \frac{1-i\sqrt{7}}{2}\right)$

(គ) $\left(E = \frac{-1+i\sqrt{7}}{2}, F = \frac{-1-i\sqrt{7}}{2}\right)$

(ឃ) $\left(E = \frac{-2+i\sqrt{7}}{2}, F = \frac{-2-i\sqrt{7}}{2}\right)$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

យើងមាន $E = a + a^2 + a^4$ និង $F = a^3 + a^5 + a^6$ នោះ

$$E + F = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 - 1 = \frac{a^7 - 1}{a - 1} - 1$$

$$a^7 = \cos\left[\left(\frac{2\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)\right]^7$$

$$= \cos(2\pi) + i\sin(2\pi) = 1$$

$$\Rightarrow E + F = \frac{1-1}{a-1} - 1 = -1$$

ពិនិត្យ៖ មានតែចម្លើយ (**គ**) តែមួយប៉ុណ្ណោះ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $E + F = \frac{-1+i\sqrt{7}}{2} + \frac{-1-i\sqrt{7}}{2} = -1$

$\therefore$ **ចម្លើយ** គ

---

២៦. យក x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 4$ ។
ចូររកតម្លៃតូចជាងគេ F_{min} និងតម្លៃធំជាងគេ F_{max} នៃកន្សោម $F = \sqrt{6}x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5$ ។

(ក) $F_{min} = -16, F_{max} = 16$

(ខ) $F_{min} = -6, F_{max} = 6$

(គ) $F_{min} = -4, F_{max} = 4$

(ឃ) $F_{min} = -12, F_{max} = 12$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 4$ និង $F = \sqrt{6}x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5$

ដោយប្រើ $\text{Chauchy} - \text{Schwarz}$ ដែល $\forall a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ និង $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n)^2 \le (a_1^2 + a_2^2 + \dots a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2)$$

សមភាពនេះកើតមានពេល $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots = \frac{a_n}{b_n}$

$$\left(\sqrt{6}x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5\right)^2 \le \left(\left(\sqrt{6}\right)^2 + (-4)^2 + 3^3 + (-2)^2 + 1^2\right)(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2)$$

$$F^2 \le (36)(4)$$

$$F \le \sqrt{36 \times 4} = \pm 12$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ឃ

២៧. គេមាន $E_n = \frac{20}{(5-4)(5^2-4^2)} + \frac{20^2}{(5^2-4^2)(5^3-4^3)} + \cdots + \frac{20^n}{(5^n-4^n)(5^{n+1}-4^{n+1})}$ និង $E = \lim\limits_{n\to+\infty} E_n$ ។ គេបាន

(ក) $E = 5$ (ខ) 4 (គ) 3 (ឃ) 2 (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

លំហាត់ អាចមើលដោយ ចំណាំបាន គឺ **ចម្លើយ** ខ គឺ $E = \lim\limits_{n\to+\infty} E_n = 4$

$$\begin{aligned}\frac{20^k}{(5^k-4^k)(5^{k+1}-4^{k+1})} &= \frac{a_k}{5^k-4^k} - \frac{a_{k+1}}{5^{k+1}-4^{k+1}}\\ &= \frac{a_k\left(5^{k+1}-4^{k+1}\right)}{5^k-4^k} - \frac{a_{k+1}\left(5^k-4^k\right)}{5^{k+1}-4^{k+1}}\\ &= \frac{5^k(5a_k-a_{k+1}) - 4^k(a_{k+1}-4a_k)}{(5^k-4^k)(5^{k+1}-4^{k+1})}\end{aligned}$$

$$5^k(5a_k-a_{k+1}) - 4^k(a_{k+1}-4a_k) = 4^k\cdot 5^k$$

$$\begin{cases}5a_k - a_{k+1} = 0\\ a_{k+1} - 4a_k = 5^k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a_{k+1} = 5a_k\\ a_{k+1} - 4a_k = 5^k\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a_{k+1} = 5^{k+1}\\ a_k = 5^k\end{cases}$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}\frac{20^k}{(5^k-4^k)(5^{k+1}-4^{k+1})} &= \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{5^k}{5^k-4^k} - \frac{5^{k+1}}{5^{k+1}-4^{k+1}}\right)\\ &= \frac{5}{5-4} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}-4^{n+1}}\\ \lim_{n\to+\infty} E_n &= \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{5-4} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}-4^{n+1}}\right)\\ &= \lim_{n\to+\infty}\left(5 - \frac{1}{1-\left(\frac{4}{5}\right)^{n+1}}\right)\\ &= 5 - 1 = 4\end{aligned}$$

$\therefore$ **ចម្លើយ ខ**

---

២៨. យក $a_1, a_2, \ldots, a_m$ ជាចំនួនគត់ធំជាងសូន្យដែលខុសគ្នាពីរៗ និងមានតួចែកបឋមតូចជាង 5 ។ បើ $F_m = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_m}$ គេបាន

(ក) $F_m < 3$ (ខ) $8 < F_m < 12$ (គ) $3 \le F_m \le 8$ (ឃ) $12 \le F_m < 20$ (ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

a_m មានតួចែកបឋម តូចជាង 5 នោះគេបាន a_m មានទម្រង់

$2^x\cdot 3^y$ ដែល $x, y \ge 0$ ជាចំនួនគត់

F_m មានតម្លៃអតិបរមា កាលណា ផលបូករាយ គ្រប់តម្លៃនៃ x, y ពីតូចទៅដល់ធំ ។

ហើយ $F_m < F_\infty, \forall m \in \mathbb{N}$

$$\text{យើងបាន } F_m < \sum_{x=0}^{\infty}\sum_{y=0}^{\infty}\frac{1}{2^x \cdot 3^y} = \left(\sum_{x=0}^{\infty}\frac{1}{2^x}\right)\left(\sum_{y=0}^{\infty}\frac{1}{3^y}\right)$$

$$F_m < \frac{1}{1-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = 2 \cdot \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow F_m < 3$$

$\therefore$ **ចម្លើយ** ក

---

២៩. គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍មានដេរីវេគ្រប់លំដាប់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $f(y) - f(x) = (y - x) f'\left(\frac{x+y}{2}\right)$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x និង y ។ នោះគេបាន

(ក) $f(x) = \dfrac{ax+b}{x^2+2}$

(ខ) $f(x) = ax^2 + bx + c$

(គ) $f(x) = \dfrac{x^2+ax+b}{x^2+9}$

(ឃ) $f(x) = x^6 + ax^4 + b$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

---

៣០. រកក្រឡាផ្ទៃនៃដែនប្លង់ដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាង $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$ និង $y = \dfrac{\cos x}{\sin^6 x + 1}$ ។

(ក) $\dfrac{\sqrt{3}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)+\pi}{8}$

(ខ) $\dfrac{\sqrt{3}\ln\left(2-\sqrt{3}\right)+\pi}{6}$

(គ) $\dfrac{\sqrt{3}\ln\left(2-\sqrt{3}\right)+\pi}{6}$

(ឃ) $\dfrac{\sqrt{3}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)+\pi}{6}$

(ង) ចម្លើយផ្សេង

ដំណោះស្រាយ

លំហាត់នេះបើធ្វើវែង ខ្ញុំ សូមធ្វើដំណោះស្រាយនៅពេលក្រោយ

ចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវគឺ **ចម្លើយ** ឃ

សូមអរគុណ

$\therefore \quad \therefore$