

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩
វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)
រយៈពេល ៩០ នាទី
ពិន្ទុ ៧៥
ប្រធានៈ

មណ្ឌលប្រឡង
លេខបន្ទប់
ឈ្មោះបេក្ខជន
ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០១

- I. ក្នុងថតតុងមួយមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 7 ក្បាល និងសៀវភៅភាសាខ្មែរ 5 ក្បាល។ សិស្សម្នាក់បានយកសៀវភៅ 4 ក្បាលព្រមគ្នា ចេញពីថតតុងដោយចៃដន្យ។
- ក. រកប្រូបាបដែល “សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង 4 ក្បាល”។
2. រកប្រូបាបដែល “សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ 1 ក្បាល យ៉ាងតិច”។
- II. អេលីប E មួយមានសមីការទូទៅ: $9x^2 + 4y^2 + 18x - 24y + 9 = 0$ ។
- ក. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប E។
2. រកប្រវែងអក្សធំ និងអក្សតូច ហើយរកកូអរដោនេនៃ ផ្ចិត កំពូល និងកំណុំនៃអេលីប E។
- III. អនុគមន៍ g កំណត់ចំពោះ $x \neq -1$ ដោយ $g(x) = \frac{4x-1}{(x+1)^2}$ ។
- ក. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $g(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq -1$ ។
2. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(x+1)^2 y' = 4x-1$ ចំពោះ $x \neq -1$ ដោយដឹងថា $y(0) = 2019$ ។
- IV. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x+1}$ ហើយមានក្រាប C។
- ក. រកដែនកំណត់ និងសិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍។
2. សរសេរសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃក្រាប C។
- គ. សង់តារាងអថេរភាព អាស៊ីមតូត និងក្រាប C នៃអនុគមន៍ f។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)
 រយៈពេល ៩០ នាទី
 ពិន្ទុ ៧៥
 ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង
 លេខបន្ទប់
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០២

- I. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' - 3y = 0$ ។
 ២. រកចម្លើយ y_p មួយនៃសមីការ (E) ដើម្បីឲ្យក្រាបនៃចម្លើយកាត់តាមចំណុច $M(0,1)$ ។
- II. អេលីប E មួយមានសមីការ $x^2 + 4y - 2x + 16y + 13 = 0$ ។
 - ក. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូល និងកំណុំនៃអេលីប E ។
 ២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងអេលីប E និងអ័ក្សអរដោនេ $y'Oy$ ។
- III. គេឲ្យ $A(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x \neq 1$ ។
 - ក. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $A(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 1$ ។
 ២. គណនា $I(x) = \int A(x)dx$ ។
- IV. អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ x ដោយ $y = f(x) = x + e^x$ ហើយមានក្រាប C ។
 - ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។
 ២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $d : y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។
 - គ. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
 - ឃ. គណនា $f(-1), f(0), f(1)$ ហើយសង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ។ គេយក $e = 2.7, e^{-1} = 0.4$ ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩
 វិទ្យាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)
 រយៈពេល ៩០ នាទី
 ពិន្ទុ ៧៥
 ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង
 លេខបន្ទប់
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៣

I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 + 6x + 1}{x^2 + 1}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{(x+1)^2}$

គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2 - \ln x)$

II. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 15 នាក់ ក្នុងនោះសិស្សប្រុស 9 នាក់ និងសិស្សស្រី 6 នាក់ ។
 គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ ដោយចៃដន្យជាតំណាងទៅសម្ភាសន៍ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

- A ក្រុមសិស្សទាំង 3 នាក់ សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី ។
- B ក្រុមសិស្សទាំង 3 នាក់ សុទ្ធតែជាសិស្សប្រុស ។
- C ក្រុមសិស្សទាំង 3 នាក់ មាន 2 នាក់ជាសិស្សស្រី ។

III. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម ៖

ក. $I = \int_1^2 (3x^2 - 2x + 3) dx$

ខ. $J = \int_0^1 (e^{2x} - e^x + 1) dx$

គ. $K = \int_1^2 \left(\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2} \right) dx$

IV. គេមានប៉ារ៉ាបូលមួយដែលមានកំពូលជាចំណុច O (0,0) និងកំណុំ F ស្ថិតនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

- ក. រកសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលនេះ បើគេដឹងថាវាកាត់តាមចំណុច $A\left(\frac{3}{2}; -3\right)$ ។
- ខ. រកកូអរដោនេរបស់កំណុំ សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស រួចសង់ប៉ារ៉ាបូលនេះ ។

V. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7}$ ។ យើងតាងដោយក្រាប C របស់វាលើតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (0,1,j) ។

- 1. រកដែនកំណត់ D នៃអនុគមន៍ f ។
- 2. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f(x) ត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូត d ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$ ។
- 3. ក. ស្រាយបំភ្លឺថាគ្រប់ចំនួនពិត $x \in D$, ដេរីវេ $f'(x) = \frac{-3(x^2 - 6x + 8)}{(x^2 - 5x + 7)}$ ។
 ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 គ. សង់ក្រាប C នៃអនុគមន៍ f ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩
វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)
រយៈពេល ៩០ នាទី
ពិន្ទុ ៧៥
ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង
លេខបន្ទប់
ឈ្មោះបេក្ខជន
ឋានៈលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៤

- I. គណនាលីមីត ៖
- ក. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x + 6} - 3}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
- II. ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌សចំនួន៣ និងប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន៦ ។ គេចាប់យកប៊ូល៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖
- A : “ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ស”

B : “ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ក្រហម”

C : “មានប៊ូលមួយពណ៌ក្រហម និងពីរទៀតពណ៌ស”
- III. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម ៖
- ក. $I = \int_1^3 (3x^2 + 2x + 1) dx$

ខ. $J = \int_0^1 (2e^x - 1) dx$

គ. $K = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x^2}\right) dx$
- IV. គេមានសមីការ $9x^2 + 25y^2 = 225$ ។
- ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប ។ រកប្រវែងអ័ក្សតូច ប្រវែងអ័ក្សធំ និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ ។

ខ. សង់អេលីបនេះ ។
- V. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R} - \{2\}$ ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ ។ យើងតាង C ជាក្រាបរបស់វា លើតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ។
1. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$ ។

2. សិក្សាអថេរភាព និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

3. a. រកចំនួនពិត a, b, c ដែលគ្រប់ $x \neq 2$; $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$ ។

b. គេតាង d ដែលមានសមីការ $y = x + 1$ ។ បង្ហាញថា d ជាអាស៊ីមតូតនៃ C ត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d ។

c. សង់ក្រាប C និង បន្ទាត់ d ។

[အမွှေး]

សូមសំណាងល្អ!

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង ១៩ សីហា ២០១៩
 វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)
 យុទ្ធសាស្ត្រ ៩០ នាទី
 ពិន្ទុ ៧៥
 ប្រធានៈ

មណ្ឌលប្រឡង
 លេខបន្ទប់
 ឈ្មោះបេក្ខជន
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន

១. (១០ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោមៈ

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^3 + x^2 + x - 1}{x^2 + 1}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{x+6}}{x^2 - 9}$

គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^2 + 3 - \frac{\ln x}{x^2} \right)$

២. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 12 ក្នុងនោះមានប៊ូលសំចំនួន 5 និងប៊ូលក្រហមចំនួន 7។ គេចាប់យកប៊ូល 4 ក្នុងពេលតែមួយ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

- ក. A : ចាប់បានប៊ូលសំទាំងអស់
- ខ. B : ចាប់បានប៊ូលក្រហម 3
- គ. C : ចាប់បានប៊ូលក្រហមយ៉ាងតិច 1 ។

៣. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គណនាអាំងតេក្រាលៈ $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} + \frac{1}{4} \right) dx$ និង $J = \int_1^e \left(2 + \frac{4}{x} \right) dx$

២. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 4}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 2$ និង $x \neq -2$ ។
 ចូរបង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x \neq 2$ និង $x \neq -2$ គេបាន $f(x) = 1 - \frac{3x}{x^2 - 4}$ រួចទាញរក $K = \int_1^3 f(x) dx$ ។

៤. (១០ ពិន្ទុ) គេមានសមីការ (E) : $y^2 = 36 - 4x^2$ ។

- ក. ចូរបង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប៊ីប៊ី ។ រួចកំណត់ ប្រវែងអ័ក្សតូច អ័ក្សធំ និងកូអរដោនេ កំពូល កំណុំទាំងពីរបស់វា ។
- ខ. សង់អេលីប៊ីប៊ី (E) ។

៥. (៣០ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq -1$ និង $x \neq 1$ ដែល $f(x) = \frac{x^2 - 9}{4(x^2 - 1)}$ មានក្រាបតាង (C) ។

- ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប (C) ។
- ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x \neq -1$ និង $x \neq 1$ គេបាន $f'(x) = \frac{4x}{(x^2 - 1)^2}$ ។
- គ. សិក្សាអថេរភាព និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- ឃ. សង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូត (T) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

សូមអានប្រធានលំហាត់ឲ្យបានច្បាស់មុនធ្វើលំហាត់!