

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
រយៈពេល: ១៥០ នាទី
ពិន្ទុ: ១២៥
ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង
លេខបន្ទប់ លេខតុ
ឈ្មោះបេក្ខជន
ហត្ថលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០១

I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{\sin 4x + \sin 5x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{1 - \sqrt{x} + 1}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2e^x - 2)(1 - \cos 2x)}{x^3}$

II. ក. ដោះស្រាយសមីការ $Z^2 - 2\sqrt{2}Z + 4 = 0$ ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច។ រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃឫសនីមួយៗរបស់សមីការនេះ។

ខ. សរសេរ $W = \left(\frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{\sqrt{2} - i\sqrt{2}} \right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

III. ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^2 (6x^2 - 3x - 1) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2\sin^2 x) dx$ ។

ខ. គេមាន f កំណត់លើ \mathbb{R}^* ដោយ $f(x) = -2 \left(\frac{x+1}{x^2} \right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$ ។

គណនា $K = \int_1^e f(x) dx$ ។ $\ln e = 1$

IV. ក្នុងផង់មួយមានប៊ូល 15 ដែលចែកជាប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន 7 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 7 នេះតាមលេខរៀងពី 1 ដល់ 7 រួចប៊ូលខៀវចំនួន 5 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 5 នេះតាមរៀងពី 1 ដល់ 5 ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន 3 និងគេសរសេរលេខលើប៊ូលទាំង 3 តាមលេខរៀងពីលេខ 1 ដល់ 3 ។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងផង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃប្រតិការណ៍ខាងក្រោម ៖

- ក. A : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង
ខ. B : ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស
គ. C : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស

V. 1. គេមានសមីការ $18x^2 + 10y^2 = 90$ ។

- ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប ។ រកប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ។
ខ. សង់អេលីបនេះ ។

2. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $M(2, 3, 4), N(3, 5, 6), P(4, 6, 7), Q(3, 4, 5)$ ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{QP}$
ខ. ទាញបង្ហាញថាចតុកោណ MNPQ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនេះ ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 2y' - 3y = 0$

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1, y'(1) = e$ ។ (e ជាចំនួនពិតដែល $\ln e = 1$)

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។

គេតាងក្រាបរបស់វាក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j})

1. ក. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$
ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 2$ ។

2. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x, f(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2$ ។
 2. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ \mathbb{R} និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
3. ក. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ។
 2. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_2 ។
4. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស 0 មានសមីការ $y = \frac{1}{4}x + 1$
 2. ដោយសន្មតថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ $\ln 3 = 1.09$ ចូរសង់ក្រាប C, d_1, d_2, d_3 នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ (O, \vec{i}, \vec{j}) ដោយកំណត់យក 1 ឯកតាស្មើ 2cm ។

ප්‍රශ්නය

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
រយៈពេល: ១៥០ នាទី
ពិន្ទុ: ១២៥
ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង
លេខបន្ទប់លេខតុ
ឈ្មោះបេក្ខជន
ឈ្មោះលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០២

- I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ ។
- ក. គណនា $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
- ខ. សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
- គ. គណនា $z_1^{2018} + z_2^{2018}$ រួចទាញការសន្និដ្ឋាន។
- II. គណនាលីមីត
- ក. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} + 2 - 2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{x} + 6 - 3}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x}{x}$ ង. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5 \sin 5x}{8x}$
- III. ក្នុងស្បែងមួយមានប៊ូលពណ៌ស 3 ពណ៌ខៀវ 3 និងក្រហម 2 ។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង 3 ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បែងដោយចៃដន្យ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖
- ក. A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូល 2 ពណ៌ខៀវ»។
- ខ. B : «ប៊ូលទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា»។
- គ. C : «ប៊ូល 1 គត់មានពណ៌ក្រហម»។
- IV. ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + 3 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 4x + \cos 2x) dx$ ។
- ខ. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = -\frac{2-x}{(x-1)^2}$ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$ ។ គណនា $K = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ។
- V. 1. គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ។ រកវ៉ិចទ័រ
- ក. $\vec{u} + \vec{v}$ ខ. $\vec{u} - \vec{v}$ គ. $\vec{u} \times \vec{u}$ ឃ. $\vec{v} \times \vec{v}$ ង. $\vec{u} \times \vec{v}$ ច. $\vec{v} \times \vec{u}$
2. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបដែលមានកំណុំមួយមានកូអរដោនេ $(-1, 0)$ និងចំណុចកំពូលពីរមានកូអរដោនេ $(-3, 0)$ និង $(3, 0)$ ។ សង់អេលីបនេះ។
- VI. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' + 2y = 2\frac{e^{-x}}{1 + 2e^x}$ ។
- ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍ f ដែល $f(x) = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។
- ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ ψ ជាចម្លើយនៃ (E) លុះត្រាតែ $(\psi - f)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E') : $y' + 2y = 0$ ។
- VII. A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + \ln x$ ។
1. ក. បង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ $(0, +\infty)$ ។
- ខ. គណនា $g(1)$ ។
2. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំនួរទី១ បញ្ជាក់ថា បើ $x \geq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \geq 1$ និងបើ $0 < x \leq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \leq 1$ ។
- ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម $x^2 + \ln x - 1$ កាលណា x នៅចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
រយៈពេល: ១៥០ នាទី
ពិន្ទុ: ១២៥
ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង
លេខបន្ទប់លេខតុ
ឈ្មោះបេក្ខជន
ឋានៈលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៣

I. គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{x^3 - x^2 + x - 1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{-x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - 3 \cos 4x}{\sin^2 x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sin 2x}$

II. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស៧៩នាក់ ដែលក្នុងនោះ ៤ នាក់ជាសិស្សស្រី និង ៦ ជាសិស្សប្រុស។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស ៤ នាក់ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សដទៃ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- ក. A : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»។
- ខ. B : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»។
- គ. C : «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»។

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ និង $z_2 = 6 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ ។

- ក. សរសេរ z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- ខ. រកម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់នៃ z_1^3 ។
- គ. សរសេរផលគុណ $z_1 \times z_2$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។

IV. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(-2, 1, 0), B(0, 1, 1), C(1, 2, 2)$ និង $D(0, 3, -4)$ ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ ។
- ខ. គណនាប្រវែង AB, AC, AD, BC, CD ។ ទាញបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ ABC និង ACD កែងគ្នាត្រង់ A ។ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទាំងពីរនេះ។

2. គេមានសមីការ $9y^2 - 16x^2 = 144$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល។ រកកូអរដោនេកំពូលទាំងពីរ និងកុំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូល។ រកសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែបូល និងសង់អ៊ីពែបូលនេះ។

V. 1. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^3 (x - 2 + 3x^3) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \cos x) dx$ ។

2. គេមានអនុគមន៍ $K = \int_0^1 \frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} dx$ កំណត់លើ \mathbb{R} ។
ដើម្បីគណនា K យើងត្រូវបង្ហាញថា $\frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} = x + 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$ ។

VI. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1$ និង $y'(1) = e^2$ ។

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + \frac{1 - 3e^x}{1 + e^x}$ គេតាងដោយ C ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

1. បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{1 + e^x}$ និងគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 1$ អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩
វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
រយៈពេល: ១៥០ នាទី
ពិន្ទុ: ១២៥
ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង
លេខបន្ទប់លេខតុ
ឈ្មោះបេក្ខជន
ឋានៈលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៤

- I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត ៖
- ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{1 - x^2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \sin x}}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin 3x}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x - 6}{x^2 + 3x - 4}$
- II. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = 1 + i\sqrt{3}$ និង $w = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)^3$
- ក. ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា z ជាឫសនៃសមីការ $z^2 - 2z + 4 = 0$ រួចទាញរកឫសមួយទៀតនៃសមីការនេះ ។
- ខ. ចូរសរសេរឫសទាំងពីរនៃសមីការ $z^2 - 2z + 4 = 0$ និង w ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- គ. ចូរសរសេរ w ជាចំនួនកុំផ្លិចទម្រង់ពីជគណិត រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{z}{w} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} + i \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ ។
- III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ូល ៥ ដោយក្នុងនោះមានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ ៣ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ៣ និងប៊ូលពណ៌ស ២ ត្រូវបានគេចុះលេខពី ១ ដល់ ២ ។ គេចាប់យកប៊ូល ២ ព្រមគ្នាក្នុងពេលតែមួយដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងប្រអប់នោះ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម ៖
- ក. A : "គេចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា"
- ខ. B : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣"
- គ. C : "គេចាប់បានប៊ូលដែលមានផលបូកលេខស្មើ ៣ ដោយដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា"
- IV. 1. (១០ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល ៖ $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{2} + x - 3 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1 - \sin 4x}{4x + \cos 4x} \right) dx$ ។
2. (៥ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ $f(x) = -\frac{4-x}{(x-3)^2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq 3$ បង្ហាញថា $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{(x-3)^2}$ ។
- គណនា $K = \int_0^2 f(x) dx$ ។
- V. ក. (៥ ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។
- ខ. (៥ ពិន្ទុ) រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយរបស់វាប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ដេក $y = 1$ ត្រង់ $x = 0$ ។
- VI. 1. (១០ ពិន្ទុ) ក. គេឲ្យខ្សែកោង (E) : $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ។ បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) ។
- ខ. កំណត់កូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ ប្រវែងអ័ក្សធំ និងប្រវែងអ័ក្សតូចនៃ (E) រួចសង់ខ្សែកោង (E) ។
2. (១០ ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសទៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុចបី $A(1, 2, 1), B(4, 2, 4), C(5, 3, 0)$ ។
- ក. រកប្រវែង AB, AC, BC រួចធ្វើការសន្និដ្ឋាននៃប្រភេទត្រីកោណ ABC ។
- ខ. គណនាផលគុណ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
- VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = -x^2 + 1 - 2 \ln x$ ។
- ក. ចូរគណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចទាញថាអនុគមន៍ g ជាអនុកម្មន៍ចុះដាច់ដាច់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។
- ខ. ចូរគណនាតម្លៃ $g(1)$ ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើ $(0, +\infty)$ ។

ផ្នែក B គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{9x^2 + 6 \ln x - 1}{2x^3}$ មានក្រាបតាង C ។

ក. ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប C ។

2. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = kg(x)$ ដែល k ជាចំនួនពិតត្រូវកំណត់ ។
គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ដោយប្រើលទ្ធផលផ្នែក A ។

គ. ចូរគណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ រួចទាញថា $f(x) = 0$ មានឫសតែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

ឃ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ T ប៉ះទៅនឹងក្រប C ត្រង់អាប់ស៊ីស 1 ។

ង. គណនា $f(2)$ រួចសង្ខេប C និងបង្ហាត់ T ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

အကျဉ်းချုပ်

[illegible]

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩

វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)

រយៈពេល: ១៥០ នាទី

ពិន្ទុ: ១២៥

ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង

លេខបន្ទប់ លេខគុ

ឈ្មោះបេក្ខជន

ឋានៈលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៥

I. ក្នុងចំណោមមួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4 ។ គេចាប់យកឃ្លី 3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

A: ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ក្រហម; B: យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពណ៌ខៀវ; C: ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា ។

II. គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2(x-2) + x^2 + x - 1}{1-x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{\sin 3x}$

គ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{2(\pi - 3x)}$

III. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 3i\sqrt{3}$ និង $z_2 = \sqrt{3} + i$ ។

ក. គណនា $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$

គ. សរសេរ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

ខ. សរសេរ $z_1 \times z_2$ និង $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

IV. គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int_1^2 (2-x+x^2) dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\cos 2x - \frac{1}{2} \cos 4x \right] dx$; $K = \int_2^3 \left(3x-2 + \frac{1}{x-1} \right) dx$ ។

V. 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច A (1;2;3), B (3;0;1), C (-1;0;1) និង D (2;1;2) ។

a. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ ។

b. បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

c. បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $n(0;1;-1)$ ជារ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ទៅនឹងប្លង់ (ABC) ។

2. គេមានសមីការ $(2x+3y)^2 = 12(xy+3)$ ។

បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប ។ រកប្រវែងអ័ក្សតូច អ័ក្សធំ កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងសង់អេលីបនេះ ។

VI. a. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល: (E) : $y'' + 4y' = 5y$ ។

b. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) បើគេដឹងថាក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច (0;3) ហើយបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -3 ។

VII. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(1; +\infty)$ ដោយ $f(x) = -x + 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ ។ គេតាងដោយ (C) ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ។

1. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 1 និងត្រង់ $+\infty$ ។

2. ស្រាយបំភ្លឺថានៅលើ $(1; +\infty)$ គេបានដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{-(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើ $(1; +\infty)$ ។

3. a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = -x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $+\infty$ ។

b. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x លើ $(1; +\infty)$ $\frac{x+1}{x-1} > 1$ និងទាញយកការប្រៀបធៀបទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង d_1 ។

- កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើ (C) ដែលបង្គាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិស $-\frac{5}{3}$ និងសរសេរសមីការបង្គាត់ប៉ះ d_2 នេះ។
- សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត d_1 និងបង្គាត់ប៉ះ d_2 ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល $\ln 3 = 1.1$ និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $(4.5; 0)$ ។

5. សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត d_1 និងបង្ហាត់ប៉ះ d_2 ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល $\ln 3 = 1.1$ និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $(4.5; 0)$ ។

အဖြေ

[illegible]

.....

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩

វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)

រយៈពេល: ១៥០ នាទី

ពិន្ទុ: ១២៥

ប្រធាន:

មណ្ឌលប្រឡង

លេខបន្ទប់លេខតុ

ឈ្មោះបេក្ខជន

ឈ្មោះលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៦

I. (១៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = (1 + i)^{10} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{20}$ ។

ក. សរសេរ z ជាទម្រង់ពីជគណិត និងទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ខ. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឲ្យ $xz + y\bar{z} = \sqrt{3}$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{x - 5\sqrt{x} + 4}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{6x - 2\pi}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + x - 1 + x^2(x - 2)}$

III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងចង្កូមមានបីចំណុចពណ៌ស ៥ ដើម កូនបីចំណុចខៀវ ៣ ដើម និងកូនបីចំណុចក្រហម ៤ ដើម ។ គេចាប់យកបីចំណុច ៣ ចេញព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A : “ចាប់បានបីចំណុចទាំង ៣ មានពណ៌ដូចគ្នា”

គ. C : “ចាប់បានបីចំណុចទាំង ៣ មានពណ៌ខុសគ្នា” ។

ខ. B : “ចាប់បានបីចំណុចខៀវ ២ គត់”

IV. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

១. ក. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x} dx$

ខ. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos^2 2x} dx$

គ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + 1) \sin 2x dx$

២. គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x \neq 1$ ។

កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x \neq 1$ រួចគណនា $K = \int_0^2 f(x) dx$ ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' - 2y = 4 \cos x$ ។

ក. កំណត់ចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (F) : $y' - 2y = 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $y(0) = 1$ ។

ខ. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដែលអនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = a \cos x + b \sin x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ (E) ។

គ. ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

VI. ១. (១០ ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការនៃកោនិច (P) : $(1 - 2x)^2 - 8(y + 1) + 7 + 4x = 0$ ។ បង្ហាញថា (P) ជាប៉ារ៉ាបូល ។

កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងសង់ក្រាបវា ។

២. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ប្រដាប់ដោយទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(-1; 2; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ និង $\overrightarrow{BC} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ។

ក. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច C ។ គណនាផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$ និងទាញរកកូស៊ីនុសនៃមុំ B ។

ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BA}$ និងកំណត់សមីការប្លង់កាត់តាម A; B; C ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A : អនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = (2 - x)e^{-x} - 2$ ។

ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។

ខ. គណនាដេរីវេ $g'(x)$, $g(0)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ $g(x)$ ។ ទាញរកសញ្ញានៃ g ទៅតាមតម្លៃនៃ x ។

ផ្នែក B : អនុគមន៍ $f(x) = \frac{2e^x + 1}{(x-3)e^x}$ មានក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

ក. រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ចុងដែនកំណត់។

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់នៃក្រាប C ។

ខ. ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ គេបាន $f'(x) = \frac{(2-x)e^{-x}-2}{(x-3)^2 e^{2x}}$ ។ រួចបង្ហាញថា $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f និងសង់ក្រាប C ។

បន្ថែម

សូមសំណាងល្អ!

ប្រធានទី០៧

- I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត: $A = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^2 - 2x + 1}{x} - \frac{1}{x} \right)$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - \sin 3x}{\sin^2 x + 4x}$, $C = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{\frac{\pi}{6} - x}$
- II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int \left(\frac{4x - 5x^2 + 6x^3}{x^3} \right) dx$, $J = \int_0^1 \left(\frac{1}{x^2 - 4x + 4} \right) dx$, $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x \sqrt{1 - \cos x}) dx$
- III. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ និង $z_2 = 3 + 3\sqrt{3}i$ ។ ក. គណនា $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
ខ. សរសេរស $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ គ. បង្ហាញថា $x = \left(\frac{9i}{4} \right)^{1008} \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{2016}$ ជាចំនួនពិត ។
- IV. (១០ ពិន្ទុ) ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 3y' = 4y$ ។
ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដោយដឹងថាក្រាបតាងអនុគមន៍ចម្លើយប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ T ដែលមានសមីការ $y + 4x = 0$ ត្រង់ចំណុច A (0,6) ។
- V. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងចង្កូមមានឃ្លីក្រហមចំនួន 3 ឃ្លីសចំនួន 2 និងឃ្លីខ្មៅចំនួន 4 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយៗចំនួន 3 ចេញមិនដាក់ចូលវិញដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន:
A : ឃ្លីទាំង 3 ជាឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា, B : ឃ្លីទី 1 និង 2 ជាឃ្លីពណ៌ស, C : ឃ្លីទាំង 3 ជាឃ្លីពណ៌ខុសគ្នា
- VI. (៣៥ ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយ (o, \vec{i}, \vec{j}) អនុគមន៍ f កំណត់ $x \in (-1, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + \frac{\ln(1+x)}{1+x}$ មានក្រាប (C) ។
១. អនុគមន៍ g កំណត់ $x \in (-1, +\infty)$ ដោយ $g(x) = (1+x)^2 - 1 + \ln(1+x)$ ។
ក. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ $g(x)$ ។ គណនា $g(0)$ ។
ខ. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីត រួចសិក្សាសញ្ញា $g(x), x \in (-1, +\infty)$ ។
២. ក. គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ដោយប្រើ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ។
រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។
ខ. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^2}$, $x \in (-1, +\infty)$ រួចសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ L មានសមីការ $y = x$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀប ។
ឃ. សង់ក្រាប (C) និង L ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។
គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និង L បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = 3$ ។
- VII. (២៥ ពិន្ទុ) ១. ក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច A (1,3,-1), B (3,0,1), C (2,1,-3) និងបន្ទាត់ L ដែលមានសមីការ $x = 2 - t, y = 2t$ និង $z = 1 - t, t \in \mathbb{R}$ ។
ក. បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C កំណត់បានប្លង់ ABC មួយ រួចកំណត់សមីការប្លង់ ABC ។
ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។ រកកូអរដោនេចំណុច M ប្រសព្វរវាងប្លង់ ABC និងបន្ទាត់ L ។
២. បញ្ជាក់សមីការ (E) : $4x^2 - 100 = 25y^2$ ជាអ៊ីពែបូល ។ រកកូអរដោនេផ្ចិត កំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត រួចសង់ ។

[illegible]

ប្រធានទី០៨

I. (១០ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -\sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ និង $z_2 = 1 + i$ ។

ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ខ. រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $w = \frac{z_1}{z_2}$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត: $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - \sqrt{x+15}}{x^2 - 1}$; $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\sin^2 5x}$; $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x^2 - 5x + 6) - \ln x]$

III. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int_1^2 (1 - 3x + 2x^2) dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} dx$

២. ក. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឲ្យ $\frac{3x^2 + 6x + 7}{(x+2)(x+3)} = a + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{x+3}$ ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R} - \{-2; -3\}$ ។

ខ. គណនាអាំងតេក្រាល $K = \int \frac{3x^2 + 6x + 7}{(x+2)(x+3)} dx$

IV. (១០ ពិន្ទុ) ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 4y' + 4y = 0$ ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) បើគេដឹងថាខ្សែកោង (H) តាងអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច $M(-1; 1)$ ហើយបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចនេះស្របនឹងបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = 2x + 3$ ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងចង់មួយមានបីចំណុចខៀវ 5 ដើម បីចំណុចក្រហម 4 ដើម និងបីចំណុចខ្មៅ 3 ដើម ។

គេចាប់យកបីចំណុច 4 ដើមព្រមគ្នាចេញពីចង់ដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

ក. A : បីចំណុចខៀវទាំង 4 ដើម ខ. B : បីចំណុចខៀវទាំង 4 ដើមមានចំណុចដូចគ្នា គ. C : យ៉ាងតិចមានបីចំណុច 3 ដើមពណ៌ដូចគ្នា ។

VI. (២៥ ពិន្ទុ) ១. គេមានសមីការ $4(5y - 2x)(2x + 5y) = -400$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល ។ រកកូអរដោនេផ្ចិតកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរ រួចសង់អ៊ីពែបូលនេះ ។

២. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេមាន $A(3; 2; -1), B(-6; 1; 1); C(4; -3; 3), D(-1; -5; -1)$ និង $H(1; -1; 3)$ ។

ក. គណនាប្រវែង AH ។ សរសេរសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច H ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AH) ។

ខ. បង្ហាញថា B; C; D ស្ថិតនៅលើប្លង់ (P) ។

គ. គណនាកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ BCD ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $I = (4; +\infty)$ ដោយ $f(x) = -2x + 5 + 3 \ln\left(\frac{x+1}{x-4}\right)$ និង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ដែលមានឯកតាលើអ័ក្ស $1cm$ ។

១. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ 4 និង $+\infty$ ។

២. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x \in I$ គេបាន $f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 7}{(x+1)(x-4)}$ ។ សិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x \in I$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការ $y = -2x + 5$ ជាអាស៊ីមតូតនៃ (C) ។

ខ. ចំពោះគ្រប់ $x > 4$ ចូរបង្ហាញថា $\frac{x+1}{x-4} > 1$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (D) ។

គ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដែលបន្ទាត់ (Δ) ប៉ះខ្សែកោង (C)

ត្រង់ចំណុចនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $-\frac{9}{2}$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (Δ) ។

ឃ. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D), (Δ) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ។ (គេឲ្យ $\ln 6 = 1.8$)

សូមអានប្រធានលំហាត់ឲ្យបានច្បាស់មុនធ្វើលំហាត់!

បង្ហាញ

សូមសំណាងល្អ!

ប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ

សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩

វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)

រយៈពេល: ១៥០ នាទី

ពិន្ទុ: ១២៥

ប្រធាន:

មន្ត្រីប្រឡង

លេខបន្ទប់ លេខតុ

ឈ្មោះបេក្ខជន

ឈ្មោះលេខាបេក្ខជន

ប្រធានទី០៩

I. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងកាបូបមួយមានប៊ិច 4 ដើម ខ្មៅ 3 ដើម និងបន្ទាត់ 2 ដើម។ សិស្សម្នាក់លូកចាប់យកវត្ថុ 3 ព្រមគ្នាចេញពីកាបូប ដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

ក. A : ចាប់បានប៊ិចទាំង 3 ដើម។ 2. B : ចាប់បានបន្ទាត់មួយដើមយ៉ាងតិច។ គ. C : ចាប់បានវត្ថុមួយមុខមួយដើម។

II. (១០ ពិន្ទុ) ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{3} + i$ និង $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

2. គណនា $z_1^6 + z_2^6$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត: ក. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 16}{\sqrt{2x} - 2}$ 2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos(2x - \pi)}{x - \frac{\pi}{2}}$ គ. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x+1} - e^{1-2x})$

IV. (១៥ ពិន្ទុ) ១. ចូរគណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int_1^2 \frac{(x-1)^2}{x^2} dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 - 2 \sin 2x}{(\sin x - \cos x)^2} dx$ ។

2. ក. កំណត់ចំនួនពិត A; B និង C ដើម្បីឲ្យ $\frac{3x^2}{x^3 - 1} = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + x + 1}, x \neq 1$ ។ 2. គណនាអាំងតេក្រាល $K = \int \frac{3x^2}{x^3 - 1} dx$

V. (១០ ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' - 4y = 0$ ។

2. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) បើគេដឹងថាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ចម្លើយកាត់តាមចំណុច (0;1) ហើយប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 9។

VI. (២៥ ពិន្ទុ) ១. ក. រកកូអរដោនេនៃកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល $P : 2y^2 + 8y + 3x - 4 = 0$ ។

2. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល P និងបន្ទាត់មានសមីការ $x = -2$ រួចសង់ប៉ារ៉ាបូល P។

2. គេមានកូអរដោនេនៃចំណុច M (2,1,0) ; N (1,-2,2) និង P (0,-2,1)។

ក. បង្ហាញថាចំណុច M, N និង P ជាកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណសមបាត។

2. សរសេរសមីការប្លង់ (α) ដែលកាត់តាមចំណុច M, N និង P។

គ. រកសមីការទូទៅស្វ៊ែរ (S) មួយដែលមានផ្ចិត A (1,2,-3) ហើយប៉ះទៅនឹងប្លង់ (α)។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ) ផ្នែក A គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0; +\infty)$ ដោយ $g(x) = 4x^2 + 1 - \ln x$ ។

ក. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $g'(x)$ លើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ។

2. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ $g(x)$ (ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីតត្រង់ 0 និង $+\infty$) រួចទាញរកសញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែក B គេមានអនុគមន៍ $f(x) = 4x - 4 + \frac{\ln x}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូណូម $(0; \frac{7}{4})$

ដែលមានឯកតាលើអ័ក្សស្មើនឹង 2cm។

ក. រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញរកអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C)។

2. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងបញ្ជាក់ថា $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ លើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$ ។

គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $\Delta : y = 4x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) រួចសិក្សាទីតាំងធៀបនៃក្រាប (C) និងបន្ទាត់ Δ ។

ឃ. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ Δ ក្នុងតម្រុយអរតូណូម $(0; \frac{7}{4})$ ។

ង. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងដែលខណ្ឌដោយខ្សែកោង អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e$ ។ (គេឲ្យ: $\ln 2 = 0.7$)

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

សម័យប្រឡង: ១៩ សីហា ២០១៩

វិញ្ញាសា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)

រយៈពេល: ១៥០ នាទី

ពិន្ទុ: ១២៥

ប្រធាន:

មណ្ឌលប្រឡង

លេខបន្ទប់ **លេខតុ**

ឈ្មោះបេក្ខជន

ឈ្មោះលេខាបេក្ខជន

១. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីត: $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)^2 - 2x + 2}{1-x^2}$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-9 \sin 3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$, $C = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{1 - \sqrt{2} \cos x}$

២. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = (\sqrt{3} + 1) + i(\sqrt{3} - 1)$ និង $z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។

ក. គណនា $z = z_1 \times z_2$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។

ខ. សរសេរ z និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។ ទាញរកទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃ z_1 ។

៣. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលលក់ទាំងអស់ 12 ដែលក្នុងនោះមានប៊ូលក្រហម 3 ប៊ូលខៀវ 4 និងប៊ូលបៃតង 5 ។

គេចាប់យកប៊ូលម្តងមួយៗចំនួន 3 ចេញដោយមិនដាក់ចូលវិញដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន:

ក. A : ប៊ូលទាំង 3 មានពណ៌ដូចគ្នា។ ខ. B : ប៊ូលពីរដំបូងមានពណ៌ដូចគ្នា។ គ. C : ប៊ូលទាំង 3 មានពណ៌ខុសគ្នា។

៤. (១៥ ពិន្ទុ) ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \left(6x^2 + 4x - \frac{1}{x} + 4 \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (2 \cos 2x - 4 \sin 2x) dx$ ។

ខ. គេឲ្យ $f(x) = \frac{3x-1}{(x-2)^2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq 2$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = \frac{3}{x-2} + \frac{5}{(x-2)^2}$, $x \neq 2$ ។ ទាញរក $K = \int_1^4 f(x) dx$ ។

៥. (១០ ពិន្ទុ) ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - y = 2(y - y')$ ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) ដោយក្រាបនៃចម្លើយរបស់វាប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ (L) : $2y - 4x - 1 = 0$ ត្រង់ចំណុច P (0, 6) ។

៦. (២៥ ពិន្ទុ) ១. គេមានសមីការ $2(6y - 3x)(3x + 6y) = -648$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល។

រកកូអរដោនេផ្ចិត កំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរ រួចសង់អ៊ីពែបូលនេះ។

២. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេមានចំណុច A (0; 4; 1), B (2; 0; 5); C (2; 2; 1), D (0; 6; -3) ។

ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ABCD ជាប្រលេឡូក្រាម។

ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}$ ។ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម ABCD ។

៧. (៣៥ ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$ មានក្រាបតាង (C) ។

1. ក. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$

ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ (Δ) ដែលមានសមីការ $y = x + 2$ ។

2. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ។

ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ \mathbb{R} និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

3. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x , $f(x)$ អាចសរសេរជាពីរទម្រង់គឺ $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$ និង $f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតគឺ: $(d_1) : y = x$ ខាង $+\infty$ និង $(d_2) : y = x + 4$ ខាង $-\infty$ ។

ខ. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងអាស៊ីមតូតទាំងពីរ (d_1) និង (d_2) ។

4. ក. គណនា $f(-x) + f(x)$ ។ ទាញថាចំណុច I (0, 2) ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

ខ. គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ ។ រួចសង់ក្រាប (C), (Δ), (d_1) និង (d_2) ។ បើ $\frac{e-1}{e+1} = 0.5$, $\frac{e^2-1}{e^2+1} = 0.8$

សូមសំរោងឡ!