

លំហាត់ទី១០

គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7}$ ។

យើងតាងដោយ (C) ក្រាបរបស់វាលើតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

1. រកដែនកំណត់ D នៃអនុគមន៍ f ។
2. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ $f(x)$ ត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$ ។
 ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូត d ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$ ។
3. a. ស្រាយបំភ្លឺថាគ្រប់ចំនួនពិត $x \in D$; ដេរីវេ $f'(x) = \frac{-3(x^2 - 6x + 8)}{(x^2 - 5x + 7)^2}$ ។
 b. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 c. សង់ក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ f ។

ដំណោះស្រាយ

1. រកដែនកំណត់ D នៃអនុគមន៍ f

$$\text{យើងមាន } f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7}$$

$$f(x) \text{ មានន័យលុះត្រាតែ } x^2 - 5x + 7 \neq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(7) = 25 - 28 = -3 < 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 7 \text{ មានសញ្ញាដូចមេគុណ} a$$

$$\text{យើងបាន } x^2 - 5x + 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{ដូចនេះ: } \boxed{D_f = \mathbb{R}}$$

2. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ $f(x)$ ត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(2 - \frac{7}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{5}{x} + \frac{7}{x^2}\right)} = 2$$

អ្យូបអ្យូងដោយ លីម សីហា គ្រូគណិតវិទ្យាវិទ្យាល័យសម្តេចខ្ចី ខេត្តសៀមរាប

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(2 - \frac{7}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{5}{x} + \frac{7}{x^2}\right)} = 2$$

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូត d ទៅនឹងក្រាប(C) ត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ ដូចនេះ បន្ទាត់ $y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C)

3. a. ស្រាយបំភ្លឺថាគ្រប់ចំនួនពិត $x \in D$; ដេរីវេ $f'(x) = \frac{-3(x^2 - 6x + 8)}{(x^2 - 5x + 7)^2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7} \right)' = \frac{(4x - 7)(x^2 - 5x + 7) - (2x - 5)(2x^2 - 7x + 5)}{(x^2 - 5x + 7)^2} \\ &= \frac{-3x^2 + 18x - 24}{(x^2 - 5x + 7)^2} \\ &= \frac{-3(x^2 - 6x + 8)}{(x^2 - 5x + 7)^2} \end{aligned}$$

ដូចនេះ $x \in D$; ដេរីវេ $f'(x) = \frac{-3(x^2 - 6x + 8)}{(x^2 - 5x + 7)^2}$

b. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow -3(x^2 - 6x + 8) = 0 \\ &\Leftrightarrow -3x^2 + 18x - 24 = 0 \\ &\Leftrightarrow (-3x + 6)(x - 4) = 0 \\ &\Rightarrow \begin{cases} -3x + 6 = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

តារាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
f'(x)	-	0	+	0	-

រៀបរៀងដោយ លីម សីហា គ្រូគណិតវិទ្យាវិទ្យាល័យសម្តេចខ្ញី ខេត្តសៀមរាប

- $f'(x) > 0$ ពេល $x \in (2, 4) \Rightarrow$ អនុគមន៍ f កើនលើចន្លោះ $x \in (2, 4)$
- $f'(x) < 0$ ពេល $x \in (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$
 \Rightarrow អនុគមន៍ f ចុះលើចន្លោះ $x \in (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

បរមាធៀប

- ត្រង់ $x = 2$; $f'(x) = 0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី- ទៅ+ យើងបាន f មានអប្បបរមាធៀបមួយគឺ

$$f(2) = \frac{2(2)^2 - 7(2) + 5}{(2)^2 - 5(2) + 7} = -1$$

- ត្រង់ $x = 4$; $f'(x) = 0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី+ ទៅ- យើងបាន f មានអតិបរមាធៀបមួយគឺ

$$f(4) = \frac{2(4)^2 - 7(4) + 5}{(4)^2 - 5(4) + 7} = 3$$

តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	0	-
$f(x)$	2	-1	3	2

c. សង់ក្រាប(C) នៃអនុគមន៍ f

$$(C) \cap (x'ox) \Leftrightarrow y = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0$$

$$\text{មានរាង } a + b + c = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$$

$$(C) \cap (y'oy) \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = \frac{2(0)^2 - 7(0) + 5}{(0)^2 - 5(0) + 7} = \frac{5}{7}$$

$$(C) \cap (d) : y = 2 \Leftrightarrow 2 = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7} \Rightarrow x = 3$$

