

Raport - Zaawansowane metody klasyfikacji oraz analiza skupień – algorytmy grupujące i hierarchiczne

Filip Michewicz 282239
Wiktor Niedźwiedzki 258882

18 czerwca 2025 Anno Domini

Spis treści

1	Zaawansowane metody klasyfikacji	2
1.1	Rodziny klasyfikatorów/uczenie zespołowe	2
1.2	Metoda wektorów nośnych (SVM)	3
1.2.1	Jądro liniowe	3
1.2.2	Jądro wielomianowe	4
1.2.3	Jądro radialne (RBF)	7
1.2.4	Jądro sigmoidalne	10
1.3	Porównanie metod	12
1.4	Wnioski	12
2	Analiza skupień – algorytmy grupujące i hierarchiczne	13
2.1	Charakterystyka danych	13
2.2	Wyniki grupowania	17
2.2.1	k-średnie	17
2.2.2	Partitioning Around Medoids (PAM)	20
2.2.3	Agglomerative Nesting (AGNES)	22
2.2.4	Divisive clustering (DIANA)	25
2.3	Ocena jakości grupowania i wizualizacja najlepszych wyników	27
2.3.1	Ocena	27
2.3.2	Wizualizacja	30
2.4	Wnioski	36
3	Podsumowanie	36

Spis wykresów

1	Pojedyncze drzewo klasyfikacyjne	2
2	Liczność poszczególnych typów szkła	14
3	Wykres pudełkowy, zmienne bez standaryzacji	15
4	Wykres pudełkowe, po standaryzacji	16
5	Wizualizacja danych, PCA	17
6	Wizualizacja danych po grupowania metodą k-średnich - PCA	18
7	Zależność współczynnika załamania światła od procentu masowego sodu z kolorami i kształtami klas - zaznaczone centroidy z metody k-średnich	19
8	Wizualizacja danych po grupowania metodą PAM - PCA	20
9	Zależność współczynnika załamania światła od procentu masowego sodu z kolorami i kształtami klas - zaznaczone medoidy z metody PAM	21

10	AGNES: single linkage	23
11	AGNES: complete linkage	24
12	AGNES: average linkage	25
13	AGNES: average linkage	26
14	AGNES: average linkage	27
15	Connectivity	28
16	Dunn	29
17	Silhouette	30
18	PCA, kolory - rzeczywiste, kształt - wyniki, k=2	31
19	Wykres RI od Na, aby pokazać gdzie są wyznaczone centra skupień, k=2	32
20	coś, k=2	33
21	coś, z medoidami, k=2	34
22	AGNES: complete lineage, k=2	35
23	DIANA, k=3	36

Spis tabel

1	Poprawa dokładności klasyfikacji za pomocą drzewa klasyfikacyjnego, z podziałem na algorytmy uczenia zespołowego oraz liczbę replikacji	3
2	Jądro liniowe - bez skalowania	4
3	Jądro liniowe - ze skalowaniem	4
4	Jądro wielomianowe - wielokrotny podział, bez skalowania	4
5	Jądro wielomianowe - wielokrotny podział, ze skalowaniem	5
6	Jądro wielomianowe - cross-validation, bez skalowania	5
7	Jądro wielomianowe - cross-validation, ze skalowaniem	6
8	Jądro wielomianowe - bootstrap, bez skalowania	6
9	Jądro wielomianowe - bootstrap, ze skalowaniem	6
10	Dokładność klasyfikacji w zależności od stopnia wielomianu — metoda wielokrotnego podziału z użyciem najlepszej kombinacji parametrów gamma i C	7
11	Jądro radialne - wielokrotny podział, bez skalowania	7
12	Jądro radialne - wielokrotny podział, ze skalowaniem	7
13	Jądro radialne - cross-validation, bez skalowania	8
14	Jądro radialne - cross-validation, ze skalowaniem	8
15	Jądro radialne - bootstrap, bez skalowania	8
16	Jądro radialne - bootstrap, ze skalowaniem	9
17	Jądro radialne - bootstrap, ze skalowaniem - zmienione parametry C i gamma	9
18	Jądro sigmoidalne - wielokrotny podział, bez skalowania	10
19	Jądro sigmoidalne - wielokrotny podział, ze skalowaniem	10
20	Jądro sigmoidalne - cross-validation, bez skalowania	11
21	Jądro sigmoidalne - cross-validation, ze skalowaniem	11
22	Jądro sigmoidalne - bootstrap, bez skalowania	11
23	Jądro sigmoidalne - bootstrap, ze skalowaniem	11
24	Opis zmiennych w zbiorze danych Glass	13
25	Macierz pomyłek - k-średnie	19
26	Dane medoidów	21
27	Macierz pomyłek - PAM	22
28	Macierz błędów; agnes, najbliższy sąsiad	23
29	Macierz błędów; agnes, najdalszy sąsiad	24
30	Macierz błędów; agnes, średnia odległość	25
31	Macierz błędów; agnes, średnia odległość	26
32	Macierz błędów; agnes, średnia odległość	27
33	Dane medoidów, k=2	34

1 Zaawansowane metody klasyfikacji

W pierwszej części zadania zastosujemy algorytmy *ensemble learning* (bagging, boosting i random forest) w celu poprawy dokładności cech klasyfikacyjnych. W drugiej natomiast poznamy i ocenimy nową metodę klasyfikacji - metodę wektorów nośnych (SVM).

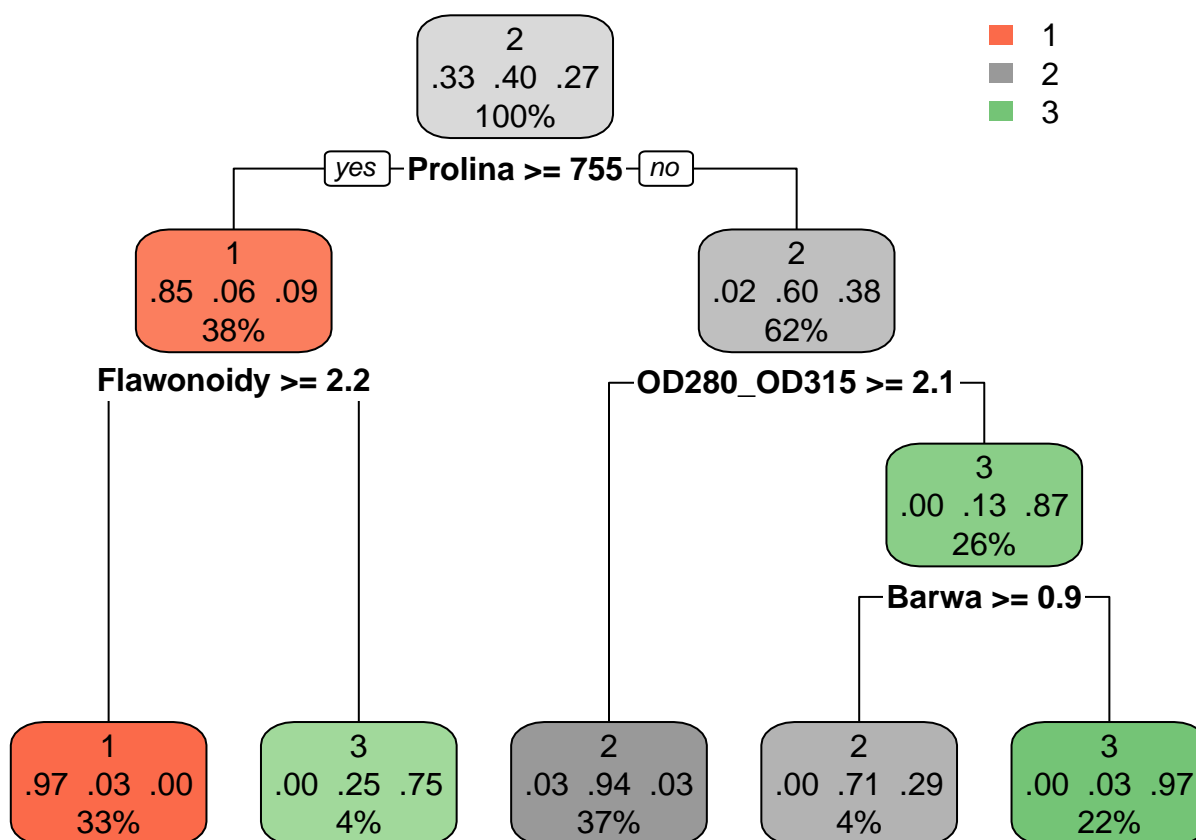
Zadanie zostanie wykonane na zbiorze danych *wine*, którego szczegółowy opis znajduje się w poprzednim raporcie.

1.1 Rodziny klasyfikatorów/uczenie zespołowe

Wyróżniamy trzy algorytmy uczenia zespołowego (ang. ensemble learning):

- **Bagging** - generujemy B-bootstradowych replikacji zbioru uczącego, na podstawie których tworzymy B klasyfikatorów. Następnie łączymy je w klasyfikator zagregowany, który przydziela dane cechy do klas za pomocą reguły “głosowania większości” (w przypadku remisu wybiera losowo). Każdy klasyfikator powstaje niezależnie (w sensie takim, że wyniki poprzednich nie mają wpływu na generowanie nowych).
- **Boosting** - podobnie jak w bagging, tworzymy klasyfikator zagregowany złożony z wielu pojedynczych klasyfikatorów. Jednak różnica jest taka, że klasyfikatory powstają sekwencyjnie. Na początku każda cecha w zbiorze ma przypisaną taką samą wagę. Z każdą kolejną iteracją natomiast waga zwiększa się dla uprzednio źle sklasyfikowanych przypadków.
- **Random forest** (dla drzew klasyfikacyjnych) - metoda podobna do bagging z tą różnicą, że klasyfikatory powstają na podstawie różnych m-elementowych podzbiorach cech (m mniejsze bądź równe wszystkim cechom).

Na wykresie przedstawiono pojedyncze drzewo klasyfikacyjne.



Wykres 1: Pojedyncze drzewo klasyfikacyjne

Błąd estymowany metodą bootstrap .632+ wynosi 9.1%. Na jego podstawie określimy poprawę modelu po zastosowaniu metod uczenia zespołowego.

MOŻESZ DAĆ TU WZÓR ŻE POPRAWĘ DEFINIUJEMY JAKO (błąd jednego drzewa - błąd metody)/ błąd jednego drzewa * 100% w Latechuj

W tej części analizy do oceny wydajności modelu zostanie wykorzystana wyłącznie metoda .632+, ponieważ koryguje ona obciążenie estymatora (bias) i dostarcza bardziej wiarygodnej oceny błędu generalizacji, zwłaszcza przy ryzyku przeuczenia i ograniczonej liczbie próbek.

Tabela 1: Poprawa dokładności klasyfikacji za pomocą drzewa klasyfikacyjnego, z podziałem na algorytmy uczenia zespołowego oraz liczbę replikacji

Algorytm uczenia zespołowego	Liczba replikacji							
	1	5	10	20	30	40	50	100
Bagging	41.52	25.72	42.43	63.67	56.94	63.24	65.60	65.03
Random Forest	87.65	83.70	86.83	89.45	82.73	88.72	82.30	84.78
Boosting	72.95	67.31	67.28	73.75	63.21	67.37	70.96	71.30

1.2 Metoda wektorów nośnych (SVM)

W tej części przeprowadzona będzie klasyfikacja na podstawie metody wektorów nośnych, z podziałem na różne funkcje jądrowe.

Metoda SVM jest jedną z najczęściej stosowanych technik uczenia maszynowego w zadaniach klasyfikacyjnych. Jej podstawowym celem jest wyznaczenie hiperpłaszczyzny maksymalnie oddzielającej obserwacje należące do różnych klas, przy jednoczesnym maksymalizowaniu marginesu między klasami.

Dzięki zastosowaniu funkcji jądrowych (kernel functions), SVM umożliwia również skuteczną klasyfikację danych nieliniowo separowalnych poprzez odwzorowanie ich do przestrzeni o wyższej liczbie wymiarów. W niniejszej analizie zostaną porównane różne funkcje jądrowe, w tym liniowa, wielomianowa oraz radialna (RBF), w kontekście ich wpływu na jakość klasyfikacji.

1.2.1 Jądro liniowe

Przeanalizowano skuteczność klasyfikacyjną z zastosowaniem **jądra liniowego**, zarówno **bez skalowania danych**, jak i **po ich skalowaniu**.

Porównanie wyników dla obu wariantów (ze skalowaniem i bez) pozwala ocenić wpływ przeskalowania zmiennych na jakość klasyfikacji. Ponieważ SVM opiera się na obliczeniach odległości i iloczynów skalarnych, skalowanie danych może znacząco wpłynąć na działanie algorytmu, szczególnie gdy zmienne wejściowe różnią się skalą lub jednostką.

Za każdym razem skuteczność modelu oceniano trzema metodami: **wielokrotnego podziału**, **bootstrapu** oraz **krosvalidacji**. W pierwszych dwóch przypadkach stosowano podział danych w stosunku **2:1** (czyli 2/3 zbioru do nauki, 1/3 do testowania), natomiast **krosvalidację** przeprowadzono z użyciem **10 zbiorów** (10-fold), przy czym model trenowano na 9 częściach, a testowano na jednej. Wszystkie podawane wartości dokładności odnoszą się do skuteczności modelu na zbiorze testowym.

Tabela 2: Jądro liniowe - bez skalowania

Metoda	Współczynnik kary - C						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
Wielokrotny podział	40.00	98.17	97.00	95.50	96.50	96.33	95.67
Cross-validation	45.08	57.14	92.88	93.63	93.63	93.63	93.63
Bootstrap	37.37	95.86	97.21	97.47	95.47	96.75	96.23
Średnio	40.82	83.72	95.70	95.53	95.20	95.57	95.18

Tabela 3: Jądro liniowe - ze skalowaniem

Metoda	Współczynnik kary - C						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
Wielokrotny podział	38.50	97.50	97.17	96.50	96.00	96.50	96.00
Cross-validation	32.71	50.63	93.26	93.07	93.07	93.07	93.07
Bootstrap	38.65	96.34	97.28	95.46	97.25	96.45	96.80
Średnio	36.62	81.49	95.90	95.01	95.44	95.34	95.29

Z analizy Tabeli 2. oraz Tabeli 3. wynika, że optymalną wartością współczynnika kary - **C** w klasyfikacji SVM z jądrem liniowym jest **0.1**. Dla tej wartości obserwuje się najwyższą średnią skuteczność klasyfikacji zarówno bez skalowania, jak i po skalowaniu danych. Ponadto, zastosowanie skalowania cech nieznacznie poprawia wyniki, co wskazuje na korzystny wpływ normalizacji na efektywność modelu.

Wyższe wartości parametru **C** nie przekładają się na istotną poprawę skuteczności klasyfikacji, a w niektórych przypadkach powodują nawet jej nieznaczny spadek. Wynika to z faktu, że zbyt duża wartość **C** powoduje nadmierne dopasowanie modelu do danych treningowych (overfitting). W konsekwencji, mimo że model stara się minimalizować błędy na zbiorze treningowym, jego efektywność na danych testowych nie ulega poprawie, co potwierdzają uzyskane wyniki.

1.2.2 Jądro wielomianowe

Przeanalizowano skuteczność klasyfikacyjną z zastosowaniem **jądra wielomianowego**, zarówno **bez skalowania danych**, jak i **po ich skalowaniu**.

Podobnie jak w przypadku jądra liniowego, porównanie wyników dla obu wariantów pozwala ocenić wpływ przeskalowania zmiennych na jakość klasyfikacji. W przypadku jądra wielomianowego, oprócz parametru **C**, uwzględniany jest także dodatkowy parametr **gamma**, który wpływa na działanie funkcji jądrowej i może modyfikować złożoność granicy decyzyjnej. Skalowanie cech ma zatem istotne znaczenie również ze względu na większą liczbę parametrów wrażliwych na różnice w skali danych.

Tabela 4: Jądro wielomianowe - wielokrotny podział, bez skalowania

Współczynnik kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	36.33	41.33	95.67	95.00	95.00	95.50	94.33	94.00	95.83	95.83	95.33	96.83
0.01	39.67	38.00	94.50	95.17	93.67	95.17	95.33	96.33	94.67	95.17	92.50	95.50
0.1	38.33	84.17	96.33	94.83	94.50	96.00	95.50	94.67	97.33	94.17	95.17	95.83
1	40.00	95.33	94.67	95.67	95.17	95.67	94.83	94.50	94.33	95.17	96.00	94.83
10	41.17	96.50	95.67	95.83	96.17	96.17	96.50	95.67	96.83	96.00	94.83	94.33

Tabela 4: Jądro wielomianowe - wielokrotny podział, bez skalowania
(kontynuacja)

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
100	81.50	95.67	96.00	95.17	96.00	95.00	95.33	94.33	93.67	95.67	95.83	95.83
1000	96.50	94.17	96.33	94.50	96.00	96.17	96.50	96.33	96.17	96.50	95.33	95.50

Tabela 5: Jądro wielomianowe - wielokrotny podział, ze skalowaniem

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	38.83	41.50	95.33	93.50	95.67	95.50	94.33	96.50	95.00	95.50	94.83	96.17
0.01	38.50	42.50	95.17	95.50	94.50	96.17	95.67	95.67	95.17	96.17	95.33	96.50
0.1	33.50	88.17	95.33	96.00	95.83	96.00	95.33	96.33	95.83	95.17	95.50	95.17
1	39.17	95.17	94.67	94.83	95.17	95.17	94.67	95.67	94.33	96.17	94.50	94.00
10	44.67	95.17	96.00	96.00	94.00	94.17	95.83	95.00	95.17	96.00	95.00	93.83
100	81.33	95.50	94.50	96.17	94.17	93.67	95.83	95.33	96.50	95.00	96.17	95.33
1000	96.00	94.17	95.33	96.17	95.17	96.33	95.50	94.33	94.33	93.67	96.33	95.50

Tabela 6: Jądro wielomianowe - cross-validation, bez skalowania

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	39.93	39.93	96.63	95.52	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11
0.01	39.93	43.89	96.67	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11
0.1	39.93	87.06	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11
1	39.93	96.63	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11
10	43.89	96.67	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11
100	87.06	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11
1000	96.63	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11	96.11

W Tabeli 6. widać efekt plateau - dla wielu kombinacji wartości **C** i **gamma** dokładność utrzymuje się na poziomie 96,11%. Oznacza to, że w badanym zakresie hiperparametrów model osiągnął nasycenie: dalsze zwiększanie **C** czy **gamma** nie poprawia dopasowania ani dokładności. Problem plateau utrudnia dalszą optymalizację, ponieważ w "płaskim obszarze" przestrzeni parametrów zmiana wartości nie przynosi korzyści.

Tabela 7: Jądro wielomianowe - cross-validation, ze skalowaniem

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	39.93	39.93	96.63	96.08	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52
0.01	39.93	44.41	96.08	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52
0.1	39.93	87.06	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52
1	39.93	96.63	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52
10	44.41	96.08	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52
100	87.06	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52
1000	96.63	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52	95.52

Tabela 8: Jądro wielomianowe - bootstrap, bez skalowania

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	35.81	37.52	94.48	94.53	94.11	93.19	95.66	94.64	93.19	94.33	93.78	95.21
0.01	37.16	34.65	94.05	95.78	91.71	93.47	94.83	95.41	94.49	94.61	93.94	93.09
0.1	36.71	87.61	93.02	95.61	94.76	94.78	95.60	95.35	95.84	94.42	93.71	94.30
1	34.36	94.07	95.21	93.50	94.66	93.88	93.89	92.39	96.10	94.99	94.39	95.29
10	36.32	91.83	95.82	95.22	92.77	92.92	92.04	94.26	94.09	94.33	93.76	94.08
100	83.91	95.12	95.35	93.04	94.43	93.98	93.58	95.22	93.68	93.68	94.87	94.19
1000	94.12	94.96	94.29	94.78	95.04	94.96	95.38	94.04	95.54	94.87	95.46	93.61

Tabela 9: Jądro wielomianowe - bootstrap, ze skalowaniem

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	34.82	36.49	95.66	94.02	93.86	94.69	93.93	94.63	94.69	93.19	95.26	92.95
0.01	37.58	41.03	93.14	95.32	94.89	94.41	95.24	93.90	94.48	95.39	95.36	95.32
0.1	37.63	82.98	95.92	92.58	93.71	93.71	94.57	94.48	94.48	94.87	93.29	94.45
1	36.87	95.87	94.57	94.92	94.19	92.49	95.86	94.61	94.57	95.01	94.76	94.72
10	39.23	94.27	94.97	96.14	94.26	94.16	93.73	95.79	93.64	94.56	93.49	94.47
100	81.48	95.35	95.05	94.53	93.41	93.85	93.70	92.34	93.89	94.89	93.80	94.24
1000	94.02	94.86	94.32	92.73	94.32	94.62	94.35	94.66	93.74	94.86	95.62	94.75

Analiza Tabel 4–9 prowadzi do wniosku, że najwyższą dokładność klasyfikacji uzyskano dla kombinacji hiperparametrów: **gamma** = 10 oraz **C** = 0.1. Ponadto zauważono, że zastosowanie skalowania cech miało korzystny wpływ na wyniki – w większości przypadków prowadziło do poprawy skuteczności klasyfikatora.

Dodatkowo przeanalizowano wpływ stopnia wielomianu jądra na jakość klasyfikacji.

Tabela 10: Dokładność klasyfikacji w zależności od stopnia wielomianu — metoda wielokrotnego podziału z użyciem najlepszej kombinacji parametrów γ i C

	Stopień wielomianu								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dokładność	87.5	94.83	85.5	90	80.17	81.17	73	79.5	69.67

Z Tabeli 10. wynika, że najwyższą dokładność klasyfikacji uzyskano dla wielomianu stopnia **3** – czyli tego samego, który został zastosowany przy wcześniejszym doborze optymalnych wartości parametrów **γ** i **C** . Potwierdza to trafność wyboru tego stopnia jako podstawy do dalszej optymalizacji modelu.

1.2.3 Jądro radialne (RBF)

Przeanalizowano skuteczność klasyfikacyjną z zastosowaniem jądra radialnego, zarówno **bez skalowania danych**, jak i **po ich skalowaniu**.

Podobnie jak w przypadku jąder liniowego i wielomianowego, porównanie wyników dla obu wariantów umożliwia ocenę wpływu przeskalowania zmiennych na jakość klasyfikacji. W przypadku jądra radialnego, oprócz parametru **C** , kluczową rolę odgrywa również parametr **γ** , który kontroluje zasięg wpływu pojedynczych obserwacji treningowych.

Tabela 11: Jądro radialne - wielokrotny podział, bez skalowania

Współczynniki kary - C	Współczynnik - γ											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	39.90	39.90	39.90	39.90	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
0.01	39.90	39.90	39.90	39.90	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
0.1	80.75	97.16	39.90	39.90	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
1	97.75	98.27	61.73	39.90	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
10	97.16	98.27	67.39	41.01	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
100	96.05	98.27	67.39	41.01	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
1000	96.05	98.27	67.39	41.01	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9

Tabela 12: Jądro radialne - wielokrotny podział, ze skalowaniem

Współczynniki kary - C	Współczynnik - γ											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
0.01	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
0.1	80.39	96.67	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
1	97.22	97.78	61.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
10	97.78	98.33	64.77	41.05	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
100	96.08	98.33	64.77	41.05	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
1000	96.08	98.33	64.77	41.05	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93

Tabela 13: Jądro radialne - cross-validation, bez skalowania

Współczynnik kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	39.90	39.90	39.90	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
0.01	39.90	39.90	39.90	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
0.1	77.03	96.67	39.90	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
1	98.33	98.33	64.08	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
10	97.78	98.33	68.07	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
100	97.22	98.33	68.07	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9
1000	97.22	98.33	68.07	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9	39.9

Tabela 14: Jądro radialne - cross-validation, ze skalowaniem

Współczynnik kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
0.01	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
0.1	80.39	96.63	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
1	97.78	98.33	63.07	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
10	97.19	98.33	68.10	41.05	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
100	96.63	98.33	68.10	41.05	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93
1000	96.63	98.33	68.10	41.05	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93	39.93

W Tabelach 11–14. obserwujemy, że zarówno dla danych bez skalowania, jak i po ich skalowaniu, dokładność utrzymuje się na poziomie około 39,9% dla wielu kombinacji parametrów **gamma** i **C**. Odwołując się do Raportu 3. “Gdybyśmy przypisali wszystkie obserwacje do najczęściej występującej klasy, uzyskalibyśmy dokładność na poziomie 39.89%.”

Oznacza to, że model w tych ustawieniach przypisuje wszystkie obserwacje do dominującej klasy, co wskazuje na underfitting.

Fakt, że skalowanie nie poprawiło wyniku, sugeruje, iż problem nie wynika wyłącznie z różnic w skali cech, lecz także z nieoptymalnego zakresu hiperparametrów, możliwej nierównowagi klas lub niewystarczającej reprezentacji cech do separacji. Efekt plateau w obu wariantach (ze skalowaniem i bez) oznacza, że w badanym zakresie dalsze zmiany **gamma** i **C** nie wpływają na poprawę dokładności, ponieważ model nie „widzi” struktur rozróżniających klasy.

Tabela 15: Jądro radialne - bootstrap, bez skalowania

Współczynnik kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	32.45	36.58	37.49	35.99	37.60	39.60	37.18	36.82	36.45	36.70	38.89	30.52
0.01	36.95	33.78	36.73	35.22	36.07	33.77	35.94	30.85	38.46	36.02	35.84	36.47
0.1	58.83	93.26	37.78	38.52	40.83	38.32	34.96	37.33	38.94	38.94	39.15	33.07
1	97.67	97.07	52.80	36.71	39.72	39.55	36.21	36.85	38.90	36.52	37.67	39.68

Tabela 15: Jądro radialne - bootstrap, bez skalowania (kontynuacja)

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	97.61	97.19	55.85	40.59	37.69	39.33	37.71	36.88	38.67	40.81	38.39	36.35
100	96.70	97.74	56.09	36.87	37.43	37.79	39.96	34.46	36.23	36.83	36.79	40.34
1000	97.22	98.09	55.66	37.24	40.70	39.07	35.26	37.26	39.72	34.70	36.69	35.08

Tabela 16: Jądro radialne - bootstrap, ze skalowaniem

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma											
	0.01	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.001	38.78	38.84	38.00	38.23	34.25	34.59	37.64	38.99	36.31	35.66	36.80	36.55
0.01	36.69	41.22	37.57	36.96	41.96	35.29	37.49	40.31	37.38	36.52	37.90	38.72
0.1	44.36	93.31	36.56	40.24	37.92	38.26	39.22	37.49	37.56	37.15	35.53	37.95
1	97.57	97.01	53.57	39.56	35.95	36.26	38.66	37.87	36.26	36.90	35.80	38.72
10	97.05	97.66	56.69	40.11	38.27	37.09	36.94	35.16	35.45	37.59	37.00	34.46
100	96.24	97.42	52.50	38.45	38.86	37.32	40.19	37.09	38.50	38.34	38.59	34.87
1000	96.56	97.96	57.47	37.30	39.01	38.35	36.89	36.75	38.49	37.93	39.61	38.05

Tabela 15. i 16. nie wykazują efektu plateau, jednak uzyskane wyniki są niskie. Zaobserwowano, że najlepsze rezultaty pojawiają się przy niskich wartościach **gamma** i wysokim współczynniku kary **C**, co sugeruje, że taka konfiguracja sprzyja lepszej separacji klas. W celu dalszej poprawy dokładności przeprowadzono dodatkowe testy z użyciem metody bootstrap po skalowaniu danych, modyfikując zakres parametrów **gamma** i **C**.

Tabela 17: Jądro radialne - bootstrap, ze skalowaniem - zmienione parametry C i gamma

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma						
	1e-06	1e-05	1e-04	0.001	0.01	0.1	1
1	36.07	35.80	37.55	71.98	98.08	97.75	51.10
10	39.90	36.76	67.52	97.43	97.76	97.29	58.29
100	33.99	69.35	97.69	96.08	97.89	97.22	52.98
1000	72.96	96.58	96.63	96.87	97.54	97.96	57.70
10000	96.93	97.18	97.03	96.37	97.21	97.94	53.00
1e+05	96.75	97.26	97.04	97.06	96.81	98.56	56.69
1e+06	96.92	96.22	97.31	96.24	97.39	98.38	53.51

Analiza Tabeli 17. pokazuje, że bardzo niskie wartości **gamma** i **C** skutkują niską dokładnością na poziomie już spotkanego przypisania wszystkich obserwacji do najliczniejszej klasy. Bardzo duże **C** wymuszają surową karę za błędy, co zwiększa dopasowanie do danych, ale może prowadzić do przeuczenia. Natomiast małe **gamma** powoduje, że wpływ pojedynczych punktów jest szeroki, co wygładza granicę decyzyjną i zapobiega nadmiernemu dopasowaniu. Połączenie dużego **C** z małym lub umiarkowanym **gamma** daje najlepsze wyniki, zapewniając równowagę między dopasowaniem a uogólnianiem modelu.

Na podstawie tego stwierdzamy że najlepsze wyniki dla jądra radialnego osiągane są dla **C** wynoszącego 1 000 000 i **gamma** wynoszącego 0.0001.

1.2.4 Jądro sigmoidalne

Przeanalizowano skuteczność klasyfikacyjną z zastosowaniem jądra sigmoidalnego, zarówno **bez skalowania danych**, jak i **po ich skalowaniu**.

Podobnie jak w przypadku jąder liniowego, wielomianowego i radialnego, porównanie wyników dla obu wariantów umożliwia ocenę wpływu przeskalowania zmiennych na jakość klasyfikacji.

Tabela 18: Jądro sigmoidalne - wielokrotny podział, bez skalowania

Współczynnik kary - C	Współczynnik - gamma						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
0.1	34.83	39.67	97.17	90.17	86.17	87.17	88.33
1	33.33	97.67	97.17	85.33	80.17	82.83	82.83
10	97.17	98.17	94.83	83.00	85.00	80.33	83.17
100	98.33	97.17	94.00	79.33	81.50	80.33	81.67
1000	95.33	96.50	92.67	83.17	81.33	83.67	82.83
10000	96.33	97.33	93.67	80.83	80.83	79.33	82.67
1e+05	96.83	98.00	90.67	82.67	81.33	80.33	80.67

Z Tabeli 18. można wyciągnąć interesującą obserwację. Dla niskich wartości parametrów **C** oraz **gamma** klasyfikator SVM wykazuje bardzo niską skuteczność – na tyle niską, że jego działanie jest gorsze niż proste przypisanie wszystkich obserwacji do najczęściej występującej klasy w zbiorze danych.

Oznacza to, że przy zbyt małej karze za błąd klasyfikacji (**C**) oraz zbyt małym zasięgu wpływu pojedynczych obserwacji (**gamma**), model nie jest w stanie uchwycić żadnych istotnych wzorców w danych. W rezultacie uzyskana reguła klasyfikacyjna staje się praktycznie bezużyteczna i wykazuje się efektywnością niższą niż przypisanie wszystkich przypadków do jednej, dominującej klasy.

Tabela 19: Jądro sigmoidalne - wielokrotny podział, ze skalowaniem

Współczynnik kary - C	Współczynnik - gamma						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
0.1	44.67	38.67	96.33	91.00	89.67	85.67	86.00
1	41.33	98.00	96.50	84.17	80.83	80.67	81.67
10	97.83	97.17	94.67	85.17	81.50	82.50	85.17
100	98.00	96.17	92.67	82.67	80.67	81.67	82.00
1000	96.83	96.67	93.50	81.33	81.33	83.67	80.50
10000	96.17	97.17	91.83	81.67	80.17	81.83	82.00
1e+05	96.67	95.83	91.17	79.83	81.33	83.83	79.33

Tabela 20: Jądro sigmoidalne - cross-validation, bez skalowania

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
0.1	39.77	42.03	97.19	88.17	85.36	85.36	85.95
1	42.03	98.30	96.60	81.90	80.85	82.52	81.96
10	98.30	98.30	93.79	81.93	80.16	83.07	82.55
100	98.30	96.63	94.90	82.52	81.31	83.07	81.96
1000	96.63	96.63	94.90	81.96	79.05	83.63	81.96
10000	96.63	96.63	94.35	81.96	76.24	83.63	82.52
1e+05	96.63	96.63	94.35	80.82	76.80	84.22	82.52

Tabela 21: Jądro sigmoidalne - cross-validation, ze skalowaniem

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
0.1	39.87	42.68	97.19	89.35	86.01	86.01	87.09
1	42.68	98.30	97.19	82.06	78.73	76.96	81.96
10	98.30	98.86	94.90	79.84	75.95	77.52	82.52
100	98.86	94.93	93.20	80.95	75.95	76.96	82.52
1000	94.93	95.49	94.35	79.84	74.84	77.52	82.52
10000	95.49	95.49	93.76	79.84	76.50	76.96	82.52
1e+05	95.49	95.49	93.79	82.61	75.92	76.96	82.52

Tabela 22: Jądro sigmoidalne - bootstrap, bez skalowania

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
0.1	36.34	37.31	96.34	85.68	86.02	86.06	86.21
1	37.51	96.89	96.22	81.55	81.58	81.76	79.85
10	96.42	96.64	93.05	80.86	75.98	81.31	83.65
100	96.13	96.84	92.18	81.41	83.09	80.02	82.80
1000	95.34	96.27	90.46	81.05	78.46	82.53	85.28
10000	96.38	96.16	89.79	79.34	80.83	81.81	80.99
1e+05	96.23	96.64	89.23	81.60	79.03	78.91	80.03

Tabela 23: Jądro sigmoidalne - bootstrap, ze skalowaniem

Współczynniki kary - C	Współczynnik - gamma						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
0.1	33.70	39.10	97.22	86.30	86.64	86.34	86.13

Tabela 23: Jądro sigmoidalne - bootstrap, ze skalowaniem (kontynuacja)

Współczynnik kary - C	Współczynnik - gamma						
	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
1	37.32	97.30	95.53	82.20	78.83	77.81	81.28
10	97.48	97.05	93.58	77.13	79.98	79.50	81.63
100	96.52	96.62	91.13	80.82	79.20	82.18	81.96
1000	96.76	96.69	89.91	81.88	79.70	79.15	83.34
10000	97.58	96.65	90.59	81.15	79.59	82.85	79.70
1e+05	96.01	96.41	90.21	80.68	81.31	80.91	81.73

Analizując wyniki przedstawione w Tabelach 18–23. dla jądra sigmoidalnego, można zauważyć, że model osiąga najlepsze wyniki klasyfikacyjne przy wartościach parametru **C** mieszczących się w przedziale od 100 do 1000 oraz **gamma** w zakresie od 0.001 do 0.01.

1.3 Porównanie metod

1.4 Wnioski

e

2 Analiza skupień – algorytmy grupujące i hierarchiczne

W tym zadaniu zastosujemy i porównamy ze sobą metody analizy skupień - k-średnich i PAM jako algorytmy grupujące, oraz AGNES - algorytm hierarchiczny.

Zadanie zostanie wykonane na zbiorze danych *wine*, którego szczegółowy opis znajduje się w poprzednim raporcie.

To zadanie zostanie wykonane już na innym danych, którymi będzie zbiór *glass*.

2.1 Charakterystyka danych

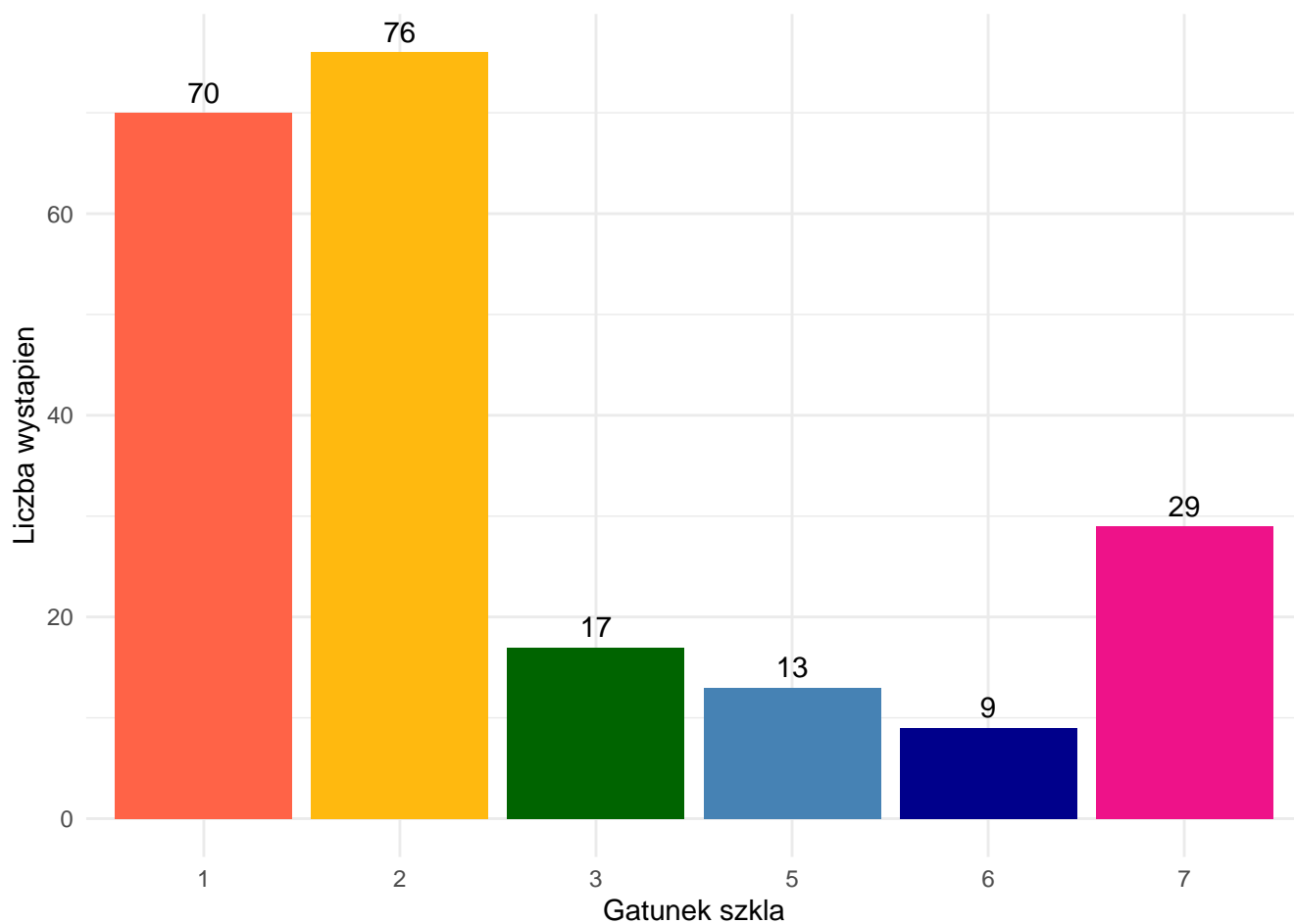
Zbiór danych *glass* zawiera **214** przypadków sześciu rodzajów szkła oraz **10** cech. Liczba brakujących danych wynosi **0**.

Znaczenie poszczególnych cech oraz ich typ przedstawiono w Tabeli 24.

Tabela 24: Opis zmiennych w zbiorze danych Glass

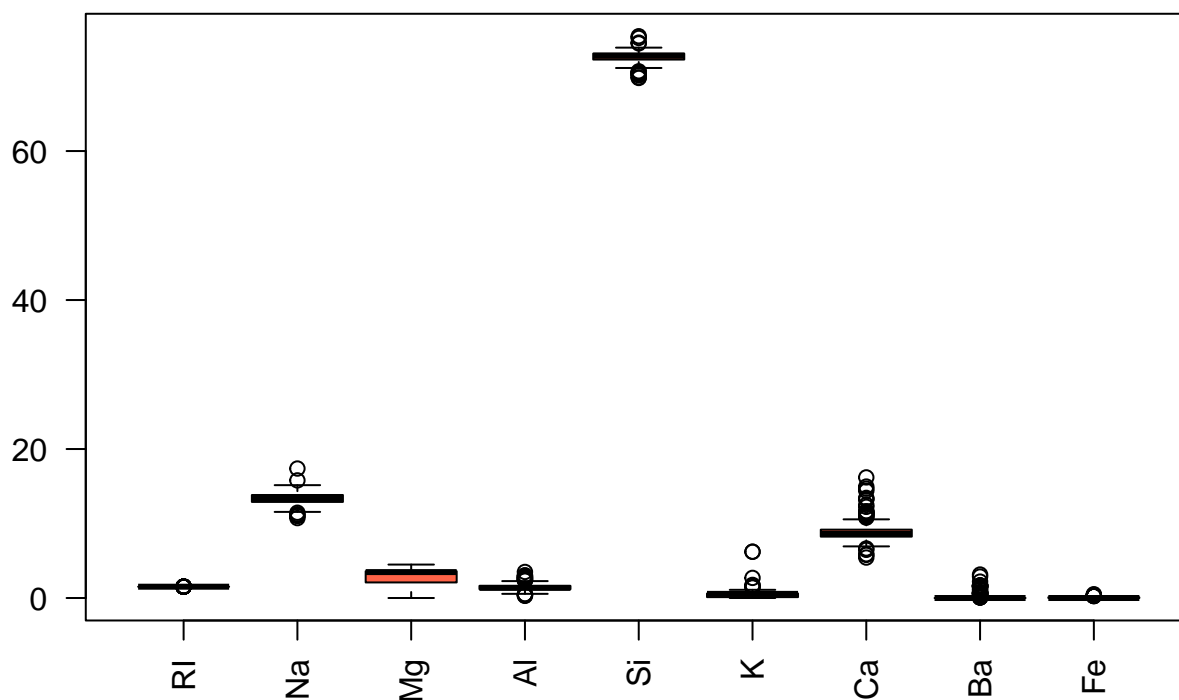
Zmienna	Typ	Opis
RI	numeric	Współczynnik załamania światła
Na	numeric	Procent masowy azotu (%)
Mg	numeric	Procent masowy magnezu (%)
Al	numeric	Procent masowy glinu (%)
Si	numeric	Procent masowy krzemu (%)
K	numeric	Procent masowy potasu (%)
Ca	numeric	Procent masowy wapnia (%)
Ba	numeric	Procent masowy baru (%)
Fe	numeric	Procent masowy żelaza (%)
Type	factor	Typ szkła

W poszczególnych przypadkach analizowanych próbek szkła sumy procentów masowych znajdują się w zakresie od 99.02 do 100.1. Zaobserwowany nadmiar może wynikać z błędów zaokrągleń dokonanych przez autorów pomiarów. Natomiast niedomiar może być spowodowany zarówno obecnością innych pierwiastków chemicznych, nieuwzględnionych w zbiorze danych – tzw. pierwiastków śladowych – jak i niedokładnościami pomiarowymi lub zaokrągleniami dokonanyymi przez autorów pomiarów.



Wykres 2: Liczność poszczególnych typów szkła

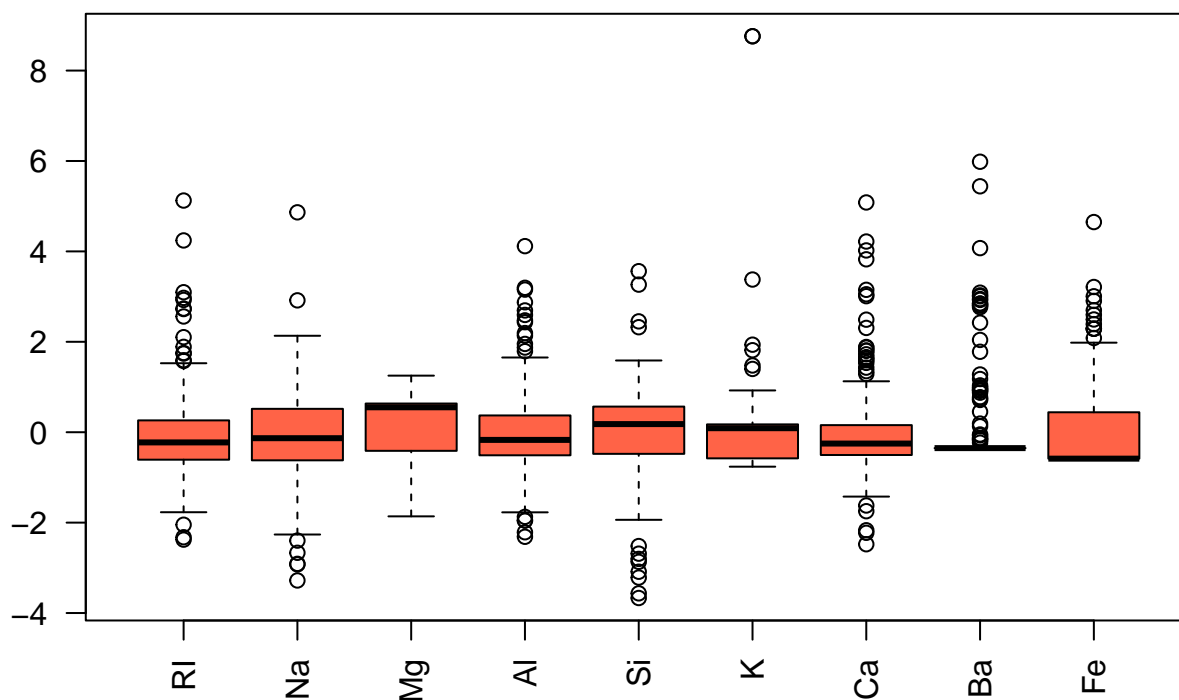
Z Wykresu 2. można odczytać, że liczba obserwacji poszczególnych klas w zbiorze danych jest bardzo zróżnicowana. Siedemdziesiąt obserwacji lub więcej posiadają typy 1. oraz 2. (co stanowi 68.22% danych), reszta już po mniej niż 30 obserwacji.



Wykres 3: Wykres pudełkowy, zmienne bez standaryzacji

Na Wykresie 3. można zaobserwować wyraźną potrzebę standaryzacji danych przed zastosowaniem modelu.

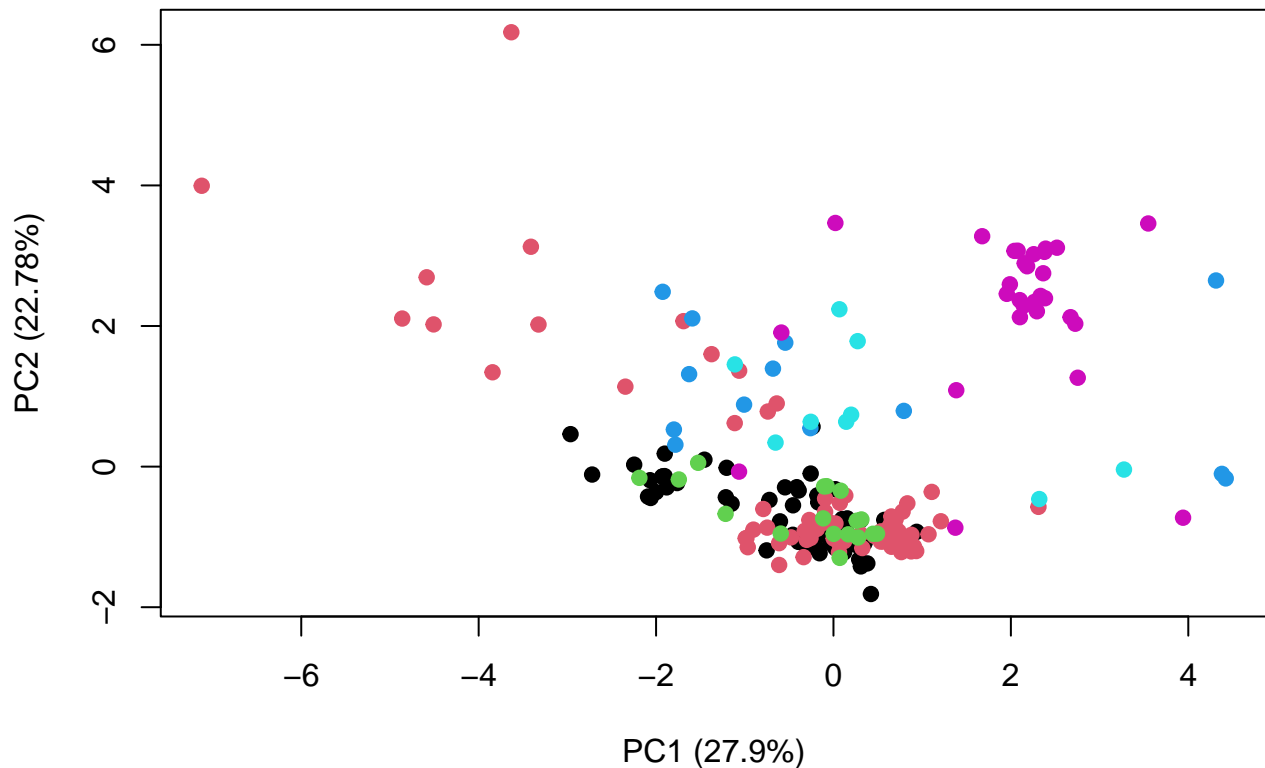
Dodatkowo, na wykresie nie zauważono punktów odpowiadających błędnie przypisanym wartościom brakującym, które wyróżniałyby się jako odstające obserwacje. Świadczy to o odpowiednim przygotowaniu danych oraz skutecznym radzeniu sobie modelu z ewentualnymi brakami w zbiorze.



Wykres 4: Wykres pudełkowe, po standaryzacji

Na Wykresie 4., przedstawiającym dane po standaryzacji, można zauważyć wyraźne odstępstwa, które wskazują na obecność wartości odstających. Przykładowo, jedna z próbek cechuje się wyjątkowo wysokim poziomem potasu, co może sugerować błąd pomiarowy lub anomalię w procesie produkcji szkła.

Ponadto, większość próbek szkła nie zawiera baru, co skutkuje zerowymi lub bardzo niskimi wartościami tej cechy w większości obserwacji. W konsekwencji, próbki zawierające bar stają się wartościami odstającymi względem reszty danych, co jest dobrze widoczne na wykresie.



Wykres 5: Wizualizacja danych, PCA

Na Wykresie 5. przedstawiono wizualizację danych po zastosowaniu redukcji wymiarowości za pomocą analizy głównych składowych (PCA). Choć pierwsze dwie składowe, PC1 i PC2, wyjaśniają łącznie około 50,7% zmienności w danych, nie przekłada się to na wyraźne rozdzielenie klas.

Wieloklasowe punkty nadal skupiają się blisko siebie, co utrudnia ich rozróżnienie w przestrzeni dwuwymiarowej.

2.2 Wyniki grupowania

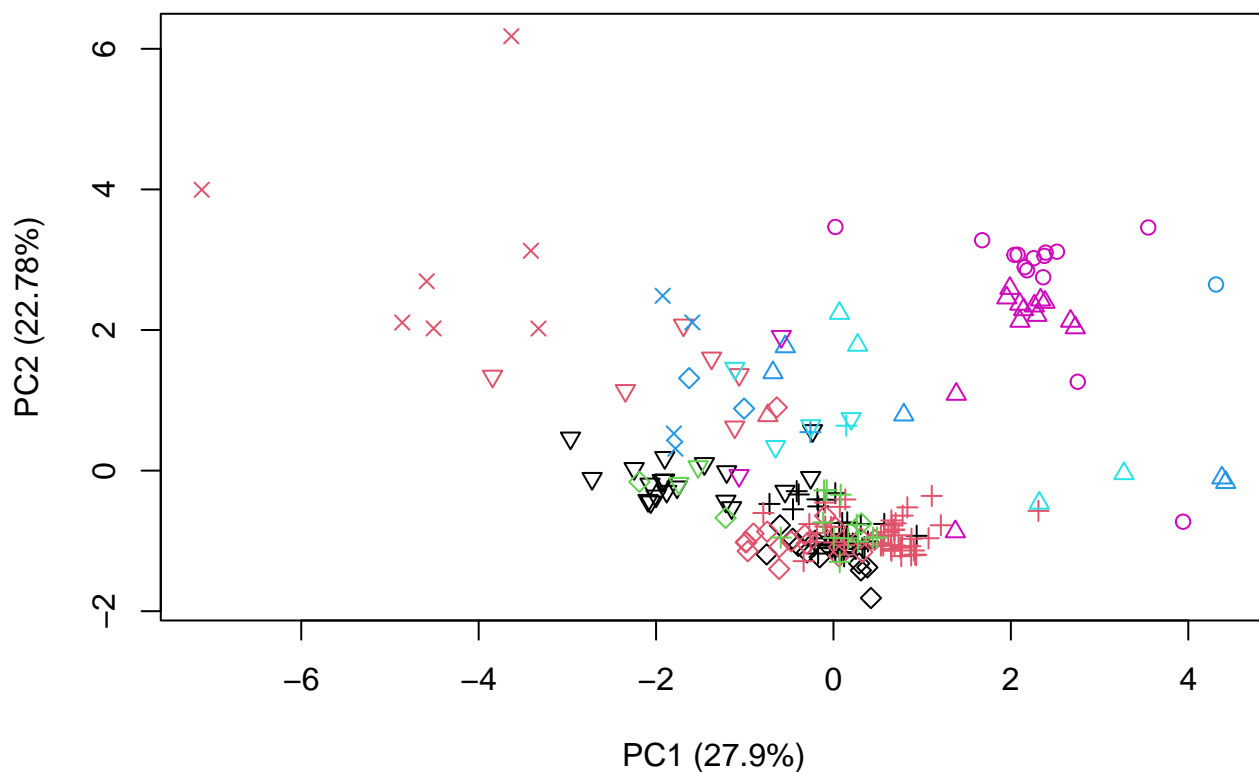
W tej części przeprowadzono grupowanie danych z zastosowaniem czterech metod: k-średnich (k-means), PAM (Partitioning Around Medoids), AGNES (Agglomerative Nesting) oraz DIANA (Divisive Analysis).

Dla zapewnienia spójności porównania, liczba grup została przyjęta zgodnie z rzeczywistą liczbą klas w zbiorze danych, która wynosi **6**. Pozwoli to ocenić, w jakim stopniu poszczególne algorytmy są w stanie odwzorować rzeczywistą strukturę klas obecnych w zbiorze **glass**.

2.2.1 k-średnie

W tej części zastosowano algorytm **k-średnich**, który należy do metod niehierarchicznych, opartych na minimalizacji wewnątrzgrupowej sumy kwadratów odległości. Algorytm iteracyjnie przypisuje obserwacje do jednego z 6 klastrów na podstawie ich podobieństwa, a następnie aktualizuje położenie centroidów, aż do osiągnięcia stabilności układu.

Grupowanie przeprowadzono na danych uprzednio poddanych standaryzacji, co zapewnia równoważny wpływ wszystkich zmiennych na wynik końcowy. Wyniki grupowania zostaną porównane z rzeczywistymi etykietami klas w celu oceny skuteczności metody.

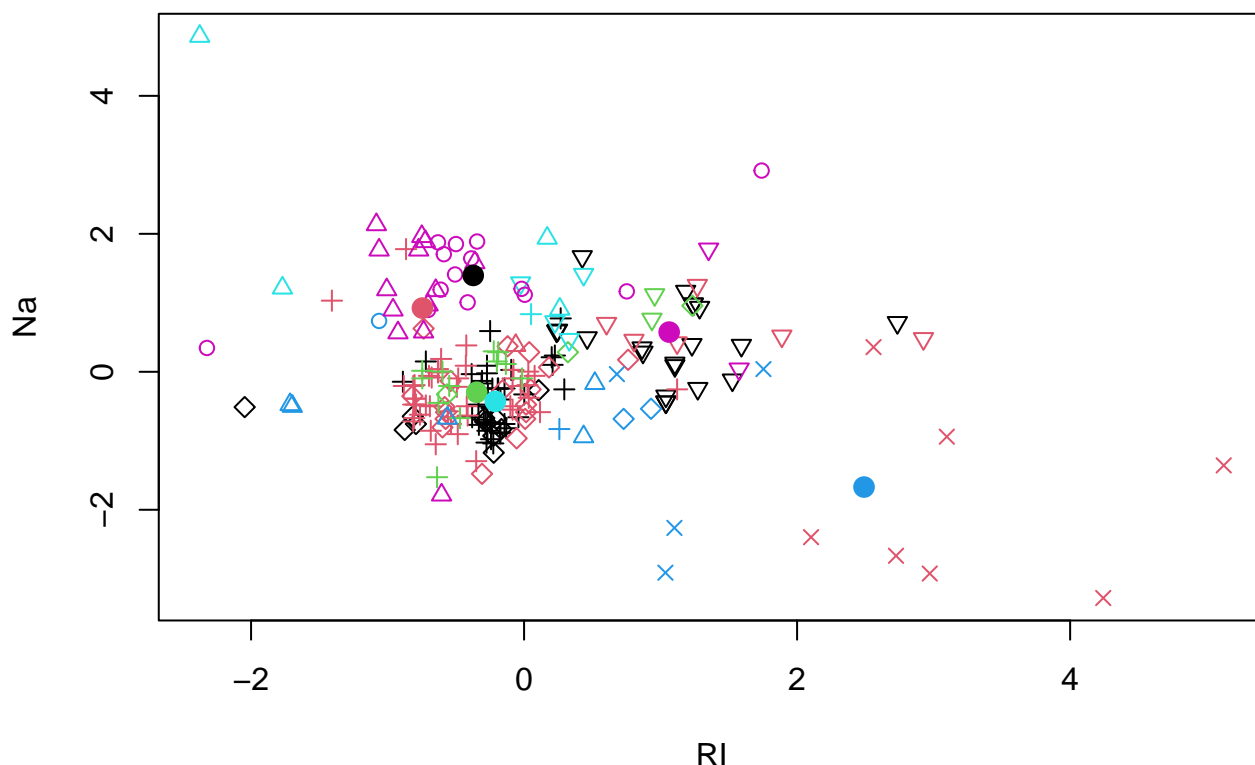


Wykres 6: Wizualizacja danych po grupowania metodą k-średnich - PCA

Na Wykresie 6. zaprezentowano rezultaty grupowania uzyskane metodą k-średnich. Kolory odpowiadają rzeczywistym klasom szkła, natomiast kształty punktów reprezentują przypisanie obserwacji do klastrów uzyskanych w wyniku działania algorytmu.

Już na pierwszy rzut oka można zauważyć, że przypisania do grup są w dużym stopniu niespójne z rzeczywistymi etykietami - klasy zostały znacząco pomieszane. Świadczy to o ograniczonej skuteczności metody k-średnich w odtwarzaniu rzeczywistej struktury danych dla zbioru *glass*.

Aby dokładniej zilustrować charakter uzyskanych grupowań, na kolejnym wykresie przedstawiono zależność współczynnika załamania światła (*Refractive Index*, RI) od procentowej zawartości sodu (Na). Wizualizacja ta pozwala lepiej ocenić, w jakim stopniu podział na klastry odpowiada naturalnym różnicom chemicznym między próbkami szkła.



Wykres 7: Zależność współczynnika załamania światła od procentu masowego sodu z kolorami i kształtami klas - zaznaczone centroidy z metody k-średnich

Na Wykresie 7. przedstawiono rozmieszczenie centrów skupień wyznaczonych przez algorytm k-średnich. Pomimo przeprowadzenia 1000 iteracji w celu osiągnięcia stabilnej konwergencji, położenie centroidów wydaje się dość przypadkowe. W ich bezpośrednim otoczeniu znajdują się obserwacje należące do różnych, rzeczywistych klas, co wskazuje na brak wyraźnego dopasowania modelu do rzeczywistej struktury danych.

Taki efekt może być częściowo wynikiem ograniczeń związanych z wizualizacją — przedstawione punkty i centra skupień znajdują się w przestrzeni wielowymiarowej, natomiast wykres stanowi jedynie jej uproszczoną projekcję na dwie zmienne. Aby dokładniej ocenić skuteczność przypisania obserwacji do klastrów, przyjrzyjmy się **macierzy pomyłek**, która zestawia rzeczywiste klasy z przypisaniami wygenerowanymi przez model. Pozwoli to w sposób obiektywny ocenić trafność grupowania.

Tabela 25: Macierz pomyłek - k-średnie

Prawdziwa klasa	Przewidywana klasa					
	1	2	3	5	6	7
1	20	6	2	0	4	2
2	39	44	12	1	1	0
3	11	18	3	2	0	0
5	0	7	0	4	0	0
6	0	1	0	5	4	13
7	0	0	0	1	0	14

Do oceny dokładności grupowania zastosowano metodę **matchClasses** z parametrem “exact”, która pozwala

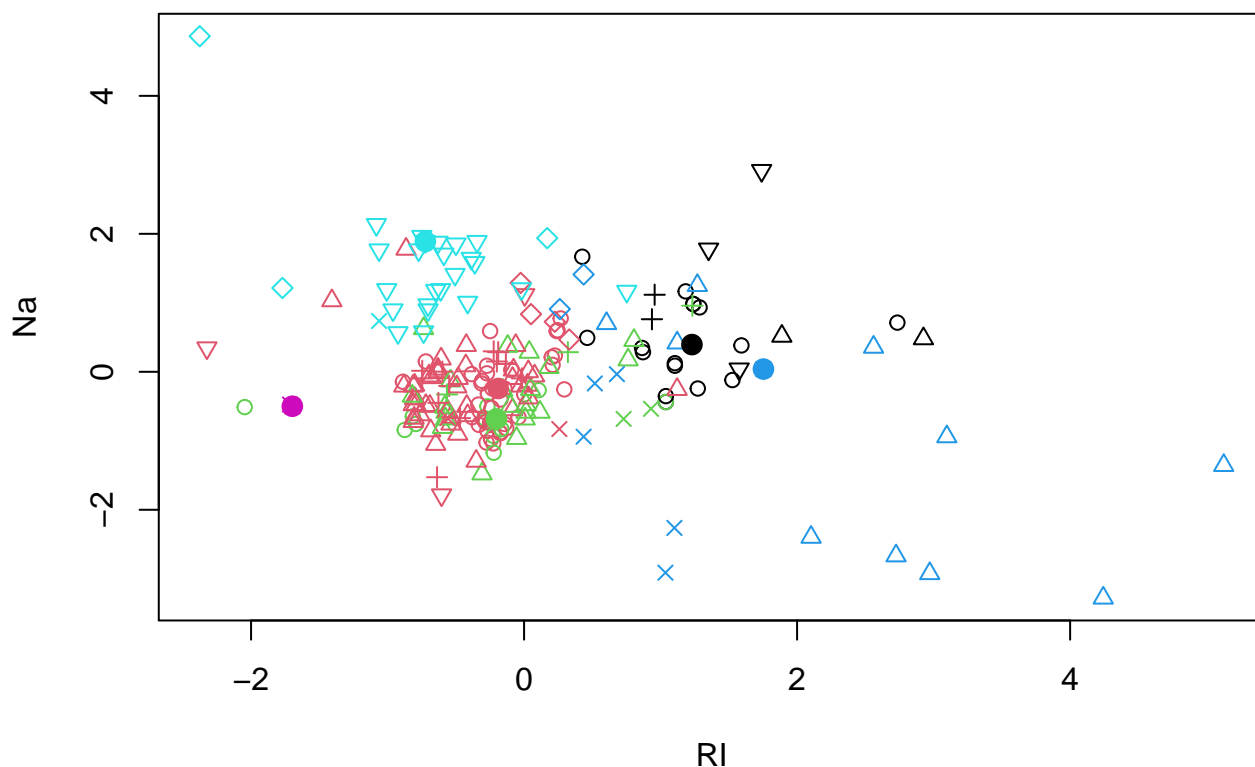
Na podstawie tej metody wyznaczono, że dokładność klasyfikacji wynosi 41.59%. Wynik ten stanowi miarodajną miarę skuteczności zastosowanego algorytmu grupowania w odzwierciedlaniu rzeczywistej struktury danych.

W tej części zastosowano algorytm **Partitioning Around Medoids (PAM)**, który podobnie jak **k-średnie** należy do metod grupujących, jednak zamiast **centroidów** wykorzystuje rzeczywiste obiekty zwane **medoidami** jako reprezentanty klastrów.

A PCA scatter plot with PC1 (27.9%) on the x-axis and PC2 (22.78%) on the y-axis. The x-axis ranges from -6 to 4, and the y-axis ranges from -2 to 6. Data points are represented by various symbols: blue triangles (mostly at negative PC1 values), black circles and triangles (near the center), green and red triangles and circles (clustered near the center), cyan inverted triangles (at positive PC1 values), magenta crosses (at positive PC1 values), and black diamonds (near the center).

Z Wykresu 8. można zauważyć, że algorytm PAM doprowadził do lepszego rozdzielenia klas w porównaniu z metodą k-średnich — obserwacje wydają się być przypisane do klastrów w sposób bardziej uporządkowany i częściowo zgodny z rzeczywistymi etykietami.

21



Wykres 9: Zależność współczynnika załamania światła od procentu masowego sodu z kolorami i kształtami klas - zaznaczone medoidy z metody PAM

Z Wykresu 9. wynika, że poza lepszym odwzorowaniem rzeczywistych klas, metoda PAM skuteczniej lokalizuje reprezentatywne punkty – **medoidy** – w przestrzeni danych. W przeciwieństwie do metody k-średnich, gdzie centra skupień mogą przyjmować pozycje oderwane od rzeczywistych obserwacji, medoidy znajdują się bezpośrednio wśród danych i w wielu przypadkach są położone blisko środka odpowiadającej im grupy.

Taka właściwość przekłada się na większą interpretowalność i odporność algorytmu na obserwacje odstające. Szczegółowe informacje dotyczące wybranych medoidów oraz odpowiadających im klas przedstawiono w Tabeli 26..

Tabela 26: Dane medoidów

	RI	Na	Mg	Al	Si	K	Ca	Ba	Fe	Type	PAM
44	1.52210	13.73	3.84	0.72	71.76	0.17	9.74	0.00	0.00	1	1
43	1.51779	13.21	3.39	1.33	72.76	0.59	8.59	0.00	0.00	1	2
33	1.51775	12.85	3.48	1.23	72.97	0.61	8.56	0.09	0.22	1	3
171	1.52369	13.44	0.00	1.58	72.22	0.32	12.24	0.00	0.00	5	4
205	1.51617	14.95	0.00	2.27	73.30	0.00	8.71	0.67	0.00	7	5
173	1.51321	13.00	0.00	3.02	70.70	6.21	6.93	0.00	0.00	5	6

Tabela 27: Macierz pomyłek - PAM

Prawdziwa klasa	Przewidywana klasa					
	1	2	3	5	6	7
1	17	2	2	0	0	3
2	40	43	12	2	4	3
3	13	21	3	2	0	0
5	0	10	0	6	2	0
6	0	0	0	2	0	0
7	0	0	0	1	3	23

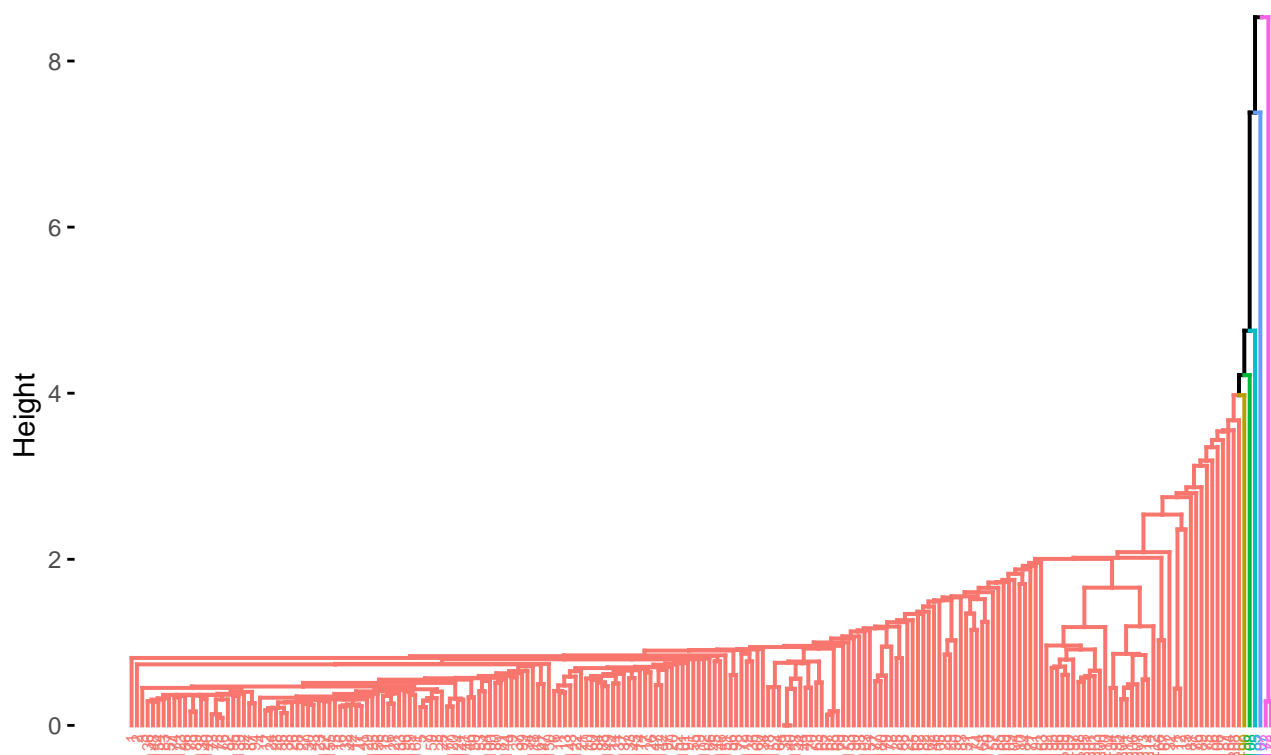
Dokładność klasyfikacji uzyskana metodą PAM wynosi 42.99%. Choć rezultat ten przewyższa wynik osiągnięty przez algorytm k-średnich, nadal nie jest on satysfakcjonujący z punktu widzenia jakości odwzorowania rzeczywistej struktury danych.

Oznacza to, że mimo poprawy, metoda PAM nie zapewnia jeszcze precyzyjnego rozróżnienia klas w zbiorze *glass* i wymaga dalszej analizy porównawczej z innymi podejściami, takimi jak algorytmy hierarchiczne.

2.2.3 Agglomerative Nesting (AGNES)

2.2.3.1 Najbliższy sąsiad

Cluster Dendrogram



Wykres 10: AGNES: single linkage

Tabela 28: Macierz błędów; agnes, najbliższy sąsiad

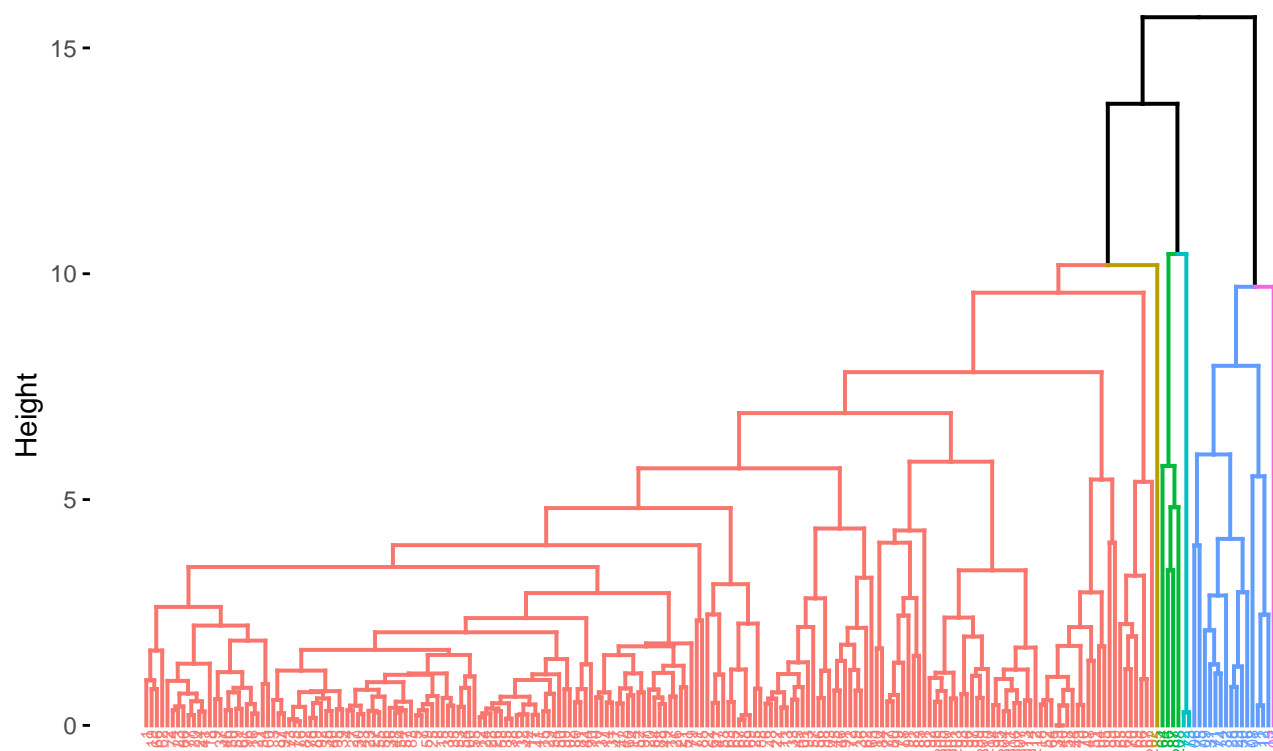
	1	2	3	5	6	7
1	70	74	17	11	8	28
2	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	2	0	0
6	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	1

Dokładność: 35.05%.

Dokładność (matchClasses, “exact”): 36.45%.

2.2.3.2 Najdalszy sąsiad

Cluster Dendrogram



Wykres 11: AGNES: complete linkage

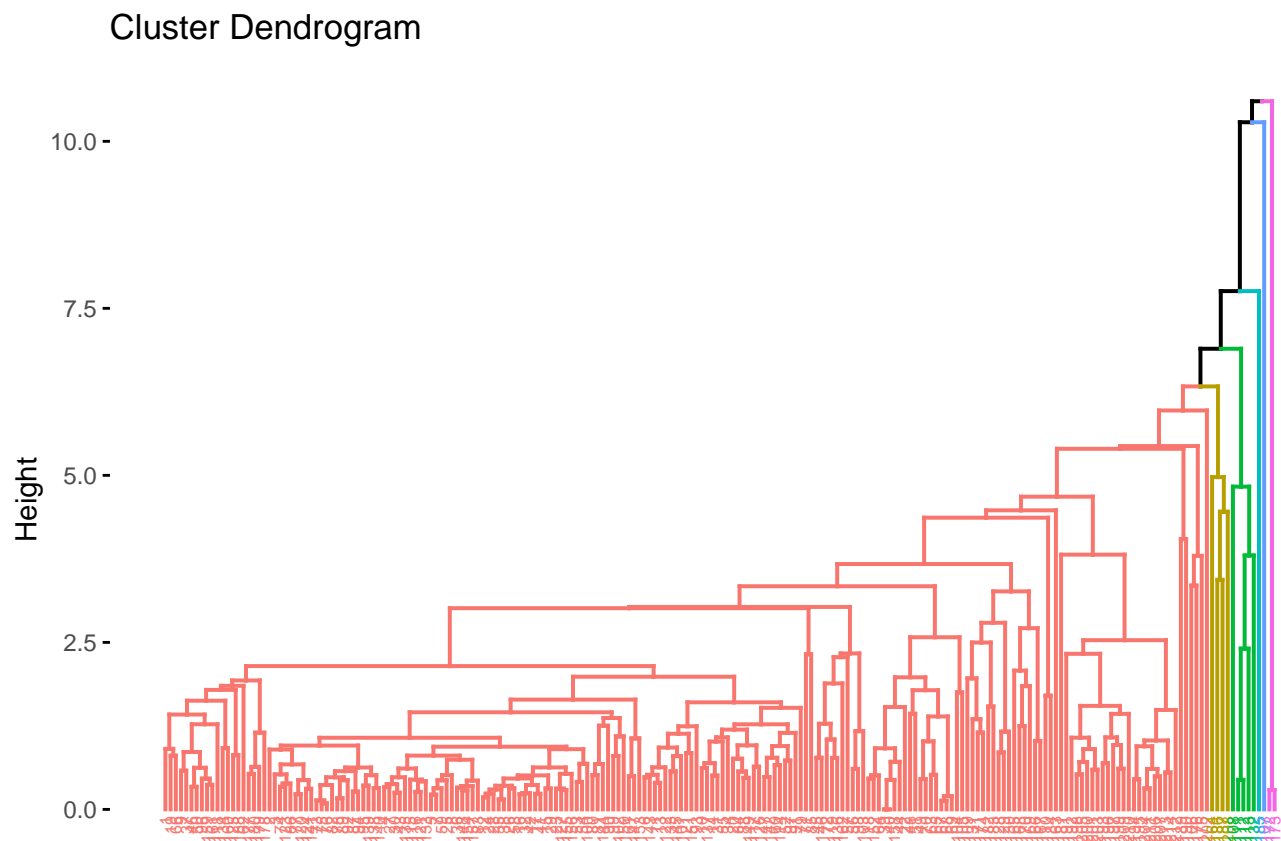
Tabela 29: Macierz błędów; agnes, najdalszy sąsiad

	1	2	3	5	6	7
1	70	64	17	6	8	26
2	0	11	0	4	0	0
3	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	3
6	0	0	0	2	0	0
7	0	0	0	0	1	0

Dokładność: 38.32%.

Dokładność (matchClasses, "exact"): 40.65%.

2.2.3.3 Średnia odległość



Wykres 12: AGNES: average linkage

Tabela 30: Macierz błędów; agnes, średnia odległość

	1	2	3	5	6	7
1	70	70	17	10	8	26
2	0	1	0	0	0	0
3	0	5	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	3
6	0	0	0	2	0	0
7	0	0	0	0	1	0

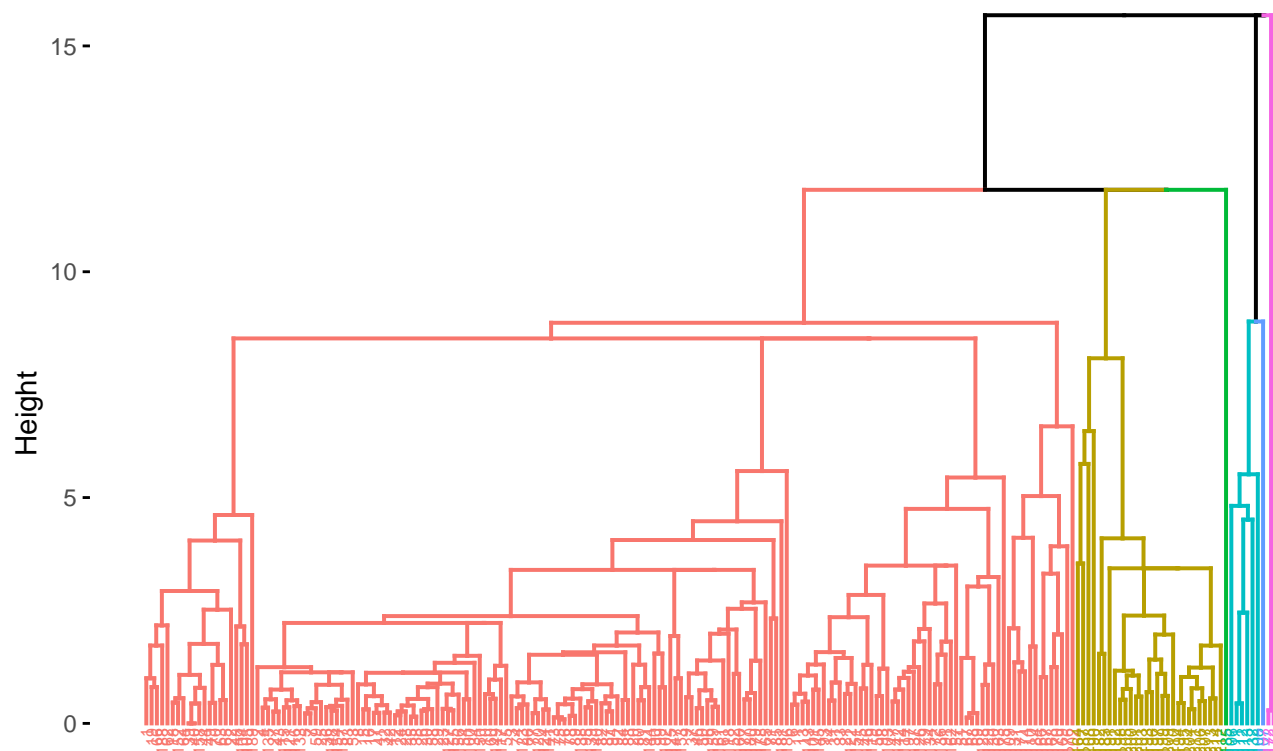
Dokładność: 33.64%.

Dokładność (matchClasses, “exact”): 37.85%.

2.2.4 Divisive clustering (DIANA)

2.2.4.1 Odległość euklidesowa

Cluster Dendrogram



Wykres 13: AGNES: average linkage

Tabela 31: Macierz błędów; agnes, średnia odległość

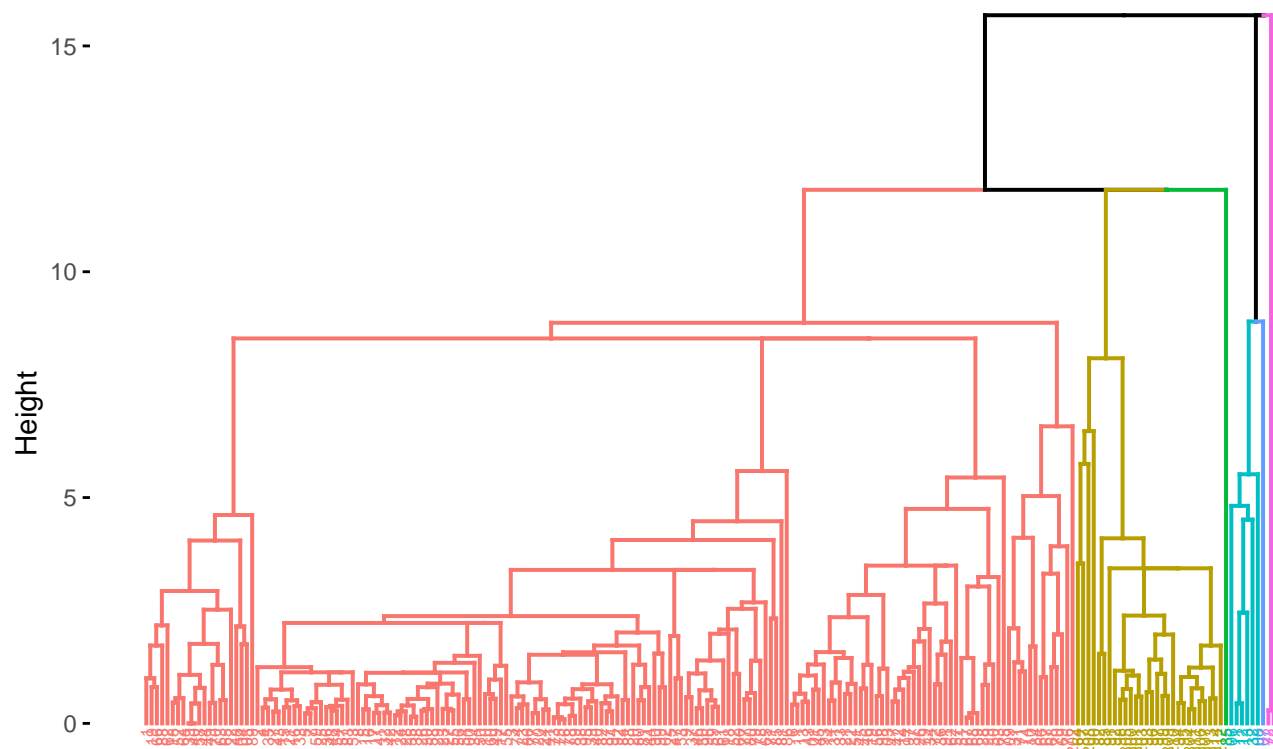
	1	2	3	5	6	7
1	70	69	17	10	6	4
2	0	6	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	2	25
6	0	0	0	2	0	0
7	0	0	0	0	1	0

Dokładność: 35.98%.

Dokładność (matchClasses, "exact"): 48.6%.

2.2.4.2 Odległość Manhattan (taksówkowa)

Cluster Dendrogram



Wykres 14: AGNES: average linkage

Tabela 32: Macierz błędów; agnes, średnia odległość

	1	2	3	5	6	7
1	70	69	17	10	6	4
2	0	6	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	2	25
6	0	0	0	2	0	0
7	0	0	0	0	1	0

Dokładność: 35.98%.

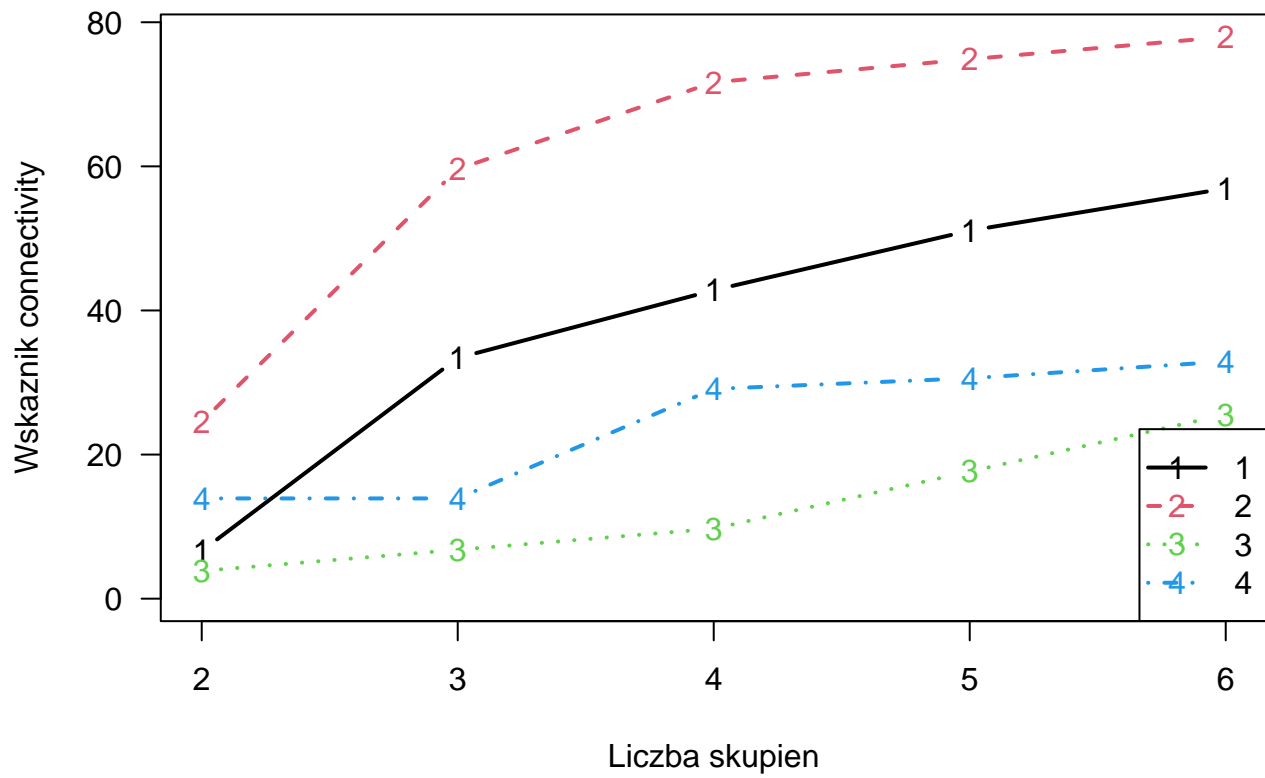
Dokładność (matchClasses, "exact"): 48.6%.

2.3 Ocena jakości grupowania i wizualizacja najlepszych wyników

2.3.1 Ocena

Legenda:

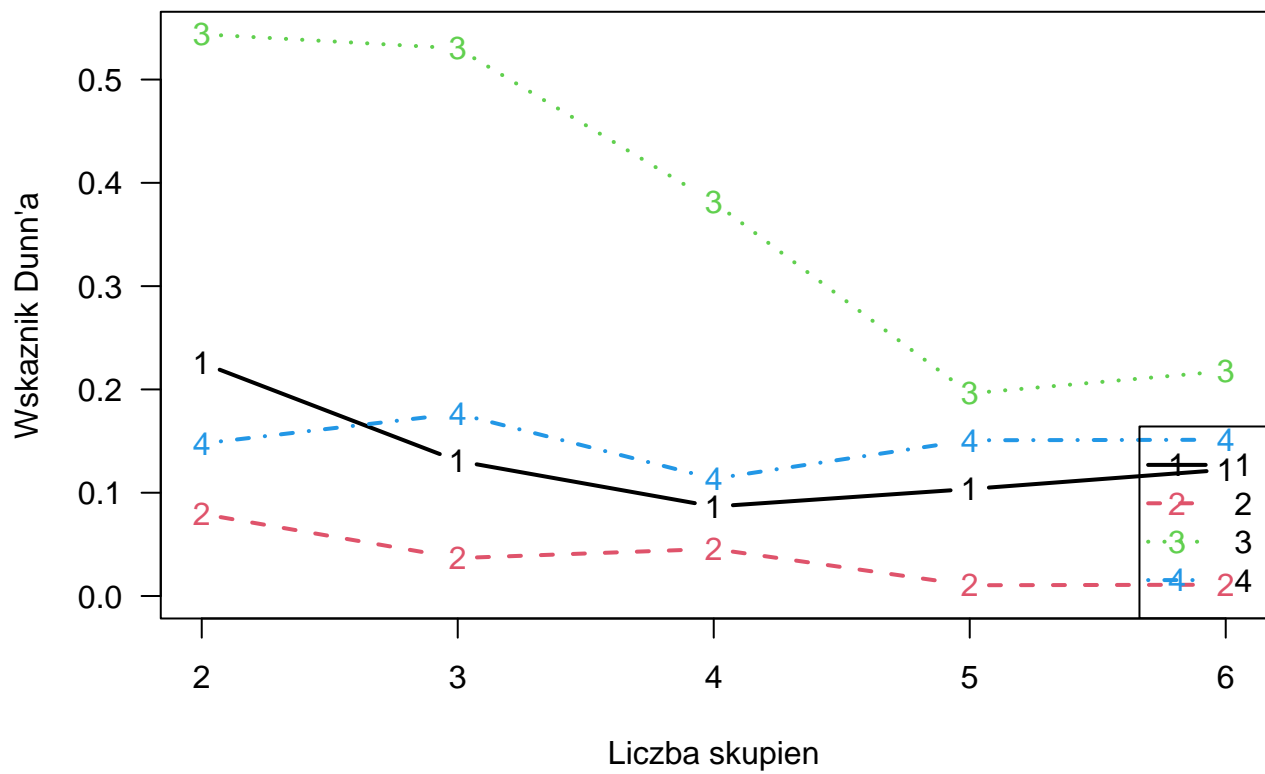
- 1 - kmeans,
- 2 - PAM,
- 3 - AGNES,
- 4 - DIANA.



Wykres 15: Connectivity

Connectivity - im mniejszy, tym lepszy:

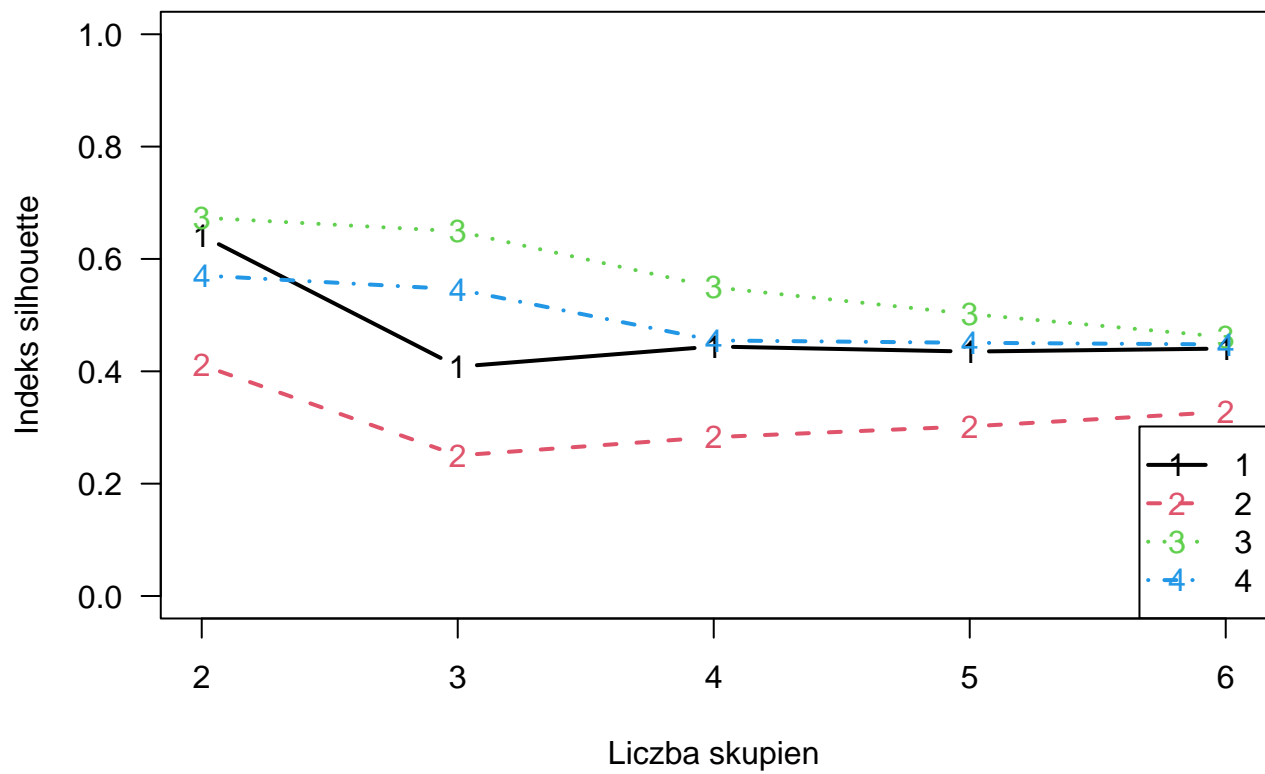
- kmeans - 2,
- PAM - 2,
- AGNES - 2 (najlepszy),
- DIANA - 3.



Wykres 16: Dunn

Dunn - im większy, tym lepszy:

- kmeans - 2,
- PAM - 2,
- AGNES - 2 (najlepszy),
- DIANA - 3.



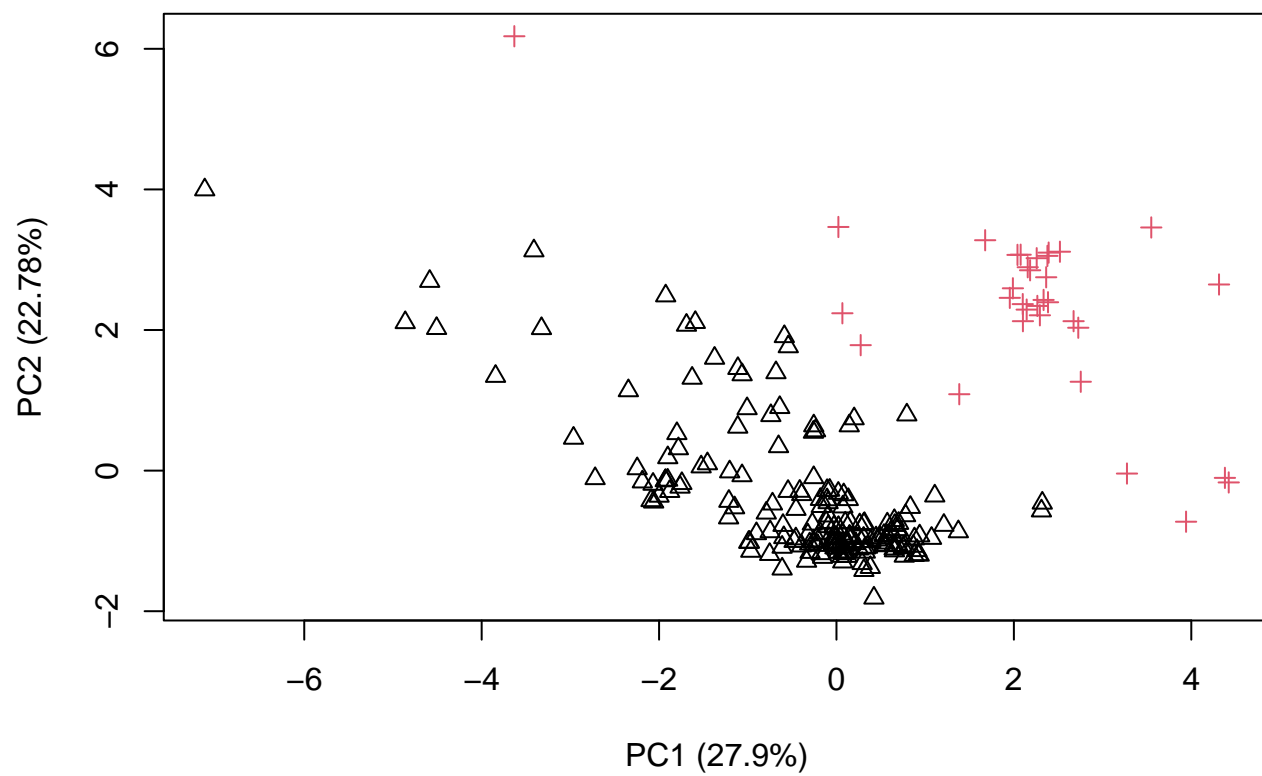
Wykres 17: Silhouette

Dunn - im większy, tym lepszy:

- kmeans - 2,
- PAM - 2,
- AGNES - 2 (najlepszy),
- DIANA - 2.

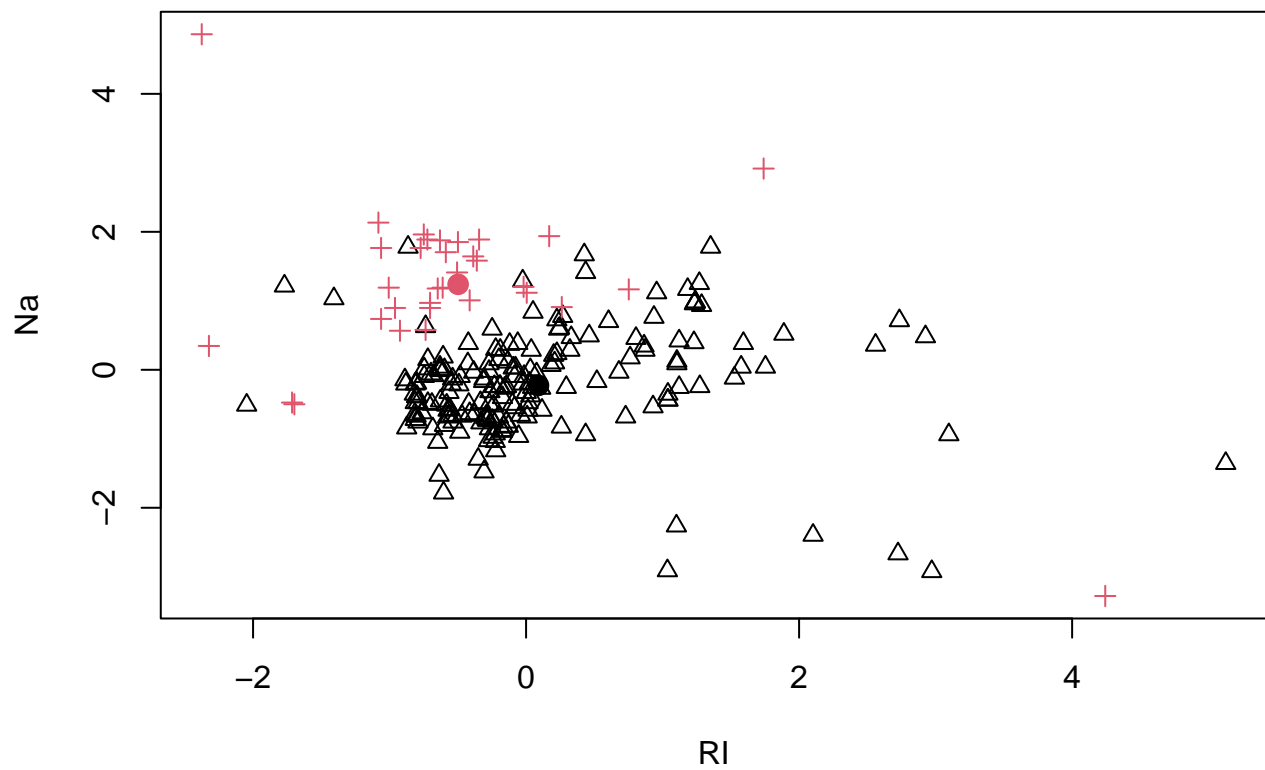
2.3.2 Wizualizacja

2.3.2.1 k-średnie



Wykres 18: PCA, kolory - rzeczywiste, kształt - wyniki, k=2

Gównianie mu poszło

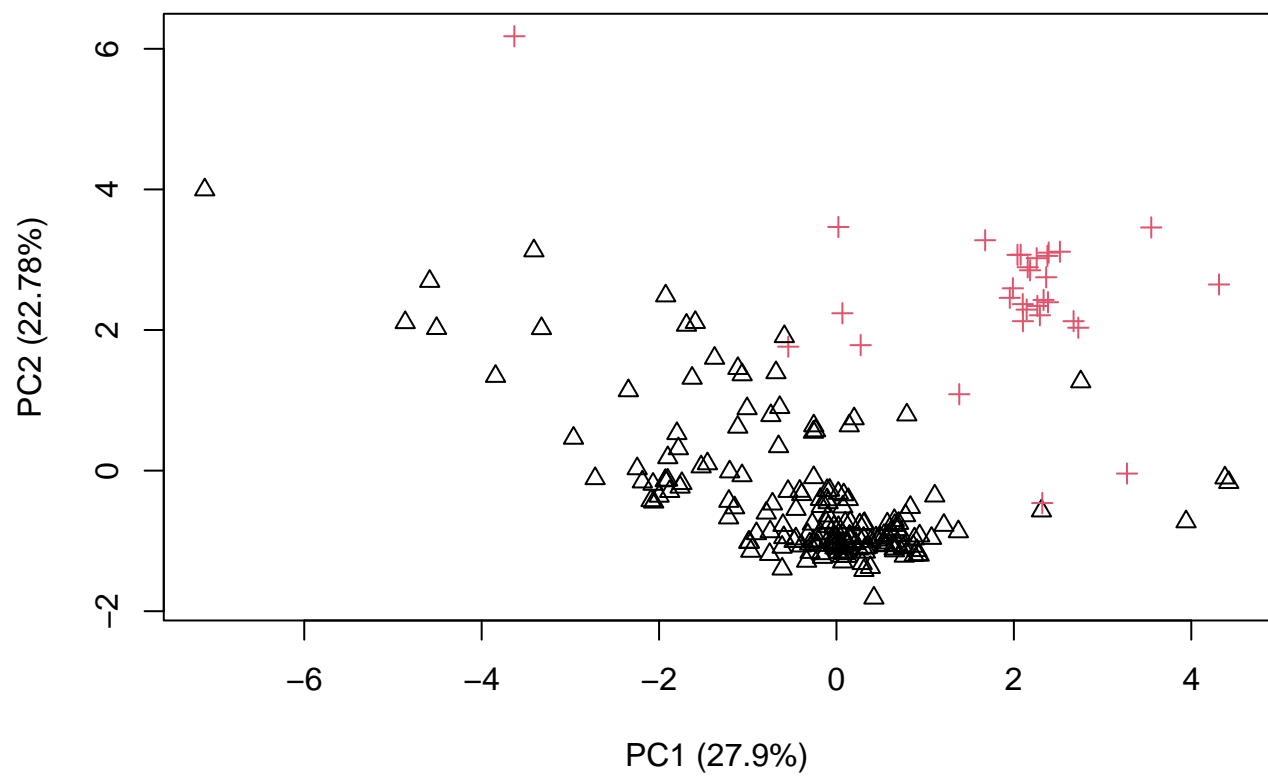


Wykres 19: Wykres RI od Na, aby pokazać gdzie są wyznaczone centra skupień, $k=2$

Centra wywalone w kosmos, ale fajnie

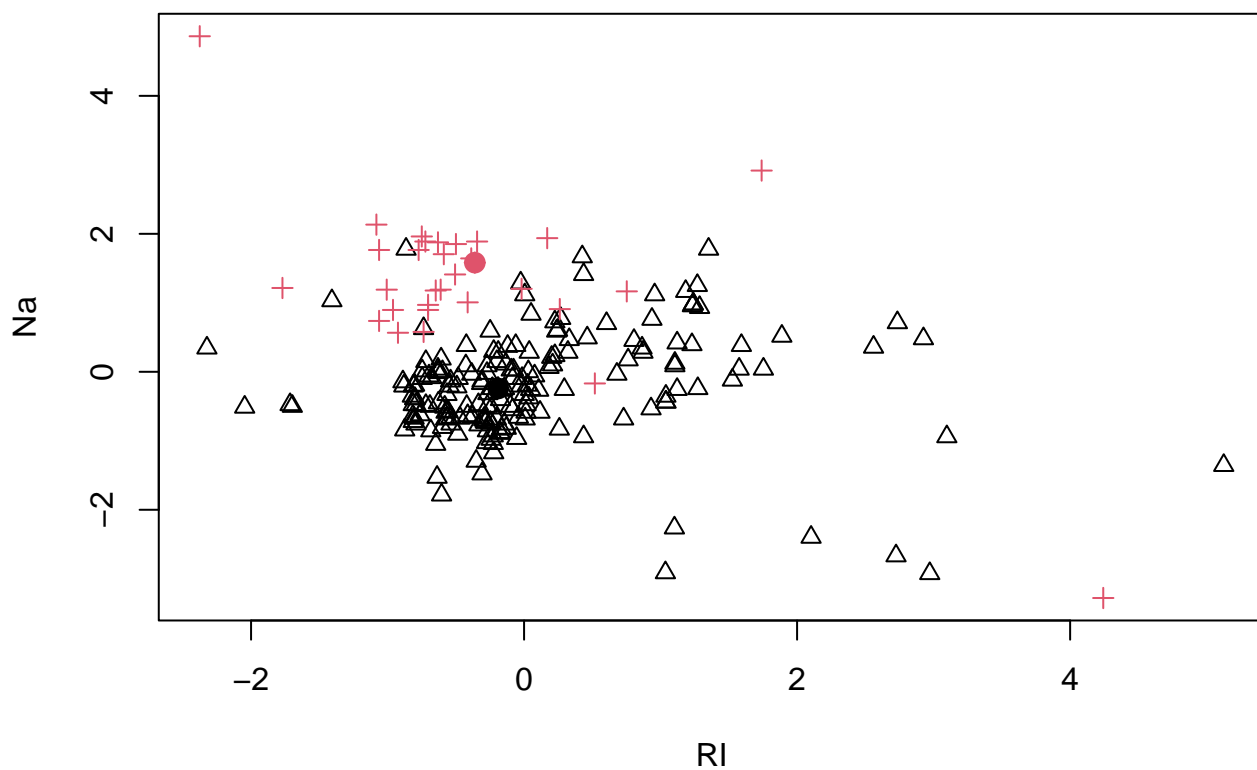
Dokładność (matchedClasses): 96.19%.

2.3.2.2 PAM



Wykres 20: \cos , $k=2$

Też słabo



Wykres 21: coś, z medoidami, k=2

Meh

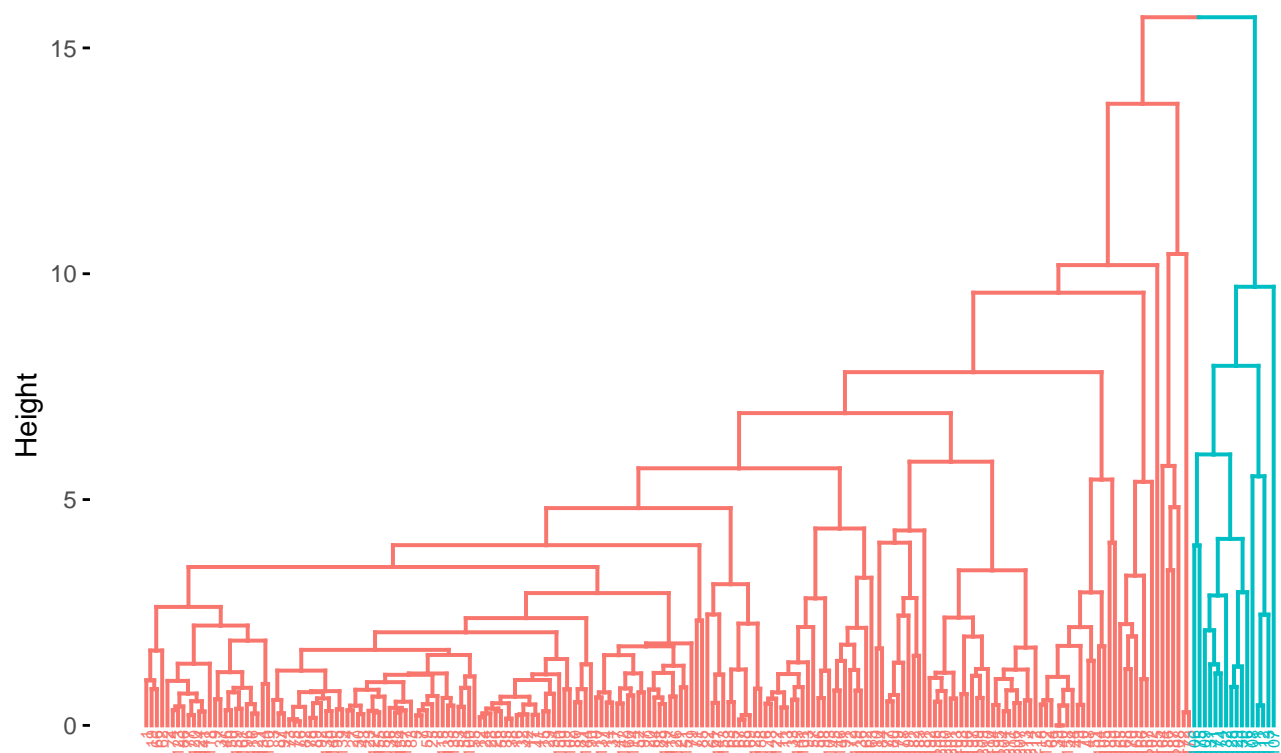
Dokładność (matchedClasses): 94.29%.

Tabela 33: Dane medoidów, k=2

	RI	Na	Mg	Al	Si	K	Ca	Ba	Fe	Type	PAM
43	1.51779	13.21	3.39	1.33	72.76	0.59	8.59	0.00	0	1	1
198	1.51727	14.70	0.00	2.34	73.28	0.00	8.95	0.66	0	7	2

2.3.2.3 AGNES

Cluster Dendrogram



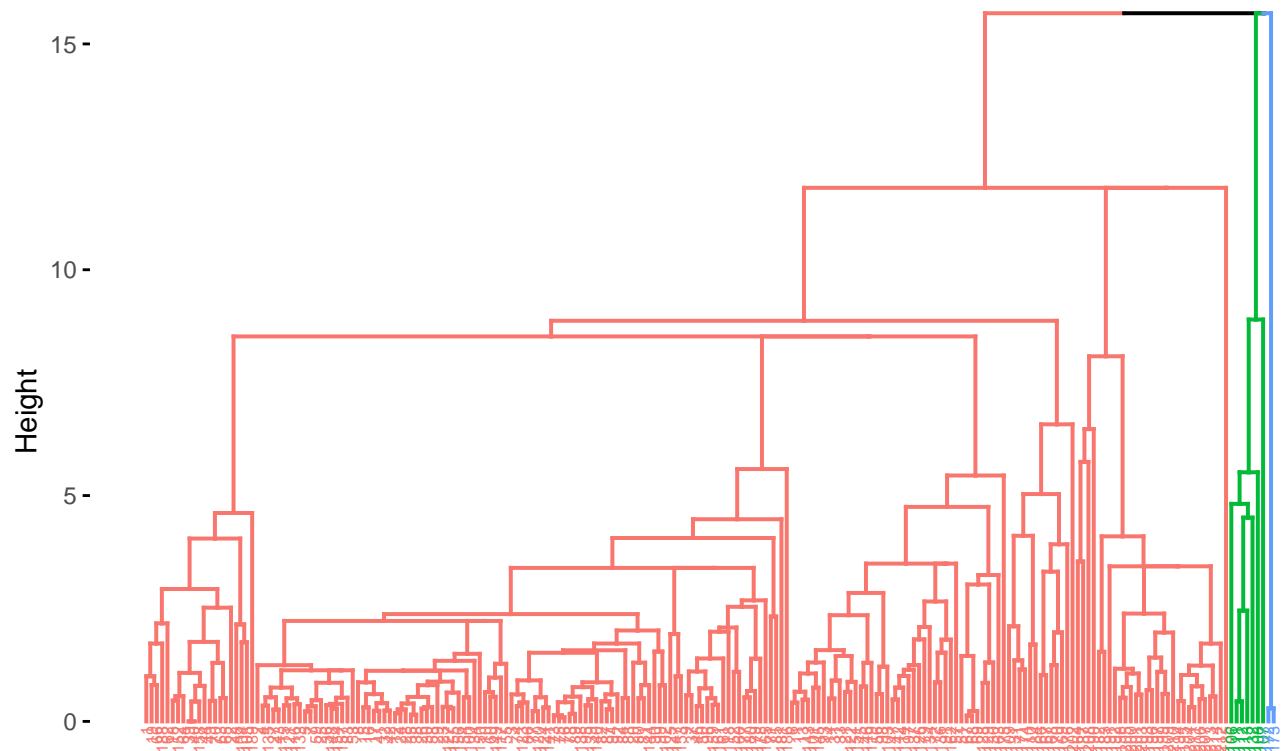
Wykres 22: AGNES: complete lineage, k=2

Tylko dla najdalszych sąsiadów, bo dał najlepsze wyniki.

Dokładność (matchedClasses): 87.64%.

2.3.2.4 DIANA

Cluster Dendrogram



Wykres 23: DIANA, $k=3$

Dokładność (matchedClasses): 49.69%.

2.4 Wnioski

3 Podsumowanie

PS. Czas wykonywania kodu wynosi 4 minut i 39 sekund.