ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ ΙΙ: Ευφυή Ρομποτικά Συστήματα και Κύτταρα
Τομέας Συστημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής

Ρομποτικός Χειριστής εννέα στροφικών βαθμών ελευθερίας
Robotic Manupulator -9 DOF

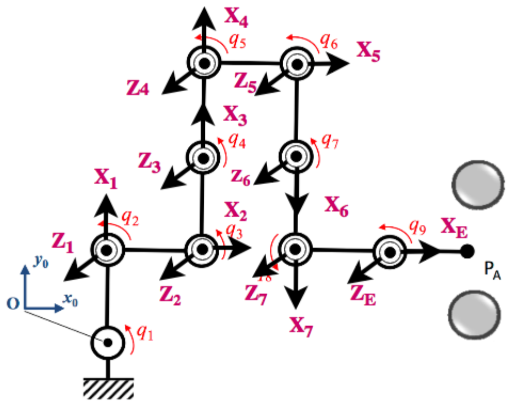
ΡΟΛΑΝΔΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΣ
Α.Μ. 03114437
Έτος : 2017

1 Ορθή Κινηματική Ανάλυση

1.1 Denavit-Hartenberg

Σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα μπορούμε να υπολογίσουμε τον πίνακα παραμέτρων σε συνδυασμό με τις αρχικές συνθήκες ως εξής :

Σχήμα 1: Ανάλυση Ρομπότ



(α΄) Διάταξη Ρομπότ σε Δύο Διαστάσεις

Άρθρωση i	θ_i	a_i	d_i	a_i
1	$q_1 + \pi/2$	0	0	1
2	$q_2 - \pi/2$	0	0	1
3	$q_3 + \pi/2$	0	0	1
4	q_4	0	0	1
5	$q_5 - \pi/2$	0	0	1
6	$q_6 - \pi/2$	0	0	1
7	q_7	0	0	1
8	$q_8 + \pi/2$	0	0	1
E	q_9	0	0	1

(β΄) Πίνακας Παραμέτρων

1.2 Κινηματική Εξίσωση

Γνωρίζουμε πως κάθε γραμμή του παραπάνω πίνακα μπορεί να μεταφραστεί στην μετατόπιση από την προηγούμενη στην επόμενη άρθρωση μέσω του πίνακα μετασχηματισμού :

$$
{}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_{i,i+1} & \sin\theta_i \sin\alpha_{i,i+1} & a_{i,i+1}\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_{i,i+1} & -\cos\theta_i \sin\alpha_{i,i+1} & a_{i,i+1}\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_{i,i+1} & \cos\alpha_{i,i+1} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},
$$

Όποτε εφόσον έχουμε 9 στροφικές αρθρώσεις, όλες γύρω από τον άξονα Z, με τις γνώσεις από Ρομποτική Ι μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε την εξίσωση κάθε άρθρωσης ως:

$$
P_x^i = P_x^{i-1} + L(i)cos(\textstyle\sum_{n=1}^{i} q_n)
$$
$$
P_y^i = P_y^{i-1} + L(i)sin(\textstyle\sum_{n=1}^{i} q_n)
$$

Για απλοποίηση χρησιμοποιούμε τους συμβολισμούς: $c_i = cos(q_i)$ **και** $s_i = sin(q_i)$**, ενώ θεωρούμε τα μήκη των συνδέσμων μοναδιαία.**

Επομένως η κινηματική εξίσωση της αρπάγης θα είναι:

$$
P_0^E = \begin{bmatrix} -s_1 + c_{12} - s_{123} - s_{1234} + c_{12345} + s_{123456} + s_{1234567} + c_{12345678} + c_{123456789} \\ c_1 + s_{12} + c123 + c_{1234} + s_{12345} - c_{123456} - c_{1234567} + s_{12345678} + s_{123456789} \end{bmatrix}
$$

2 Διαφορική Κινηματική Ανάλυση

Για να υπολογίσουμε την Ιακωβιανή μήτρα της παραπάνω διάταξης αρκεί να παραγωγίσουμε τους όρους P_y^i, P_x^i. Από την παραγώγιση της θέσης του τελικού στοιχείου δράσης υπολογίζουμε την ταχύτητα του συνάρτηση των αρθρώσεων q_i. Ο γενικός αλγόριθμος εύρεσης της Ιακωβιανής μήτρας παρουσιάζεται παρακάτω ενώ για τον αναλυτικό υπολογισμό του χρησιμοποιήθηκε το $MatLab$:

$$Jacobian(1,i) = Jacobian(1,i+1) - L(i)sin(\textstyle\sum_{n=1}^{i} q_n) \text{ , ι=1,2,...,9}$$
$$Jacobian(2,i) = Jacobian(2,i+1) + L(i)cos(\textstyle\sum_{n=1}^{i} q_n) \text{ , ι=1,2,...,9}$$
$$Jacobian(3,i) = 0, i = 1,2,...,9$$

Η Ιακωβιανή μήτρα θα έχει διαστάσεις $2x9$ και συνεπώς μονάχα 2 γραμμικά ανεξάρτητες γραμμές, όπως αναμέναμε λόγω της κίνησης της στο $2D$ επίπεδο. Για να εκτελέσουμε την διάσπαση των υποεργασίων είναι αναγκαία η εύρεση της Ψευδο-αντιστρόφου της Ιακωβιανής μήτρας. Λόγω της μεγάλης πολυπλοκότητας των υπολογισμών ο ψευδοαντίστροφος υπολογίζεται εκ νέου μέσω του $MatLab$ ως:

$$Jacobian^+ = Jacobian^T(Jacobian * Jacobian^T)^{-1}$$

3 Διάσπαση Υποεργασιών

Το ρομπότ θέλουμε να εκτελεί τις εξής δυο εργασίες:
A) Τροχιά σταθερή ως προς τον Υ-άξονα με μεταβολή κατά τον Χ-άξονα από το σημείο $X_{start} = 4$ στο $X_{end} = 7$.
B) Αποφυγή των δύο κυκλικών εμποδίων με κέντρο τα σημεία (4,1.75) και (4,0.25), ακτίνας 0.25.
Η γενική εξίσωση ελέγχου για τις αρθρώσεις με βάση τις παραπάνω εργασίες είναι :

$$\dot{q} = \dot{q}^{(1)} + \dot{q}^{(2)} = J^+\dot{p}_e + K_2[I - J^+J]\dot{q_r}$$

3.1 Πρώτη Υποεργασία

Η γενικευμένη ταχύτητα της κάθε άρθρωσης που αντιστοιχεί στην πρώτη υποεργασία δίνεται από την παρακάτω εξίσωση: $\dot{q}^{(1)} = J^+\dot{p}_e$. Η ταχύτητα της μετατόπισης του τελικού σημείου δράσης μπορεί είτε να θεωρηθεί σταθερή εκτελώντας ομαλή κίνηση είτε μπορεί να θεωρηθεί μεταβαλλόμενη εκτελώντας επιταχυνόμενες κινήσεις.

3.2 Δεύτερη Υποεργασία

Η αντίστοιχη γενικευμένη ταχύτητα της κάθε άρθρωσης που αντιστοιχεί στην δεύτερη υποεργασία δίνεται από την εξίσωση: $\dot{q^{(2)}} = K_2[I - J^+J]\dot{q_r}$. Η συνάρτηση της ταχύτας αναφοράς $\dot{q_r}$ αποτελεί την βασική συνθήκη για την επίτευξη της δεύτερης υποεργασίας και ορίζεται ως η παράγωγος($gradient$) της συνάρτησης κριτήριου $\nabla V(q)$.

Σαν πρώτο βήμα για τον σχηματισμό της Συνάρτηση Κριτηρίου υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε **άρθρωσης** και των **κέντρων των συνδέσμων** από το κέντρο του κάθε κύκλου:

$$Distance(q_i) = \sqrt{(x_i - x_{obstacle})^2 + (y_i - y_{obstacle})^2} \text{ και}$$
$$Distance(Arm_i) = \sqrt{(\tfrac{x_i + x_{i+1}}{2} - x_{obstacle})^2 + (\tfrac{y_i + y_{i+1}}{2} - y_{obstacle})^2}$$

Εντέλει ως συνάρτηση Κριτηρίου επιλέγεται η ελάχιστη από τις παραπάνω αποστάσεις: $\Rightarrow V(q) = Min(Distance(q)) = \sqrt{(x_i - x_{obstacle})^2 + (y_i - y_{obstacle})^2}$. Αφού βρούμε την άρθρωση που έχει την ελάχιστη απόσταση αρκεί να υπολογίσουμε την γενικευμένη ταχύτητα ως εξής:
Όταν η απόσταση κάποιας άρθρωσης, έστω της i γίνει η ελάχιστη και ξεπεράσει ένα επιτρεπτό όριο $2 * r$, με r την ακτίνα του εμποδίου τότε η γενικευμένη ταχύτητα δίνεται από την εξίσωση

$$\dot{q_r} = \nabla V(q) = \frac{1}{Min(Distance(q))}\{(x_i - x_{obstacle})\frac{\partial x_i}{\partial q} + (y_i - y_{obstacle})\frac{\partial y_i}{\partial q}\} \text{ , όταν}$$
$$Min(Distance) < 2r$$
$$\dot{q_r} = 0, \text{ αλλιώς.}$$

Η θέση της εκάστοτε άρθρωσης, (x_i, y_i), περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$x_i = x_{i-1} + L(i)cos(\textstyle\sum_{n=1}^{i} q_n)$$
$$y_i = y_{i-1} + L(i)sin(\textstyle\sum_{n=1}^{i} q_n)$$

όπως περιγράφηκαν στο Πρώτο κεφάλαιο.
Από τα παραπάνω είναι εμφανής η εξάρτηση της εξίσωσης θέσεις από τις γωνίες των αρθρώσεων και οι μερικές παράγωγοι αυτών μπορούν να υπολογιστούν πολύ απλά ως εξής:

$$\frac{\partial x_i}{\partial q_j} = -(y_i - y_{j-1})$$
$$\frac{\partial y_i}{\partial q_j} = x_i - x_{j-1}$$

Στο παρακάτω παράδειγμα αναλύεται η εύρεση του κριτηρίου όταν η άρθρωση q_4 έχει την μικρότερη απόσταση από το πρώτο, έστω, εμπόδιο.
Η θέση της άρθρωσης 4 περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$\begin{bmatrix} x_4 = l_1c_1 + l_2c_{12} + l_3c_{123}, \\ y_4 = l_1s_1 + l_2s_{12} + l_3s_{123} \end{bmatrix}$$

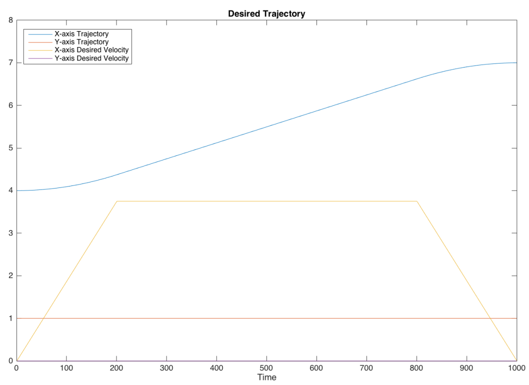
$$\Rightarrow \frac{\partial x_4}{\partial q_i} = \begin{bmatrix} -(l_1s_1 + l_2s_{12} + l_3s_{123}) \\ -(l_2s_{12} + l_3s_{123}) \\ -(l_3s_{123}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \frac{\partial y_4}{\partial q_i} = \begin{bmatrix} l_1c_1 + l_2c_{12} + l_3c_{123} \\ l_2c_{12} + l_3c_{123} \\ l_3c_{123} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Οπότε η ταχύτητα αναφοράς θα δίνεται από την εξίσωση:

$$\dot{q_r^i} = \nabla V(q) = \frac{1}{Distance(q_4)}\{(x_4 - x_{obstacle})\frac{\partial x_4}{\partial q_i} + (y_4 - y_{obstacle})\frac{\partial y_4}{\partial q_i}\}, i = 1, 2, .., 9$$
όταν η απόσταση της 4ης άρθρωσης είναι μικρότερη από $2r$.

4 Προσομοίωση στο $MatLab$

Για την κινηματική προσομοίωση επιλέχτηκαν δυο πιθανές επιθυμητές τροχιές:
α)μια γραμμική τροχεία με σταθερή ταχύτητα
β) μια τροχεία που σχεδιάστηκε με πολυωνυμική παρεμβολή έτσι ώστε να επιτυγχάνεται γραμμική επιτάχυνση κατά την εκκίνηση στην συνέχεια το ρομπότ να κινείται με σταθερή ταχύτητα ενώ κατά τον τερματισμό να επιβραδύνει γραμμικά ώστε να επιτύχει μηδενική ταχύτητα.



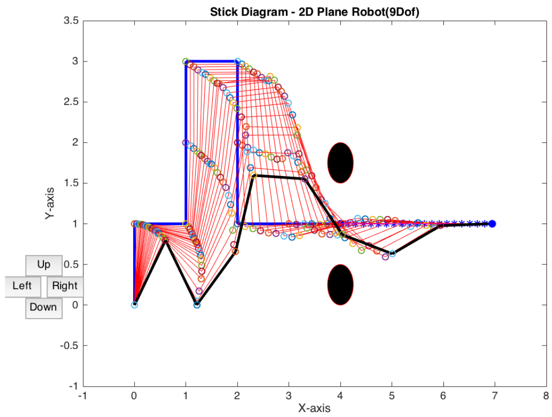
Σχήμα 2: Επιθυμητή Τροχιά

Σαν χρονική διάρκεια κίνησης επιλέχθηκε το $1sec$ και διάρκεια δειγματοληψίας $1msec$.
Η μεθοδολογία που ακολουθεί ο αλγόριθμος προσομοίωσης εστιάζεται στα παρακάτω βήματα:

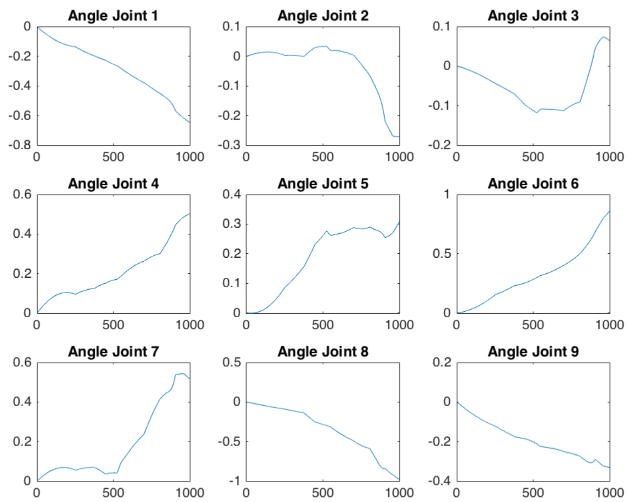
1) Υπολογισμός παραμέτρων Ευθείας Κινηματικής Ανάλυσης μέσω της συνάρτησης $'Jacobian_Forward.m'$ για κάθε χρονική στιγμή.
2) Υπολογισμός παραμέτρων Διαφορικής Κινηματικής Ανάλυσης μέσω της συνάρτησης $'Jacobian_Forward.m'$ και υπολογισμός της Ιακωβιανής μήτρας για κάθε χρονική στιγμή.
3)Υπολογισμός της συνεισφοράς της πρώτης υποεργασίας στην κίνηση των αρθρώσεων όπως αναλύθηκε θεωρητικά στο προηγούμενο κεφάλαιο.
4)Εύρεση της άρθρωσης ή του συνδέσμου που απέχει την ελάχιστη απόσταση από κάποιο εμπόδιο. Υπολογισμός της συνάρτησης κλίσης της ελάχιστης απόστασης ως προς το σύνολο των αρθρώσεων $(\nabla V(q))$ και τελικά της συνεισφοράς της δεύτερης υποεργασίας στην κίνηση των αρθρώσεων όπως αναλύθηκε θεωρητικά στο προηγούμενο κεφάλαιο.
5)Υπολογισμός της επίδρασης των δύο υποεργασιών στις αρθρώσεις.

Στην κινηματική προσομοίωση δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη να μετακινήσει την θέση των εμποδίων συζευγμένα κατά τον Χ ή/και τον Υ άξονα κίνησης σε διάστημα 0,5. Σε περίπτωση υπέρβασης του σχετικού διαστήματος εμφανίζεται σχετικό μήνυμα και η θέση των εμποδίων επανέρχεται στην αρχική. Επίσης το προγραμμα εμφανίζει μήνυμα προειδοποίησης αν κάποια άρθρωση ή κάποιος σύνδεσμος χτυπήσει σε ένα από τα εμπόδια. Παρακάτω παρατίθενται ορισμένα στιγμιότυπα της κίνησης. Με μπλέ χρώμα σημειώνεται η αρχική διάταξη, με μαύρο η τελική ενώ με κόκκινο οι ενδιάμεσες μετακινήσεις των συνδέσμων.

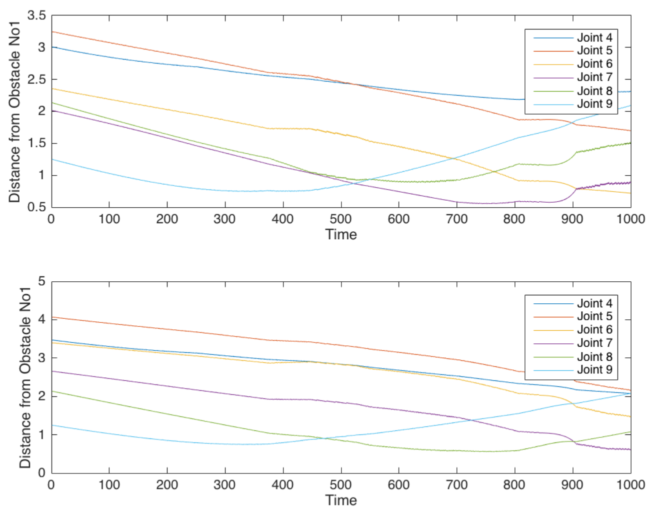
Σχήμα 2: Πείραμα 1: Σταθερά Εμπόδια



(αʹ) Διάγραμμα Κίνησης Ρομπότ

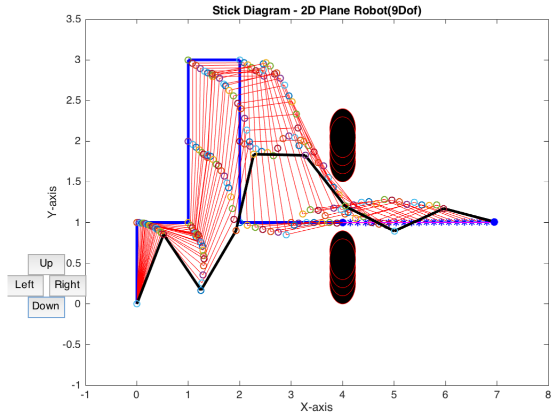


(βʹ) Κίνηση των αρθρώσεων

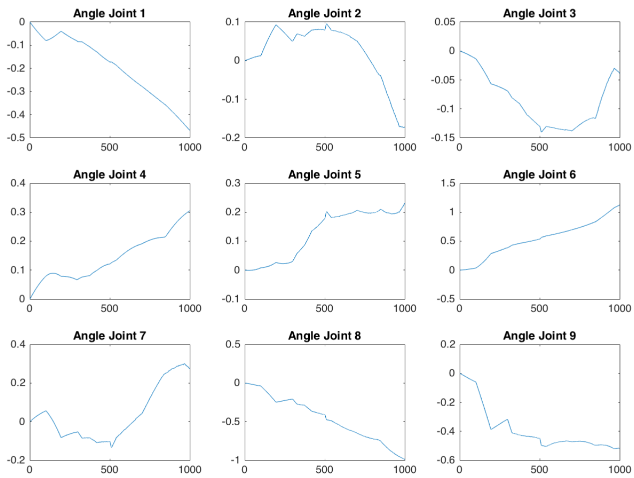


(γʹ) Απόσταση αρθρώσεων από το πάνω εμπόδιο

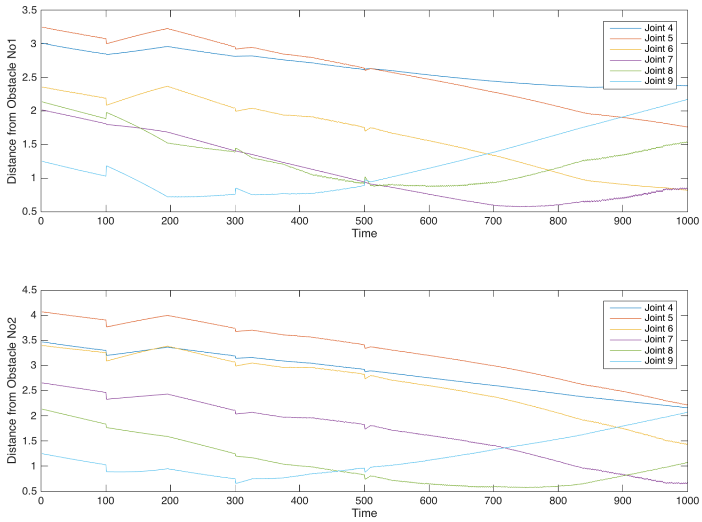
Σχήμα 3: Πείραμα 2: Κίνηση Εμποδίων στον Υ-άξονα



(α΄) Διάγραμμα Κίνησης Ρομπότ

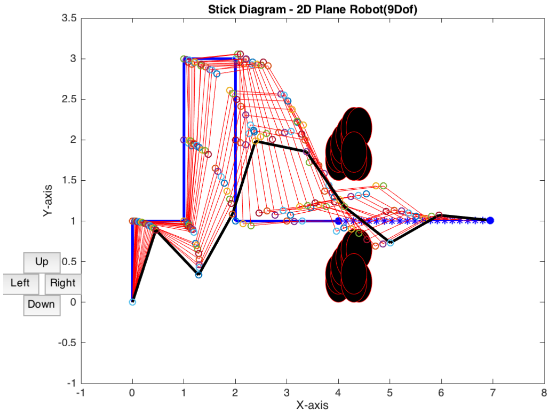


(β΄) Κίνηση των αρθρώσεων

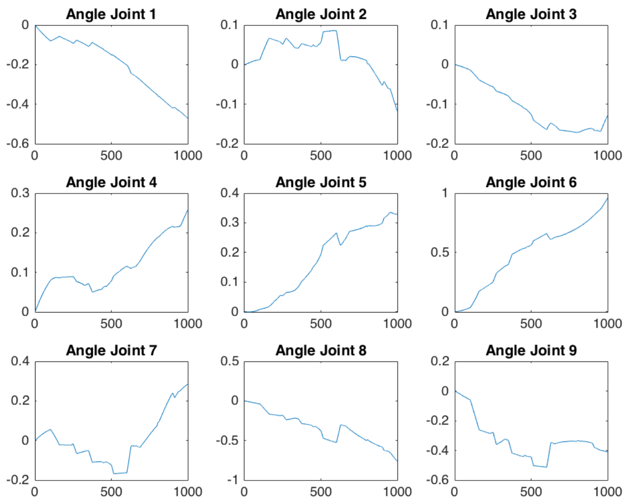


(γ΄) Απόσταση αρθρώσεων από το πάνω εμπόδιο

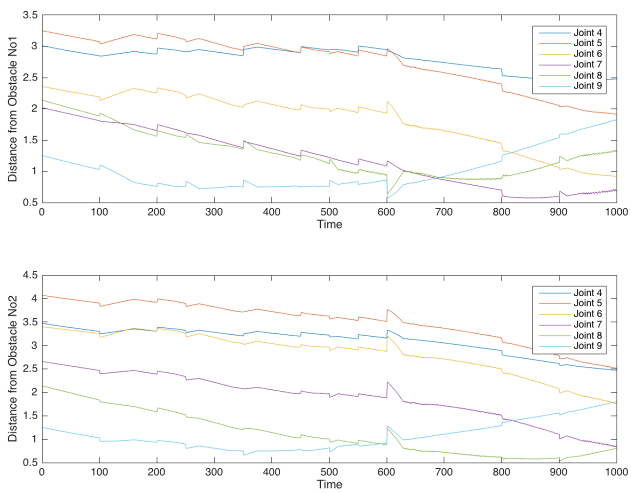
Σχήμα 4: Πείραμα 3: Κίνηση Εμποδίων και στις δύο διευθύνσεις



(α΄) Διάγραμμα Κίνησης Ρομπότ



(β΄) Κίνηση των αρθρώσεων



(γ΄) Απόσταση αρθρώσεων από το πάνω εμπόδιο