

Série 5
Travaux dirigés d'algèbre tensoriel

Exercice 1

Un point M est repéré en coordonnées cylindriques par les variables ρ, φ, z (Fig(1)).

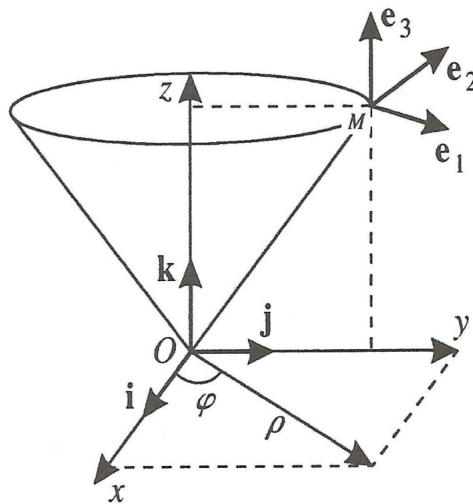


FIGURE 1 – Figure d'étude

1. Déterminer l'expression du vecteur position $OM(\rho, \varphi, z)$ d'un point M quelconque sur la base cartésienne (i, j, k) .
2. Déterminer les vecteurs e_1, e_2, e_3 de la base naturelle et les représenter sur un schéma.
3. Démontrer que ces vecteurs sont orthogonaux entre eux.
4. Calculer les normes des vecteurs de la base naturelle.

Exercice 2

On considère un système de coordonnées paraboloidales d'un espace ponctuel $E_3 : x = uv\cos\varphi; y = uv\sin\varphi; z = \frac{1}{2}(v^2 - u^2)$ où x, y, z sont les coordonnées cartésiennes. Les coordonnées curvilignes sont notées dans l'ordre $u^1 = u; u^2 = v; u^3 = \varphi$.

1. Écrire l'expression du vecteur position $OM(u, v, \varphi)$ d'un point M de l'espace E_3 .
2. Déterminer les vecteurs e_1, e_2, e_3 de la base naturelle sur la base cartésienne (i, j, k) .
3. Démontrer que ces vecteurs sont orthogonaux entre eux.
4. Calculer leur norme.
5. Déterminer l'élément linéaire de E_3 .