

DERNIÈRE SÉANCE

Mardi 4 Juin

Option Informatique
Ecole Alsacienne

PLAN

1. Bilan de l'année
2. Quelques énigmes
3. Capillotraction
4. Pour aller plus loin

BILAN DE L'ANNÉE

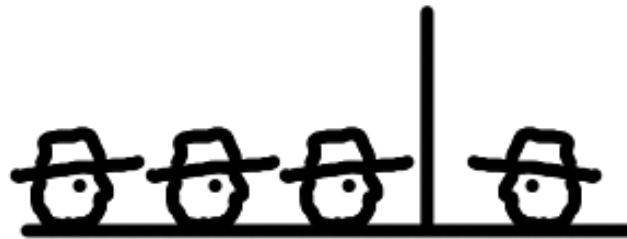
BILAN DE L'ANNÉE

- Merci
- Bravo
- Votre avis compte

QUELQUES ENIGMES

LES 4 PRISONNIERS ET LEURS CHAPEAUX

- Une situation inconfortable
 - Quatre prisonniers sont enterrés jusqu'au cou
 - Chacun a sur la tête un chapeau dont il ne peut voir la couleur
 - Il y a 2 chapeaux noirs et 2 chapeaux blancs
 - Ils ne peuvent pas parler entre eux
 - Ils ne peuvent pas tourner la tête
 - Ils sont situés de part et d'autre d'un mur opaque :



- Dilemme
 - Un des prisonniers doit prendre la parole et annoncer la couleur du chapeau qu'il porte
 - S'il dit la vérité, ils sont tous libérés
 - S'il se trompe, ils sont tous exécutés (ils n'ont droit qu'à un seul essai)

COUPE AU CARRÉ

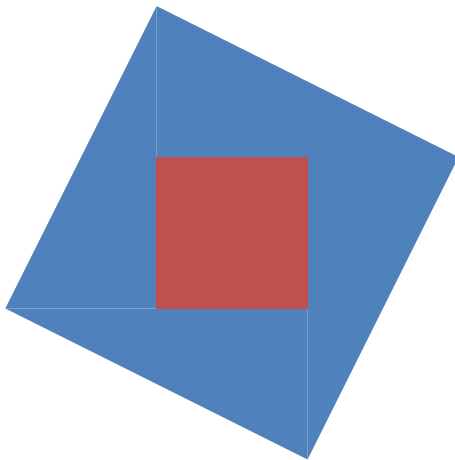
Peut-on découper le rectangle suivant et recoller les morceaux pour obtenir un carré ?



- Indice 1 :



- Indice 2 :



LA PESÉE UNIQUE

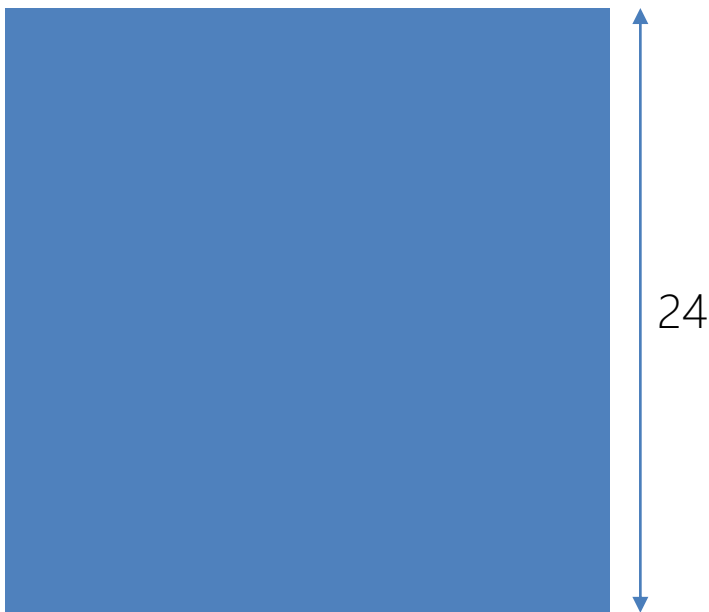
- Vous avez devant vous 10 sacs remplis de pièces :
 - 9 sacs sont remplis de vraies pièces, qui pèsent 1 g chacune
 - 1 sac est rempli de fausses pièces, qui pèsent 2g chacune
- Question : Comment déterminer quel est le sac qui contient les fausses pièces ?
- Contrainte :

Vous disposez d'une balance, et vous pouvez prendre autant de pièces que vous le souhaitez dans chaque sac, mais vous n'avez le droit qu'à une seule pesée



LE CARRÉ ET L'ANNEAU

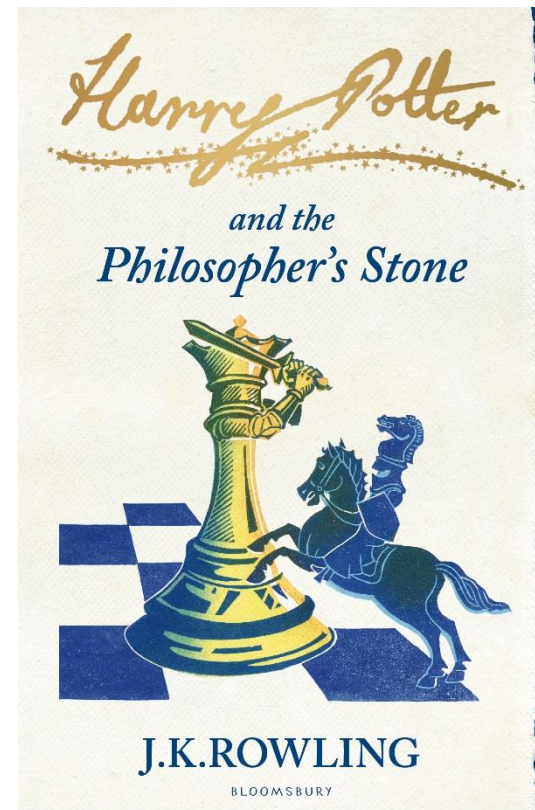
- Peut-on découper le carré suivant en 4 morceaux identiques capables de passer dans l'anneau ci-dessous ?



- Indice 1 : $\sqrt{2} \approx 1,41$
- Indice 2 : $\sqrt{2} \times 3 \approx 4,24$

UN PETIT PEU DE LECTURE

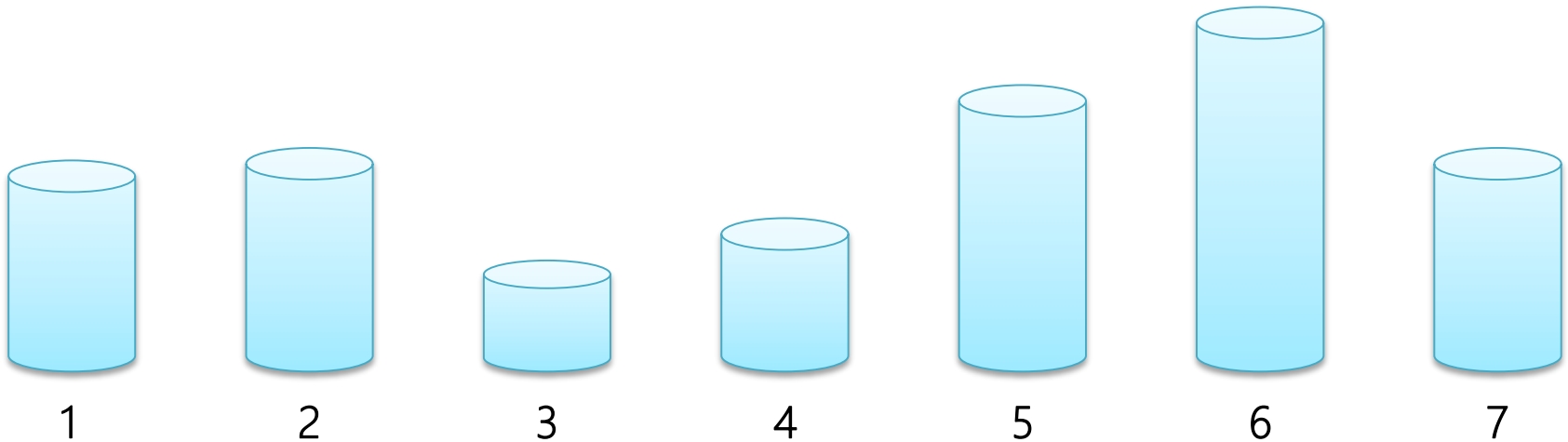
*Devant est le danger, le salut est derrière.
Deux sauront parmi nous conduire à la lumière,
L'une d'entre les sept en avant te protège
Et une autre en arrière abolira le piège,
Deux ne pourront t'offrir que simple vin d'ortie
Trois sont mortels poisons, promesse d'agonie,
Choisis, si tu veux fuir un éternel supplice,
Pour t'aider dans ce choix, tu auras quatre indices.
Le premier : si rusée que soit leur perfidie,
Les poisons sont à gauche des deux vins d'ortie.
Le second : différente à chaque extrémité,
Si tu vas de l'avant, nulle n'est ton alliée.
Le troisième : elles sont de tailles inégales,
Ni naine ni géante en son sein n'est fatale.
Quatre enfin : les deuxièmes, à gauche comme à droite,
Sont jumelles de goût, mais d'aspect disparates.*



J.K. Rowling, *Harry Potter à l'école des sorciers*

L'ÉNIGME DES POTIONS

- Situation :
 - Des flammes noires empêchent d'avancer
 - Des flammes violettes empêchent de reculer
 - Sept potions sur une table



- But : Identifier les potions qui permettent de quitter la pièce

L'ENIGME DES POTIONS

- Sept potions

L'une d'entre les sept en avant te protège

Et une autre en arrière abolira le piège,

Deux ne pourront t'offrir que simple vin d'ortie

Trois sont mortels poisons, promesse d'agonie,

- Quatre types de potions

- Un potion qui permet d'aller vers l'avant
- Un potion qui permet de retourner en arrière
- Deux vins d'orties (inoffensifs mais inutiles)
- Trois poisons mortels

L'ENIGME DES POTIONS

- Quatre indices :

Le premier : si rusée que soit leur perfidie,

Les poisons sont à gauche des deux vins d'ortie.

Le second : différente à chaque extrémité,

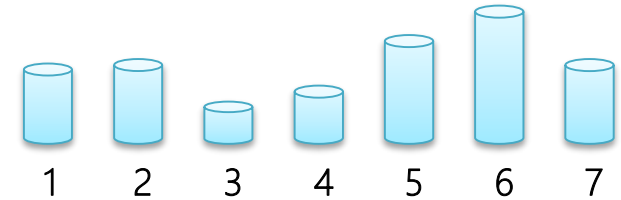
Si tu vas de l'avant, nulle n'est ton alliée.

Le troisième : elles sont de tailles inégales,

Ni naine ni géante en son sein n'est fatale.

Quatre enfin : les deuxièmes, à gauche comme à droite,

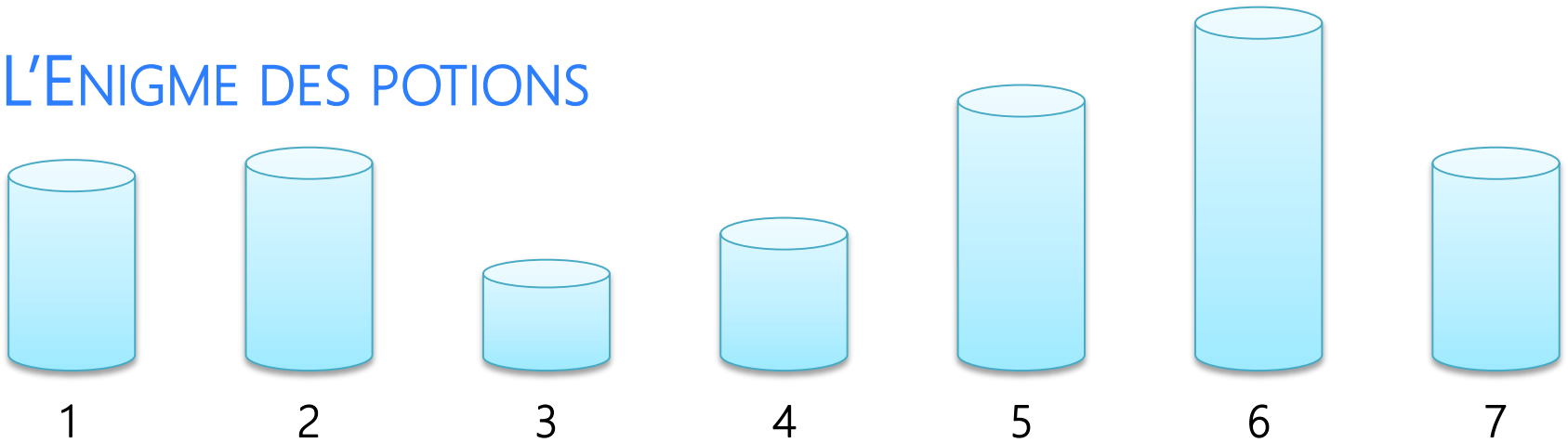
Sont jumelles de goût, mais d'aspect disparates.



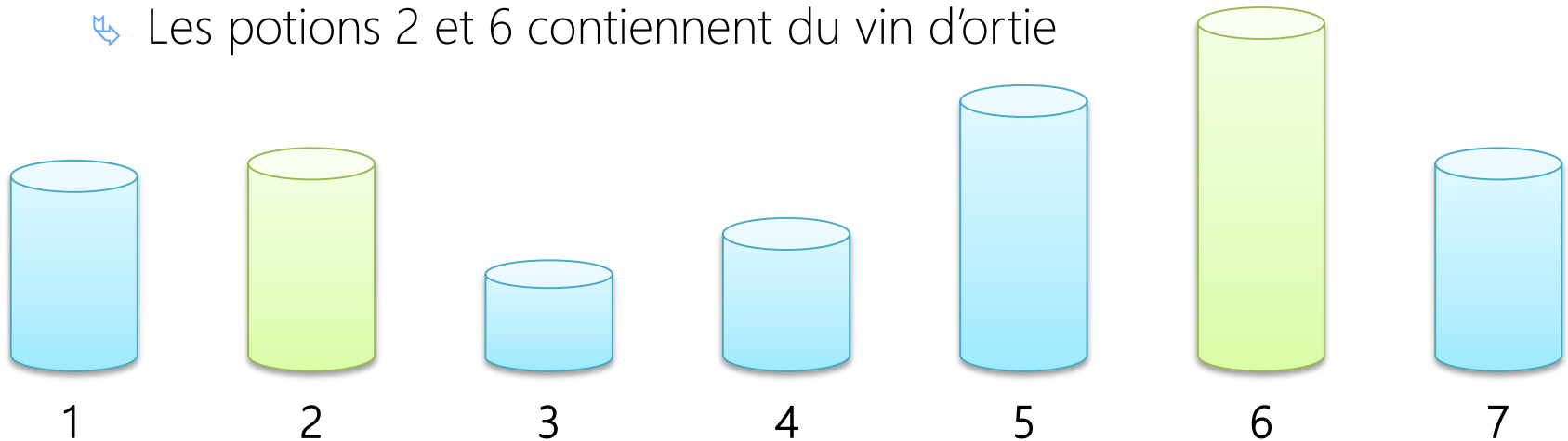
- Version moins alambiquée

1. A gauche de chaque vin d'ortie se trouve un poison
2. La potion 1 et la potion 7 sont différentes et ne permettent d'avancer
3. La plus grande (6) et la plus petite potion (3) ne sont pas des poisons
4. Les potions 2 et 6 n'ont pas la même taille mais ont le même contenu

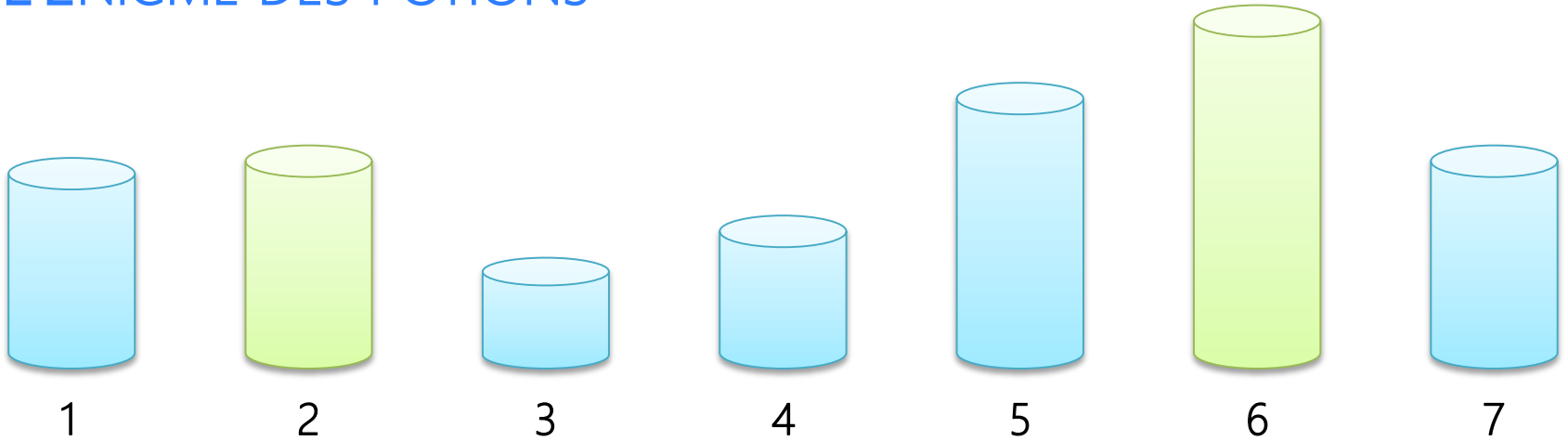
L'ÉNIGME DES POTIONS



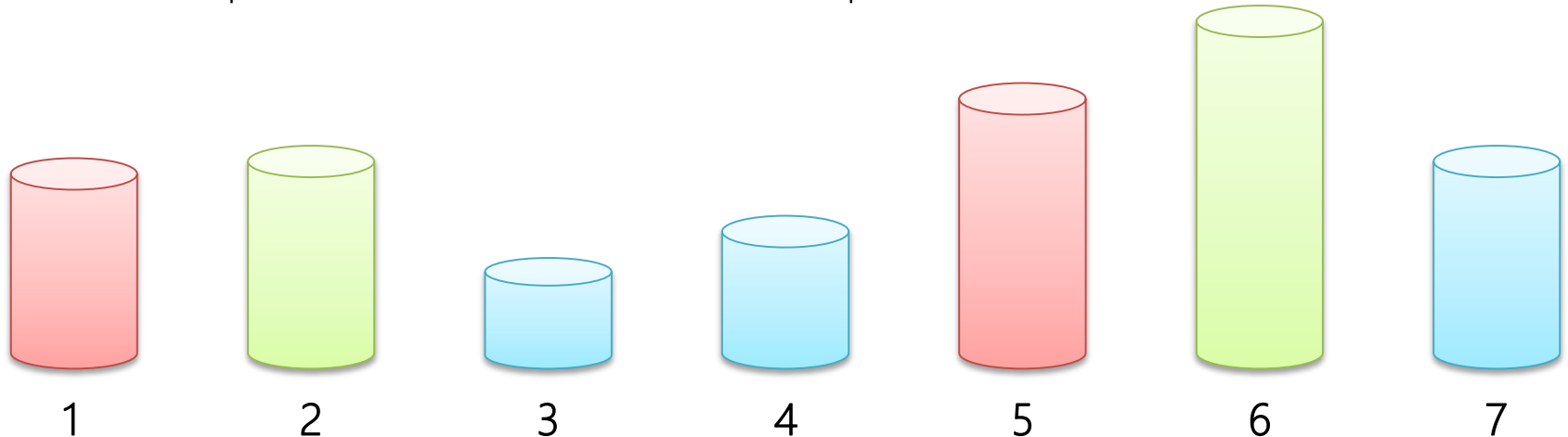
- Indice 4 : Les potions 2 et 6 ont le même contenu
 - ↳ Elles contiennent soit du poison, soit du vin d'ortie
- Indice 2 : La plus petite potion (6) n'est pas un poison
 - ↳ Les potions 2 et 6 contiennent du vin d'ortie



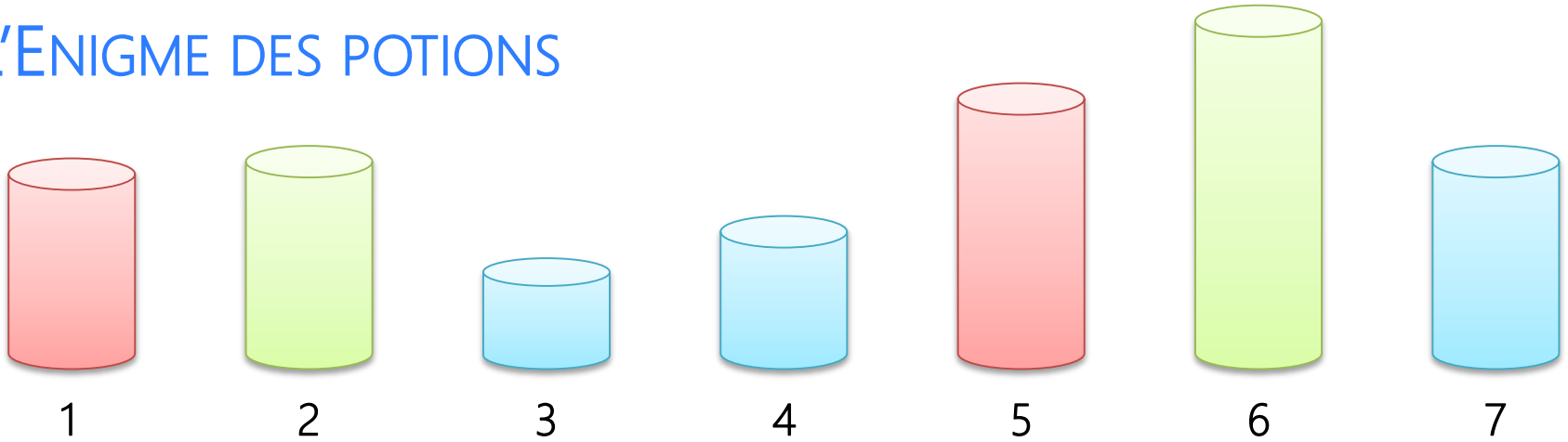
L'ENIGME DES POTIONS



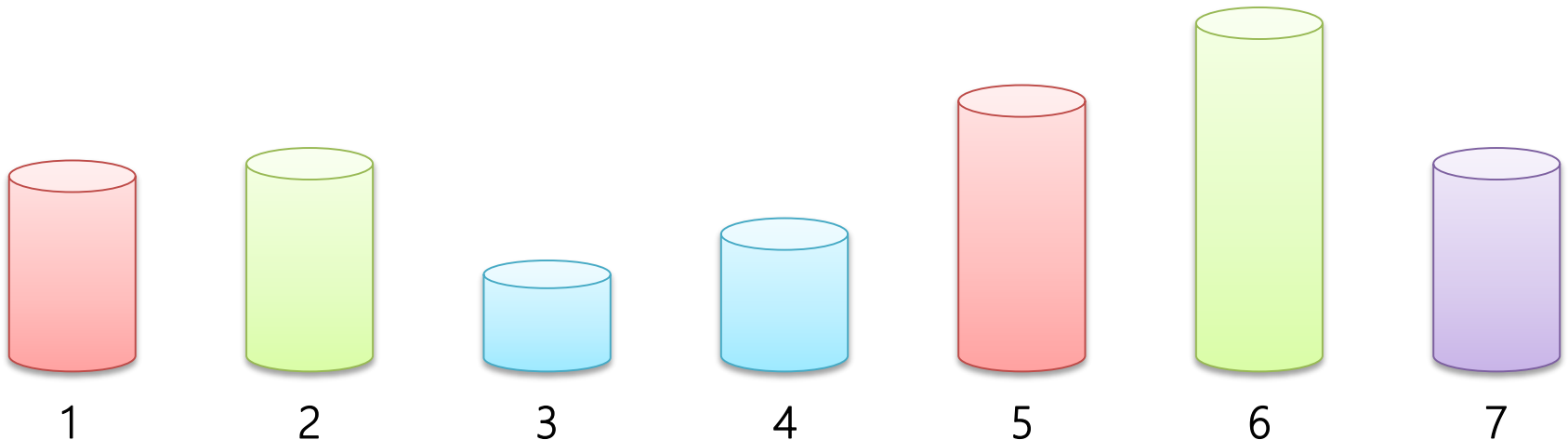
- Indice 1 : A gauche de chaque vin d'ortie se trouve un poison
↳ Les potions 1 et 5 contiennent du poison



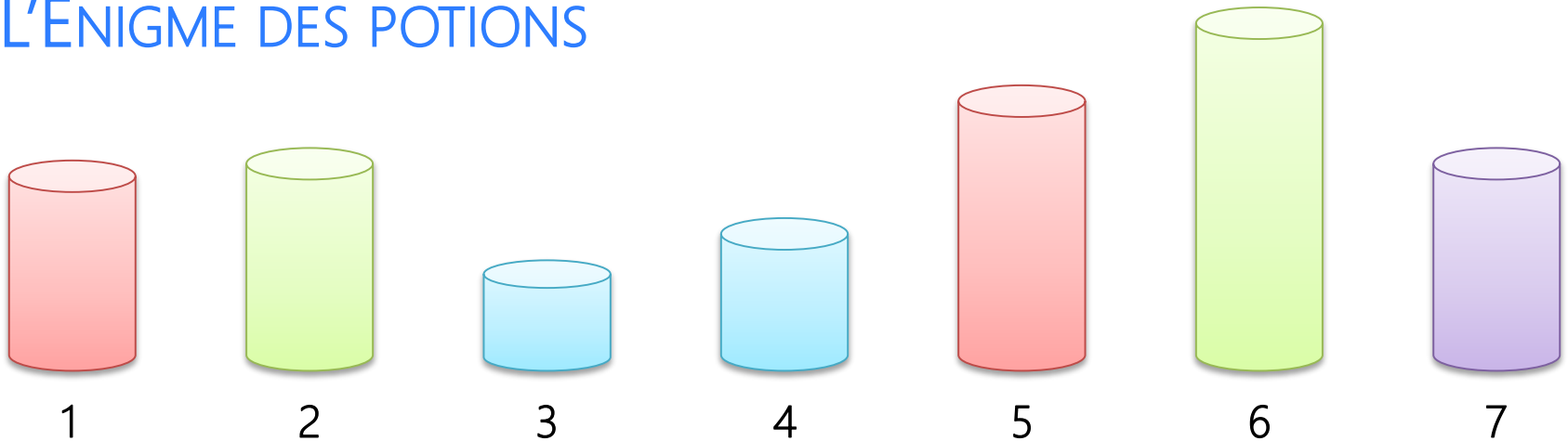
L'ÉNIGME DES POTIONS



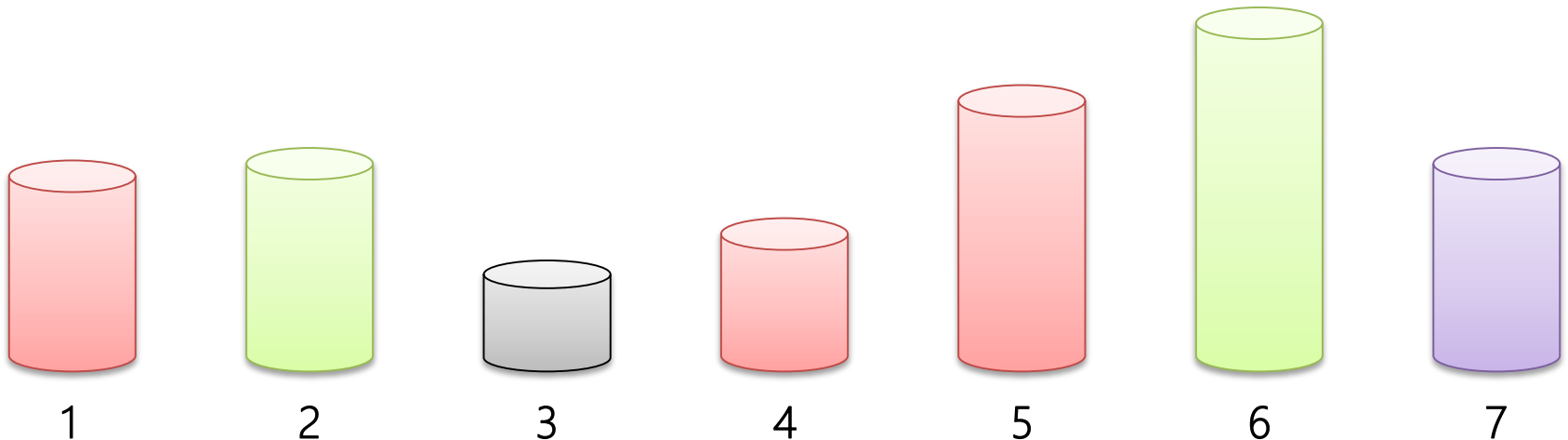
- Indice 2 : Les potions 1 et 7 sont différentes et ne permettent pas d'avancer
 - ↳ La potion 7 contient la potion qui permet de reculer



L'ÉNIGME DES POTIONS

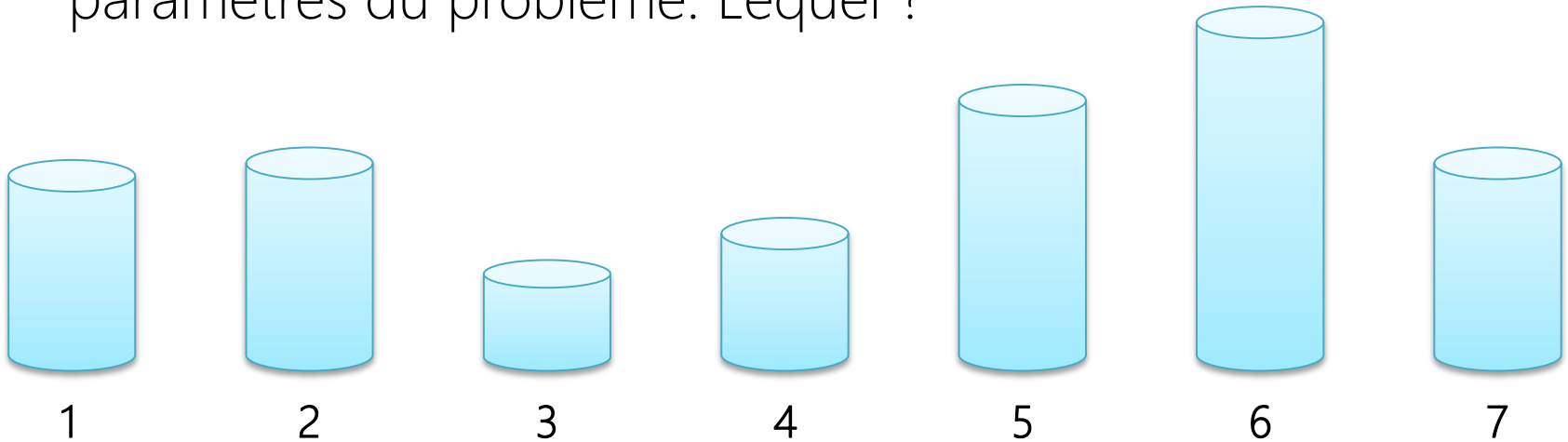


- Indice 3 : La plus petite potion (3) n'est pas un poison
 - ↪ La potion 3 contient la potion qui permet d'avancer
 - ↪ La potion 4 contient le dernier poison



LA VÉRITÉ SUR L'ÉNIGME DES POTIONS

- Question : Nous avons arbitrairement fixé l'un des paramètres du problème. Lequel ?



Les tailles des potions !

- Question : Peut-on trouver une configuration où l'énigme est insoluble, car il n'est pas possible de trancher ?

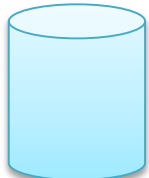
UN CAS INSOLUBLE



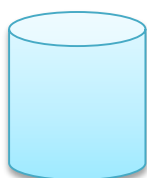
1



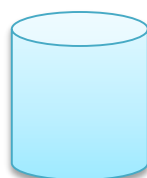
2



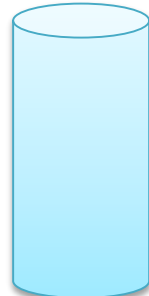
3



4



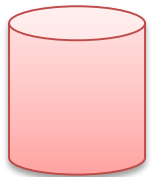
5



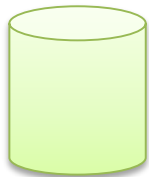
6



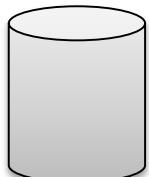
7



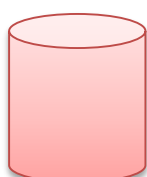
1



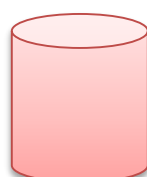
2



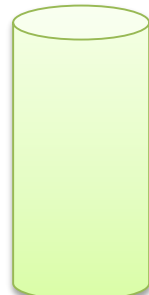
3



4



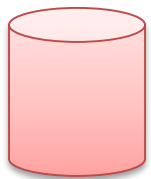
5



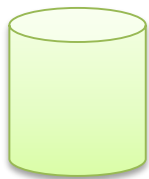
6



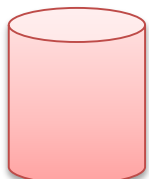
7



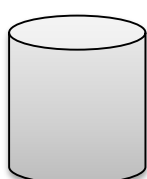
1



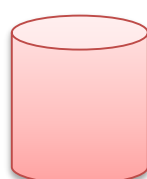
2



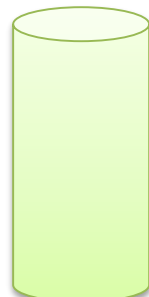
3



4



5



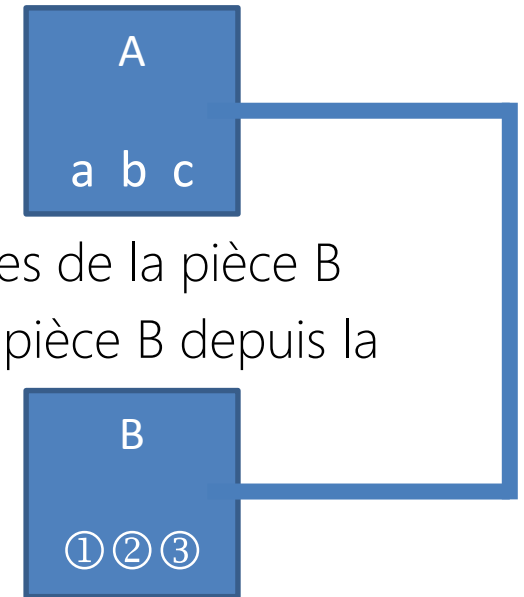
6



7

LES 3 AMPOULES

- Pièce A (position de départ)
 - La pièce A contient 3 interrupteurs : a, b, c
 - Chaque interrupteur contrôle l'une des ampoules de la pièce B
 - Il est impossible de voir ce qui se passe dans la pièce B depuis la pièce A
- Pièce B
 - La pièce B contient 3 ampoules initialement éteintes (1, 2 et 3)
 - Une fois entré dans la pièce B, il n'est possible d'en ressortir qu'en répondant correctement à l'énigme
- Enigme : Comment déterminer quel interrupteur commande quelle ampoule ?



LES MOINES MALADES



- Un étrange monastère
 - 40 moines vivent dans un monastère
 - Ils ont fait vœu de ne jamais communiquer entre eux (en aucune manière)
 - Ils ont fait vœu de ne jamais regarder leur propre image ou reflet
 - Ils se ne croisent qu'une fois par jour, pour déjeuner tous ensemble à midi
- Un midi :
 - Les moines sont prévenus qu'une terrible maladie s'est déclarée
 - Il y a au moins un malade parmi eux
 - Les premiers symptômes sont simples : un point rouge au milieu du front
 - Tout moine convaincu qu'il est malade doit quitter le monastère
 - Ce midi-là, personne ne quitte le monastère
- Jours suivants
 - Le lendemain, personne ne quitte le monastère
 - Le surlendemain, plusieurs moines se lèvent et quittent le monastère
- Question : Combien sont-ils ?

LES MOINES MALADES

- Supposition 1 : Il n'y a qu'un seul malade.
 - Le premier midi, le moine malade ne voit aucun moine malade
 - Comme il y a au moins un malade, c'est donc lui
 - Comme il n'y a pas de départ le premier jour, la supposition 1 est fausse
- Supposition 2 : Il y a deux malades.
 - Le premier midi, les deux moines malades ne voient chacun qu'un moine malade
 - Comme personne n'est parti le premier jour, chacun comprend qu'il est malade aussi et tous deux quittent le monastère
 - Comme il n'y a pas de départ le deuxième jour, la supposition 2 est fausse
- Supposition 3 : Il y a trois malades.
 - Le premier midi, les trois moines malades voient chacun deux moines malades
 - Comme personne n'est parti le deuxième jour, chacun comprend qu'il est malade aussi et tous trois quittent le monastère
- Solution générale : si un départ a lieu le n -ième jour, c'est qu'il y a n malades, et tous partent ce jour-là

LE TRÉSOR DES PIRATES

- Cinq pirates doivent se partager un trésor de 100 pièces d'or
 - Chacun doit prendre la parole, du plus jeune au plus vieux
 - Chacun propose un partage du trésor (ex : « Tout pour moi »)
 - Si la stricte majorité des pirates accepte, chacun part avec sa part
 - Sinon, le plus jeune est exécuté et on passe au nouveau plus jeune
- Les pirates sont tous intelligents et sanguinaires.
Chacun veut donc (dans cet ordre) :
 - Rester en vie
 - Optimiser ses gains
 - Tuer un maximum de pirates
- Questions :
 - Le plus jeune a-t-il une chance de s'en sortir ?
 - Le cas échéant, combien de pièces d'or peut-il récupérer ?



LE TRÉSOR DES PIRATES

- Nommons A, B, C, D et E nos pirates, du plus jeune au plus vieux.
- Si E propose un partage,
 - C'est qu'il est le seul survivant
 - E part avec les 100 pièces d'or
- Si D propose un partage
 - C'est qu'il ne reste plus que lui et E.
 - Il ne peut rien proposer d'intéressant à E
 - D ne veut absolument pas en arriver là
- Si C propose un partage
 - C'est qu'il ne reste plus que lui, D et E.
 - D sera d'accord avec n'importe quelle offre (sinon il meurt)
 - C part avec les 100 pièces d'or



LE TRÉSOR DES PIRATES

- Si B propose un partage,
 - C'est qu'il ne reste plus que lui, C, D et E.
 - D et E seront d'accord avec lui s'ils reçoivent au moins une pièce d'or
 - B peut donc proposer le partage suivant :
 - 98 pièces pour B
 - 1 pièce pour D
 - 1 pièce pour E
- Finalement, lorsque A prend la parole,
 - Il lui suffit de deux voix en plus de la sienne
 - C se contentera d'une pièce, et D (ou E) de deux
 - A peut donc proposer le partage suivant :
 - 97 pièces pour A
 - 1 pièce pour C
 - 2 pièces pour E



CAPILLOTRACTION

LE PARADOXE DES ANNIVERSAIRES

- Question : Combien de personnes faut-il réunir dans une pièce pour avoir une chance sur deux que deux soient nées le même jour de l'année ?
- Réponse : 23
- Question : Combien de personnes faut-il réunir dans une pièce pour avoir 99% de chances que deux soient nées le même jour ?
- Réponse : 57

LE PARADOXE DES ANNIVERSAIRES

- Remarque : pour simplifier, on suppose toutes les années sont non bissextiles
- La probabilité qu'un événement E arrive peut s'écrire :
$$p(E) = \frac{\text{Nombre de cas qui vérifient } E}{\text{Nombre total de cas possibles}}$$
- S'il y a n personnes dans la pièce, le nombre total de cas possibles est 365^n (365 dates possibles pour chaque personne)
- Notre événement E correspond aux cas de figures où il y a au moins deux personnes dans la pièce qui sont nées le même jour de l'année
- On va s'intéresser à l'événement contraire \bar{E} , c'est-à-dire les cas de figures où toutes les personnes de la pièce sont nées des jours de l'année différents.
- Si on note \bar{E} l'événement contraire de l'événement E , on a
$$p(E) = 1 - p(\bar{E})$$

LE PARADOXE DES ANNIVERSAIRES

- On a donc

$$p(\bar{E}) = \frac{\text{Nombre de cas qui vérifient } \bar{E}}{\text{Nombre total de cas possibles}} = 1 - p(E)$$

- Estimons le nombre de cas qui vérifient \bar{E} s'il y a n personnes dans la pièce :
 - Il y a 365 dates possibles pour le premier invité
 - Il reste 364 dates pour le second invité
 - Il reste 363 dates pour le troisième invité
 - ...
 - Il reste $365 - n + 1$ dates pour le n -ième invité
 - Soit finalement un nombre de cas qui vérifient \bar{E} qui vaut

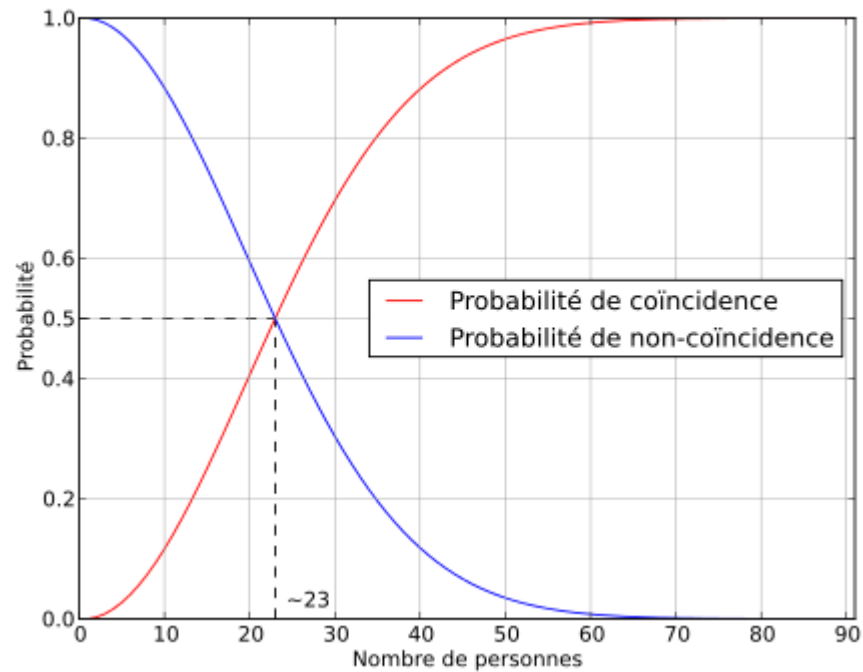
$$365 \times 364 \times 363 \times \dots \times (365 - n + 1) = \frac{365!}{(365 - n)!}$$

- D'où finalement

$$p(\bar{E}) = \frac{\left(\frac{365!}{(365-n)!}\right)}{365^n} \quad \text{et} \quad p(E) = 1 - \frac{\left(\frac{365!}{(365-n)!}\right)}{365^n}$$

LE PARADOXE DES ANNIVERSAIRES

n	5	10	20	23	30	50	57	100	366
$p(E)$	2,7 %	11,7 %	41,1 %	50,7 %	70,6 %	97 %	99 %	99,9997 %	100 %



LE PROBLÈME DE MONTY HALL



- Un plateau de jeu télévisé :
 - Un candidat est face à 3 portes
 - Derrière l'une des portes se trouve une voiture
 - Derrière les deux autres portes se trouve une chèvre
 - Le présentateur sait ce qu'il y a derrière chaque porte
- Déroulement du jeu :
 - Le joueur choisit une des portes (sans l'ouvrir)
 - Le présentateur ouvre l'une des portes restantes derrière laquelle se trouve une chèvre
 - Le présentateur offre le choix suivant au candidat :
 - Rester sur son choix initial
 - Changer d'avis pour choisir la porte restante
- Question : Quel est le meilleur choix pour le candidat ?

LE PROBLÈME DE MONTY HALL

- Réponse : Le candidat a deux fois plus de chances de gagner la voiture s'il change d'avis !
- Démonstration informelle :
 - Prenons deux candidats jouant à ce jeu plusieurs fois de suite.
 - Le candidat A s'en tient toujours à son choix initial : il a donc toujours 1 chance sur 3 de gagner la voiture.
 - Le candidat B change toujours d'avis pour prendre la porte restante. Deux cas de figure sont possibles :
 - Si son premier choix était le bon (1 chance sur 3), il perd
 - Si son premier choix n'était pas le bon (2 chances sur 3), il gagne.
 - En moyenne, le candidat A gagnera donc 1 fois sur 3, alors que le candidat B gagnera 2 fois sur 3.

LE PARADOXE DE SIMPSON

- Alice et Bob préparent leurs TPE et font des expériences
- Au premier trimestre,
 - Alice réussit 60 % de ses expériences
 - Bob réussit 90 % de ses expériences
- Au deuxième trimestre,
 - Alice réussit 10 % de ses expériences
 - Bob réussit 30 % de ses expériences
- Pourtant, au cours de ces deux trimestres, Alice a réussi davantage d'expériences que Bob.
 - Comment est-ce possible ?

LE PARADOXE DE SIMPSON

- Explication :

	Trimestre 1	Trimestre 2	Total
Alice	60 / 100 60 %	1 / 10 10 %	61 / 110 55,45 %
Bob	9 / 10 90 %	30 / 100 30 %	39 / 110 35,45%

- Verdict : Attention lorsqu'on manipule des pourcentages !
- Nom officiel : Paradoxe de Simpson

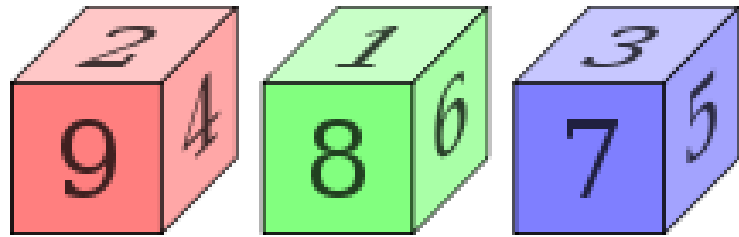
LES DÉS NON TRANSITIFS

- Introduction
 - Un dé à six faces classiques porte les numéros $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - Il est possible de « créer » des dés personnalisés portant d'autres ensembles de numéros (les répétitions sont autorisées)
 - $\{1, 1, 2, 2, 3, 3\}$ (dé à trois faces)
 - $\{5, 6, 7, 8, 9, 9\}$
 - $\{1, 1, 1, 1, 7, 10\}$
 - On dit qu'un « dé A gagne contre un dé B » si un dé A a plus de chances de donner un plus grand résultat qu'un dé B que l'inverse.
- Question : Peut-on créer trois dés tels que
 - Le premier gagne contre le second
 - Le second gagne contre le troisième
 - Le troisième gagne contre le premier ?

LES DÉS NON TRANSITIFS

- Exemple avec 3 dés

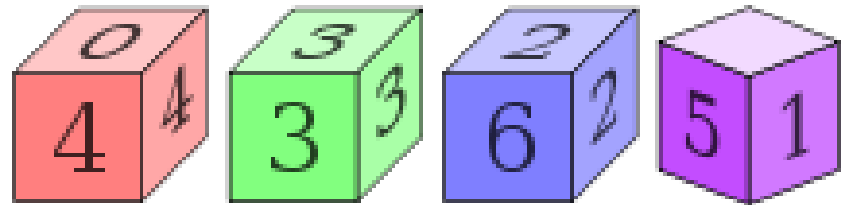
- {2, 2, 4, 4, 9, 9}
- {1, 1, 6, 6, 8, 8}
- {3, 3, 5, 5, 7, 7}
- Chaque dé gagne contre le suivant avec une probabilité 5/9



- Et avec 4 dés ?

- Les dés d'Efron

- {4, 4, 4, 4, 0, 0}
- {3, 3, 3, 3, 3, 3}
- {6, 6, 2, 2, 2, 2}
- {5, 5, 5, 1, 1, 1}
- Chaque dé gagne contre le suivant avec une probabilité 2/3



- Variantes

- 3 dés utilisant tous les nombres de 1 à 18
- 4 dés utilisant tous les nombres de 1 à 24

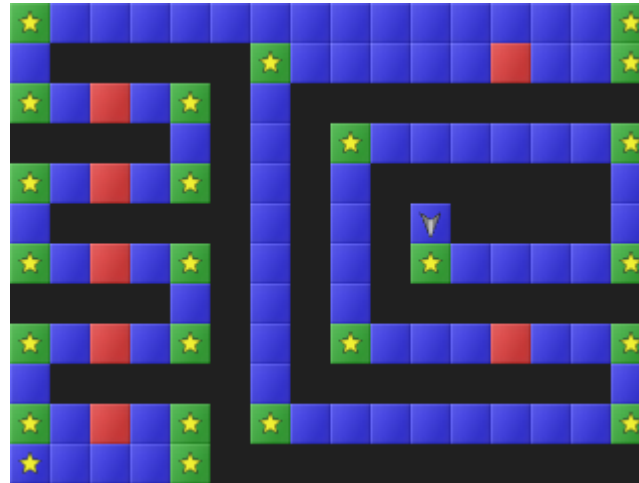
POUR ALLER PLUS LOIN

FRANCE IOI



- Site internet : <http://www.france-ioi.org/>
- De nombreux cours et exercices
- Des préparations pour les Olympiades Internationales d'Informatiques (en 2014, direction Taiwan)

ROBOZZLE



- Site internet : <http://robozzle.com/>
- Principe : programmer un robot pour récolter des étoiles
- Une approche ludique de la programmation, plus riche qu'il n'y paraît (fonction, test, récursivité, etc.)

OUVERTURE FACILE



- Site internet : <http://www.ouverture-facile.com/>
- De nombreuses cases têtes
- Un seul objectif : atteindre la page suivante

.... Pour aller plus loin

FANTASTIC CONTRAPTION

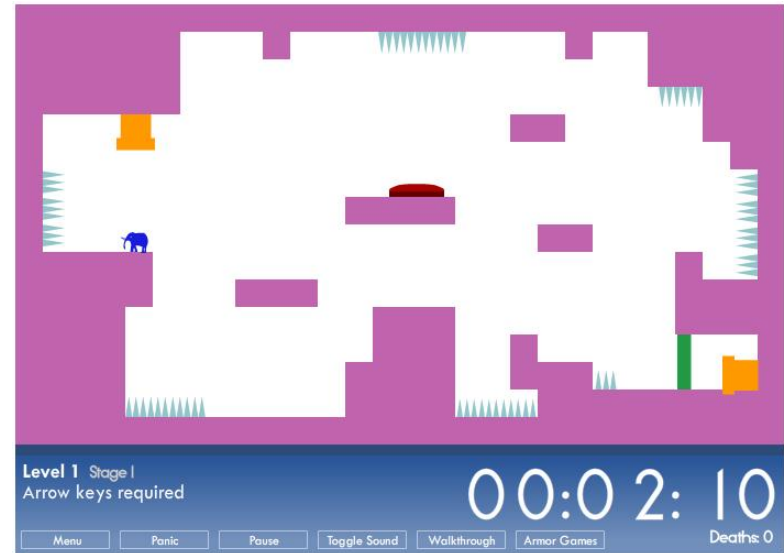


- Site internet : <http://fantasticcontraption.com/>
- Un seul objectif : amener une roue dans un but...
- ... en utilisant de la physique !

.... Pour aller plus loin

THIS IS THE ONLY LEVEL

This is the Only Level
Adventures in singularity



- Site internet :
<http://armorgames.com/play/4309/this-is-the-only-level>
- Un seul niveau...
- ... ou presque

.... Pour aller plus loin

THIS SOMETHINK LITERALLY

Take something literally

Prendre au pied de la lettre

- Site internet :
<http://www.kongregate.com/games/badben/take-something-literally>
- Tout est dans le titre (et dans les indices)

QUELQUES PROJETS EN COURS

- [Google : Project Glass](#)
- [Leap motion](#)
- [Kinect et ARDrone](#)
- [Microsoft Vision](#)

BONNES ÉPREUVES,
ET
BONNES VACANCES !