

Examen
Session printemps
SMC4-M26 : probabilités

Durée : 1h30

I. (3 points)

Soient A et B deux événements d'un même espace de probabilité (Ω, \mathcal{F}, P) , tels que :

$P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$. Calculer $P(A \cup B)$ dans chacun des cas suivants :

- a. les événements A et B sont indépendants ;
- b. l'événement A implique l'événement B ;
- c. $P(A/B) = 1/6$.

II. (4 points)

Un laboratoire d'analyse chimique reçoit un lot de tubes à essai. Ces tubes sont fournis par trois sociétés différentes **A, B et C** dans les proportions suivantes : **50%, 30% et 20%**.

2% des tubes fabriqués par A, 3% de ceux fabriqués par B et 4% de ceux fabriqués par C présentent des défauts.

On choisit au hasard un tube à essai dans le lot reçu.

- a. Quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?
- b. Sachant que le tube choisi est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne de la société A ?

III. (4 points)

La durée de vie d'une lampe électrique, exprimée en heures d'utilisation, est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ .

- a. Calculer la valeur de λ , arrondi à 10^{-4} près, pour que la probabilité $P(X > 500)$ soit égale à 0,9.
- b. Quelle est la durée de vie moyenne d'une lampe ?
- c. Calculer la probabilité qu'une lampe fonctionne durant au moins 5000 heures.

IV. (9 points)

Une usine fabrique des composants mécaniques utilisés dans le montage de voitures. L'épaisseur de ces composants varie selon une loi normale de moyenne $\mu = 2 \text{ cm}$ et d'écart-type **0,05 cm**.

Tous les composants dont l'épaisseur n'est pas comprise entre 1,88 cm et 2,12 cm sont inutilisables (sont rejetés).

- a. Quelle est la probabilité qu'un composant choisie au hasard soit utilisable ?
- b. Parmi les composants utilisables quelle est la proportion de ceux qui ont une épaisseur inférieure à 2,05 cm ?
- c. On choisit au hasard un lot de **200** composants. On appelle Y la variable aléatoire dont la valeur correspond au nombre de composants inutilisables dans cet échantillon.
 - i. Quelle est la loi de probabilité Y ? quelles sont sa moyenne et sa variance ?
 - ii. Calculer la probabilité d'avoir au moins un composant inutilisable dans le lot.
 - iii. Utiliser cette approximation de la loi de Y pour calculer la valeur de la probabilité d'avoir au plus 5% de composants inutilisables.