Spé Maths Première (M Mangeard)	**Corrigé des exercices de probabilités conditionnelles**	Année scolaire 2019/2020

Exercice 1 :

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H_1, 25% de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3.

Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.

La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80% de conifères, alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30%.

1) Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock. On considère les événements suivants :

   H_1 : « L'arbre choisi provient de l'horticulteur H_1 »

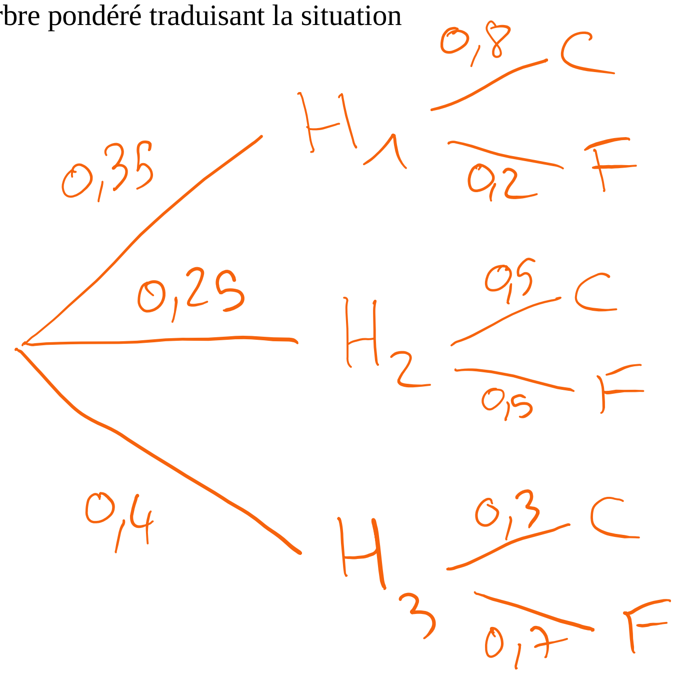
   H_2 : « L'arbre choisi provient de l'horticulteur H_2 »

   H_3 : « L'arbre choisi provient de l'horticulteur H_3 »

   C : « L'arbre choisi est un conifère »

   F : « L'arbre choisi est un arbre feuillu »

a) Construire un arbre pondéré traduisant la situation



b) Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3

$$P(H_3 \cap C) = P(H_3) \times P_{H_3}(C)$$

$$= 0{,}4 \times 0{,}3 = \boxed{0{,}12}$$

c) Justifier que P(C) = 0,525

$$P(C) = P(C\cap H_1) + P(C\cap H_2) + P(C\cap H_3)$$

car $\{H_1 ; H_2 ; H_3\}$ est une partition de Ω

$$= P(H_1)\times P_{H_1}(C) + P(H_2)\times P_{H_2}(C) + P(H_3)\times P_{H_3}(C)$$ (formule des probabilités totales)

$$= 0{,}35\times 0{,}8 + 0{,}25\times 0{,}5 + 0{,}4\times 0{,}3$$

$$= 0{,}28 + 0{,}125 + 0{,}12$$

$$= 0{,}525$$

d) L'arbre choisi est un conifère. Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1 ? *(On arrondira à 10^{-3} près)*

$$P_C(H_1) = \frac{P(H_1\cap C)}{P(C)} = \frac{0{,}28}{0{,}525} \simeq \boxed{0{,}533}$$

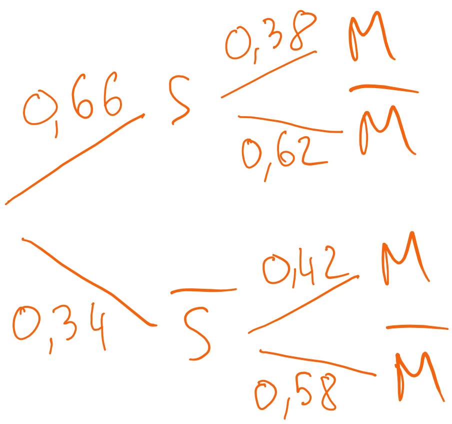
Exercice 2 :

Au rayon des guirlandes lumineuses d'un magasin de décoration, 66% des guirlandes fonctionnent sur secteur et les autres avec des piles. Parmi les guirlandes fonctionnant avec des piles, 42% ont l'option minuteur et parmi celles qui fonctionnent sur secteur, 38% ont cette option.

On choisit au hasard une guirlande dans le rayon.

On note S l'événement : « La guirlande fonctionne sur secteur » et M l'événement : « La guirlande a l'option minuteur »

a) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré



b) Calculer $P(S \cap M)$ et $P(\bar{S} \cap M)$

$P(S \cap M) = P(S) \times P_S(M)$
$= 0{,}66 \times 0{,}38$
$= \underline{0{,}2508}$

$P(\bar{S} \cap M) = P(\bar{S}) \times P_{\bar{S}}(M)$
$= 0{,}34 \times 0{,}42$
$= \underline{0{,}1428}$

c) En déduire P(M), puis $P_M(S)$

$P(M) = P(M \cap S) + P(M \cap \bar{S})$ ($\{S ; \bar{S}\}$ est un système complet d'événements)

$= P(S) \times P_S(M) + P(\bar{S}) \times P_{\bar{S}}(M)$ (formule des probabilités totales)

$= 0{,}2508 + 0{,}34 \times 0{,}42$

$= \underline{0{,}3936}$

$P_M(S) = \dfrac{P(S \cap M)}{P(M)} = \dfrac{0{,}2508}{0{,}3936} \simeq \underline{0{,}637}$

d) Rédiger une phrase pour interpréter les deux probabilités précédentes.

* La probabilité qu'une guirlande choisie ait l'option minuteur est d'environ 0,3936

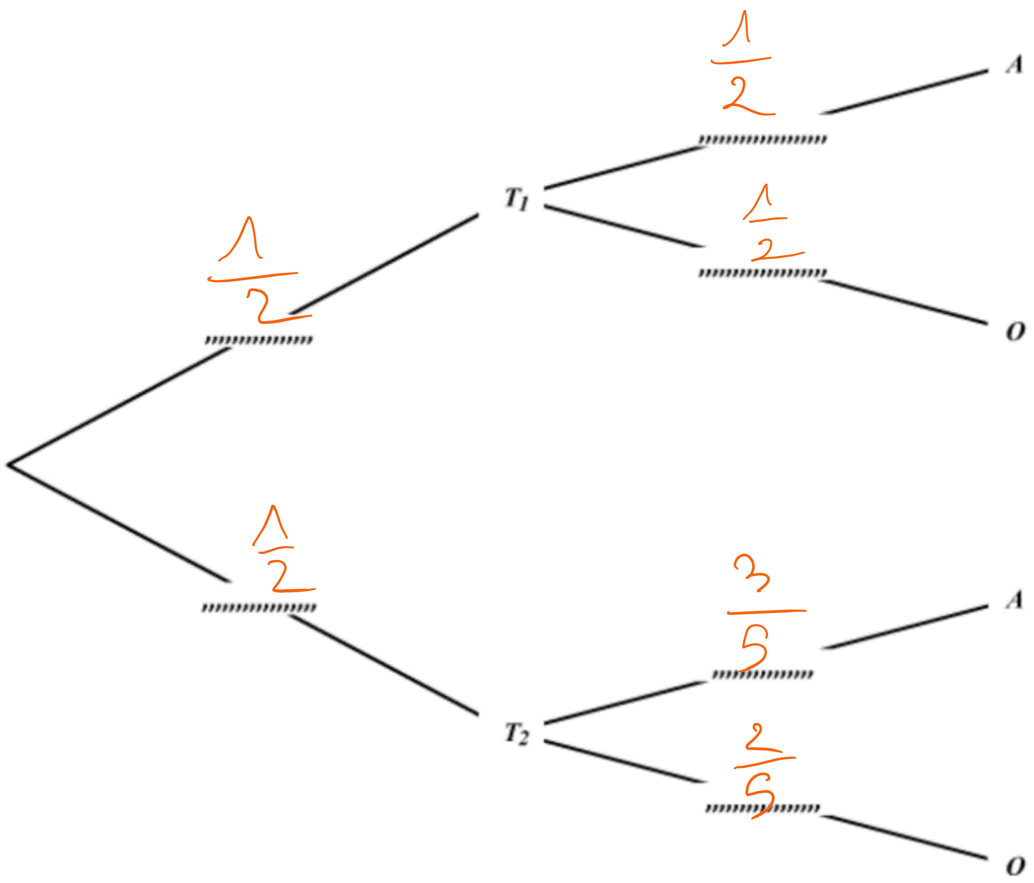
* Sachant que la guirlande choisie a l'option minuteur, la probabilité qu'elle fonctionne sur secteur est d'environ 0,637

Exercice 3 :

Un tiroir T_1 contient cinq pièces d'or et cinq pièces d'argent, un tiroir T_2 contient quatre pièces d'or et six pièces d'argent. On choisit au hasard l'un des tiroirs et, dans ce tiroir, on prend une pièce au hasard.

1) Compléter l'arbre pondéré qui représente cette expérience aléatoire.

Les événements considérés sont désignés de façon naturelle par T_1, T_2, O et A.



2) a) Calculer la probabilité de prendre une pièce d'or

$P(O) = P(O \cap T_1) + P(O \cap T_2)$ ($\{T_1 ; T_2\}$ est une partition de Ω)

$= P(T_1) \times P_{T_1}(O) + P(T_2) \times P_{T_2}(O)$ (Formule des probabilités totales)

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{5}$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5+4}{20} = \boxed{\frac{9}{20}}$

3) On a extrait une pièce d'or. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de T_1 ?

$$P_O(T_1) = \frac{P(T_1 \cap O)}{P(O)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{9}{20}} = \frac{1}{4} \times \frac{20}{9} = \boxed{\frac{5}{9}}$$

Exercice 4 :

Un dé cubique truqué est tel que la probabilité de sortie d'un numéro est proportionnelle à ce numéro.
On lance ce dé et on considère les événements :

A : « Le numéro est pair »
B : « Le numéro est supérieur ou égal à 3 »
C : « Le numéro obtenu est 3 ou 4 »

1) a) Calculer les probabilités de A, B, C

Comme la probabilité de sortie d'un numéro est proportionnelle à ce numéro, on a : $1k+2k+3k+4k+5k+6k=1$ (k coeff. de prop.)

$\Leftrightarrow 21k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{21}$

$P(\text{"obtenir 2"}) = 2 \times \frac{1}{21} = \frac{2}{21}$
$P(\text{"obtenir 4"}) = 4 \times \frac{1}{21} = \frac{4}{21}$
$P(\text{"obtenir 6"}) = 6 \times \frac{1}{21} = \frac{6}{21}$

d'où $P(A) = \frac{2+4+6}{21} = \frac{12}{21} = \frac{\cancel{3}\times 4}{\cancel{3}\times 7} = \boxed{\frac{4}{7}}$

$$P(B) = \frac{3}{21} + \frac{4}{21} + \frac{5}{21} + \frac{6}{21} = \frac{18}{21} = \frac{\cancel{3}\times 6}{\cancel{3}\times 7} = \boxed{\frac{6}{7}}$$

$P(C) = P(\text{"obtenir 3"}) + P(\text{"obtenir 4"})$ (car ces 2 événements sont incompatibles)

$= \frac{3+4}{21} = \boxed{\frac{7}{21}}$

b) Calculer $P_A(B)$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(\text{"obtenir 4 ou 6"})}{\frac{4}{7}} = \frac{\frac{4+6}{21}}{\frac{4}{7}} = \frac{10}{21} \times \frac{7}{4} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

2) Les événements A et B sont-ils indépendants ?
Même question pour les événements A et C.

$P_A(B) \neq P(B)$, donc A et B ne sont pas indépendants

$P(C \cap A) = P(\text{"obtenir 4"}) = \frac{4}{21}$ et $P(C) \times P(A) = \frac{\cancel{7}}{21} \times \frac{4}{\cancel{7}} = \frac{4}{21}$

d'où $P(C \cap A) = P(C) \times P(A)$, donc A et C indépendants