Recursão

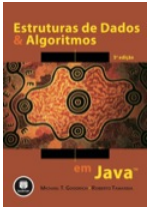
Roland Teodorowitsch

Algoritmos e Estruturas de Dados I - Escola Politécnica - PUCRS

14 de agosto de 2023

Recursão

Leitura(s) Recomendada(s)



Seção 3.5

GOODRICH, Michael T.; TAMASSIA, Roberto. **Estruturas de dados e algoritmos em Java**. Tradução: Bernardo Copstein. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. xxii, 713 p. E-book. ISBN 9788582600191. Tradução de: Data Structures and Algorithms in Java, 5th Edition. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582600191/>. Acesso em: 01 ago. 2023.

Algoritmo Recursivo

- É um algoritmo que chamada a si próprio
- **Importante:** o algoritmo deve garantir que a recursão termine
  - Caso contrário cria-se um "laço infinito" que causará um estouro de pilha

```
void loop() {
  loop();
}
```

  - Geralmente coloca-se uma condição de parada (situação em que a chamada recursiva NÃO é realizada) no início da implementação

Exemplo clássico: Fatorial

- O fatorial de n é normalmente definido como:

$$n! = \prod_{k=1}^{n} k = n \times (n-1) \times (n-2) \times ... \times 3 \times 2 \times 1, \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

- Por exemplo:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

- Mas também pode-se usar a sua definição recursiva:

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{se} \quad n = 0 \quad \text{ou} \quad n = 1 \\ n \times (n-1)!, & \text{se} \quad n > 1 \end{cases}$$

Implementação do Fatorial

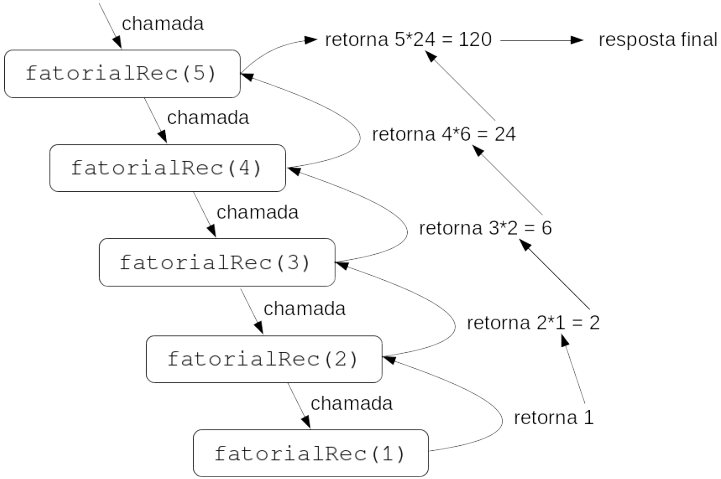
- Iterativo

```
unsigned int fatorial(unsigned int n) {
  unsigned int res = 1;
  for (unsigned int i=2; i<=n; ++i)
      res *= i;
  return res;
}
```

- Recursivo

```
unsigned int fatorialRec(unsigned int n) {
  if (n <= 1) return 1;
  return n * fatorialRec(n-1);
}
```

Rastreamento Recursivo



Exemplo: Contagem

- Iterativo

```c
#include <stdio.h>
void contagem(int n) {
  for (int i=1; i<=n; i++)
      printf("%d\n", i);
}
```

Exemplo: Contagem

- Iterativo

```c
#include <stdio.h>
void contagem(int n) {
  for (int i=1; i<=n; i++)
      printf("%d\n", i);
}
```

- Recursivo

```c
#include <stdio.h>
void contagemRec(int n) {
  if (n == 0) return;
  contagemRec(n-1);
  printf("%d\n", n);
}
```

Exercício: Contagem Regressiva

- Iterativo

```c
#include <stdio.h>
void contagemRegressiva(int n) {
  for (int i=n; i>=1; i--)
      printf("%d\n", i);
}
```

Exercício: Contagem Regressiva

- Iterativo

```c
#include <stdio.h>
void contagemRegressiva(int n) {
  for (int i=n; i>=1; i--)
      printf("%d\n", i);
}
```

- Recursivo

```c
#include <stdio.h>
void contagemRegressivaRec(int n) {
  if (n == 0) return;
  printf("%d\n", n);
  contagemRegressivaRec(n-1);
}
```

Recursividade [*]

- Poderosa ferramenta de programação
- Apesar de bastante empregada, nem sempre ela deve ser aplicada
  - É preciso analisar o problema e ver se necessita de uma solução recursiva
- Quando bem empregada pode tornar a solução de um problema clara, simples e consisa

Vantagens [*]

- Rotinas mais concisas
- Relação direta com uma prova por indução matemática
  - Indução matemática: metodo de prova matemática usado para demonstrar a verdade de um número infinito de proposições
    - Válida se funciona para n igual a 0 ou 1
    - Válida se vale para n igual a k e $k+1$
  - Facilita verificar a correção

Desvantagens [*]

- Cada chamada recursiva implica em um custo (tempo e espaço)
  - Informações são armazenadas na pilha
  - Para cada chamada realizada, um conjunto de variáveis locais é alocado (criado)
  - Cada chamada requer
    - O empilhamento de parâmetros e endereços de retorno da função que chama
    - A alocação de variáveis locais da função
  - Cada retorno requer
    - A desalocação das variáveis locais da função
    - O desempilhamento do endereço de retorno

Algoritmos de Pesquisa

- Localizam um elemento dentro de uma coleção
- Podem retornar
  - **Valor booleano** (`true` se o elemento existir na coleção ou `false`, em caso contrário) ou
  - **Índice** (posição) do elemento na coleção (ou -1 se não encontrar)
- Para coleções **desordenadas**, deve-se usar um algoritmo de **pesquisa linear**
- Quando a coleção está **ordenada**, pode-se usar um algoritmo de **pesquisa binária**

Pesquisa Linear

- Serve para coleções **desordenadas**
- Estratégia: comparar o elemento procurado com cada item da coleção até encontrar ou até chegar ao fim
- Melhor caso: o elemento procurado é o primeiro da lista
- Pior caso: o elemento procurado **NÃO** existe na lista
- Também poderia ser aplicado sobre coleções ordenadas
- Complexidade: $O(n)$

Implementação da Pesquisa Linear

- Iterativo

```
int pesquisaLinear(int *dados, int tam, int valor) {
  for (int i=0; i<tam; i++)
      if (valor == dados[i])
         return i;
  return -1;
}
```

Implementação da Pesquisa Linear

- Iterativo

```
int pesquisaLinear(int *dados, int tam, int valor) {
  for (int i=0; i<tam; i++)
      if (valor == dados[i])
         return i;
  return -1;
}
```

- Recursivo

```
int pesquisaLinearRec(int *dados, int tam, int valor) {
  if (tam == 0) return -1;
  --tam;
  if (dados[tam] == valor) return tam;
  return pesquisaLinearRec(dados,tam,valor);
}
```

Pesquisa Binária

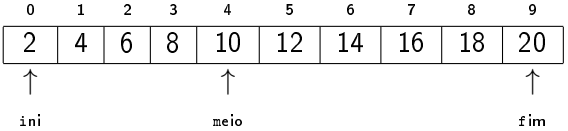
- Serve **APENAS** para coleções **ordenadas**
- Estratégia:
  - Compara o valor procurado com o elemento do meio
    - Se for igual, encontrou
    - Se for menor, continua-se a busca na metade inferior (desconsidera a metade superior)
    - Se for maior, continua-se a busca na metade superior (desconsidera a metade inferior)
  - Repete-se o procecimento até que o valor procurado seja encontrado ou até que não se consiga dividir a coleção
- Complexidade: $O(\log n)$

Pesquisa Binária Iterativa

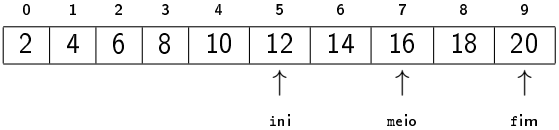
```
int pesquisaBinaria(int *dados, int ini, int fim, int valor) {
  while (ini <= fim) {
        int meio = (ini + fim) / 2;
        if (valor == dados[meio])
           return meio;
        else if (valor < dados[meio])
           fim = meio-1;
        else
           ini = meio+1;
  }
  return -1;
}
```

Pesquisa Binária: Exemplo (valor = 18)

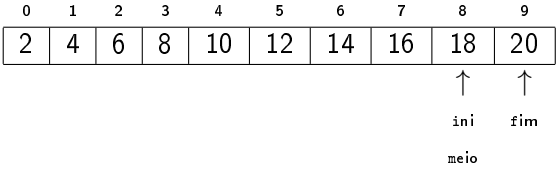
- Passo 1:



- Passo 2:



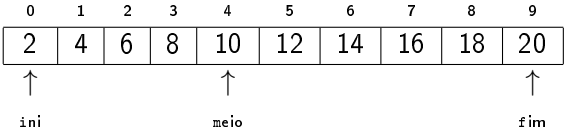
- Passo 3:



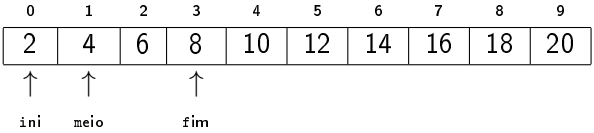
Valor 18 encontrado no índice 8!

Pesquisa Binária: Exemplo (`valor = 5`)

- Passo 1:

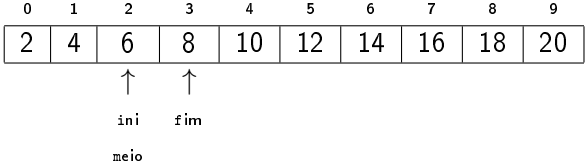


- Passo 2:

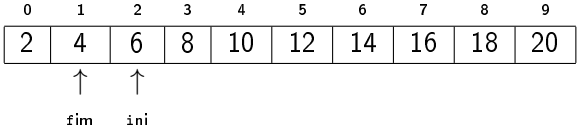


Pesquisa Binária: Exemplo (valor = 5)

- Passo 3:



- Passo 4:



Valor 5 **NÃO** encontrado!

Pesquisa Binária Recursiva

```
int pesquisaBinariaRec(int *dados, int ini, int fim, int valor) {
  if ( ini > fim ) return -1;
  int meio = (ini + fim) / 2;
  if (valor == dados[meio])
     return meio;
  else if (valor < dados[meio])
     return pesquisaBinariaRec(dados, ini, meio-1, valor);
  else
     return pesquisaBinariaRec(dados, meio+1, fim, valor);
}
```

Exercícios

1. Dado um valor inteiro e positivo (n), o valor da constante de *Euler* poder ser calculando com precisão diretamente proporcional a n através da fórmula:

$$E = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ... + \frac{1}{n!}$$

   Implemente, em C, um método recursivo que recebe n, retornando o valor de *Euler* calculado usando a fórmula acima.

2. Considere a função abaixo, que implementa o somatório de um vetor e implemente a sua versão recursiva.

```
int somatorio(int *dados, int tam) {
  int soma = 0;
  for (int i=0; i<tam; i++)
      soma += dados[i];
  return soma;
}
```

Exercícios

3. Considere a função que implementa o algoritmo *Bubble Sort* (apresentada na unidade anterior) e implemente a sua versão recursiva).
4. Implemente uma função recursiva que inverte os elementos de um vetor, trocando o primeiro elemento com o último, o segundo com o penúltimo, e assim sucessivamente.
5. Implemente uma função recursiva que verifica se uma cadeia de caracteres recebida como parâmetro é um palíndromo ou não. Por exemplo, "socorrammesubinoonibusemmarrocos" é um palíndromo.

Créditos

Créditos

- Estas lâminas contêm trechos de materiais criados e disponibilizados pelo professor Iaçanã Ianiski Weber [*].