

Riešenie 1. zadania

ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

Zadanie:

Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku.

1. Zo známej štruktúry obvodu:

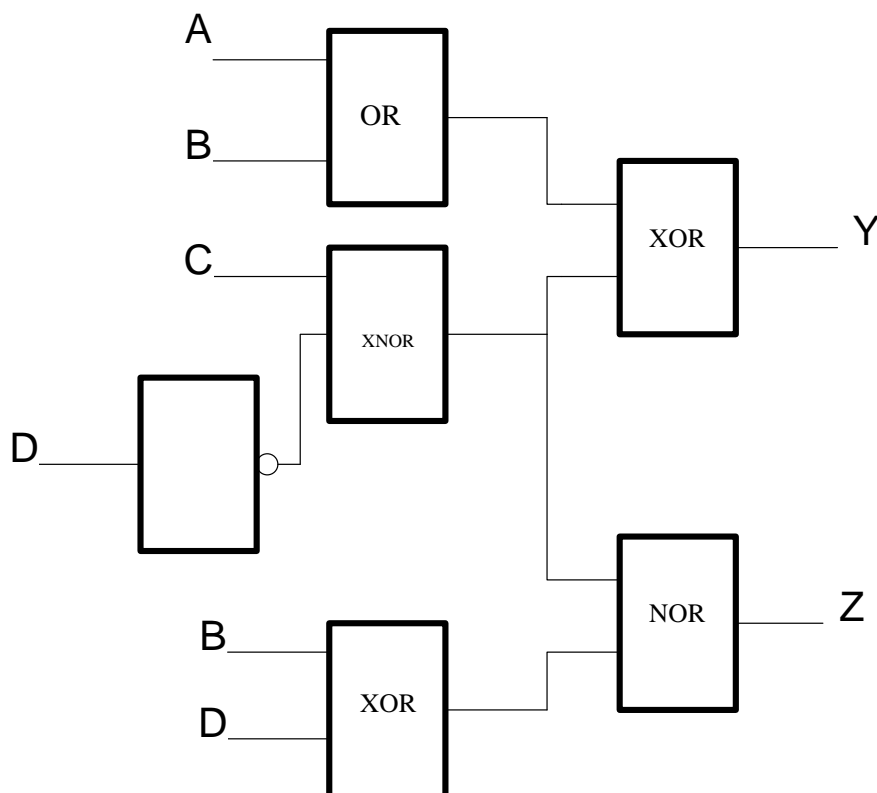
- Odvodte boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu,
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp),
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):

- Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách),
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu,
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu,
- Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

Zadanie 1: NAND – NAND – NAND – NAND – NAND

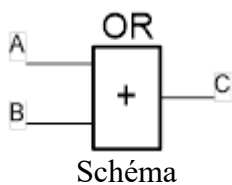
1. Schéma zadaného obvodu



Typy použitých logických členov: OR, NOR, XOR, XNOR

OR Funkcia

$$C = A + B$$

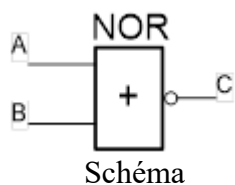


A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabuľka pravdivostných hodnôt

NOR Funkcia

$$C = \overline{A + B}$$

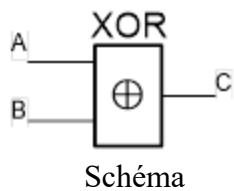


A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

XOR Funkcia

$$C = \overline{A}B + A\overline{B}$$

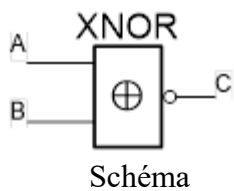


A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

XNOR Funkcia

$$C = AB + \overline{A}\overline{B}$$



A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabuľka pravdivostných hodnôt

Odvodenie výrazov pre výstupné funkcie Y a Z

1) Vyjdeme zo štruktúry obvodu a zostavíme výrazy zodpovedajúce výstupom Y a Z:

$$Y = (A + B) \cdot (\overline{C\bar{D}} + \overline{\bar{C}D}) + (\overline{A + B}) \cdot (C\bar{D} + \bar{C}D)$$

$$Z = (\overline{B\bar{C}} + \overline{\bar{B}C}) + C\bar{D} + \bar{C}D$$

Pre ľubovoľné výrazy A,B platí:

1. $A+B = B+A$ *Komutativnosť*
 $A.B = B.A$
2. $A+(B+C) = (A+B)+C$ *Asociativnosť*
 $A.(B.C) = A.(B.C)$
3. $A+B.C = (A+B).(A+C)$ *Distributivnosť*
 $A.(B+C) = A.B+A.C$
4. $A+A+...+A = A$
 $A.A....A = A$
5. $\overline{A + B} = \bar{A} . \bar{B}$ *de Morganové pravidlá*
 $\overline{A . B} = \bar{A} + \bar{B}$
6. $\bar{\bar{A}} = A$ *Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii*
 $\bar{\bar{\bar{A}}} = \bar{A}$
7. $A + \bar{A} = 1$ *Pravidlá o komplemente*
 $A . \bar{A} = 0$
8. $A+1 = 1$ *Pravidlá o adresívnosti hodnôt 0 a 1*
 $A.0 = 0$
9. $A+0 = A$ *Pravidlá o neutrálnosti hodnôt 0 a 1*
 $A.1 = A$
10. $(A + B).(\bar{A} + \bar{B}) = B$ *Pravidlá spojovania*
 $A . B + \bar{A} . \bar{B} = B$
11. $A+A.B = A$ *Pravidlá absorpcie*
 $A.(A+B) = A$
12. $A + \bar{A} . B = A + B$
 $A . (\bar{A} + B) = A . B$
13. $A . B + \bar{A} . C + B . C = A . B + \bar{A} . C$ *Konsenzus teorem*
 $(\bar{A} + \bar{B}) . (\bar{B} + \bar{C}) . (A + \bar{C}) = (\bar{A} + \bar{B}) . (A + \bar{C})$

2) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu DNF:

Funkcia Y:

$$Y = Y_1 \bar{Y}_2 + \bar{Y}_1 Y_2$$

$$Y_1 = A + B$$

$$Y_2 = CY_3 + \bar{C}\bar{Y}_3$$

$$= C\bar{D} + \bar{C}\bar{D}$$

$$= C\bar{D} + \bar{C}D$$

$$Y_3 = \bar{D}$$

Dosadenie Y_3

Pravidlo o dvojnásobnej negácii

$$Y = Y_1\bar{Y}_2 + \bar{Y}_1Y_2$$

Dosadenie za Y_1 a Y_2

$$= (A + B) \cdot (\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D) + (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (C\bar{D} + \bar{C}D)$$

De Morganovo pravidlo

$$= (A + B) \cdot (\bar{C}\bar{D} \cdot \bar{C}D) + (\bar{A}\bar{B}) \cdot (C\bar{D} + \bar{C}D)$$

De Morganovo pravidlo

$$= (A + B) \cdot (\bar{C} + D) \cdot (C + \bar{D}) + (\bar{A}\bar{B}) \cdot (C\bar{D} + \bar{C}D)$$

De Morganovo pravidlo, Distributívnosť

$$= [(A + B) \cdot \bar{C} + (A + B) \cdot D] \cdot (C + \bar{D}) + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D$$

Komutatívnosť, Distributívnosť

$$= \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + (A\bar{C} + B\bar{C} + AD + BD) \cdot (C + \bar{D})$$

Distributívnosť

$$= \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + A\bar{C}C + B\bar{C}C + ADC + BDC + A\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} + ADD + BDD$$

Pravidlo o komplemente

$$= \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + ACD + BCD + A\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}\bar{D}$$

Počet použitých logických členov: 11 (4xNOT, 6xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 30 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 4 do AND, 4 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 6 do OR)

Funkcia Z:

$$Z = \overline{Z_1 + Y_2}$$

$$Z_1 = (B\bar{C} + \bar{B}C)$$

$$Y_2 = C\bar{D} + \bar{C}D$$

Poznámka: Úprava Y_2 je vo funkcii Y

$$Z = \overline{Z_1 + Y_2}$$

Dosadenie za Z_1 a Y_2

$$= \overline{(B\bar{C} + \bar{B}C) + C\bar{D} + \bar{C}D}$$

De Morganovo pravidlo

$$= \overline{(B\bar{C} + \bar{B}C) \cdot (C\bar{D} + \bar{C}D)}$$

De Morganovo pravidlo

$$= \overline{(B\bar{C} \cdot \bar{B}C) \cdot (C\bar{D} \cdot \bar{C}D)}$$

De Morganovo pravidlo, pravidlo o dvojnásobnej negácii

$$= (\bar{B} + C) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (\bar{C} + D) \cdot (C + \bar{D})$$

Distributívnosť

$$= [(\bar{B} + C) \cdot B + (\bar{B} + C) \cdot \bar{C}] \cdot [(\bar{C} + D) \cdot C + (\bar{C} + D) \cdot \bar{D}]$$

Distributívnosť

$$= [\bar{B}B + CB + \bar{B}\bar{C} + C\bar{C}] \cdot [\bar{C}C + DC + \bar{C}\bar{D} + D\bar{D}]$$

Pravidlo o komplemente

$$= [CB + \bar{B}\bar{C}] \cdot [DC + \bar{C}\bar{D}]$$

Distributívnosť, komutatívnosť

$$= CCBD + C\bar{C}B\bar{D} + \bar{B}\bar{C}CD + \bar{B}\bar{C}\bar{C}\bar{D}$$

Distributívnosť, pravidlo o dvojnásobnej negácii

$$= BCD + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

Počet použitých logických členov: 6 (3xNOT, 2xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 11 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 3 do AND, 3 do AND, 2 do OR)

Sumár obvodu:

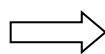
Počet použitých logických členov: 13 (4xNOT, 7xAND, 2xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 35 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 4 do AND, 4 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 6 do OR, 2 do OR)

3) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		<u>C</u>			
		<u>D</u>			
A	B	0	1	0	1
		1	0	1	0
		1	0	1	0
		1	0	1	0
		Y			

		<u>C</u>	
		<u>D</u>	
A	B	1	0
		0	0
		0	1
		0	0
		Z	



		<u>C</u>			
		<u>D</u>			
B		1	0	0	0
		0	0	1	0
		Z			

4) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu KNF:

$$\begin{aligned}
 Y &= \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + ACD + BCD + A\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} \\
 &\quad \text{Distributívnosť} \\
 &= \bar{A}\bar{B} \cdot (\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D) + CD(A + B) + \bar{C}\bar{D}(A + B) \\
 &\quad \text{Distributívnosť} \\
 &= \bar{A}\bar{B} \cdot (\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D) + (A + B)(CD + \bar{C}\bar{D}) \quad \text{1. negácia} \\
 &= \bar{A}\bar{B} \cdot (\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D) + (A + B)(CD + \bar{C}\bar{D}) \quad \text{De Morganove pravidlo} \\
 &= [\bar{A} + \bar{B} + (\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D)] \cdot [(A + B) + (CD + \bar{C}\bar{D})] \\
 &\quad \text{De Morganove pravidlo, pravidlo o viacnásobnej negácii} \\
 &= [A + B + (\bar{C} + D) \cdot (C + \bar{D})] \cdot [\bar{A}\bar{B} + (\bar{C} + \bar{D}) \cdot (C + D)] \\
 &\quad \text{Distributívnosť} \\
 &= [A + B + \bar{C}C + \bar{C}\bar{D} + DC + D\bar{D}] \cdot [\bar{A}\bar{B} + \bar{C}C + \bar{C}D + \bar{D}C + \bar{D}D] \\
 &\quad \text{Pravidlo o komplemente} \\
 &= [A + B + \bar{C}\bar{D} + CD] \cdot [\bar{A}\bar{B} + \bar{C}D + C\bar{D}] \quad \text{Distributívnosť} \\
 &= A\bar{A}\bar{B} + A\bar{C}\bar{D} + AC\bar{D} + B\bar{A}\bar{B} + B\bar{C}\bar{D} + BC\bar{D} + \bar{C}\bar{D}\bar{A}\bar{B} + \bar{C}\bar{D}\bar{C}D + \bar{C}\bar{D}C\bar{D} + CD\bar{A}\bar{B} + \\
 &\quad + CD\bar{C}\bar{D} + CDC\bar{D} \quad \text{Pravidlo o komplemente} \\
 &= A\bar{C}\bar{D} + AC\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} + BC\bar{D} + \bar{C}\bar{D}\bar{A}\bar{B} + CD\bar{A}\bar{B} \\
 &\quad \text{Komutatívnosť, 2. negácia} \\
 &= \bar{C}\bar{D}\bar{A}\bar{B} + CD\bar{A}\bar{B} + A\bar{C}\bar{D} + AC\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} + BC\bar{D} \\
 &\quad \text{De Morganove pravidlo} \\
 &= \bar{C}\bar{D}\bar{A}\bar{B} + CD\bar{A}\bar{B} + \overline{A\bar{C}\bar{D}} + \overline{AC\bar{D}} + \overline{B\bar{C}\bar{D}} + \overline{BC\bar{D}} \\
 &\quad \text{De Morganove pravidlo, pravidlo o viacnásobnej negácii} \\
 &= (A + B + C + D) \cdot (A + B + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D)
 \end{aligned}$$

Počet použitých logických členov: 11 (4xNOT, 1xAND, 6xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 30 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 4 do OR, 4 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 6 do AND)

$$\begin{aligned}
 Z &= BCD + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \\
 &= \overline{BCD} + \overline{\bar{B}\bar{C}\bar{D}} \\
 &= \overline{BCD} \cdot \overline{\bar{B}\bar{C}\bar{D}} \\
 &= (\bar{B} + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (B + C + D) \\
 &= \bar{B}B + \bar{B}C + \bar{B}D + \bar{C}B + \bar{C}C + \bar{C}D + \bar{D}B + \bar{D}C + \bar{D}D \\
 &\quad \text{Pravidlo o komplemente} \\
 &= \bar{B}C + \bar{B}D + \bar{C}B + \bar{C}D + \bar{D}B + \bar{D}C \\
 &\quad \text{2. negácia} \\
 &= \bar{B}C + \bar{B}D + \bar{C}B + \bar{C}D + \bar{D}B + \bar{D}C \\
 &\quad \text{De Morganove pravidlo} \\
 &= \bar{B}\bar{C} \cdot \bar{B}\bar{D} \cdot \bar{C}\bar{B} \cdot \bar{C}\bar{D} \cdot \bar{D}\bar{B} \cdot \bar{D}\bar{C} \\
 &\quad \text{De Morganove pravidlo, pravidlo o viacnásobnej negácii} \\
 &= (B + \bar{C}) \cdot (B + \bar{D}) \cdot (C + \bar{B}) \cdot (C + \bar{D}) \cdot (D + \bar{B}) \cdot (D + \bar{C}) \\
 &\quad \text{Komutatívnosť} \\
 &= (B + \bar{C}) \cdot (\bar{B} + D) \cdot (\bar{C} + D) \cdot (B + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + C) \cdot (C + \bar{D}) \\
 &\quad \text{Konsenzus teorem} \\
 &= (B + \bar{C}) \cdot (\bar{B} + D) \cdot (B + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + C)
 \end{aligned}$$

Počet použitých logických členov: 8 (3xNOT, 1xAND, 4xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 15 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 4 do AND)

Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 16 (4xNOT, 2xAND, 10xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 42 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 4 do OR, 4 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR 6 do AND, 4 do AND)

5) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		<u>C</u>			
		<u>D</u>			
A	B	0	1	0	1
		1	0	1	0
		1	0	1	0
		1	0	1	0
		Y			

		<u>C</u>	
		<u>D</u>	
<u>A</u>	<u>B</u>	1	0
		0	0
		0	1
		0	0
		<u>Z</u>	

		<u>C</u>			
		<u>D</u>			
B		1	0	0	0
		0	0	1	0
		Z			

Zhodnotenie:

Pri úprave logických rovníc som použil rôzne pravidlá za účelom dostať sa na MDNF. Z MDNF na MKNF som použil pre Y aj Z dvojitú negáciu spolu s ďalšími úpravami.

Logický obvod DNF má 13 členov a 35 vstupov, KNF má 16 členov a 42 vstupov. V prípade mne zadanej úlohy sa viac oplatí realizovať cez DNF. Obvod je menší o 3 logických členov a 7 vstupov oproti KNF.