

Vysoké učení technické v Brně
Fakulta informačních technologií

Semestrální projekt IEL

2019/2020

Jméno: Jan Zbořil

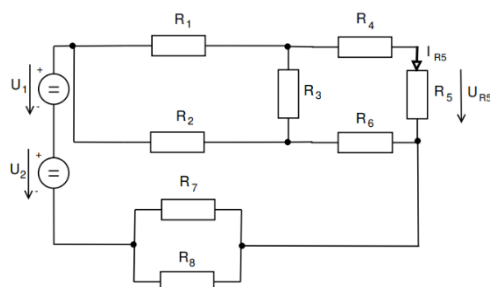
Login: xzbori20

Obsah

Úloha č. 1, zadání B:	3
Úloha č. 2, zadání E:	5
Úloha č. 3, zadání D:	7
Úloha č. 4, zadání B	10
Úloha č. 5, zadání F	13
Tabulka zadání a výsledků	16

Úloha č. 1, zadání B:

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

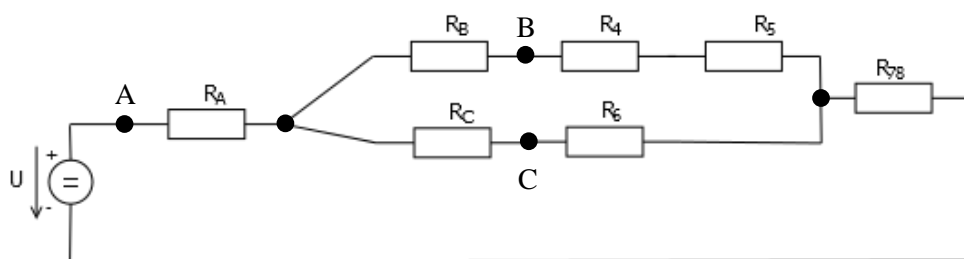


Obrázek 1: Schéma obvodu pro úlohu č. 1

Tabulka zadaných hodnot:

Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
B	95	115	650	730	340	330	410	830	340	220

Řešení:



Obrázek 2: Obvod zjednodušený pomocí „hvězdy“ a zjednodušení R_{78}

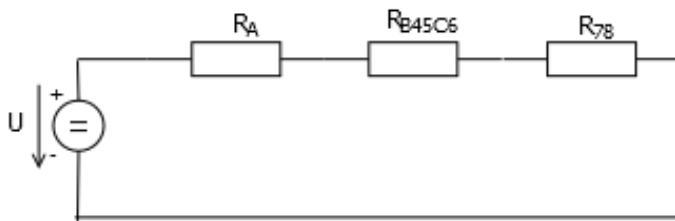
Zjednodušení obvodu a výpočet odporů v zapojení „hvězda“ a celkového napětí zdroje:

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} [\Omega] = \frac{650 \cdot 730}{650 + 730 + 340} \Omega = 275,8721 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} [\Omega] = \frac{650 \cdot 340}{650 + 730 + 340} \Omega = 128,4884 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} [\Omega] = \frac{730 \cdot 340}{650 + 730 + 340} \Omega = 144,3023 \Omega$$

$$U = U_1 + U_2 [\text{V}] = 95 + 115 = 210 \text{ V}$$



Obrázek 3: Zjednodušený obvod

Výpočet pro obvod na obrázku č. 3:

$$R_{78} = \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8} [\Omega] = \frac{340 \cdot 220}{340 + 220} \Omega = 133,5714 \Omega$$

$$R_{B45} = R_B + R_4 + R_5 [\Omega] = (128,4884 + 330 + 410) \Omega = 868,4884 \Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 [\Omega] = (144,3023 + 830) \Omega = 974,3023 \Omega$$

$$R_{B45C6} = \frac{R_{B45} R_{C6}}{R_{B45} + R_{C6}} [\Omega] = \frac{868,4884 \cdot 974,3023}{868,4884 + 974,3023} \Omega = 459,1787 \Omega$$

Výpočet pro celkový odpor, proud a napětí na větvi obsahující rezistor R_5 :

$$R_{EKV} = R_A + R_{78} + R_{B45C6} [\Omega] = (275,8721 + 133,5714 + 459,1787) \Omega = 868,6222 \Omega$$

$$I_{EKV} = \frac{U}{R_{EKV}} [A] = \frac{210}{868,6222} A = 0,2418 A$$

$$U_{RB45C6} = I_{EKV} R_{RB45C6} [V] = (0,2418 \cdot 459,1787) V = 111,0294 V$$

Výpočet hledaných hodnot napětí a proudu pro rezistor R_5 :

$$I_{B45} = I_{R5} = \frac{U_{RB45C6}}{R_{B45}} [A] = \frac{111,0294}{868,4884} A = 0,1278 A$$

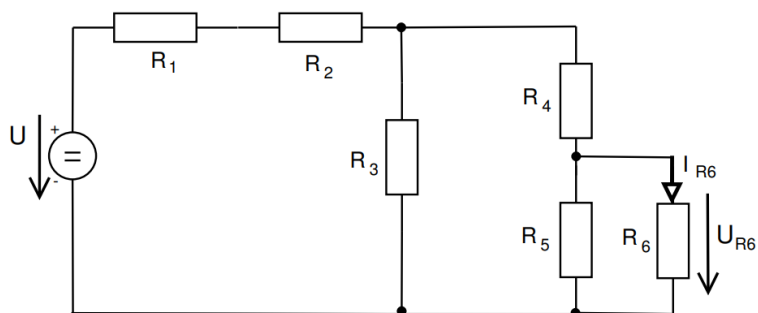
$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 [V] = 0,1278 \cdot 410 V = 52,3980$$

Výsledky jsou:

$$I_{R5} = 0,1278 A \quad U_{R5} = 52,3980 V$$

Úloha č. 2, zadání E:

Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu Théveninovy věty.

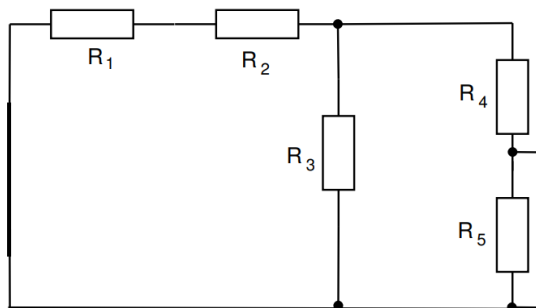


Obrázek 4: Zadání příkladu č. 2

Tabulka zadaných hodnot:

Sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
E	250	150	335	625	245	600	150

Příklad vypočítáme pomocí Théveninova teoremu. Nejprve určíme celkový odpor obvodu bez R_6 a U :



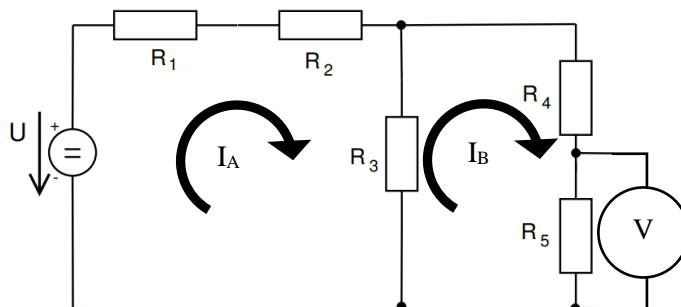
Obrázek 5: Obvod bez zátěže a zdroje

$$R_{12} = R_1 + R_2 [\Omega] = (150 + 335) \Omega = 485 \Omega$$

$$R_{123} = \frac{R_{12} R_3}{R_{12} + R_3} [\Omega] = \frac{485 \cdot 625}{485 + 625} \Omega = 273,0856 \Omega$$

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 [\Omega] = (273,0856 + 245) \Omega = 518,0856 \Omega$$

$$R_i = \frac{R_{1234} R_5}{R_{1234} + R_5} [\Omega] = \frac{518,0856 \cdot 245}{518,0856 + 245} \Omega = 278,0211 \Omega$$



Obrázek 6: Vyznačení smyčkových proudů

Následně vypočítáme náhradní napětí U_i , pomocí smyčkových proudů:

$$\text{A: } I_A R_1 + I_A R_2 + R_3(I_A - I_B) = U$$

$$\text{B: } I_B R_4 + I_B R_5 + R_3(I_B - I_A) = 0$$

Po dosazení a úpravě dostaneme soustavu:

$$222I_A - 125I_B = 50$$

$$-125I_A + 294I_B = 0$$

Soustavu vyřešíme metodou dosazovací:

Vyjádříme I_B ze druhé rovnice a dosadíme do první:

$$I_B = \frac{125I_A}{294} [\text{A}] \rightarrow 222I_A - 125 \frac{125I_A}{294} = 50 \rightarrow 65268I_A - 15625I_A = 14700 \rightarrow I_A = \frac{14700}{49643} \text{ A}$$

Dopočítáme:

$$I_B = \frac{125I_A}{294} [\text{A}] \Rightarrow \frac{125 \frac{14700}{49643}}{294} = \frac{1837500}{49643} \cdot \frac{1}{294} = \frac{6250}{49643} \text{ A}$$

Ze smyčky A vypočítáme U_i pomocí Ohmova zákona:

$$U_i = I_B R_5 [\text{V}] = \frac{6250}{49643} \cdot 600 \text{ V} = 75,5394 \text{ V}$$

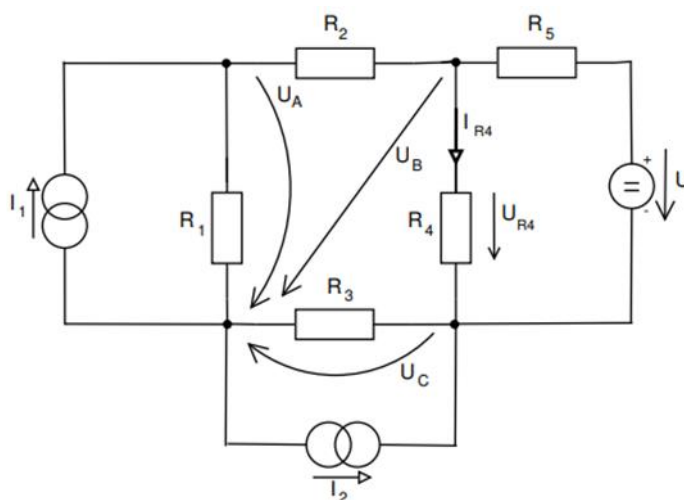
Nyní známe všechny veličiny pro dosazení do vzorce Théveninova teorému:

$$I_{R6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} [\text{A}] = \frac{75,5394}{278,0211 + 150} \text{ A} = 0,1765 \text{ A}$$

$$U_{R6} = I_{R6} R_6 [\text{V}] = 0,1765 \cdot 150 \text{ V} = 26,475 \text{ V}$$

Úloha č. 3, zadání D:

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

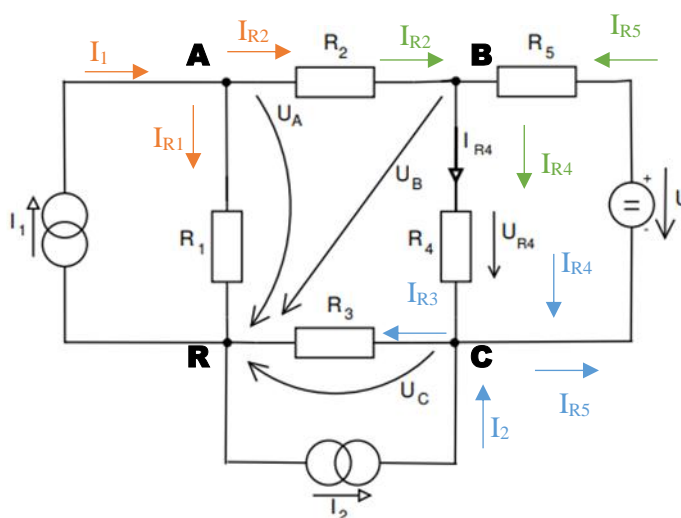


Obrázek 7: Zadání úlohy č. 3

Tabulka zadaných hodnot:

Sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
D	115	0,6	0,9	50	38	48	37	28

Nejprve označíme uzly, jeden z nich zvolíme za uzel referenční:



Obrázek 8: Označený obvod

Pro každý uzel sestavíme rovnici podle prvního Kirchhoffova zákona. Získáme soustavu rovnic:

$$A: I_1 = I_{R1} + I_{R2}$$

$$B: I_{R4} = I_{R2} + I_{R5}$$

$$C: I_{R3} = I_2 - I_{R5} + I_{R4}$$

Proudy vyjádříme pomocí uzlových napětí:

$$I_1 = \frac{U_A - U_B}{R_2} + \frac{U_A}{R_1}$$

$$\frac{U_B - U_C}{R_4} = \frac{U_A - U_B}{R_2} + \frac{U + U_C - U_B}{R_5}$$

$$\frac{U_C}{R_3} = I_2 - \frac{U + U_C - U_B}{R_5} + \frac{U_B - U_C}{R_4}$$

Po dosazení známých hodnot dostaneme soustavu rovnic:

$$0,6 = \frac{U_A - U_B}{38} + \frac{U_A}{50}$$

$$\frac{U_B - U_C}{37} = \frac{U_A - U_B}{38} + \frac{115 + U_C - U_B}{28}$$

$$\frac{U_C}{48} = 0,9 - \frac{115 + U_C - U_B}{28} + \frac{U_B - U_C}{37}$$

Upravíme, přepíšeme do matice:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 44 & -25 & 0 & 570 \\ 518 & -1753 & 1235 & -80845 \\ 0 & 780 & -1039 & 39871,2 \end{array} \right)$$

Vypočítáme její determinant:

$$|A| = \begin{vmatrix} 44 & -25 & 0 \\ 518 & -1753 & 1235 \\ 0 & 780 & -1039 \end{vmatrix} = 44 \cdot (-1753) - 44 \cdot 780 \cdot 1235 - 518 \cdot (-25) \cdot (-1039) = 24299898$$

Pomocí Cramerova pravidla dopočítáme ostatní „poddeterminaty“ a jednotlivá uzlová napětí:

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 570 & -25 & 0 \\ -80845 & -1753 & 1235 \\ 39871,2 & 780 & -1039 \end{vmatrix} =$$

$$570 \cdot (-1753) \cdot (-1039) + (-25) \cdot 1235 \cdot 39871,2 - 780 \cdot 1235 \cdot 570 - (-1039) \cdot (-80845) \cdot (-25) =$$

$$= 1358023765$$

$$U_A = \frac{|A_1|}{|A|} [V] = \frac{1358023765}{24299898} V = 55,8860 V$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 44 & 570 & 0 \\ 518 & -80845 & 1235 \\ 0 & 39871,2 & -1039 \end{vmatrix} =$$

$$44 \cdot (-80845) \cdot (-1039) - 44 \cdot 39871,2 \cdot (-80845) - (-1039) \cdot (518) \cdot (570) = 1836084152$$

$$U_B = \frac{|A_2|}{|A|} [\text{V}] = \frac{1836084152}{24299898} \text{V} = 75,5593 \text{ V}$$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} 44 & -25 & 570 \\ 518 & -1753 & -80845 \\ 0 & 780 & 39871,2 \end{vmatrix} =$$

$$44 \cdot (-1753) \cdot 39871,2 + 518 \cdot 780 \cdot 570 - 44 \cdot 780 \cdot (-570) - 518 \cdot 39871,2 \cdot (-25) = 445889841,6$$

$$U_C = \frac{|A_3|}{|A|} [\text{V}] = \frac{445889841,6}{24299898} \text{V} = 18,3495 \text{ V}$$

Nyní známe uzlová napětí a můžeme vypočítat I_{R4} a U_{R4} :

$$I_{R4} = \frac{U_B - U_C}{R_4} [\text{A}] = \frac{75,5593 - 18,3495}{37} \text{A} = 1,5462 \text{ A}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 [\text{V}] = (1,5462 \cdot 37) \text{A} = 57,2099 \text{ A}$$

Úloha č. 4, zadání B

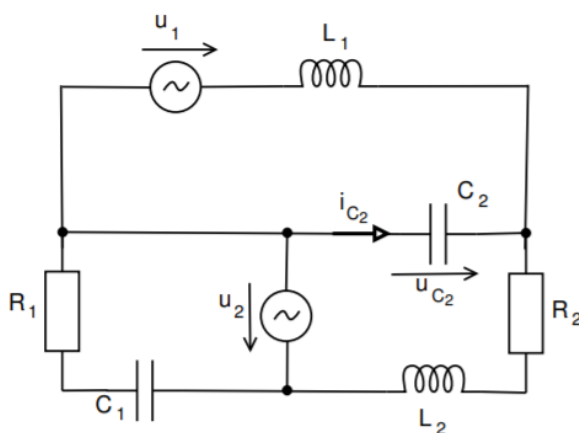
Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C2} = U_{C2} \cdot \sin(2\pi f t + \phi_{C2})$ určete $|U_{C2}|$ a ϕ_{C2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

Tabulka zadaných hodnot:

Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
B	25	40	11	15	100	85	220	95	80



Obrázek 9: Zadaný obvod, úloha 4

Nejprve vypočítáme úhlovou rychlost ω :

$$\omega = 2\pi f [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$$

$$\omega = 2\pi \cdot 80 [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$$

$$\omega = 502,6548 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Vypočítáme kapacitanci kondenzátorů a induktanci cívek:

$$Z_C = -\frac{1}{\omega C} j [\Omega]$$

$$Z_{C1} = -\frac{1}{502,6548 \cdot 220 \cdot 10^{-6}} j [\Omega] = -9,0429 j \Omega$$

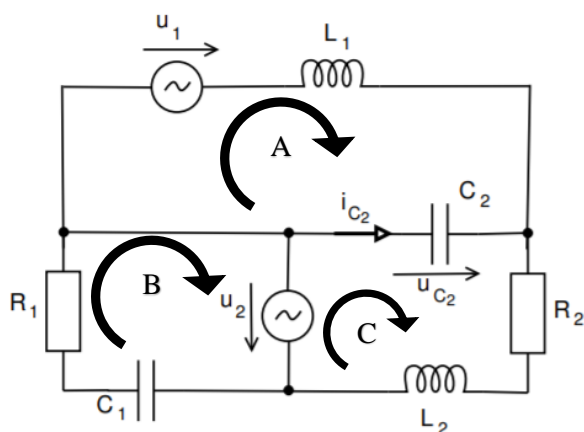
$$Z_{C2} = -\frac{1}{502,6548 \cdot 95 \cdot 10^{-6}} j [\Omega] = -20,9414 j \Omega$$

$$X_L = \omega L j [\Omega]$$

$$Z_{L1} = \omega L_1 j [\Omega] = 502,6548 \cdot 100 \cdot 10^{-3} j [\Omega] = 50,2655 j \Omega$$

$$Z_{L2} = \omega L_2 j [\Omega] = 502,6548 \cdot 85 \cdot 10^{-3} j [\Omega] = 42,7257 j \Omega$$

Využijeme 2. Kirchhoffova zákona a sestavíme rovnice smyčkových proudů podle obrázku:



Obrázek 10: Zadaný obvod, úloha 4

$$\begin{aligned} \text{A:} \quad & I_A Z_{L1} + Z_{C2}(I_A - I_C) + u_1 = 0 \\ \text{B:} \quad & I_B R_1 + u_2 + I_B Z_{C1} = 0 \\ \text{C:} \quad & -u_2 + Z_{C2}(I_C - I_A) + I_C R_2 + I_C Z_{L2} = 0 \end{aligned}$$

Upravíme rovnice:

$$\begin{aligned} \text{A:} \quad & I_A(Z_{L1} + Z_{C2}) - I_C Z_{C2} = -u_1 \\ \text{B:} \quad & I_B R_1 + I_B Z_{C1} = -u_2 \\ \text{C:} \quad & I_C(Z_{C2} + R_2 + Z_{L2}) - I_A Z_{C2} = u_2 \end{aligned}$$

Do rovnic dosadíme hodnoty ze zadání:

$$\begin{aligned} \text{A:} \quad & I_A(29,3241j) + I_C \cdot 20,9414j = -25 \\ \text{B:} \quad & (11 - 9,0429j) I_B = -40 \\ \text{C:} \quad & I_C(15 + 21,7843j) + I_A \cdot 20,9414j = 40 \end{aligned}$$

Přepíšeme do matice:

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 29,3241j & 0 & 20,9414j & -25 \\ 0 & 11 - 9,0429j & 0 & -40 \\ 20,9414j & 0 & 15 + 21,7843j & 40 \end{array} \right)$$

Determinant matice je:

$$|A| = \begin{vmatrix} 29,3241j & 0 & 20,9414j \\ 0 & 11 - 9,0429j & 0 \\ 20,9414j & 0 & 15 + 21,7843j \end{vmatrix} = 1774,7332 + 6649,4326j$$

Smyčkový proud I_A je:

$$\begin{aligned} I_A &= \frac{\begin{vmatrix} -25 & 0 & 20,9414j \\ -40 & 11 - 9,0429j & 0 \\ 40 & 0 & 15 + 21,7843j \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{(-166224,6706 - 11813,811j)}{1774,7332 + 6649,4326j} = \\ &= (-2,2814 + 1,8912j) \text{ A} \end{aligned}$$

Smyčkový proud I_C je:

$$I_C = \frac{\begin{vmatrix} 29,3241j & 0 & -25 \\ 0 & 11 - 9,0429j & -40 \\ 20,9414j & 0 & 40 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{15341,2708 + 18661,489j}{1774,7332 + 6649,4326j} = (3,1947 - 1,4545j) \text{ A}$$

Nyní můžeme vypočítat napětí na kondenzátoru a fázový posun:

$$I_{C2} = I_A - I_C = (-2,2814 + 1,8912j) - (3,1947 - 1,4545j) = (-5,4761 + 3,3457j) \text{ A}$$

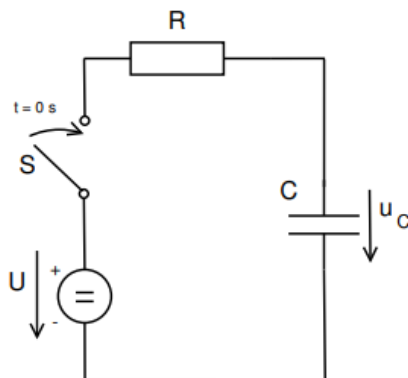
$$U_{C2} = I_{C2}Z_{C2} = (-5,4761 + 3,3457j) \cdot (-20,9414j) \text{ V} = 70,0645 + 114,6776j \text{ V}$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{70,0645^2 + 114,6776^2} = 134,3874 \text{ V}$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{114,6776}{70,0645}\right) = 1,0225 \text{ rad} = 58,5873^\circ$$

Úloha č. 5, zadání F

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0$ [s] sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.



Obrázek 11:Zadaný obvod, úloha 5

Tabulka zadaných hodnot:

Sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_C(0)$ [V]
F	22	30	15	10

Počáteční podmínky při sepnutí spínače v čase $t = 0$ s jsou:

$$U_C(0) = 10 \text{ V}; I(0) = I_0$$

Sestavíme rovnici druhého Kirchhoffova zákona a vyjádříme proud:

$$u_R + u_C - u = 0$$

$$RI + u_C - u = 0$$

$$I = \frac{u - u_C}{R} [\text{A}]$$

Upravíme diferenciální rovnice pro kondenzátor a dosadíme proud I :

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = Cu'_C [\text{A}]$$

$$u'_C = \frac{1}{C} \cdot i_C [\text{V}]$$

$$u'_C = \frac{u - u_C}{RC} [\text{V}]$$

$$u'_C = \frac{22 - u_C}{15 \cdot 30} [\text{V}]$$

$$u'_C + \frac{1}{450} u_C = \frac{22}{450} = \frac{11}{225} \text{ V}$$

Obecný tvar řešení je:

$$u_c(t) = k(t)e^{\lambda t}$$

Vypočteme λ z charakteristické rovnice:

$$\lambda + \frac{1}{450} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{450}$$

Hodnoty dosadíme do obecného řešení:

$$u_c(t) = k(t)e^{-\frac{1}{450}t} \text{ [V]}$$

Rovnici zderivujeme:

$$u'_c(t) = k'(t)e^{-\frac{1}{450}t} - \frac{1}{450}k(t)e^{-\frac{1}{450}t} \text{ [V]}$$

Tyto rovnice dosadíme do rovnice podle Kirchhoffova zákona:

$$u'_c + \frac{1}{450}u_c = \frac{22}{450} = \frac{11}{225} \text{ V}$$

$$k'(t)e^{-\frac{1}{450}t} - \frac{1}{450}k(t)e^{-\frac{1}{450}t} + \frac{1}{450}k(t)e^{-\frac{1}{450}t} = \frac{11}{225}$$

$$k'(t)e^{-\frac{1}{450}t} = \frac{11}{225}$$

Vyjádříme $k'(t)$:

$$k'(t) = \frac{11e^{\frac{1}{450}t}}{225}$$

$k'(t)$ získáme integrací:

$$\int k'(t) dt = \frac{11e^{\frac{1}{450}t}}{225}$$

$$k(t) = 22e^{\frac{1}{450}t} + A$$

Dosadíme do obecné rovnice:

$$u_c(t) = k(t)e^{\lambda t} \text{ [V]}$$

$$u_c(t) = \left(22e^{\frac{1}{450}t} + A\right) \cdot e^{-\frac{1}{450}t} \text{ [V]}$$

$$u_c(t) = 22 + Ae^{-\frac{1}{450}t} \text{ [V]}$$

Pomocí počáteční podmínky vypočítáme A :

$$u_C(0) = 22 + Ae^{-\frac{1}{450} \cdot 0} [\text{V}]$$

$$10 = 22 + A$$

$$A = -12$$

Námi hledané analytické řešení je tedy:

$$u_C(t) = 22 - 12e^{-\frac{1}{450}t} [\text{V}]$$

Správnost řešení lze dokázat dosazením do původní rovnice Kirchhoffova zákona:

$$u'_C + \frac{1}{450}u_C = \frac{11}{225} \text{V}$$

$$u'_C = \frac{12}{450}e^{-\frac{1}{450}t} \text{V}$$

$$u_C = 22 - 12e^{-\frac{1}{450}t}$$

$$\frac{12}{450}e^{-\frac{1}{450}t} + \frac{1}{450}\left(22 - 12e^{-\frac{1}{450}t}\right) = \frac{11}{225} \text{V}$$

$$\frac{22}{450} = \frac{11}{225}$$

$$0 = 0$$

Tabulka zadání a výsledků

Číslo úlohy	Skupina zadání	Výsledek
1	B	$I_{R5} = 0,1278 \text{ A} \quad U_{R5} = 52,3980 \text{ V}$
2	E	$I_{R4} = 0,1765 \text{ A} \quad U_{R4} = 26,475 \text{ V}$
3	D	$I_{R4} = 1,5462 \text{ A} \quad U_{R4} = 57,2099 \text{ V}$
4	B	$ U_{C2} = 134,3874 \text{ V} \quad \phi_{C2} = 1,0225 \text{ rad} = 58,5763$
5	F	$u_C(t) = 22 - 12e^{-\frac{1}{450}t} [\text{V}]$