

Modélisation de l'équilibre de l'aile au zénith

June 28, 2024

En utilisant le modèle de la masse ponctuelle on cherche à décrire l'équilibre du kite en mode zénith. On a besoin des paramètres du kite X_t , Surface, Corde, masse du kite, masse des lignes et l longueur des lignes, que l'on obtient par la mesure ou sur surfplan. X_g est approximé à $0.5 \cdot \text{corde}$ par une mesure faite dans l'atelier, mesure qui peut être améliorée.

1 Forces sur le kite

Les forces considérées sont:

- L_k : la portance du kite, s'appliquant en X_{cp}
- D_k : la traînée du kite, s'appliquant en X_{cp}
- D_t : la traînée des lignes, s'appliquant à la moitié de la ligne

En première approximation, on estime que les lignes participant à la traînée sont 2 lignes arrière de 3mm de diamètre et 2 lignes avant de 5mm de diamètre et toutes les 4 de 50m de longueur. En considérant le coefficient de traînée d'un cylindre de $C_D = 1$ on calcule les coefficients effectifs de traînée (voir Fechner).

$$C_{D,eff}^t \approx 0.31 \bar{l} \frac{d}{A_p} C_D^t$$

Figure 1: Coefficient de traînée effectif

Ces coefficients sont à ajouter au coefficient de traînée du profil pour le calcul de la traînée. cf Excel 'Line-drag'.

- P_k : le poids du kite, en X_g
- P_t : le poids des lignes, à la moitié de la ligne
- T : tension des lignes, s'appliquant en X_t

On ne néglige pas le poids du kite, puisqu'en vent faible celui-ci devient prédominant et cela permettra de trouver la plage basse de vol.

On ne néglige pas non plus la traînée des lignes puisqu'en vent fort celle-ci devient également importante.

On définit les angles :

- θ : l'angle d'élévation : angle entre le sol et la direction des lignes
- α : l'angle d'attaque : angle entre la corde et la direction du vent (ici l'horizontale)

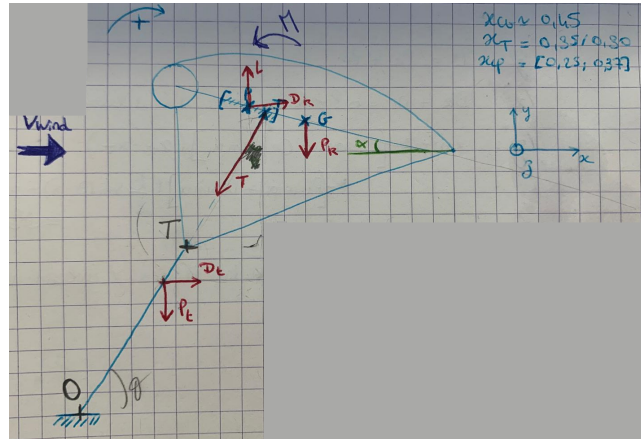


Figure 2: Schéma des forces

2 Equilibre au zénith

2.1 Méthode du PFD

Au zénith, on peut travailler dans le plan perpendiculaire au kite. L'équilibre du kite se décrit comme l'annulation des deux équations du PFD sur x et sur y (cf figure 2 pour les axes), ainsi que l'annulation du moment. Le kite est immobile, pointe vers le centre haut de la fenêtre de vol, tel l'est défini dans le mode zénith auto de la kitebox.

Hypothèses :

- les lignes sont rectilignes et de longueur fixe
- l'ensemble ligne + kite est un solide indéformable qui tourne autour du point O (hypothèse à vérifier, autre hypothèse possible : liaison pivot en T)

⇒ l'angle d'élévation et l'angle d'attaque sont reliés par :

$$\theta = 85 - \alpha \quad (1)$$

En effet, la fenêtre de vol est définie comme un quart de sphère débutant en un plan vertical à 85° de l'horizontale (détermination de cet angle sur surfplan).

Equations :

$$Lk - Pk - Pt - T \sin(\theta) = 0 \quad (2)$$

$$Dk - Dt + T \cos(\theta) = 0 \quad (3)$$

Moment en Xt :

$$-Lk(Xcp - Xt) \cos(\alpha) - Dk(Xcp - Xt) \sin(\alpha) + Pk(Xg - Xt) \cos(\alpha) - Dt * l / 2 \sin(\theta) - Pt * l / 2 \cos(\theta) = 0 \quad (4)$$

Le fichier Jupyter zenith.ipnyb cherche l'angle d'attaque et l'angle d'élévation tels que ces trois équations s'annulent.

Résultats

Problème : le moment ne s'annule jamais, problème dans le calcul du moment.

- Pour une force de vent de 5m/s on obtient une élévation d'équilibre de 81° et une incidence d'équilibre de 4°.
- Pour une force de vent de 7m/s on obtient une élévation d'équilibre de 84° et une incidence d'équilibre de 1°.
- Pour une force de vent de 10m/s on obtient une élévation d'équilibre de 84° et une incidence d'équilibre de 1°.

2.2 Méthode Lagrangienne

En partant du document de Sanchez Dynamics and control of single lines kites, on pose les équations de Lagrange du kite pour obtenir deux équations décrivant les états d'équilibre du kite. (lire ce document mis dans le dossier).

δ et r sont des paramètres au bridage du kite, A la surface du kite, W_0 la vitesse du vent, X_{cp} la distance entre le centre de pression et le centre de gravité, C_N le coefficient normal de la force aérodynamique.

La première équation donne l'angle d'incidence θ ici :

$$\cos(\delta - \theta) + \beta(\sigma - \cos\delta)C_N(\theta) = 0$$

Figure 3: Equation 1

La deuxième équation donne l'angle d'élévation à partir de cet angle d'incidence γ ici:

$$\Gamma = A \tan\left(\frac{\beta C_N(\theta) \cos\theta - 1}{\beta C_N(\theta) \sin\theta}\right)$$

where:

$$\beta = \frac{\rho A W_0^2}{2mg} \quad \left| \quad \sigma = \frac{x_{cp}}{r}$$

Figure 4: Equation 2

Résultats Les équations sont codées pour un kite de type 10VB sur un fichier MATLAB 'equations-sanchez' mis dans le dossier.

- Pour une force de vent de 5m/s on obtient une élévation d'équilibre de 76° et une incidence d'équilibre de 10.5°.
- Pour une force de vent de 7m/s on obtient une élévation d'équilibre de 85° et une incidence d'équilibre de 5°.
- Pour une force de vent de 10m/s on obtient une élévation d'équilibre de 87° et une incidence d'équilibre de 3°.

3 Vérification

Dans le dossier 06-topic-modèle-aero on trouve le traitement MATLAB des données récupérées en essai plage pour valider la théorie.

3.1 validation de l'hypothèse seul point de rotation en O

Le tracé des points $\theta = f(\alpha)$:

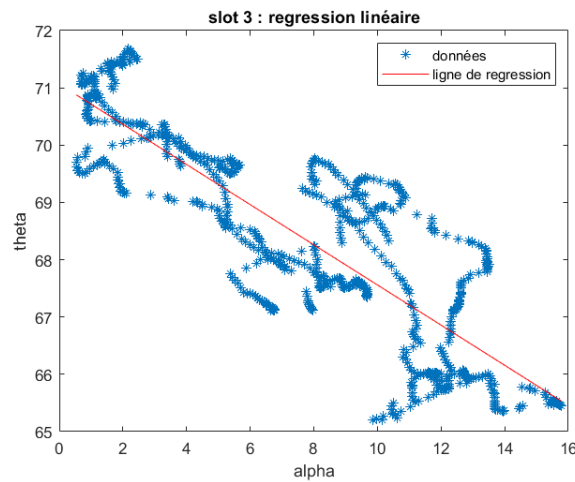


Figure 5: $\theta = f(\alpha)$

On obtient toujours des régressions du type :

Equation: $\theta = 69.87 + -0.35 \cdot \alpha$

R^2 : 0.72

⇒ Le coefficient devant α est différent de 1 donc on peut considérer une rotation autour du point T.

3.2 validation de la prévision de l'angle d'attaque et d'élévation d'équilibre

On mesure des angles d'élévation moyens autour de 65-70°, jamais au delà de 81°.

On mesure des angles d'attaques moyens entre 9 et 16° jamais en dessous.

Le modèle du PFD n'est pas validé. Sources d'erreur possibles :

- mauvaise estimation de la traînée des lignes
- mauvais coefficients de portance et de traînée : différence 2D/3D
- mauvaise formule du moment? erreurs de ma part dans les équations des contraintes

Les résultats expérimentaux sont en revanche plus proches de ceux proposés par l'équation de Sanchez. Piste à mieux explorer.

4 Bilan

Les équations du PFD écrites et leur résolution ne sont pas en accord avec les résultats des essais. Modèle à revoir.

Lire :

Daad-Thesis-2013 Kite dynamics for ship propulsion

Terink2009-KitePlane-Flight-Dynamics

Leloup2016-Analytical modeling for kites as auxiliary propulsion