

# INFO-F305 : Projet :

## Modélisation de l'évolution de la température globale moyenne sur Terre

Noé Vekemans (000475625)

Romain Markowitch (000540172)

26 novembre 2023

## 1 Introduction

Pour le projet du cours d'INFO-F305, il nous a été demandé de répondre à plusieurs questions de résolution d'équations et d'analyse de simulations sur la température globale moyenne sur Terre.

Pour le faire, nous avons utilisé octave pour générer nos graphes et résoudre nos équations. Tout le projet a été réalisé avec **jupyter notebook**

## 2 Cadre expérimental

Nous allons manipuler quatre modèles, de complexité croissante, qui expriment la vitesse de changement de la température en fonction de l'énergie absorbée et émise ou réfléchi par la Terre et son atmosphère. Pour chaque simulation nous allons utiliser le solveur ode45 de Octave. Ce solveur utilise l'équation du modèle et calcule la température de la Terre dans une période de temps donné en argument. Tous les résultats seront ensuite affichés à l'aide de graphes.

### 2.1 Valeurs

- $T$  : la température moyenne dans la photosphère de la Terre, en Kelvin.
- $t$  : le temps, en année.
- $R$  : la capacité calorifique moyenne du système Terre/atmosphère. Sa valeur empirique est de  $R=2.912 \frac{W \cdot yr}{m^2 K}$
- $Q$  : la moyenne annuelle globale de rayonnement solaire arrivant sur Terre, par  $m^2$  de surface sur la Terre. Sa valeur empirique est de  $Q = 342 \frac{W}{m^2}$ .
- $\alpha$  : l'albédo de la planète. Sa valeur empirique est de  $\alpha = 0.3$ .  $\alpha$  n'a pas de dimensions.
- $\sigma$  : la constante de Stefan-Boltzmann, une constante de proportionnalité. Sa valeur est de  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ .

### 2.2 Modèles

- Modèle 1 : Energy balance equation (EBM) :  $R \frac{dT}{dt} = Q(1 - \alpha) - \sigma T^4$

Ce modèle, représente la quantité de chaleur absorbée par le système Terre et le rayonnement émis par la Terre (considérée comme un corps noir).

Nous allons calculer sa température d'équilibre, puis simuler son évolution pour  $t = [0 \rightarrow 10^4]$ . Ensuite, nous allons faire varier l'albédo de  $[0 \rightarrow 1]$ .

- Modèle 2 : EBM tenant compte de l'émissivité :  $R \frac{dT}{dt} = Q(1 - \alpha) - \epsilon \sigma T^4$

Ce modèle rajoute  $\epsilon$  au modèle 1.  $\epsilon$  représente la valeur d'émissivité de la terre. Cette valeur d'émissivité est le flux de rayonnement thermique émis par la surface d'un système. Une valeur empirique pour  $\epsilon$  est de 0.61. Nous allons calculer sa température d'équilibre, puis nous allons simuler l'évolution du système sur dix ans en faisant varier l'émissivité de  $[0 \rightarrow 1]$ .

- Modèle 3 : OLR dépendant de la température :  $R \frac{dT}{t} = Q(1 - \alpha) - (A + BT)$

$A = 202 \frac{W}{m^2}$  et  $B = 1.90 \frac{W}{m^2 C}$  Ici, la fonction dépend de la température de façon linéaire et non de façon quadratique comme dans les modèles précédents.

Nous allons simuler l'évolution du système sur cent ans en prenant comme condition initiale  $-273^\circ C$  ce qui est équivalent à 0K.

- Modèle 4 : Albédo dépendant de la température :  $R \frac{dT}{t} = Q(1 - \alpha(T)) - (A + BT)$

$\alpha(T) = 0.5 + 0.2 \tanh(0.1(265 - T - 273.5))$

L'albédo de la Terre dépend ici de sa température. Nous allons simuler l'évolution du système sur cent ans avec comme condition initiale :  $14.84^\circ C$ .

### 3 Résultats

Pour trouver l'équilibre du modèle 1, il faut que :  $\frac{dT}{t}$  soit égale à 0.

On a donc :  $R * 0 = Q(1 - \alpha) - \sigma T^4$ .

Ce qui donne :  $T^4 = \frac{Q(1 - \alpha)}{\sigma}$ .

En remplaçant les valeurs nous trouvons  $T = 254.91K$ , qui est la température d'équilibre du système 1. En effet, les valeurs négatives sont écartées car une température en Kelvin ne peut pas être plus petite que le zéro absolu. Voici le graphe obtenu lors de la simulation de l'albédo de 0 à 1 dans le modèle 1.

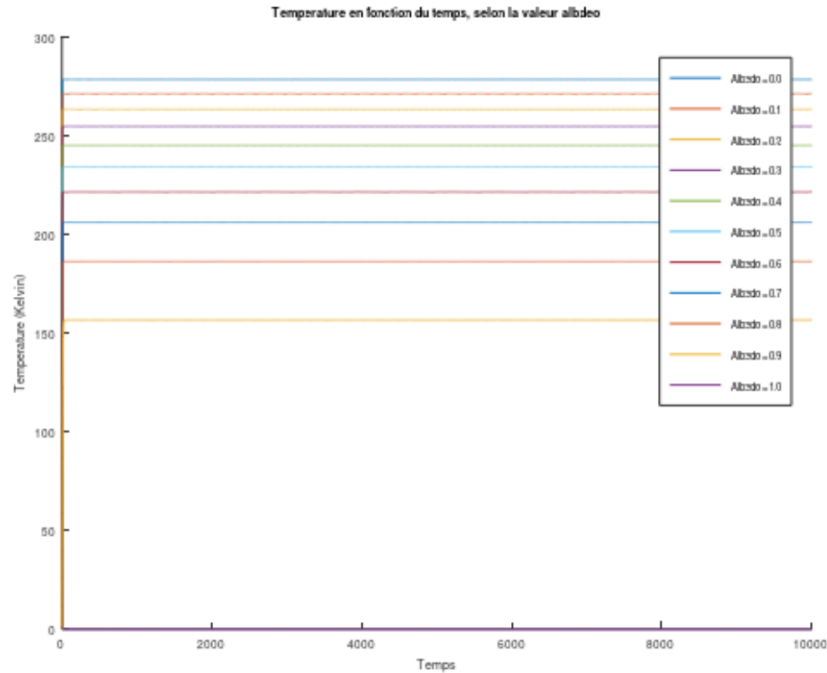


FIGURE 1 – Évolution du système du modèle 1 avec différentes valeurs de l'albédo.

En nous basant du modèle 1, nous pouvons arriver pour le modèle 2 à :  $T^4 = \frac{Q(1 - \alpha)}{\epsilon\sigma}$ .

En remplaçant les valeurs nous trouvons comme seule valeur positive  $T = 288.44\text{K}$ , qui est donc la température d'équilibre du système 2. Voici le graphe obtenu lors de la simulation du facteur d'émissivité de 0 à 1 dans le modèle 2.

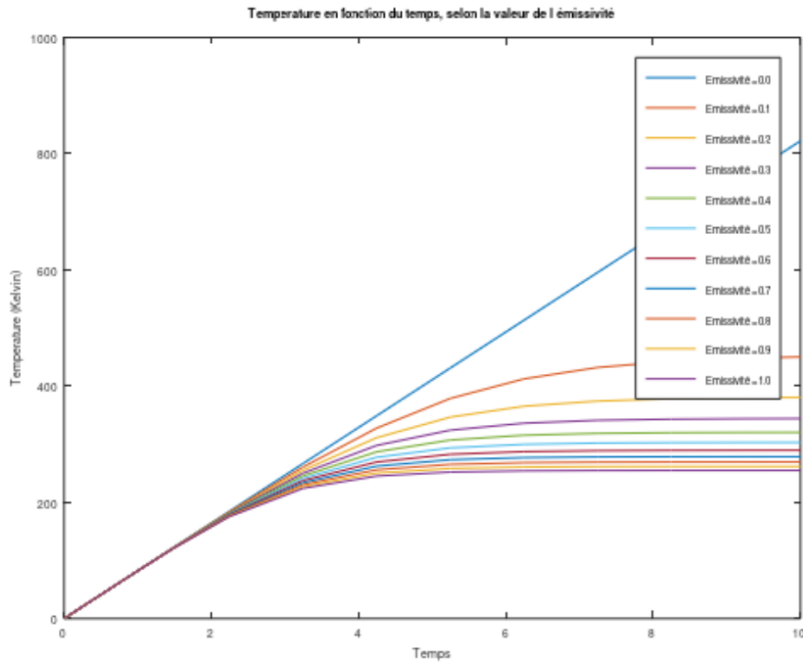


FIGURE 2 – Évolution du système du modèle 2 avec différentes valeurs de l'émissivité.

Ci-dessous, se trouve le graphe obtenu avec avec l'équation du modèle 3. Il est, à la différence des précédents, en °C. Pour obtenir la température d'équilibre, en suivant le schéma du modèle 1, nous avons  $T = \frac{Q(1 - \alpha) - A}{B}$ . T vaut donc 19,68°C.

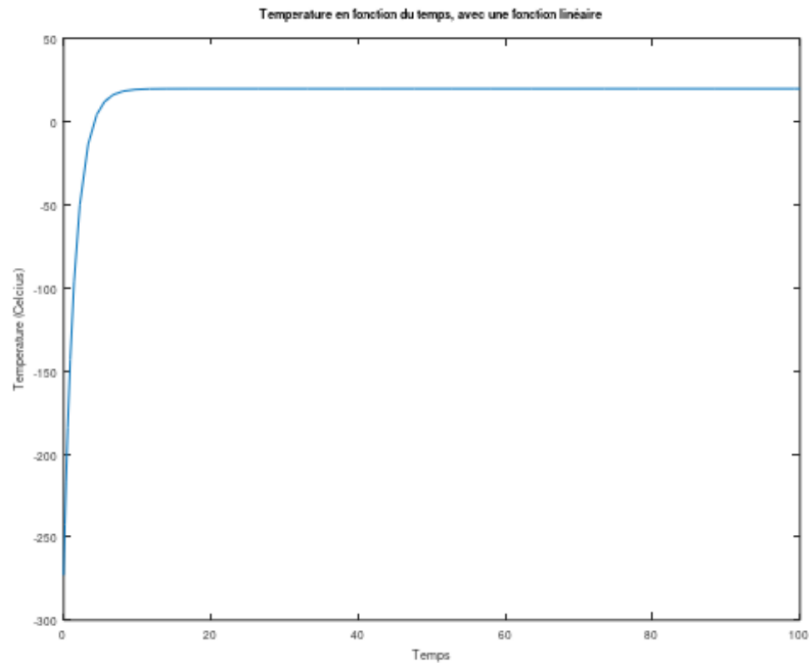


FIGURE 3 – Évolution du système du modèle 3 en utilisant la fonction linéaire.

Voici le résultat de l'évolution du modèle 4 avec pour condition initiale, la température moyenne de la Terre en 2022 :  $14,84^{\circ}\text{C}$ .

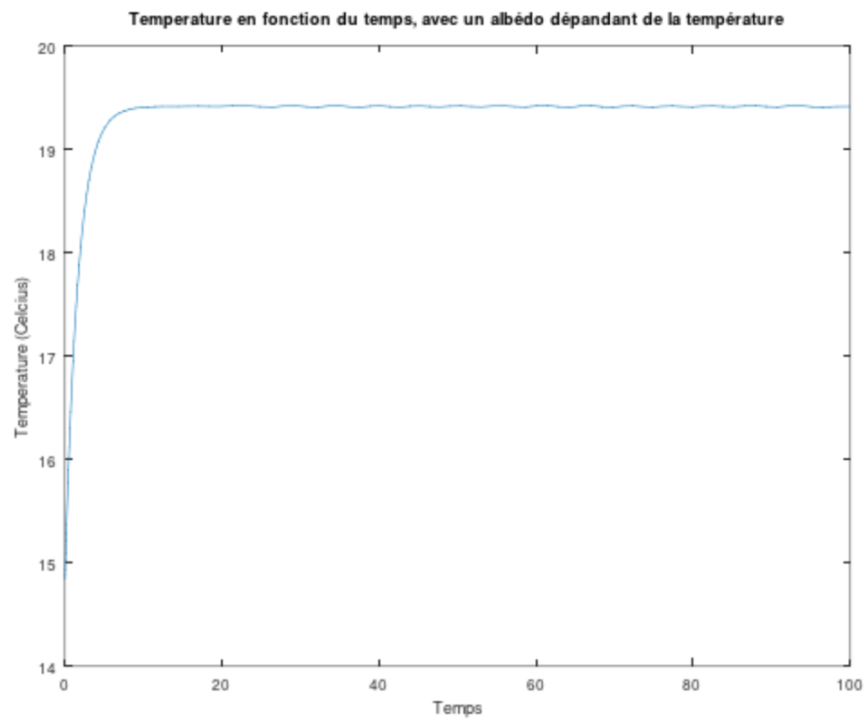


FIGURE 4 – Évolution du système du modèle 4 en utilisant un albédo qui dépend du temps.

## 4 Analyse

Nous pouvons voir dans la Figure 1 que pour albédo = 0.3 la simulation tend bien vers 254.91K, ce qui est la température d'équilibre du système que nous avons calculé plus tôt. De plus, le point d'équilibre est très stable. En effet, le système atteint la valeur d'équilibre en tout début du graphe et ensuite ne varie plus.

Nous pouvons aussi observer dans la Figure 1 que plus la valeur de l'albédo est élevée plus la température d'équilibre baisse. En effet, plus la valeur de l'albédo est élevée plus nombreux seront les rayonnements solaires renvoyés par la terre. La terre absorbera alors moins d'énergie par années ce qui entraîne l'abaissement de la température d'équilibre. Avec un albédo de 1, tous les rayonnements seront renvoyés, la température restera à 0 K.

Nous pouvons observer que dans la Figure 2, plus l'émissivité augmente, plus la température d'équilibre diminue. Avec un facteur d'émissivité de 1, nous retombons sur la valeur d'équilibre obtenue avec le modèle 1. Si le facteur vaut 0, alors plus rien ne refroidit le système et la terre ne fait que chauffer de façon constante. En effet, l'équation ne dépend alors plus de la température.

De plus, le système est stable. Au début, la température monte très rapidement. Ensuite, plus on s'approche de la température d'équilibre plus la courbe s'aplatie. Le deuxième terme de l'équation, qui représente la perte de chaleur dû au rayonnement de la terre, augmente de façon quadratique avec la température. Le gain de chaleur devient donc de plus en plus minime et tend vers la température d'équilibre.

Nous pouvons voir sur la Figure 3 que la température d'équilibre du système est autour des 20°C, ce qui est bien dans le même ordre de grandeur que 14,84. À la différence du modèle 2, le modèle 3 dépend de la température que de façon linéaire. La courbe est donc plus aplatie. En effet, une toute petite variation de température ne changera qu'un petit peu la dérivée par rapport au temps, alors que dans le modèle 3 chaque variations de température va être mise à la puissance quatre lors du calcul de la dérivée.

Nous pouvons observer sur la Figure 4 que la température d'équilibre augmente rapidement pour atteindre les alentours de 19°C.

## 5 Conclusion

Pour conclure, nous avons simulé l'évolution de la température dans l'atmosphère avec quatre modèles différents. Nous avons analysé l'impacte de la variation de l'albédo ou de la variation du facteur d'émissivité. Nous avons aussi vu la différence entre une formule qui dépend de la température de façon quadratique et une qui dépend de façon linéaire.

Enfin, nous avons observé un dernier modèle dans lequel l'albédo dépendait de la température, un modèle se rapprochant plus du réel fonctionnement de la Terre.

Dans ce genre de modèles la complexité du système observé est immense. Il est extrêmement compliqué de trouver une équation capable de représenter de façon précise les variations de température sur la planète entière. Nos modèles manquent, par exemple, de représentation de la production humaine de gaz à effet de serre, un facteur à inclure pour une approximation plus complète du système.

En ce qui concerne l'utilisation de **Chat GPT** ou autres IA, nous n'en avons pas utilisé lors de ce projet.