

Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького

Навчально-науковий інститут фізики, математики та  
комп'ютерно-інформаційних систем

Кафедра прикладної математики та інформатики

КУРСОВА РОБОТА

**МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
БІОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ**

Виконав:

студент 3 курсу, групи ПМ-3

напряму підготовки

6.040301 Прикладна математика

**Петров П. П.**

Керівник: **Богатирьов О. О.**

Черкаси – 2014

## ЗМІСТ

<b>ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ</b> .....	4
<b>ВСТУП</b> .....	5
<b>РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ТА ТРАДИЦІЙНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ</b>	
<b>ЗАДАЧІ N-ТІЛ</b> .....	6
1.1 Математична постановка задачі.....	6
1.2 Задача двох тіл.....	7
1.3 Задача трьох тіл .....	7
1.4 Чисельний метод розв'язування задачі N-тіл.....	8
<b>РОЗДІЛ 2. АЛГОРИТМ БАРНСА-ХАТА</b> .....	12
2.1 Призначення та загальна ідея алгоритму.....	12
2.2 Опис основних етапи алгоритму Барнса-Хата .....	13
2.2.1 Побудова дерева з тіл .....	14
2.2.2 Розрахунок результуючої сили .....	16
2.3 Розпаралелювання алгоритму Барнса-Хата .....	19
2.3.1 Паралельне обчислення сил і переміщення .....	21
2.3.2 Паралельна побудова дерева та синхронізація потоків .....	22
<b>РОЗДІЛ 3. ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ЕКСПЕРИМЕНТИ</b> .....	23
3.1 Визначення похибки .....	23
3.2 Графічна візуалізація .....	25
3.3 Результати комп'ютерного моделювання.....	27
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	40
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....	41
<b>ДОДАТОК А</b> .....	42
<b>ДОДАТОК Б</b> .....	43

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$a_i$  – прискорення  $i$ -го тіла,  $\text{м}\cdot\text{с}^{-2}$

$G$  – гравітаційна стала ( $\approx 6.67384(80)10^{-11}$ ),  $\text{м}^3\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{с}^{-2}$

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Коротко обґрунтовується актуальність та доцільність обраної теми

...

**Метою** курсової роботи є ... формулюється мета роботи

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні **завдання:**

- 1) розглянути ... ;
- 2) реалізувати ... ;
- 3) розробити ... ;
- 4) дослідити ... ;

...

## РОЗДІЛ 1

### ПОСТАНОВКА ТА ТРАДИЦІЙНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ N-ТІЛ

#### 1.1 Математична постановка задачі

Гравітаційна задача  $N$ -тіл (англ.  $N$ -body problem) була вперше сформульована Ньютоном в його монументальній праці «Математичні початки натуральної філософії», яка вперше була видана друком у 1687 році.

...

Зразок малюнка у тексті курсової роботи наведено на рис. 1.6.

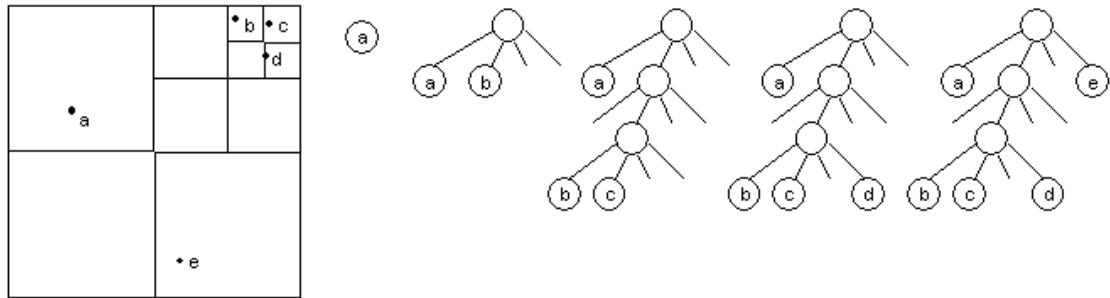


Рис. 1.6 Робота функції вставки на площині (зліва)  
та за допомогою дерева (справа)

Зразок формули у тексті курсової роботи виглядає наступним чином:

$$\frac{dr}{dt} = v_i, \quad \frac{dv_i}{dt} = \sum_{j \neq i}^N \frac{r_j - r_i}{|r_j - r_i|^3} \quad (1.3)$$

де  $r_i$  – координата  $i$ -ого тіла,  $v_i$  – швидкість  $i$ -ого тіла ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ ),  $t$  – час (с),  
 $m_i$  – маса  $i$ -ого тіла (кг),  $G$  – гравітаційна стала ( $\text{м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$ ).

...

Зразок таблиці у тексті курсової роботи виглядає наступним чином:

Таблиця 2.1

Порівняльний аналіз часу розв'язування задачі  $N$ -тіл

Кількість тіл	Базовий варіант, с	Варіант із застосуванням РК4, с
100	0,533	2,804
1000	12,82	71,92
2000	27,96	151,45
5000	78,32	391,5

### Посилання у тексті роботи

... у роботах [1-7] наведено ...

... як зазначено у [4] ...

... у розділі 4 ...

... на рис. 1.3 ...

... у табл. 3.2 ... або (див. табл. 3.2)

... за формулою (3.1) ...

... у рівняннях (1.7) – (1.9) ...

... у додатку Б ...

## **ВИСНОВКИ**

У курсовій роботі ... описати, що зроблено.

Основні результати проведеної роботи полягають у наступному.

1. Наведено ... .
2. Розглянуто ... .
3. Реалізовано ... .
4. Розроблено та реалізовано ... .

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Мэтьюз Д. Численные методы. Использование MATLAB / Д. Г. Мэтьюз, К. Д. Финк ; пер. с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. – 720 с.
2. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах : [учеб. пособие] / Пантелеев А.В., Летова Т.А. – [2-изд.]. – М.: Высш. шк., 2005. – 544 с.
3. Barnes-Hut Galaxy Simulator [Электронный ресурс] // Курс 126 Комп'ютерних наук Принстонського університету. – Режим доступу: <http://introcs.cs.princeton.edu/java/assignments/barnes-hut>. – Назва з екрану.



## ДОДАТОК Б

### Реалізація паралельного алгоритму Барнса-Хата

```
void add_body(node_t *node, const body_t body, const point_t min, const point_t max){
    omp_set_lock(&node->lock);
    if ( node->mass < EPS ){
        memcpy ( node, &body, sizeof(body_t) );
        node->is_body = true;
        omp_unset_lock(&node->lock);
        return;
    }
    if ( node->is_body ){
        node->is_body = false;
        push_to_children( node, *node, min, max );
    }
    node->x *= node->mass;
    node->y *= node->mass;
    node->x += body.x * body.mass;
    node->y += body.y * body.mass;
    node->mass += body.mass;
    node->x /= node->mass;
    node->y /= node->mass;
    push_to_children(node, body, min, max );
    omp_unset_lock(&node->lock);
}
```