

7. СХЕМЫ ЕСТЕСТВЕННОГО ОТБОРА

7.1. Цель эволюции популяции в процессе естественного отбора

Как отмечалось ранее в разделе 3.3, *естественный отбор* - это процесс формирования популяции P^{t+1} , который способствует "выживанию" более приспособленных к внешней среде особей и "элиминации" тех особей, которые имеют пониженную приспособленность к внешней среде. Особи, включаемые в популяцию P^{t+1} , считаются *непосредственными "потомками"* особей предыдущего t -ого поколения. Они могут иметь одинаковые генотипы как с "родителями" (особями $a_k^t \in P^t$) так и между собой.

Будем считать, что численность популяции, равная v особям, сохраняется от поколения к поколению, т.е. естественный отбор является *потомственным отбором*, в процессе которого v "выживших" особей t -ого поколения становятся "родителями" ($a_1^{t+1}, \dots, a_v^{t+1}$) в следующем $(t+1)$ -м поколении.

Окончательным результатом естественного отбора при рассмотрении задачи оптимального дихотомического разбиения графа является получение хромосомного набора популяции P^{t+1} , в котором в каких-то локусах имеет место полная элиминация одной из аллельных форм ("0" или "1"), либо возникает устойчивый диморфизм, когда в одном из локусов присутствуют оба значения аллельных форм ("1" и "0"), но с разными частотами. Чем больше число локусов (битов), обладающих свойством диморфизма, тем выше вероятность изменения частоты аллелей в каждом из них. Для этого, разумеется, необходимо, чтобы происходил естественный отбор, благоприятствующий основной тенденции эволюционного развития популяции - росту среднего значения степени приспособленности по популяции в целом $\mu_{cp}(t)$:

$$\text{MAX}_{P^t}\{\mu_{cp}(t)\} = \text{MAX}_{P^t}\left\{\frac{1}{v} \sum_{i=1}^v \mu(a_i^t)\right\} \quad (7.1)$$

с одновременным уменьшением генетического разнообразия хромосомного набора популяции, которое определяется с помощью \square генетической дисперсии $\sigma^2(t)$: \square

$$\square \quad \text{MIN}_{P^t} \{ \sigma_{cp}(t) \} = \text{MIN}_{P^t} \left\{ \frac{1}{(v-1)} \sum_{i=1}^v [\mu(a_i^t) - \mu_{cp}(t)]^2 \right\}. \quad (7.2)$$

Свертывание введенных частных критериев $\mu_{cp}(t)$ и $\sigma^2(t)$ с помощью \square мультиплекативной функции \square

$$\phi(t) = \mu_{cp}(t) \times \frac{1}{\sigma^2(t)} \quad (7.3)$$

позволяет сформулировать цель эволюции популяции как обеспечение \square максимального значения обобщенного критерия (7.3) в течение ее \square жизненного цикла. \square

7.2. Формирование репродукционной группы

\square Будем понимать под *репродукционной группой* $R(t)$ совокупность \square из $N(t)$ особей t -ого поколения, среди которых только и будет \square вестись естественный отбор v особей, включаемых в состав популяции \square P^{t+1} следующего поколения. \square

Приведем некоторые схемы, реализующие процесс формирования \square репродукционной группы. \square

1. Общая схема \square

В репродукционную группу $R(t)$ входят все особи t -ого \square поколения: "родители", "потомки" и "мутанты". Тогда численность \square репродукционной группы $N(t)$ просто совпадает с *эффективной численностью* $N(t)$ популяции: $\square \square$

$$N(t) = N_{\theta}(t) = v + N_{\Pi}(t) + N_M(t), \quad (7.4) \square \square \square \text{ где } v - \text{ численность популяции } P^t; \square$$

$N_{\Pi}(t)$, $N_M(t)$ - численность "потомков" и "мутантов", $\square \square$ соответственно, воспроизведенных в t -м \square поколении. \square

Учет информации о степени приспособленности особей к внешней среде позволяет сократить численность репродукционной группы. \square

2. Элитарная схема \square

В репродукционную группу $R(t)$ включаются все v "родителей" \square $a_k^t \in P^t$ и только те $N'_{\Pi}(t)$ "потомков" ($N'_{\Pi}(t) \leq N_{\Pi}(t)$) и $N'_M(t)$ "мутантов" ($N'_M(t) \leq N_M(t)$), у которых степени приспособленности $\square \square$ "лучше", чем хотя бы у одного из их "родителей". \square В

этом случае численность репродукционной группы, как правило, \square меньше эффективной численности популяции: \square

$$N(t) = (v + N'_{\Pi}(t) + N'_{M}(t)) \leq N_{\theta}(t). \quad (7.5)$$

3. Селекционная схема 1 (рис.7.1) \square

Все особи t -ого поколения упорядочиваются в порядке убывания \square значений их степеней приспособленности к внешней среде. Задается \square численность репродукционной группы N^0 , например, $N^0 = 2v$. \square В репродукционную группу $R(t)$ включаются только первые N^0 из $\square \square$ упорядоченных особей, т.е. те особи, для которых ранг $r(a_k^t)$, равный k -ой позиции в упорядоченной последовательности особей $\square \square$ меньше или равен $N^0(r(a_k^t) \leq N^0)$.

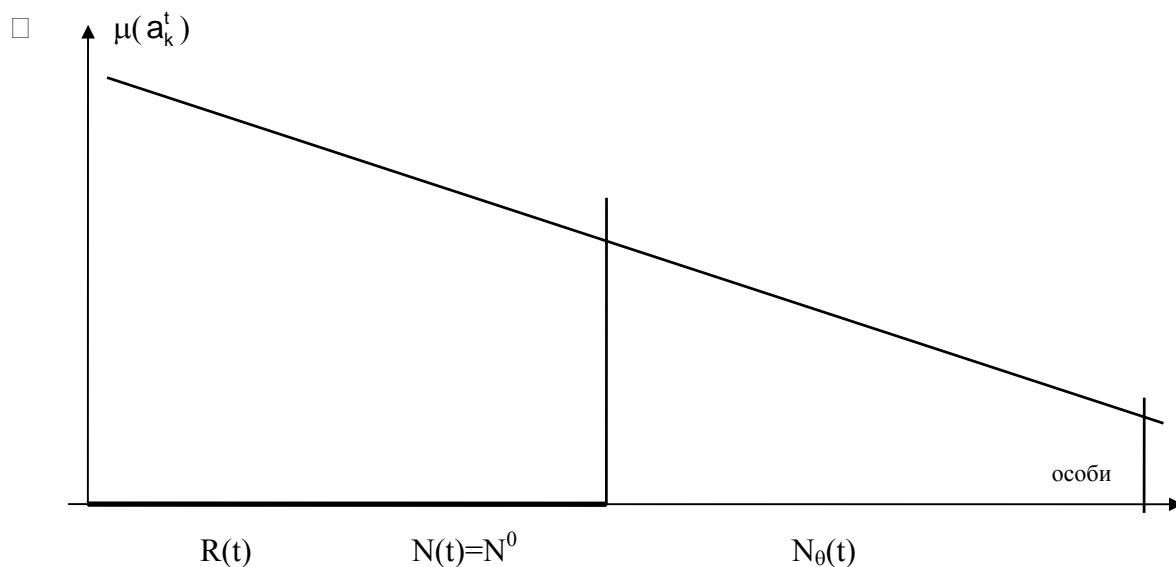


Рис. 7.1. Селекционная схема 1 формирования репродукционной \square группы $R(t)$ из N^0 лучших по степени \square приспособленности особей.

4. Селекционная схема 2 (рис. 7.2.) \square

Определяется средняя степень приспособленности всех особей t -ого \square поколения: $\square \square$

$$\bar{\mu}(t) = \frac{1}{N_{\theta}(t)} \sum_{i=1}^{N_{\theta}(t)} \mu(a_k^t). \quad (7.6)$$

В репродукционную группу $R(t)$ включаются только те особи, у \square которых степень приспособленности выше или равна средней степени \square приспособленности $\bar{\mu}(t)$:

$$R(t) = \{a_k^t | \mu(a_k^t) \geq \bar{\mu}(t), k = 1, \overline{N_0(t)}\}. \quad (7.7)$$

Численность репродукционной группы $N(t)$ в этой схеме зависит от значения средней степени приспособленности $\bar{\mu}(t)$ ($N(t) = N(t, \bar{\mu}(t))$) и будет определяться по наибольшему рангу $r(a_i^t)$ той особи a_i^t , для которой еще выполняется условие:

$$\mu(a_i^t) \geq \bar{\mu}(t) \quad (7.8)$$

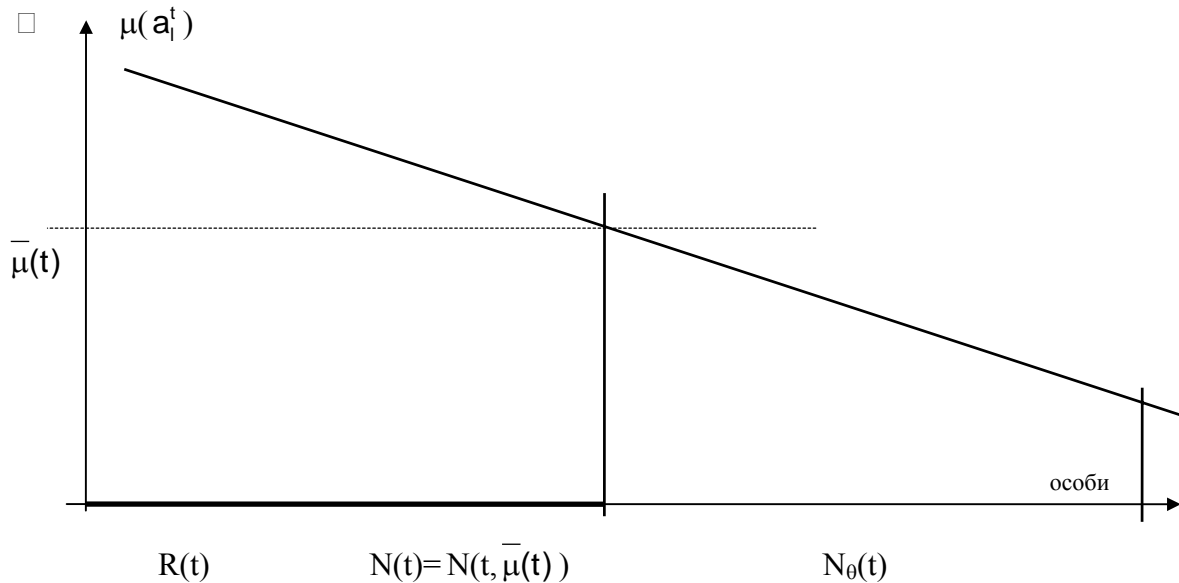


Рис.7.2. Селекционная схема 2 формирования репродукционной группы $R(t)$ по средней степени приспособленности всех особей t -ого поколения

Селекционные схемы 1 и 2 относятся к схемам типа *правого угасающего отбора*, т.к. они разделяют всех особей t -ого поколения, упорядоченных в порядке убывания их степеней приспособленности, на "хороших" и "плохих". $N(t)$ "хороших" особей включаются в репродукционную группу $R(t)$, оставшиеся ($N_0(t) - N(t)$) "плохих" особей считаются "погибшими" и исключаются из дальнейшего процесса естественного отбора, т.е. им приписывается нулевая вероятность отбора в популяцию P^{t+1} следующего поколения.

7.3. "Жесткая" и "мягкая" схемы естественного отбора

Схема "жесткого" естественного отбора, основываясь на информации о значениях степеней приспособленности $\mu(a_k^t)$ особей $a_k^t \in R(t)$, отдает предпочтение при включении в популяцию P^{t+1} только "лучшим", отбрасывая "плохие" по степени

приспособленности, что уменьшает генетическое разнообразие популяции P^{t+1} , увеличивая ее среднюю степень приспособленности $\mu_{cp}(t+1)$.

□ Наиболее просто схема “жесткого” естественного отбора реализуется с помощью оператора пропорционального отбора, согласно которому v особей популяции P^{t+1} выбираются из репродукционной группы $R(t)$ случайным образом на основе следующего распределения вероятностей:

$$P(a_k^t) = \mu(a_k^t) / \sum_{i=1}^{N(t)} \mu(a_i^t), k = \overline{1, N(t)}. \quad (7.9)$$

Предположим, что все степени приспособленности особей $a_k^t \in R(t)$ положительны: □

$$\mu(a_k^t) > 0, k = \overline{1, N(t)}. \quad (7.10)$$

Следовательно, значения вероятностей $P(a_k^t)$ также будут положительными числами для всех особей $a_k^t \in R(t)$. Такой естественный отбор называется *сохраняющимся отбором*, т.к. каждая особь $a_k^t \in R(t)$ может потенциально войти в состав популяции P^{t+1} в виде одной или нескольких копий с одним и тем же генотипом, но □ каждая со своей вероятностью отбора, определяемой выражением □ (7.9). □

Схема "мягкого" естественного отбора, основываясь только на □ информации о рангах $r(a_k^t)$ особей $a_k^t \in R(t)$, упорядоченных в порядке □ убывания степеней приспособленности, отдает предпочтение при □ включении в популяцию P^{t+1} особям с высокими рангами, отбрасывая □ особи с небольшими рангами, что приводит к более медленному, чем в □ схеме "жесткого" естественного отбора, уменьшению генетического □ разнообразия популяции P^{t+1} . □

Наиболее просто схема "мягкого" естественного отбора □ реализуется с помощью оператора *линейного упорядочения* согласно □ которому v особей популяции P^{t+1} выбираются из репродукционной группы $R(t)$ на основе следующего распределения вероятностей: □

□

$$P(a_k^t) = \frac{1}{N(t)} [\eta^+ - (\eta^+ - \eta^-) \frac{k-1}{N(t)-1}], k = \overline{1, N(t)}. \quad (7.11)$$

где η^+ - параметр, выбираемый случайным образом с равной вероятностью из интервала $[1,2]$;

$$\square \quad \eta^- = 2 - \eta^+$$

Нетрудно видеть, что оператор линейного упорядочения обеспечивает $\square \square$ сохраняющий отбор, т.к. каждое значение $P(a_k^t)$ из (7.11) является \square положительным числом. $\square \square$

Частным случаем оператора линейного упорядочения при $\eta^+=1$ \square является оператор *равновероятностного отбора*:

$$(7.12) \quad P(a_k^t) = 1 / N(t), k = \overline{1, N(t)}.$$

При использовании при "мягком" естественном отборе оператора \square равновероятностного отбора репродукционная группа $R(t)$ представляет из \square себя *селекционно-нейтральную совокупность особей t -ого поколения*, \square в которой все особи $a_k^t \in R(t)$ имеют одинаковую вероятность "выжить" $\square \square$ и войти в состав популяции P^{t+1} следующего $(t+1)$ -го поколения. $\square \square$

При $\eta^+=2$ оператор линейного упорядочения сводится к оператору \square *рангового отбора*, использующего следующее распределение \square вероятностей:

$$(7.13) \quad P(a_k^t) = \frac{2}{N(t)} \left[\frac{N(t) - r(a_k^t)}{N(t) - 1} \right], k = \overline{1, N(t)}.$$

где $r(a_k^t)=k$ - *ранг особи a_k^t* , равный позиции k , которую занимает \square особь a_k^t при упорядочении особей $a_i^t \in R(t)$ в порядке \square убывания их степеней приспособленности $\mu(a_i^t)$.

Из выражения (7.13) видно, что вероятности отбора особей в \square популяцию P^{t+1} зависят от их рангов $r(a_k^t)$, изменяясь от значения \square $(2/N(t))$ до нуля. \square

Приведенные выше схемы естественного отбора выбирают из \square репродукционной группы $R(t)$ особей до тех пор, пока в популяцию \square P^{t+1} не будет включено v особей $(a_1^{t+1}, \dots, a_v^{t+1})$. После чего весь $\square \square$ процесс эволюционного развития популяции повторяется для \square следующего $(t+1)$ -го поколения. \square

\square Особенности применения изложенного в данном пособии эволюционно-генетического подхода к решению задач многопараметрической оптимизации многоэкстремальных функций и определения оптимального порядка трассировки электрических соединений приводятся, соответственно, в работах [10] и [11].