## 4. СИСТЕМЫ СКРЕЩИВАНИЯ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПОДБОР ОСОБЕЙ В "РОДИТЕЛЬСКУЮ" ПАРУ

## 4.1. Панмиксия (случайное скрещивание)

Пусть популяция  $P^t = (a_1^t, \dots, a_{\nu}^t)$  является *Менделевской популяцией*, в которой любые две особи  $a_k^t$ ,  $a_l^t \in P^t$ , объединенные в $\square$  одну "родительскую" пару, могут размножаться на основе актов сигнамии и мейоза.

 $\square$  Способ подбора пары "родителей"  $a_k^t$  ,  $a_l^t \in P^t$  , несущих, соответственно "отцовскую" гамету (спермотозоид) и "материнскую" гамету (яйцеклетку), будем называть системой скрещивания.

При любой системе скрещивания зигота, образованная в акте сигнамии, может с некоторой вероятностью  $P_c$  выжить и воспроизвести "потомство", а может с вероятностью  $(1 - P_c)$  погибнуть (элиминировать). Общее число различных "родительских" пар  $N_p(t)$ , которые в t-ом поколении воспроизводят хотя бы одного "потомка", можно оценить с помощью следующего выражения:

$$N_{p}(t) = \frac{1}{2} \times C_{v}^{2} \times P_{c} = \frac{v(v-1)}{4} \times P_{c}$$
 (4.1)

где  $\nu$ - численность популяции  $P^t$ ;

 $P_{c}$  - вероятность выживания зигот в акте мейоза.

При образовании  $N_p(t)$  "родительских" пар каждая особь  $a_k^t \in P^t$  может в принципе несколько раз образовывать зиготу с любыми другими особями  $a_l^t \in P^t$ . Такая ситуация соответствует *полигамии особей*, когда особи какой-то пары в дальнейшем остаются в популяции  $P^t$  и продолжают участвовать в образовании новых "родительских" пар. При *моногамии* особи сформированной "родительской" пары исключаются из дальнейшего процесса образования новых пар.

Система скрещивания, в которой любые две особи  $\mathbf{a}_k^t$ ,  $\mathbf{a}_l^t \in \mathsf{P}^t$  имеют равновероятную возможность образовать "родительскую" пару, называется *панмиксией особей*.

При панмиксии особей частота  $P(a_k^t, a_l^t)$  образования пары  $(a_k^t, a_l^t) \in P^t$  не зависит от вариабельных признаков этих особей, а полностью определяется численностью популяции v:

$$P(a_k^t, a_l^t) = \frac{1}{v \times (v - 1)}.$$
 (4.2)

Таким образом панмиксия особей, по своей сути, является беспорядочным скрещиванием, при котором гаметы "родительских" особей образуют зиготы, встречаясь случайным образом.

В то же время в популяционной генетике [4] обычно говорят не о панмиксии особей, а о *панмиксии генотипов* - системе скрещивания, в которой объединение особей в "родительскую" пару проводится случайным образом в отношении конкретных форм генотипов. Поэтому частота  $P(a_k^t, a_l^t)$  образования "родительской" пары в этом случае будет прямо пропорциональна частотам "родительских" генотипов  $E(a_k^t)$  и  $E(a_l^t)$  [ $E(a_k^t) \neq E(a_l^t)$ ] в хромосомном наборе популяции  $P^t$ :

$$P(a_k^t, a_l^t) = \frac{v_k \times v_l}{v^2}, \qquad (4.3)$$

где  $\nu$  - численность популяции  $P^t$ ;

 $v_k,\ v_l$  - доли, в которых генотипы  $E(\textbf{a}_k^t)$  и  $E(\textbf{a}_l^t)$  представлены в хромосомном наборе популяции  $P^t$  .

При этом, чем выше частота какого-то генотипа, тем чаще обладающие им особи будут входить в состав "родительской" пары.

Реализация системы скрещивания, связанной с панмиксией генотипов, сводится к дифференциации хромосомного набора популяции  $P^t$  по одинаковым формам генотипов. Этим самым все особи  $(a_1^t, \ldots, a_v^t)$  разделяются на m локальных популяций  $P_i^t \neq \emptyset$ ,  $i = \overline{1,m}$  (m < v), в каждый из которых Хэмминговы расстояния между любой парой генотипов равны нулю. В качестве "родительской" пары  $(a_k^t, a_l^t) \in P^t$  выбираются любые две особи  $a_k^t \in P_i^t$  и  $a_l^t \in P_j^t$   $(P_i^t \neq P_j^t)$ , где сами локальные популяции  $P_j^t$  и  $P_i^t$  выбираются случайным образом согласно распределения вероятностей:

$$P_{k} = \frac{v_{k}}{v}, k = \overline{1, m}, \tag{4.4}$$

где  $v_k$  - численность локальной популяции  $P_k^t$  .

Аналогично панмексии генотипов могут быть реализованы схемы скрещивания, реализующие отбор особей в "родительскую" пару как по конкретному локусу (панмексия гена), так и по совокупности локусов (панмиксия совокупности генов).

## 4.2. Инбридинг и аутбридинг

Будем считать, что две особи  $\mathbf{a}_k^t$  ,  $\mathbf{a}_l^t \in \mathsf{P}^t$  являются "близкими родственниками", если Хеммингово расстояние между их генотипами  $E(\mathbf{a}_k^t)$  и  $E(\mathbf{a}_l^t)$  не превышает заданного положительного целого числа  $\mathbf{d}_0$  , т.е. генотипы  $E(\mathbf{a}_k^t)$  и  $E(\mathbf{a}_l^t)$  отличаются между собой не более, чем в  $\mathbf{d}_0$  битах:

$$d[E(a_k^t), E(a_l^t)] = \left| \left| E(a_k^t) \oplus E(a_l^t) \right| \right| \le d_0. \tag{4.5}$$

В частном случае  $d_0$  может равняться нулю. Это означает, что "близкими родственниками" являются особи, формы генотипов которых совпадают [ $E(a_k^t) = E(a_l^t)$ ]. Пару особей, для которых условие (4.5) не выполняется, будем называть "неродственными" особями.

Система скрещивания, в которой при образовании "родительской" пары  $(a_k^t, a_l^t) \in \mathsf{P}^t$  предпочтение отдается генетически похожим особям, являющихся "близкими родственниками", называется *инбридингом*.

Подбор особей в "родительские" пары при инбридинге приводит к узкородственному размножению, при котором объединение "близких родственников" в пару произходит чаще, чем можно было бы ожидать при случайном скрещивании (панмиксии). Поскольку "близкие родственники" более сходны между собой в генетическом смысле, то у них большее число аллелей в отдельных генах совпадает между собой, что ведет при размножении к повышению частот гомозиготных генов и к снижению частот гетерозиготных генов. Однако, частота аллелей в хромосомном наборе при этом не изменяется.

Прямо противоположной к рассматриваемой системе скрещивания является аутбридинг (кроссбридинг) - система скрещивания, в которой при образовании "родительской" пары  $(a_k^t, a_l^t) \in P^t$  предпочтение отдается генетически различным особям, являющимися "неродственными" особями.

При этом две особи имеют тем большее генетическое различие, чем больше величина Хеммингова расстояния между их генотипами.

Таким образом, инбридинг и аутбридинг являются системами скрещивания, которые основаны на сравнении генетических свойств особей.

## 4.3. Ассортативное скрещивание.

Система скрещивания, в которой при образовании "родительской" пары  $(a_k^t, a_l^t) \in P^t$  особи выбираются только на основании информации об их количественных признаках (фенотипах или степенях приспособленности), называется *ассортативным* (предпочтительным) скрещиванием.

Ассортативное скрещивание, используемое при размножении, само по себе не изменяет частот аллелей в конкретных генах, а только перераспределяет частоту генотипов в хромосомном наборе популяции  $P^t$  .

В тех случаях, когда при образовании "родительской" пары предпочтение отдается особям со сходными количественными признаками, говорят о положительном ассортативном скрещивании; при отборе в "родительскую" пару особей с количественными признаками, сильно различающимися между собой, говорят об отрицательном ассортативном скрещивании.

Приведем несколько примеров ассортативного скрещивания.

В качестве количественного признака, по которому происходит сравнение особей, рассмотрим степень приспособленности  $\mu$ . Чем больше значение этого признака, тем лучше приспособлена особь  $\mathbf{a}_k^t \in \mathsf{P}^t$  к внешней среде. Поэтому в случае положительного ассортативного скрещивания при образовании "родительской" пары отбираются те особи, которые имеют близкие и высокие значения степеней приспособленности. Для реализации этой стратегии случайным образом по распределению вероятностей:

$$P_{k} = \mu(a_{k}^{t}) / \sum_{i=1}^{\nu} \mu(a_{i}^{t}), k = \overline{1, \nu}.$$
 (4.6)

выбираются две разные особи  $a_k^t$ ,  $a_l^t \in P^t$   $(a_k^t \neq a_l^t)$  которые и образуют "родительскую" пару.

В случае отрицательного ассортативного скрещивания одна из особей  $\mathbf{a}_k^t \in \mathsf{P}^t$ , входящая в "родительскую" пару, выбирается случайным образом по распределению вероятностей (4.6). Вторая же особь  $\mathbf{a}_k^t \in \mathsf{P}^t \setminus \{\mathbf{a}_k^t\}$  выбирается таким образом,

чтобы ее степень приспособленности как можно больше отличалась от степени приспособленности уже отобранной особи. Для реализации этого требования будем особь  $\mathbf{a}_{i}^{t}$  выбирать случайным образом по распределению вероятностей:

$$P_{k} = [1/ \mu(a_{k}^{t})] / \sum_{i=1}^{\nu} \frac{1}{\mu(a_{i}^{t})}, k = \overline{1, \nu}, \qquad (4.7)$$

Частным случаем положительного ассортативного скрещивания является селективное скрещивание - система скрещивания, в которой при образовании "родительской" пары осуществляется предварительное отстранение некоторых особей от участия в этом процессе по тому или иному условию. Например, из популяции  $P^t$  исключаются те особи  $\mathbf{a}_k^t$ , которые имеют степень приспособленности  $\mu(\mathbf{a}_k^t)$  меньше, чем средняя степень приспособленности по популяции  $\mu_{cp}(t)$ :

$$\mu(\mathbf{a}_{k}^{t}) < \mu_{cp}(t) \tag{4.8}$$

Этим самым эффективная численность популяции сокращается до N особей (N< $\nu$ ), из которых только и выбирается случайным образом по распределению вероятностей (4.6), "родительская" пара ( $a_k^t$ ,  $a_l^t$ ).

Селективное скрещивание по своему целевому назначению относится к системам скрещивания, но по своим последствиям оно равносильно естественному отбору, поскольку в "родительскую" пару выбираются те особи, которые более предпочтительны по степени приспособленности к внешней среде. Однако, отбор особей в репродукционную группу здесь выступает не в качестве элиминирующего фактора, а как механизм отстранения от размножения особей с относительно неудачными степенями приспособленности. Поэтому при селективном скрещивании особи  $\mathbf{a}_k^t \in P_t$  не исчезают из популяции  $P^t$ , а оказываются временно отстраненными от участия в процессе воспроизводства "потомства".