

Romário Jonas de Oliveira Veloso

Relatório da 3ª prática

Recife - PE

2024

Romário Jonas de Oliveira Veloso

Relatório da 3ª prática

Relatório Técnico para a disciplina Circuitos
Elétricos 2, período 2024.1.

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Centro de Tecnologia e Geociências (CTG)

Departamento de Eletrônica e Sistemas (DES)

Recife - PE

2024

1 Introdução

Nesta prática de laboratório, analisaremos um circuito de segunda ordem implementado com um amplificador operacional (ampop), abordando sua resposta tanto no regime permanente quanto no regime transitório. Utilizaremos ferramentas de análise teórica e prática para corroborar os resultados obtidos.

Para a análise teórica, empregaremos o SymPy ([SymPy Development Team, 2023](#)), uma biblioteca de computação simbólica, para resolver equações algébricas, realizar transformadas de Laplace e gerar gráficos de Bode. A equação diferencial característica de um circuito de segunda ordem pode ser expressa como:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

onde $H(s)$ é a função de transferência, ω_n é a frequência natural não amortecida, ζ é o fator de amortecimento e K é o ganho de DC. O estudo dos gráficos de Bode, que representam a resposta em frequência do circuito, é fundamental para entender o comportamento em alta e baixa frequência, bem como a estabilidade do sistema([BOYLESTAD, 2010](#)).

Na parte prática, o circuito será montado em laboratório e serão utilizados instrumentos de medição, como osciloscópios e geradores de sinal, para validar os resultados teóricos. Esta abordagem prática permitirá uma compreensão mais profunda dos conceitos teóricos e sua aplicação em situações reais.

2 Objetivo Geral

O objetivo geral desta prática de laboratório é analisar e entender o comportamento transiente e permanente de um circuito de segunda ordem utilizando amplificadores operacionais, através da combinação de análises teóricas e práticas.

3 Objetivos Específicos

- Calcular e interpretar os gráficos de Bode de um circuito eletrônico de segunda ordem.
- Analisar a resposta transitória de um circuito eletrônico de segunda ordem.
- Praticar a análise de circuitos com amplificadores operacionais.
- Medir as características dos gráficos de Bode de um circuito utilizando um osciloscópio.
- Medir as características da resposta no tempo em regime transitório de um circuito

utilizando um osciloscópio.

4 Metodologia

4.1 Equipamentos e Materiais Necessários

Para a realização desta prática, serão utilizados tanto softwares específicos quanto componentes eletrônicos. Os recursos computacionais incluem:

- Jupyter Notebook — para a simulação e análise matemática do circuito.
- Osciloscópio ([KEYSIGHT...](#), 2023) — para a visualização e medição das ondas senoidais de entrada e saída.
- Fonte de tensão — para alimentar o circuito eletrônico.
- Multímetro ([Keysight Technologies](#),) — para mensuração de resistências e capacitâncias.

Os componentes eletrônicos necessários para a montagem do circuito são:

- Um amplificador operacional (AmpOp), como o modelo 741, LM358, LM324, NE5532, ou equivalente.
- Dois resistores de 470k ohms e um resistor de 47k ohms.
- Dois capacitores de 100 nF e 10 nF.

4.2 Análise do Circuito

O circuito em análise, representado na figura a seguir, será estudado sob a condição de uma entrada senoidal $V_i(t)$. A meta é deduzir a tensão de saída $V_o(t)$ em regime permanente senoidal utilizando a função de transferência a partir da figura abaixo. A análise será dividida em duas fases principais:

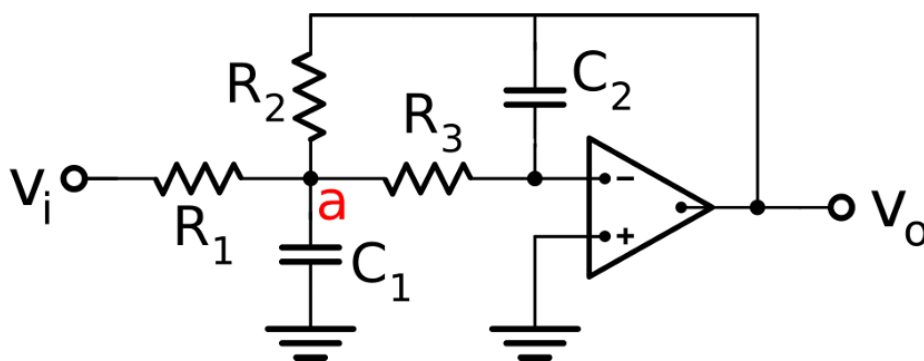


Figura 1 – Diagrama do circuito analisado.(Fonte: ([LUIZ](#), 2023))

Análise Teórica: Inicialmente, o circuito será modelado para o domínio da frequência, formulando e resolvendo um sistema de equações para determinar a função de transferência $H(s)$. As equações-chave para este propósito são:

$$C_1 s V_a + \frac{V_a}{R_3} + \frac{V_a - V_o}{R_2} + \frac{V_a - V_i}{R_1} = 0 \quad (4.1)$$

$$V_a = -C_2 R_3 s V_o \quad (4.2)$$

A partir dessas equações, é possível resolver para encontrar a função de transferência $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ que descreve o comportamento do circuito sob uma entrada senoidal.

Na sequência, discutiremos como as soluções foram implementadas usando a biblioteca SymPy no Python, detalhando as etapas de codificação e os resultados obtidos.

4.3 Soluções Implementadas Usando SymPy no Python

Nesta seção, apresentaremos as soluções das equações do circuito utilizando a biblioteca SymPy no Python. A SymPy é uma biblioteca poderosa para álgebra simbólica em Python, que permite manipular e resolver equações matemáticas de forma eficiente.

4.3.1 Função de Transferência no Domínio s

A função de transferência no domínio s é dada por:

$$H_s = -\frac{R_2}{C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 s^2 + C_2 R_1 R_2 s + C_2 R_1 R_3 s + C_2 R_2 R_3 s + R_1} \quad (4.3)$$

Esta equação foi derivada modelando o circuito no domínio da frequência, onde s é a variável complexa da transformada de Laplace. A SymPy foi usada para manipular simbolicamente as expressões e resolver as equações resultantes.

4.3.2 Função de Transferência no Domínio $j\omega$

Para analisar o comportamento do circuito em resposta a sinais senoidais, converte-se a função de transferência para o domínio $j\omega$:

$$H_{j\omega} = -\frac{R_2}{-C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 \omega^2 + i C_2 R_1 R_2 \omega + i C_2 R_1 R_3 \omega + i C_2 R_2 R_3 \omega + R_1} \quad (4.4)$$

Esta transformação é realizada substituindo s por $j\omega$, onde j é a unidade imaginária e ω é a frequência angular.

4.3.3 Magnitude da Função de Transferência

A magnitude da função de transferência é calculada como:

$$|H_{j\omega}| = \left| \frac{R_2}{-C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 \omega^2 + i C_2 R_1 R_2 \omega + i C_2 R_1 R_3 \omega + i C_2 R_2 R_3 \omega + R_1} \right| \quad (4.5)$$

O cálculo da magnitude é essencial para entender como o circuito amplifica ou atenua diferentes frequências.

4.3.4 Fase da Função de Transferência

A fase da função de transferência é dada por:

$$\phi = \frac{180 \arg \left(-\frac{R_2}{-C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 \omega^2 + i C_2 R_1 R_2 \omega + i C_2 R_1 R_3 \omega + i C_2 R_2 R_3 \omega + R_1} \right)}{\pi} \quad (4.6)$$

A fase indica o deslocamento de fase introduzido pelo circuito em diferentes frequências.

Essas etapas mostram como utilizar a SymPy para analisar a função de transferência de um circuito, permitindo calcular a magnitude e a fase para diferentes frequências e validar os resultados teóricos com medições práticas.

4.4 Primeiro Circuito: Substituição dos Valores dos Componentes

Nesta subseção, apresentaremos a substituição dos valores dos componentes passivos no circuito e a resultante função de transferência simplificada. Utilizam-se os seguintes valores:

- Capacitância, $C_1 = 100 \times 10^{-9}$ F
- Capacitância, $C_2 = 10 \times 10^{-9}$ F
- Resistência, $R_2 = R_3 = 470k \ \Omega$
- Resistência, $R_1 = 47k \ \Omega$

Substituindo esses valores na função de transferência, obtém-se:

$$H_{j\omega} = -\frac{470000.0}{-10.3823\omega^2 + 2650.8i\omega + 47000.0} \quad (4.7)$$

Os polos desta função de transferência são:

$$19.1697975831322i, \quad 236.149351353038i$$

e seu módulo e fase são dados por:

$$|H_{j\omega}| = \frac{470000.0}{|-10.3823\omega^2 + 2650.8i\omega + 47000.0|} \quad (4.8)$$

$$\phi = \frac{180 \arg \left(-\frac{1}{-10.3823\omega^2 + 2650.8i\omega + 47000.0} \right)}{\pi} \quad (4.9)$$

A partir desta função de transferência, diversas análises podem ser realizadas para entender o comportamento do circuito. A seguir, serão gerados os gráficos de Bode de

magnitude e fase, que são fundamentais para compreender a resposta em frequência do circuito. variando de 0,01 Hz a 100.000 Hz.

Além disso, será calculada a resposta do circuito a um degrau de amplitude 0,8 V. A resposta no domínio do tempo será expressa como $v(t)$:

$$v(t) = -376000.0 \left(-2.5036102358066 \cdot 10^{-5} e^{-127.659574468085t} \sinh(108.489776884953t) - 2.12765957446808 \cdot 10^{-5} e^{-127.659574468085t} \cosh(108.489776884953t) \right) \theta(t) - 8.0\theta(t)$$

Gráficos da resposta ao degrau serão plotados para o intervalo de tempo de 0 a 0,5 segundos. Os valores encontrados para o **tempo** são aproximadamente **0.0095 s** e **0.1246 s**, e as **tensões** correspondentes são aproximadamente **-0.819 V** e **-7.201 V**, respectivamente para **10%** e **90%**.

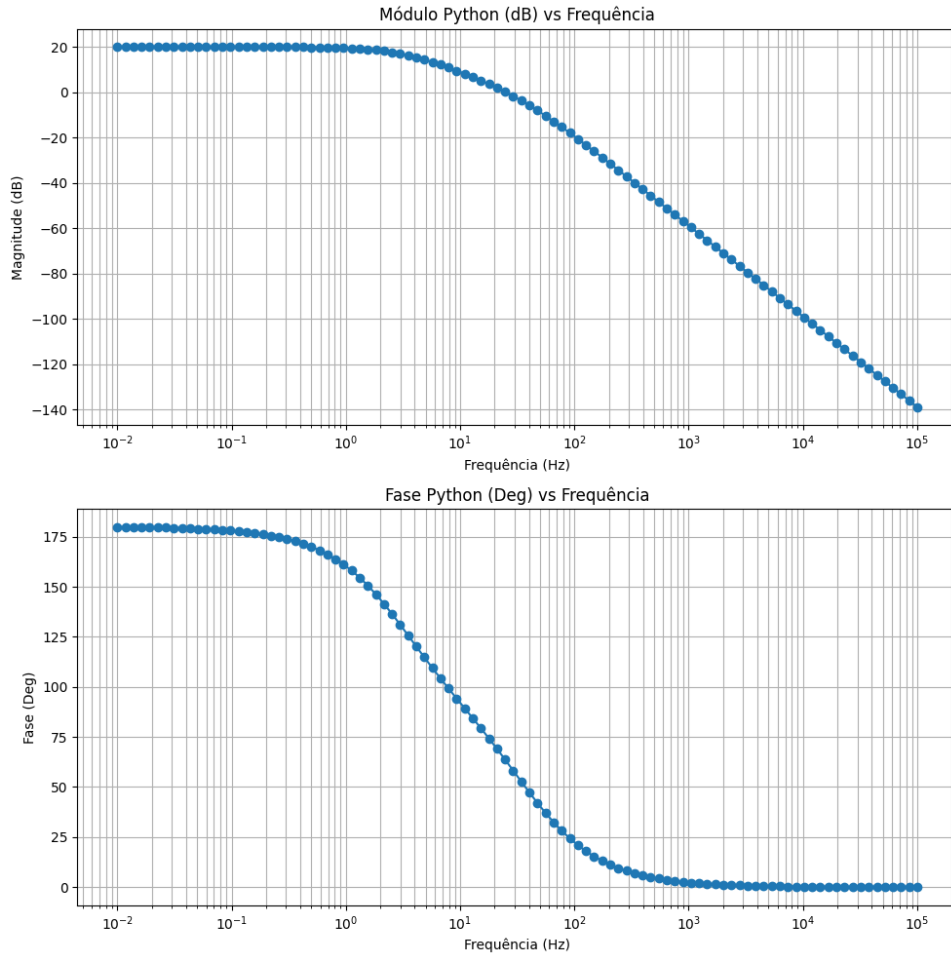


Figura 2 – Gráfico de Bode de magnitude e da fase da função de transferência.

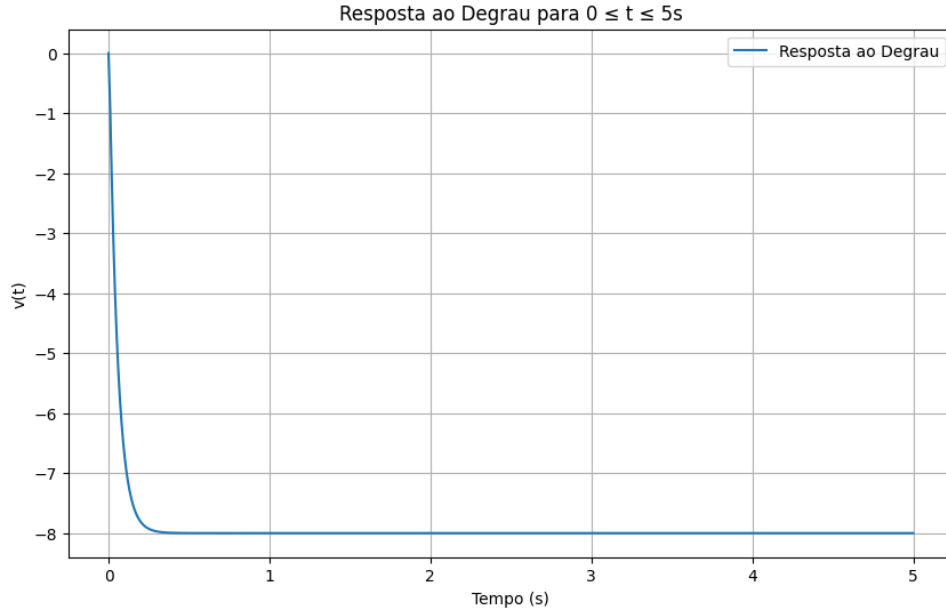


Figura 3 – Gráfico da resposta ao degrau de amplitude 0,8 V.

4.5 Segundo Circuito: Substituição dos Valores dos Componentes

Nesta subseção, apresentaremos a substituição dos valores dos componentes passivos no circuito e a resultante função de transferência simplificada. Utilizam-se os seguintes valores:

- Capacitância, $C_1 = 100 \times 10^{-9} \text{ F}$
- Capacitância, $C_2 = 10 \times 10^{-9} \text{ F}$
- Resistência, $R_1 = R_2 = 470k \ \Omega$
- Resistência, $R_3 = 47k \ \Omega$

Substituindo esses valores na função de transferência, obtém-se:

$$H_{jw} = -\frac{470000.0}{-10.3823w^2 + 2650.8iw + 470000.0} \quad (4.10)$$

Os polos desta função de transferência são:

$$-170.212765957447 + 127.659574468085i, 170.212765957447 + 127.659574468085i$$

e seu módulo e fase são dados por:

$$|H_{jw}| = \frac{470000.0}{|-10.3823w^2 + 2650.8iw + 470000.0|} \quad (4.11)$$

$$\phi = \frac{180 \arg \left(-\frac{1}{-10.3823w^2 + 2650.8iw + 470000.0} \right)}{\pi} \quad (4.12)$$

A partir desta função de transferência, diversas análises podem ser realizadas para entender o comportamento do circuito. A seguir, serão gerados os gráficos de Bode de magnitude e fase, que são fundamentais para compreender a resposta em frequência do circuito, variando de 0,01 Hz a 100.000 Hz.

Além disso, será calculada a resposta do circuito a um degrau de amplitude 5 V. A resposta no domínio do tempo será expressa como $v(t)$:

$$\begin{aligned} v(t) = & -2350000.0 \left(-1.59574468085106 \cdot 10^{-6} e^{-127.659574468085t} \sin(170.212765957447t) \right. \\ & \left. - 2.12765957446809 \cdot 10^{-6} e^{-127.659574468085t} \cos(170.212765957447t) \right) \theta(t) \\ & - 5.0\theta(t) \end{aligned}$$

Gráficos da resposta ao degrau serão plotados para o intervalo de tempo de 0 a 0,5 segundos. Os valores encontrados para o **tempo** são aproximadamente **0.0025 s** e **0.0110 s**, e as **tensões** correspondentes são aproximadamente **-0.566 V** e **-4.489 V**, respectivamente para **10%** e **90%**.

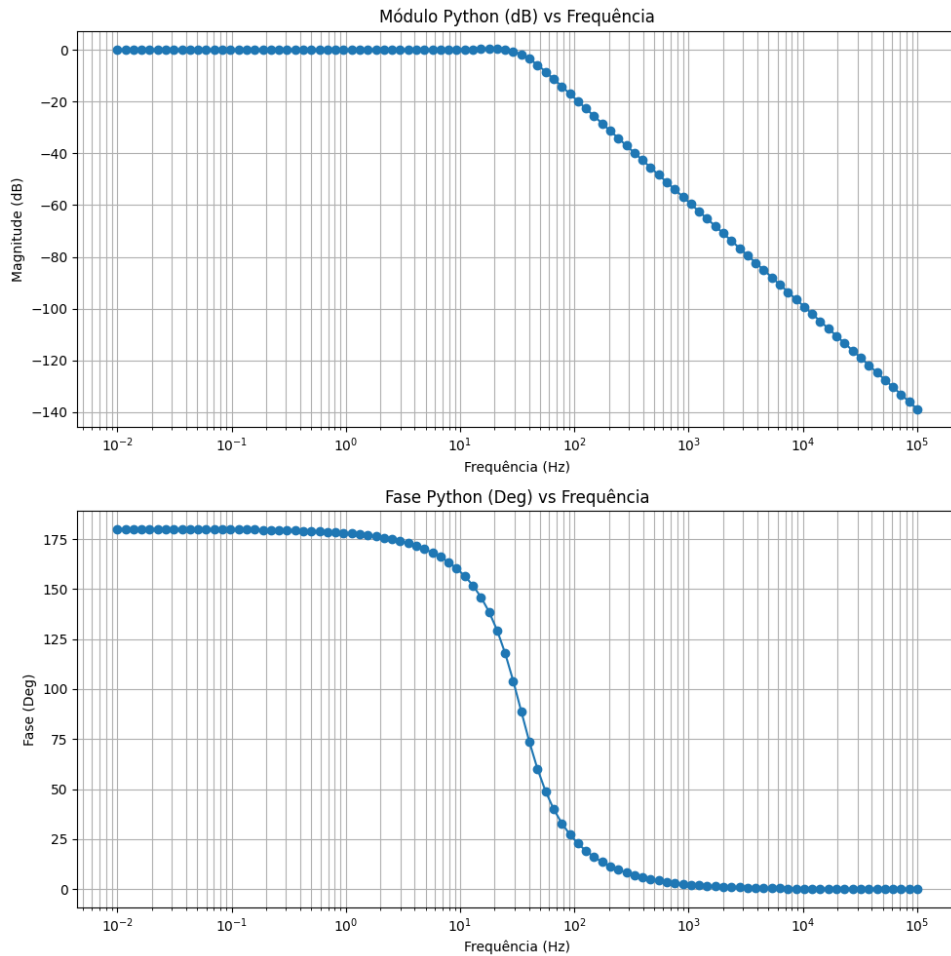


Figura 4 – Gráfico de Bode de magnitude e da fase da função de transferência.

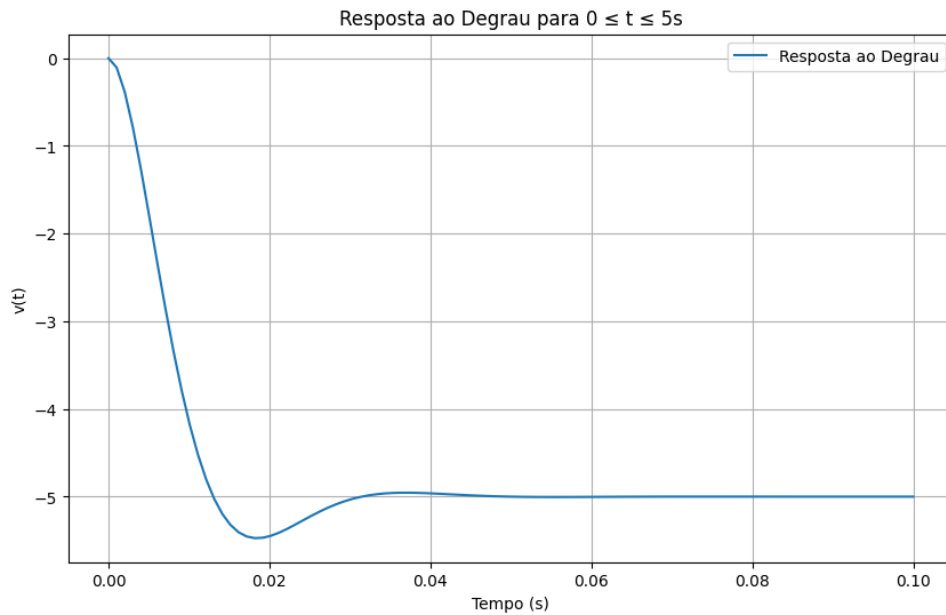


Figura 5 – Gráfico da resposta ao degrau de amplitude 5 V.

5 Simulação no LTSpice

5.1 Introdução

Esta seção apresenta a validação dos resultados teóricos obtidos através de simulações no LTSpice. O software é utilizado para modelar os circuitos e comparar as respostas em frequência com as obtidas teoricamente. A análise inclui a avaliação dos sinais de entrada e saída, utilizando as equações para calcular a fase e a magnitude, respectivamente.

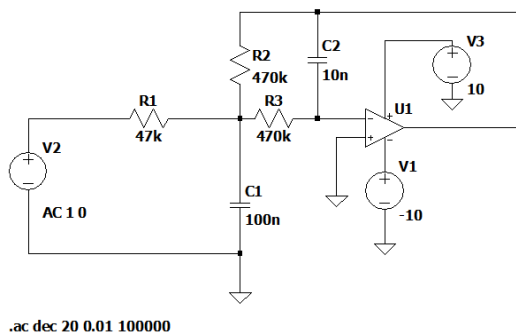


Figura 6 – Diagrama do Primeiro Circuito simulado no LTSpice.

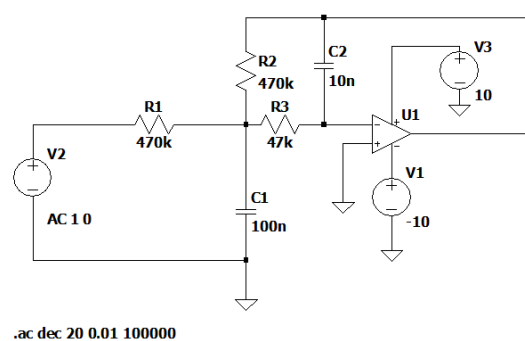


Figura 7 – Diagrama do Segundo Circuito simulado no LTSpice.

5.2 Primeiro Circuito

O primeiro circuito foi configurado da seguinte maneira: conectou-se uma fonte de tensão simétrica no amplificador operacional (AmpOp), configurada para ter uma tensão de ± 10 V. A entrada $v_i(t)$ do circuito foi conectada a uma fonte de tensão configurada com a função "none". Na caixa "Small signal AC analysis (AC)", foram inseridos "AC Amplitude" como 1 e "AC Phase" como 0.

Em seguida, no menu "Simulate"/ "Edit Simulation Cmd", escolheu-se a aba "AC Analysis" e foram inseridos os seguintes parâmetros: Type of sweep como Decade, Number of points per octave como 20, Start frequency como 0,01, e Stop frequency como 100000. O circuito foi simulado e os diagramas de Bode da resposta em frequência do sistema foram salvos .

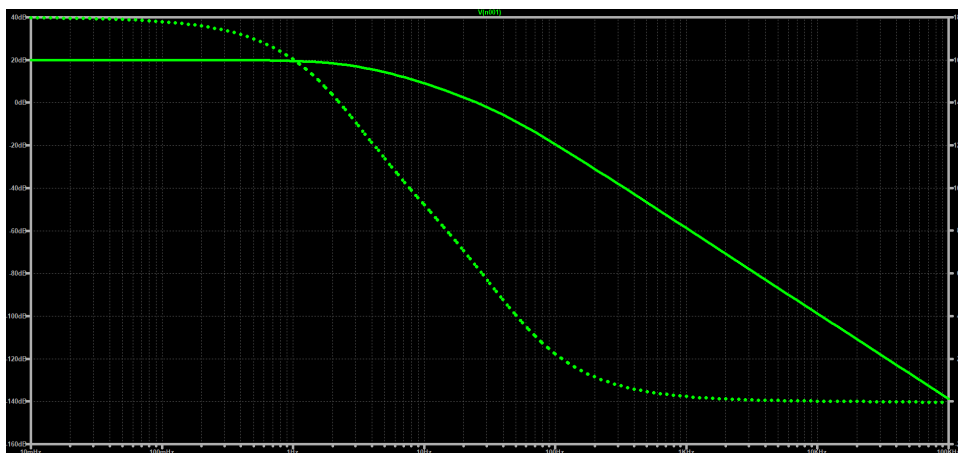


Figura 8 – Gráfico de Bode de magnitude e da fase da função de transferência.

Para a análise transitória, a entrada $v_i(t)$ do circuito foi configurada como uma onda quadrada de amplitude 0,8 V e frequência de 1 Hz. O circuito foi simulado novamente e a resposta transitória ao degrau de amplitude 0,8 V foi salva (LUIZ, 2023).

5.3 Segundo Circuito

No segundo circuito, o circuito foi representado no LTSpice, seguindo os mesmos passos de configuração da análise AC do primeiro circuito. Após a simulação, os diagramas de Bode da resposta em frequência foram salvos. A entrada $v_i(t)$ do circuito foi configurada como uma onda quadrada de amplitude 5 V e frequência de 5 Hz. A simulação foi realizada e a resposta transitória ao degrau de amplitude 5 V foi salva.

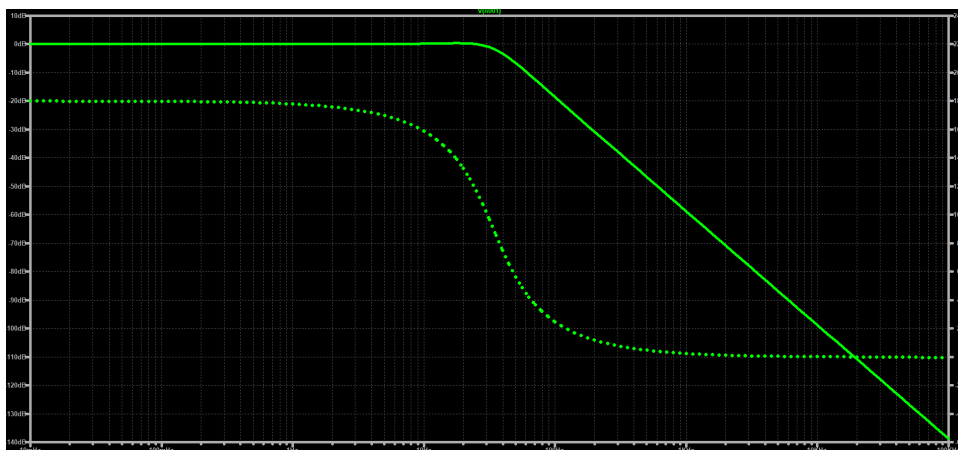


Figura 9 – Gráfico de Bode de magnitude e da fase da função de transferência.

Com as simulações realizadas e os resultados teóricos validados, a próxima etapa envolve a implementação dos circuitos em um ambiente de laboratório. As medições em laboratório permitirão comparar os resultados práticos com os obtidos nas simulações e validações teóricas. Esta fase inclui a montagem dos circuitos em uma protoboard, a realização de medições com equipamentos como osciloscópios e multímetros, e a análise dos dados obtidos para verificar a precisão e consistência dos resultados.

6 Medições em Laboratório

Para a segunda parte da prática, o circuito será montado em uma protoboard e serão realizadas medições do sinal de saída, comparando-o com a entrada para determinar a diferença da magnitude e fase da entrada para a saída.

6.1 Primeiro Circuito

6.1.1 Medição dos Componentes com Multímetro

Com o auxílio do multímetro, serão medidos e registrados os valores dos resistores e capacitores do circuito. A tabela abaixo compara os valores esperados com os valores mensurados:

Componente	Valor Esperado	Valor Mensurado
Capacitor (C1)	100 nF	94.64nF
Capacitor (C2)	10 nF	10.70nF
Resistor (R1)	470 k Ω	467.8k Ω
Resistor (R2)	470 k Ω	463.2k Ω
Resistor (R3)	47 k Ω	46.30k Ω

Tabela 1 – Comparação dos valores esperados e mensurados dos componentes

6.1.2 Montagem do Circuito na Protoboard

Após montar o circuito na protoboard, conecta-se a fonte de tensão simétrica no amplificador operacional (AmpOp) e configura-se para ter uma tensão de ± 10 V. A figura abaixo mostra o circuito montado na protoboard.

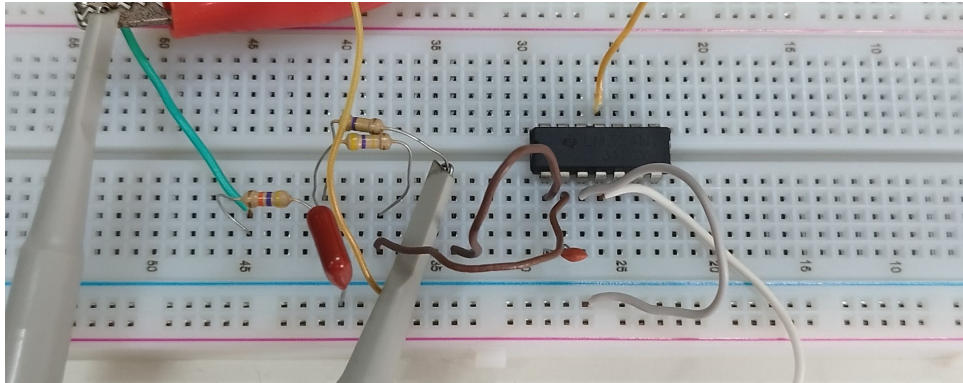


Figura 10 – Primeiro circuito montado na protoboard.

6.1.3 Configuração do Osciloscópio

Conecta-se a fonte e o gerador de sinal do osciloscópio na entrada $v_i(t)$ do circuito. Configura-se o gerador para uma onda senoidal de amplitude de 0,8 V. A figura abaixo exibe a curva de saída do osciloscópio para a frequência de 1.1 Hz com uma entrada de 820 mV e uma saída de 7.4 V.

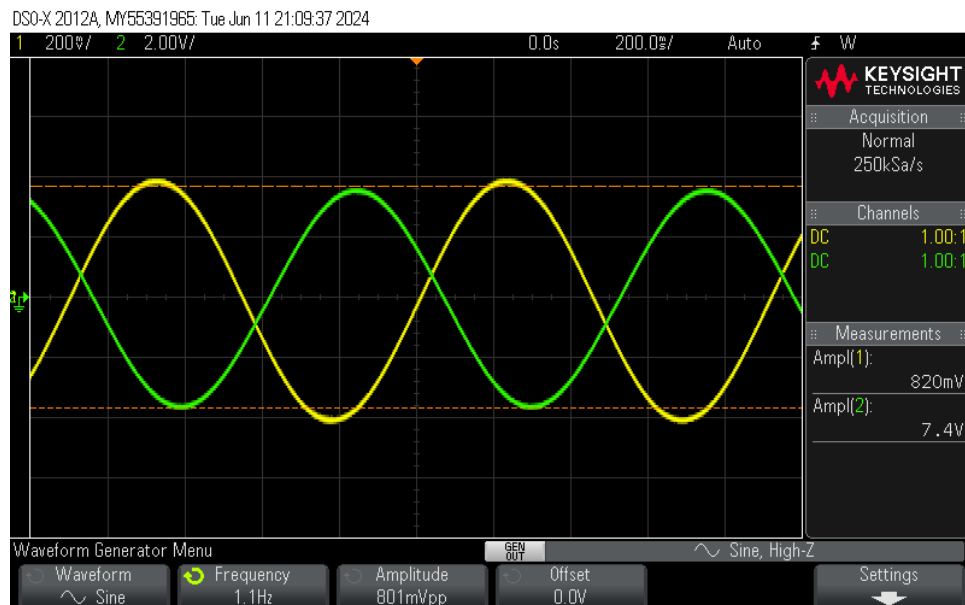


Figura 11 – Curva de saída no osciloscópio para o circuito 1 a 1.1 Hz.

6.1.4 Tabela de Medição de Amplitudes

A seguinte tabela mostra as amplitudes de saída para diferentes frequências:

Frequência (Hz)	Amplitude de Saída (Vo)
1	7.5V
1.2	7V
1.4	7V
1.8	6.5V
2.5	5.8V
3	5.2V

Tabela 2 – Amplitudes de saída para diferentes frequências no circuito 1

6.1.5 Cálculo da Tensão Máxima

Com base na máxima tensão de saída observada de 7.5 V, o valor de H_{\max} é calculado da seguinte forma:

$$H_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 7.5 \approx 5.3033V \quad (6.1)$$

Este valor será utilizado para análises adicionais.

6.1.6 Análise Temporal da Resposta ao Degrau

Os seguintes resultados foram obtidos durante a resposta ao degrau:

- Tempo para atingir 10% da resposta: $t_{10} = 6 \text{ ms}$, $V_o = -825 \text{ mV}$
- Tempo para atingir 90% da resposta: $t_{90} = 160 \text{ ms}$, $V_o = -7.2 \text{ V}$

6.1.7 Gráfico de Resposta ao Degrau

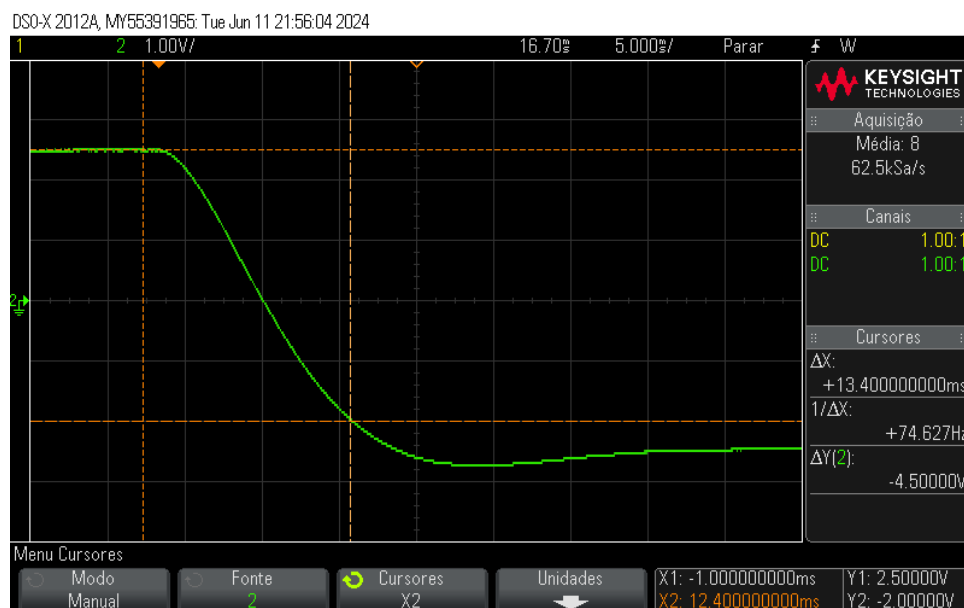


Figura 12 – Gráfico da resposta ao degrau para o circuito 1.

6.2 Segundo Circuito

6.2.1 Montagem do Circuito na Protoboard

O segundo circuito é montado na protoboard conforme as especificações. A figura abaixo mostra o segundo circuito montado na protoboard.

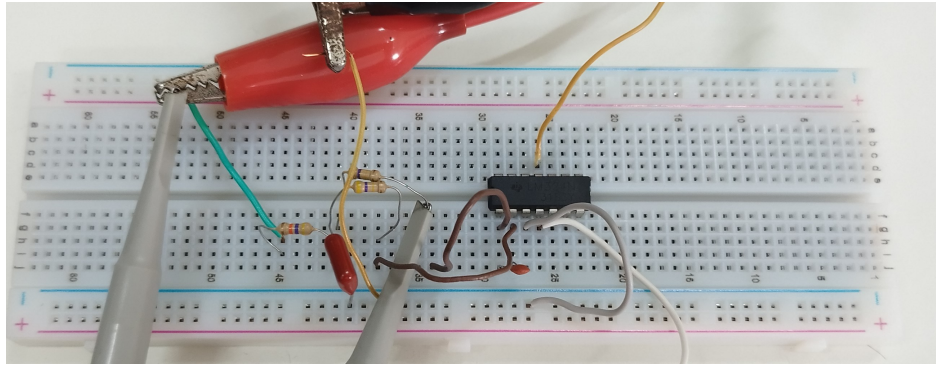


Figura 13 – Segundo circuito montado na protoboard.

6.2.2 Configuração do Osciloscópio

Para o segundo circuito, o gerador de sinal do osciloscópio é conectado na entrada $v_i(t)$ e ajustado para gerar uma onda senoidal de 1 Hz com amplitude de 4.985 V. As medições de saída são realizadas com amplitude de saída de 5.025 V. A figura abaixo mostra a curva de saída do osciloscópio.

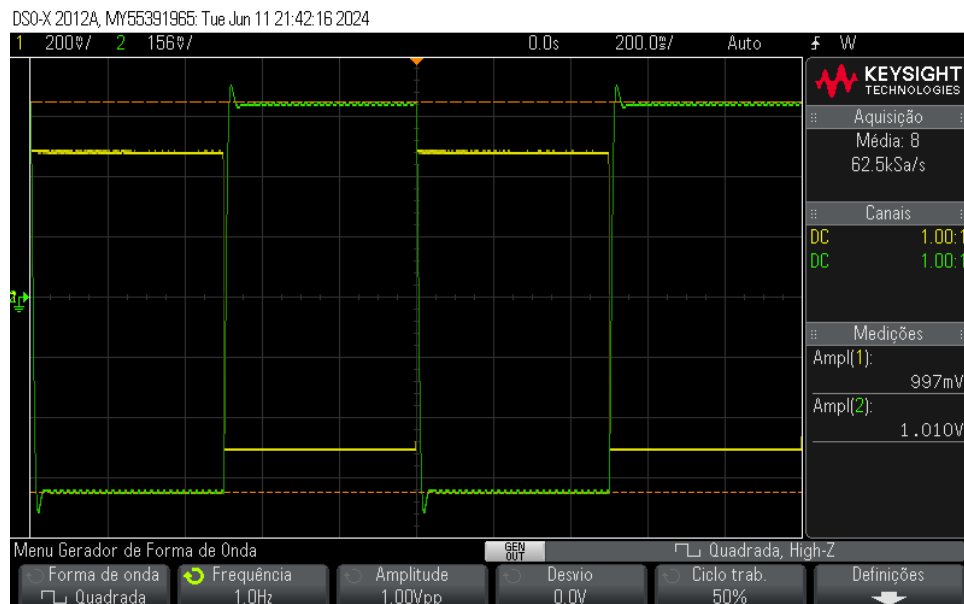


Figura 14 – Curva de saída no osciloscópio para o circuito 2.

6.2.3 Tabela de Estabilização da Frequência

A tabela a seguir apresenta as medições de saída em que a frequência estabiliza em $f_{\max} = 13.2$ Hz, atingindo o valor de amplitude próximo de -3.54 V, conforme o cálculo de H_{\max} .

Frequência (Hz)	Amplitude de Saída (Vo)
1.0	-5.025V
1.2	-4.950V
1.4	-4.900V
1.8	-4.800V
2.5	-4.600V
4.0	-4.200V
6.0	-4.000V
10.0	-3.700V
13.2	-3.535V

Tabela 3 – Medições de estabilização da frequência no circuito 2

6.2.4 Análise Temporal da Resposta ao Degrau

Os resultados para a resposta ao degrau no segundo circuito são apresentados a seguir:

- Tempo para atingir 10% da resposta: $t_{10} = 300$ ms, $V_o = -500$ mV
- Tempo para atingir 90% da resposta: $t_{90} = 13.5$ ms, $V_o = -4.5$ V

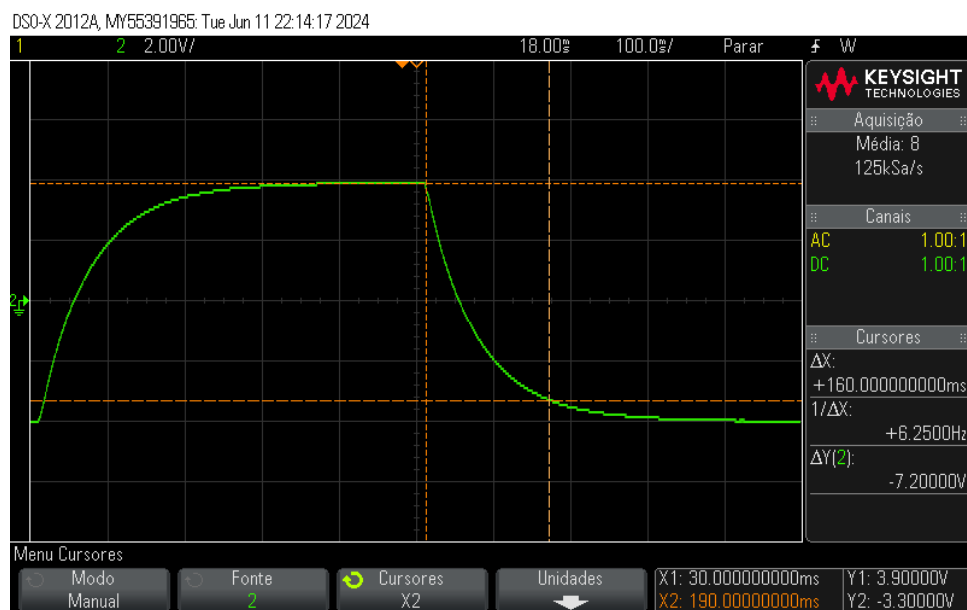


Figura 15 – Gráfico da resposta ao degrau para o segundo circuito.

6.2.5 Cálculo da Tensão Máxima

Para o segundo circuito, o valor de H_{\max} é calculado da seguinte forma, usando a máxima tensão de saída observada de -5.025 V:

$$H_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times -5.025 \approx -3.536V \quad (6.2)$$

Este valor de H_{\max} é significativo para análises futuras e confirmações teóricas.

Após a análise metódica dos resultados obtidos nas medições e comparações teóricas, é essencial proceder à reflexão sobre as implicações desses achados. As evidências coletadas e simuladas sugerem uma concordância substancial entre os valores teóricos previstos por Boylestad (BOYLESTAD, 2010) e os resultados experimentais obtidos por meio das práticas sugeridas no laboratório (LUIZ, 2023).

7 Conclusão

Neste estudo de circuitos elétricos, abordamos extensivamente a configuração, medição e análise de dois circuitos específicos montados na protoboard, usando ferramentas avançadas de medição e softwares de simulação como LTspice (ANALOG DEVICES, 2024) e Python (Python Software Foundation, 2023), complementados por bibliotecas poderosas como NumPy (NumPy Development Team, 2023) e Matplotlib (Matplotlib Development Team, 2023). Os resultados demonstram que o comportamento dos circuitos, em grande parte, correspondeu às expectativas baseadas nas teorias fundamentais de análise de circuitos, conforme documentado em "Introductory Circuit Analysis" de Boylestad (BOYLESTAD, 2010).

Os dados obtidos reafirmam a importância da precisão nas medidas instrumentais, como visto com os multímetros da série U1250 da Keysight Technologies (Keysight Technologies,), e a aplicabilidade prática dos conhecimentos teóricos na resolução de problemas complexos de engenharia. A integração de software e hardware na experimentação moderna oferece uma abordagem robusta para a investigação científica, como mostrado através dos manuais de instrução (KEYSIGHT..., 2023) e ferramentas computacionais (Project Jupyter, 2023; SymPy Development Team, 2023; Pandas Development Team, 2023).

Portanto, este relatório não só confirmou a adequação das práticas laboratoriais na formação acadêmica, como também ressaltou a necessidade contínua de aprimoramento das técnicas de simulação e medição para explorar mais profundamente as nuances dos componentes eletrônicos em aplicações reais. A colaboração entre teoria e prática, fortalecida pelo uso eficaz de recursos tecnológicos, continua sendo um pilar fundamental no avanço do conhecimento em engenharia eletrônica e sistemas.

Referências

ANALOG DEVICES. *LTspice*. 2024. Software de simulação de circuitos eletrônicos. Disponível em: <<https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html>>. Acesso em: 15 de maio de 2024. Citado na página 16.

BOYLESTAD, R. L. *Introductory Circuit Analysis*. 12th. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2010. ISBN 9780135060148. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 16.

KEYSIGHT InfiniiVision Manual do osciloscópio. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://www.dropbox.com/s/cmvdgjmbbwzqls1/manual>>. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 16.

Keysight Technologies. *U1250 Series Handheld Digital Multimeters*. [S.l.]: Keysight Technologies. [s.d.]. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 16.

LUIZ, S. O. D. *3a Prática de Laboratório*. 2023. Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Eletrônica e Sistemas. Curso de EL216 - Circuitos 2, 2o semestre de 2023. Citado 3 vezes nas páginas 3, 10 e 16.

Matplotlib Development Team. *Matplotlib: Visualization with Python*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://matplotlib.org/>>. Citado na página 16.

NumPy Development Team. *NumPy: The fundamental package for scientific computing with Python*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://numpy.org/>>. Citado na página 16.

Pandas Development Team. *Pandas: Python Data Analysis Library*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://pandas.pydata.org/>>. Citado na página 16.

Project Jupyter. *Jupyter Notebook*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://jupyter.org/>>. Citado na página 16.

Python Software Foundation. *Python Programming Language*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://www.python.org/>>. Citado na página 16.

SymPy Development Team. *SymPy: Python library for symbolic mathematics*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://www.sympy.org/>>. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 16.