

Romário Jonas de Oliveira Veloso

Relatório da 2ª prática

Recife - PE

2024

Romário Jonas de Oliveira Veloso

Relatório da 2ª prática

Relatório Técnico para a disciplina Circuitos
Elétricos 2, período 2024.1.

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Tecnologia e Geociências (CTG)
Departamento de Eletrônica e Sistemas (DES)

Recife - PE

2024

1 Introdução

Neste relatório, investigaremos a relação entre a função de transferência e a resposta em regime permanente senoidal de um circuito eletrônico. Utilizaremos um método analítico para determinar o módulo e a fase da resposta do circuito, destacando as equações:

$$\phi = 360 \times \frac{\Delta T}{T} \quad (1.1)$$

e

$$|H(j \cdot (2\pi/T))| = \frac{Y_o}{U_o} \quad (1.2)$$

onde Y_o é a tensão de saída e U_o a tensão de entrada. Este procedimento nos permite explorar como as características do circuito afetam sua resposta a estímulos senoidais externos.

Além disso, conforme os procedimentos detalhados no documento da prática (LUIZ, 2023), nossa análise se expande para incluir simulações computacionais e medições práticas, essenciais para a validação dos modelos teóricos. Referências adicionais, como o livro "Introductory Circuit Analysis" de Robert L. Boylestad (BOYLESTAD, 2010), fornecem uma base sólida para a análise de circuitos e complementam nosso estudo.

Este estudo não apenas reforça o conhecimento teórico discutido em sala de aula, mas também prepara o terreno para aplicações práticas, destacando a importância da simulação e experimentação na engenharia eletrônica.

2 Objetivo Geral

O objetivo geral desta prática laboratorial é explorar a influência da função de transferência na resposta em regime permanente senoidal de um circuito eletrônico. Pretende-se demonstrar como a função de transferência pode ser utilizada para prever a resposta de um circuito a entradas senoidais variadas, proporcionando uma compreensão profunda dos princípios teóricos e práticos que regem o comportamento dos circuitos elétricos.

3 Objetivos Específicos

Esta prática laboratorial possui vários objetivos específicos:

- **Analisar Teoricamente o Circuito:** Utilizar os conhecimentos adquiridos em sala de aula para converter o circuito para o domínio da frequência e derivar um conjunto de equações lineares algébricas que descrevem o comportamento do circuito sob uma entrada senoidal.
- **Calcular a Função de Transferência:** Determinar a função de transferência do circuito a partir das equações obtidas e usar esta função para calcular a resposta em regime permanente senoidal.
- **Simular a Resposta do Circuito:** Aplicar simulações computacionais, por meio de softwares como Jupyter Notebook e LTSpice([ANALOG DEVICES, 2024](#)), para validar teoricamente os cálculos da função de transferência e a resposta do circuito.
- **Medir a Resposta do Circuito:** Montar o circuito em protoboard, realizar medições práticas com um osciloscópio([KEYSIGHT... , 2023](#)) e comparar os resultados experimentais com as previsões teóricas para verificar a precisão dos modelos utilizados.
- **Desenvolver Habilidades Práticas:** Reforçar as habilidades técnicas dos estudantes no uso de equipamentos eletrônicos e softwares de simulação, essenciais para a prática da engenharia eletrônica.

Estes objetivos estão alinhados com a meta educacional do curso, buscando integrar teoria e prática para proporcionar uma experiência de aprendizado completa e eficaz.

4 Metodologia

4.1 Equipamentos e Materiais Necessários

Para a realização desta prática, serão utilizados tanto softwares específicos quanto componentes eletrônicos. Os recursos computacionais incluem:

- Jupyter Notebook — para a simulação e análise matemática do circuito.
- Osciloscópio ([KEYSIGHT...](#), 2023) — para a visualização e medição das ondas senoidais de entrada e saída.
- Fonte de tensão — para alimentar o circuito eletrônico.
- Multímetro ([Keysight Technologies](#),)- para mensuração de resistências e capacitâncias.

Os componentes eletrônicos necessários para a montagem do circuito são:

- Um amplificador operacional (AmpOp), como o modelo 741, LM358, LM324, NE5532, ou equivalente.
- Dois resistores de 470 ohms e um resistor de 47 kohms.
- Dois capacitores de 100 nF.

4.2 Análise do Circuito

O circuito em análise, representado na figura a seguir, será estudado sob a condição de uma entrada senoidal $V_i(t)$. A meta é deduzir a tensão de saída $V_o(t)$ em regime permanente senoidal utilizando a função de transferência. A análise será dividida em duas fases principais:

Análise Teórica: Inicialmente, o circuito será modelado para o domínio da frequência, formulando e resolvendo um sistema de equações para determinar a função de transferência $H(s)$. As equações-chave para este propósito são:

$$V_1 = -\frac{V_o}{CR_3s} \quad (4.1)$$

$$\frac{-V_1 + V_i}{R_1} = CV_1s + Cs(V_1 - V_o) + \frac{V_1}{R_2} \quad (4.2)$$

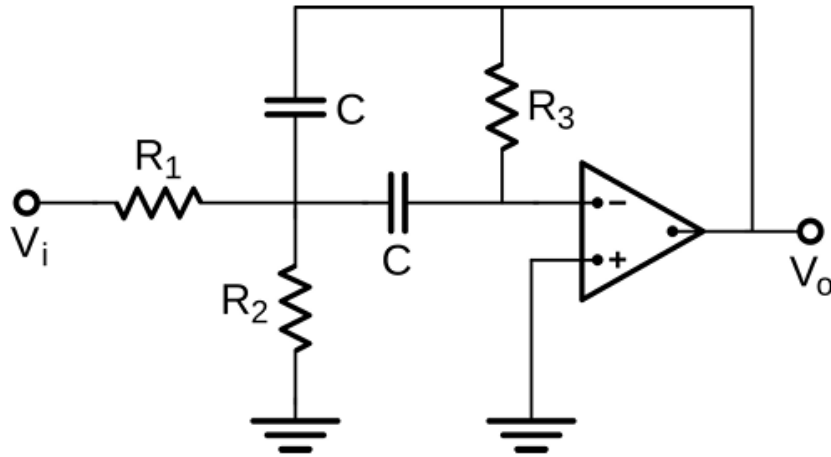


Figura 1 – Diagrama do circuito analisado.(Fonte: (LUIZ, 2023))

Na sequência, discutiremos como as soluções foram implementadas usando a biblioteca SymPy no Python, detalhando as etapas de codificação e os resultados obtidos.

4.3 Soluções Implementadas Usando SymPy no Python

Nesta seção, apresentaremos as soluções das equações do circuito utilizando a biblioteca SymPy no Python. A SymPy é uma biblioteca poderosa para álgebra simbólica em Python, que nos permite manipular e resolver equações matemáticas de forma eficiente.

4.3.1 Função de Transferência no Domínio s

A função de transferência no domínio s é dada por:

$$H_s = -\frac{CR_2R_3s}{C^2R_1R_2R_3s^2 + 2CR_1R_2s + R_1 + R_2} \quad (4.3)$$

Esta equação foi derivada modelando o circuito no domínio da frequência, onde s é a variável complexa da transformada de Laplace. A SymPy foi usada para manipular simbolicamente as expressões e resolver as equações resultantes.

4.3.2 Função de Transferência no Domínio $j\omega$

Para analisar o comportamento do circuito em resposta a sinais senoidais, convertamos a função de transferência para o domínio $j\omega$:

$$H_{j\omega} = -\frac{CIR_2R_3\omega}{C^2I^2R_1R_2R_3\omega^2 + 2CIR_1R_2\omega + R_1 + R_2} \quad (4.4)$$

Esta transformação é realizada substituindo s por $j\omega$, onde j é a unidade imaginária e ω é a frequência angular.

4.3.3 Magnitude da Função de Transferência

A magnitude da função de transferência é calculada como:

$$|H_{j\omega}| = \left| \frac{CIR_2R_3\omega}{C^2I^2R_1R_2R_3\omega^2 + 2CIR_1R_2\omega + R_1 + R_2} \right| \quad (4.5)$$

O cálculo da magnitude é essencial para entender como o circuito amplifica ou atenua diferentes frequências.

4.3.4 Fase da Função de Transferência

A fase da função de transferência é dada por:

$$\phi = \frac{180 \arg \left(-\frac{CIR_2R_3\omega}{C^2I^2R_1R_2R_3\omega^2 + 2CIR_1R_2\omega + R_1 + R_2} \right)}{\pi} \quad (4.6)$$

A fase indica o deslocamento de fase introduzido pelo circuito em diferentes frequências.

Essas etapas mostram como utilizar a SymPy para analisar a função de transferência de um circuito, permitindo-nos calcular a magnitude e a fase para diferentes frequências e validar os resultados teóricos com medições práticas.

4.4 Substituição dos Valores dos Componentes

Nesta subseção, apresentaremos a substituição dos valores dos componentes passivos no circuito e a resultante função de transferência simplificada. Utilizamos os seguintes valores:

- Capacitância, $C = 100 \times 10^{-9}$ F
- Resistência, $R_1 = 470 \, \Omega$
- Resistência, $R_2 = 470 \, \Omega$
- Resistência, $R_3 = 47 \times 10^3 \, \Omega$

Substituindo esses valores na função de transferência, obtemos:

$$H_{j\omega} = -\frac{2.209i\omega}{-0.000103823\omega^2 + 0.04418i\omega + 940} \quad (4.7)$$

Em seguida, avaliamos a função de transferência para os seguintes valores de frequência f (onde $\omega = 2\pi f$): 40 Hz, 100 Hz, 200 Hz, 400 Hz, 480 Hz, 550 Hz, 1100 Hz, 2200 Hz, 5500 Hz e 11 kHz.

Os resultados obtidos para o módulo e o argumento da função de transferência em graus são apresentados na tabela a seguir:

Frequência (Hz)	Módulo	Argumento (graus)
40	0.594727	-90.681523
100	1.543132	-91.768580
200	3.567860	-94.091944
400	18.195645	-111.340696
480	49.973301	178.127517
550	22.685372	116.981800
1100	3.787440	94.344247
2200	1.614935	91.850901
5500	0.620342	90.710878
11000	0.308422	90.353428

Tabela 1 – Resultados para diferentes frequências

A partir destes dados, os resultados serão agora validados através do simulador LTSpice.

Foram analisados os sinais de entrada e saída do circuito simulado. Utilizamos as equações (1) e (2) para realizar as mensurações da fase e da magnitude da resposta do circuito.

5.4 Resultados para Frequência de 40 Hz

A figura a seguir mostra o gráfico da resposta do circuito para a frequência de 40 Hz.

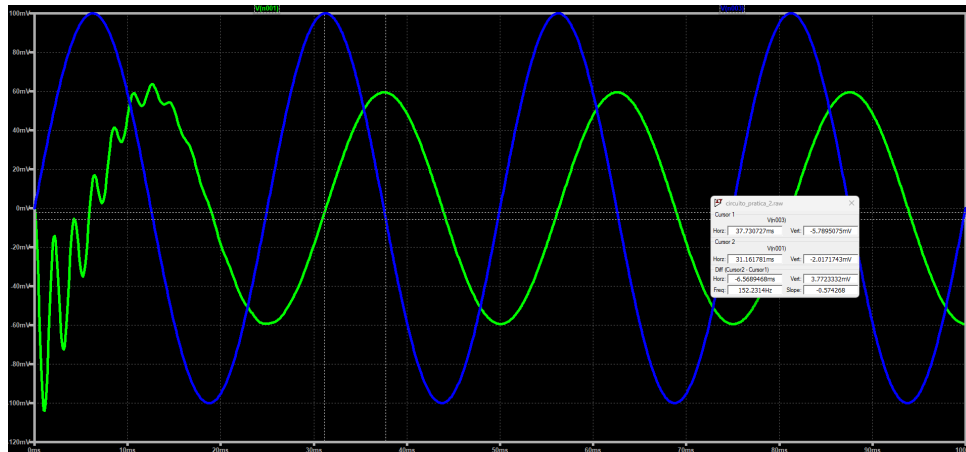


Figura 3 – Resposta do circuito para 40 Hz.

A análise das respostas em frequência nos permitirá validar os resultados teóricos e verificar a precisão das previsões realizadas anteriormente. Cujos dados simulados estão representados na tabela abaixo:

Freq (Hz)	Mod_Py	Arg_Py (°)	T (s)	Yo	Uo	$\ H(j)\ _{LTSpice}$	LTSpice (°)
40	0.594727	-90.681523	0.025000	0.05947	0.09991	0.595236	-89
100	1.543132	-91.768580	0.010000	0.15469	0.09993	1.547984	-89
200	3.567860	-94.091944	0.005000	0.35321	0.09996	3.533513	-92
400	18.195645	-111.340696	0.002500	2.29000	0.09993	22.916041	-114
480	49.973301	178.127517	0.002083	-4.87000	-0.09997	48.714614	179
550	22.685372	116.981800	0.001818	1.99000	0.09995	19.909955	117
1100	3.787440	94.344247	0.000909	0.29851	0.09983	2.990183	96
2200	1.614935	91.850901	0.000455	-0.16390	0.09985	1.641462	98
5500	0.620342	90.710878	0.000182	-0.05892	0.09976	0.590617	93
11000	0.308422	90.353428	0.000091	-0.02893	0.09986	0.289706	92

Tabela 2 – Resultados simulados para diferentes frequências usando LTSpice

A partir dos dados simulados, serão exibidos os gráficos de Módulo Python (dB) vs Frequência, Fase Python (Deg) vs Frequência, Módulo LTSpice (dB) vs Frequência, e Fase LTSpice (Deg) vs Frequência.

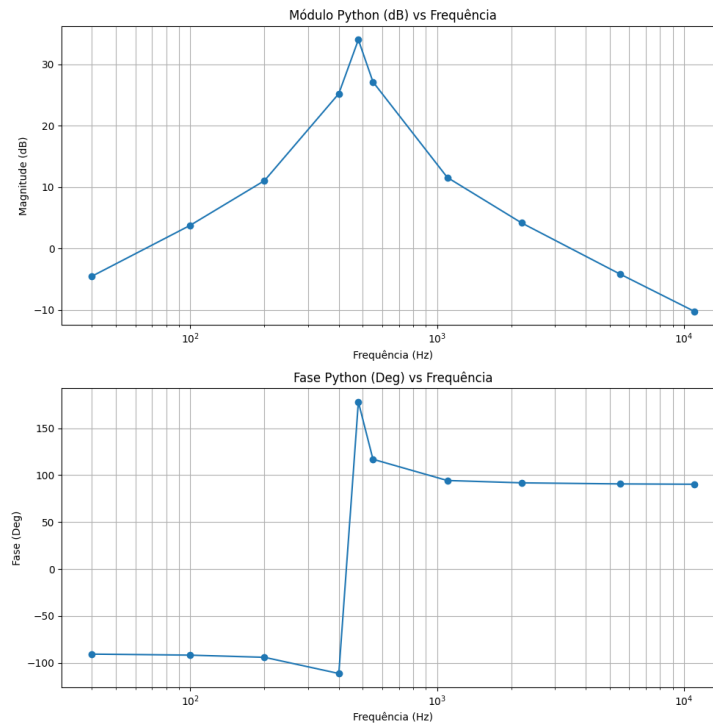


Figura 4 – Gráficos de Módulo e Fase Python vs Frequência.

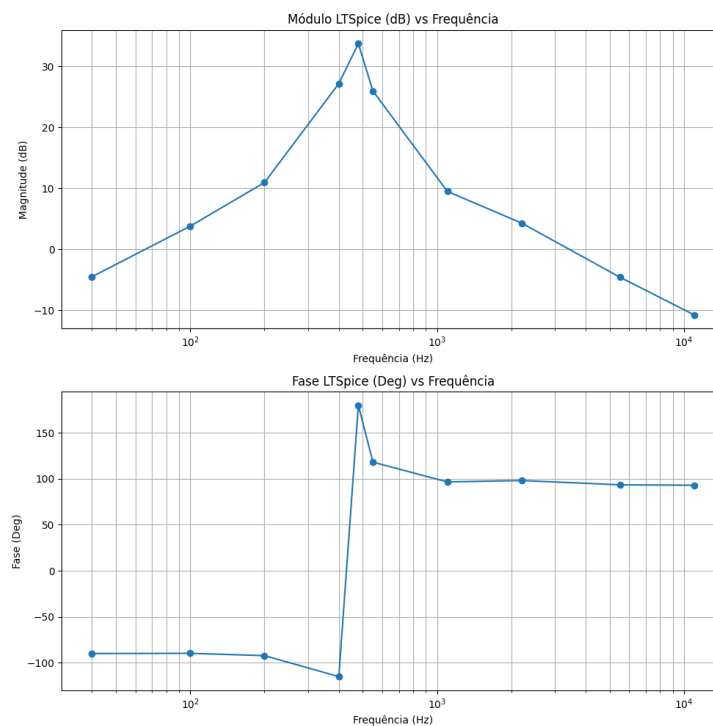


Figura 5 – Gráficos de Módulo e Fase LTSpice vs Frequência.

Os gráficos apresentados acima comparam os resultados teóricos obtidos por Python com as simulações realizadas no LTSpice. Observa-se que a concordância entre os resultados valida a precisão das previsões teóricas, demonstrando a eficácia dos métodos de análise empregados.

6 Medições em Laboratório

Para a segunda parte da prática, o circuito será montado em uma protoboard e serão realizadas medições do sinal de saída, comparando-o com a entrada para determinar a diferença da magnitude e fase da entrada para a saída.

6.1 Medição dos Componentes com Multímetro

Com o auxílio do multímetro ([Keysight Technologies](#),), serão medidos e registrados os valores dos resistores e capacitores do circuito. A tabela abaixo compara os valores esperados com os valores mensurados:

Componente	Valor Esperado	Valor Mensurado
Capacitor (C)	100 nF	97 nF
Resistor (R1)	470 Ω	458 Ω
Resistor (R2)	470 Ω	475 Ω
Resistor (R3)	47 k Ω	45.5 k Ω

Tabela 3 – Comparação dos valores esperados e mensurados dos componentes

6.2 Montagem do Circuito na Protoboard

Após montar o circuito na protoboard, conecta-se a fonte de tensão simétrica no amplificador operacional (AmpOp) e configura-se para ter uma tensão de ± 10 V.

6.3 Configuração do Osciloscópio

Conecta-se a fonte e o gerador de sinal do osciloscópio na entrada $v_i(t)$ do circuito. Configura-se o gerador para uma onda senoidal de amplitude de 100 mV.

6.4 Conexão do Circuito ao Osciloscópio

No osciloscópio ([KEYSIGHT...](#), 2023), a entrada do circuito será conectada ao canal 1 e a saída ao canal 2, tornando possível as devidas análises das curvas.

6.5 Medição das Amplitudes e Diferença de Fase

Serão medidas e registradas as amplitudes e a diferença de fase das tensões de entrada e de saída para os seguintes valores de frequência f ($\omega = 2\pi f$): 40 Hz, 100 Hz, 200 Hz, 400 Hz, 480 Hz, 550 Hz, 1100 Hz, 2200 Hz, 5500 Hz e 11 kHz.



Figura 6 – Curva da medição em 40 Hz.

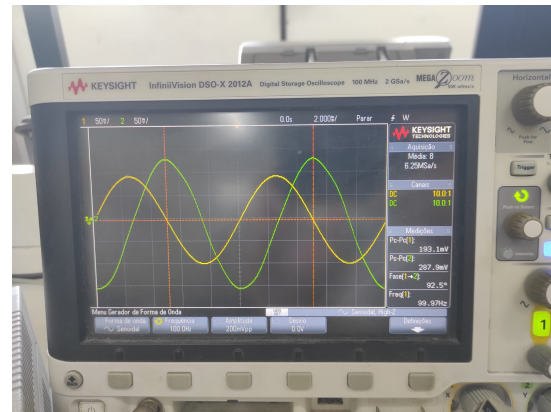


Figura 7 – Curva da medição em 100 Hz.

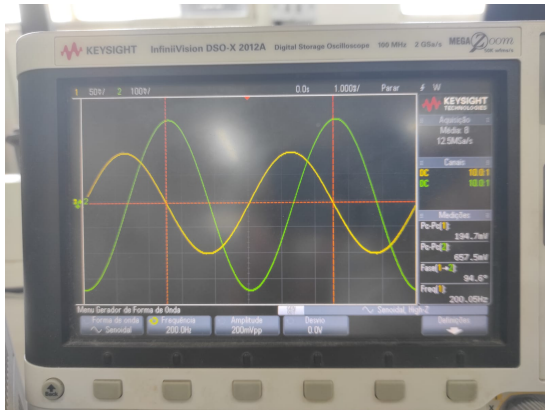


Figura 8 – Curva da medição em 200 Hz.

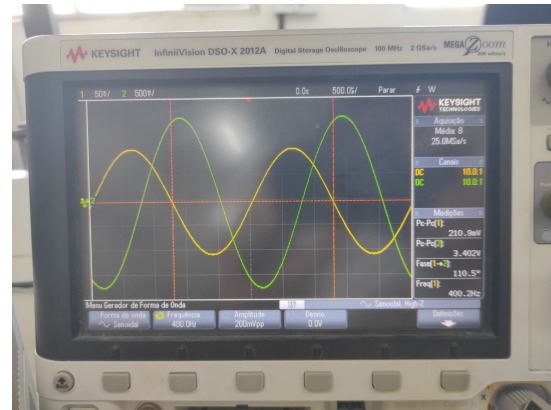


Figura 9 – Curva da medição em 400 Hz.

Figura 10 – Curvas das medições nas frequências mencionadas.

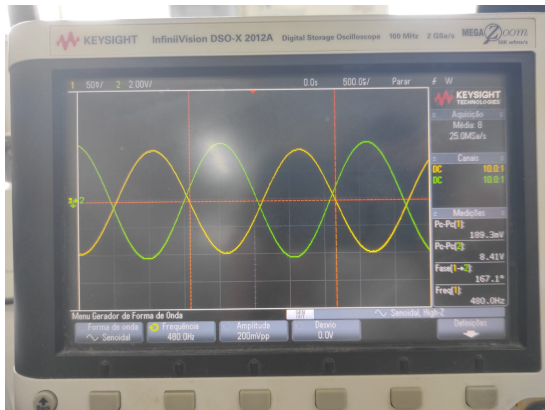


Figura 11 – Curva da medição em 480 Hz.

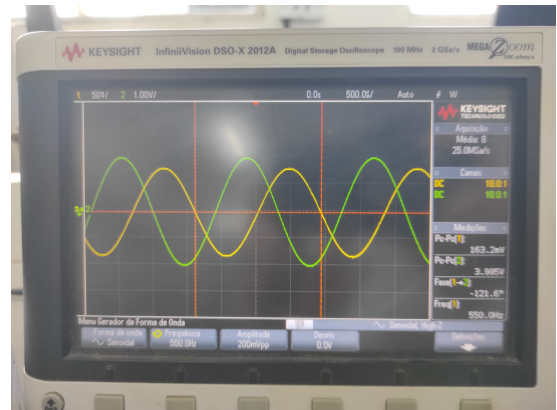


Figura 12 – Curva da medição em 550 Hz.



Figura 13 – Curva da medição em 1100 Hz.

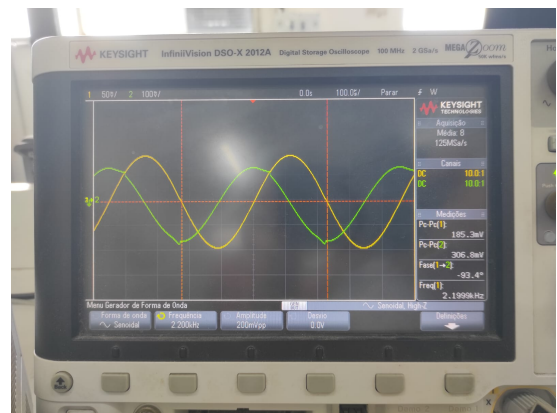


Figura 14 – Curva da medição em 2200 Hz.

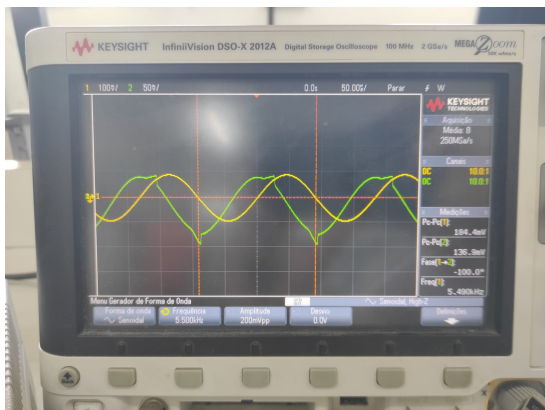


Figura 15 – Curva da medição em 5500 Hz.

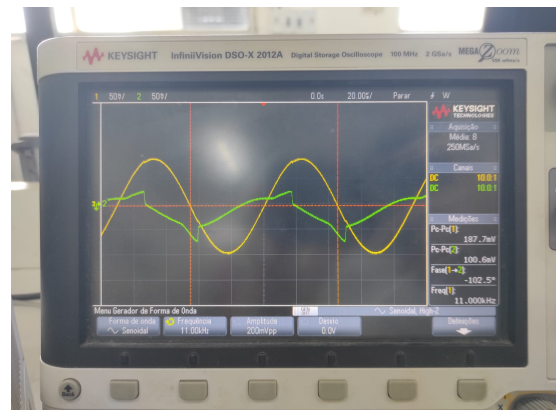


Figura 16 – Curva da medição em 11000 Hz.

Figura 17 – Curvas das medições nas frequências mencionadas.

6.6 Cálculo da Razão das Amplitudes

A razão entre as amplitudes das tensões de entrada e saída medidas acima será calculada para determinar a magnitude de $H(j\omega)$ para as correspondentes frequências. Os valores são apresentados na tabela abaixo e comparados com os valores teóricos.

Freq (Hz)	Mod_Py	Arg_Py (°)	T (s)	Yo	Uo	$\ H(j)\ _{\text{Protoboard}}$	Protoboard (°)
40	0.594727	-90.681523	0.025000	0.1097	0.1928	0.568983	89.8
100	1.543132	-91.768580	0.010000	0.2879	0.1931	1.490937	92.5
200	3.567860	-94.091944	0.005000	0.1947	0.6575	0.296122	94.6
400	18.195645	-111.340696	0.002500	3.4020	0.2109	16.130868	110.5
480	49.973301	178.127517	0.002083	0.1893	8.4100	0.022509	167.1
550	22.685372	116.981800	0.001818	0.1632	3.9950	0.040851	-121.6
1100	3.787440	94.344247	0.000909	0.1833	0.7030	0.260740	-94.7
2200	1.614935	91.850901	0.000455	0.1853	0.3068	0.603977	-93.4
5500	0.620342	90.710878	0.000182	0.1844	0.1369	1.346969	-100.0
11000	0.308422	90.353428	0.000091	0.1877	0.1006	1.865805	-102.5

Tabela 4 – Resultados medidos em protoboard para diferentes frequências

A partir dos dados medidos, serão plotados os diagramas de Bode de magnitude e fase da função $H(j\omega)$ determinados anteriormente, juntamente com os pontos medidos.

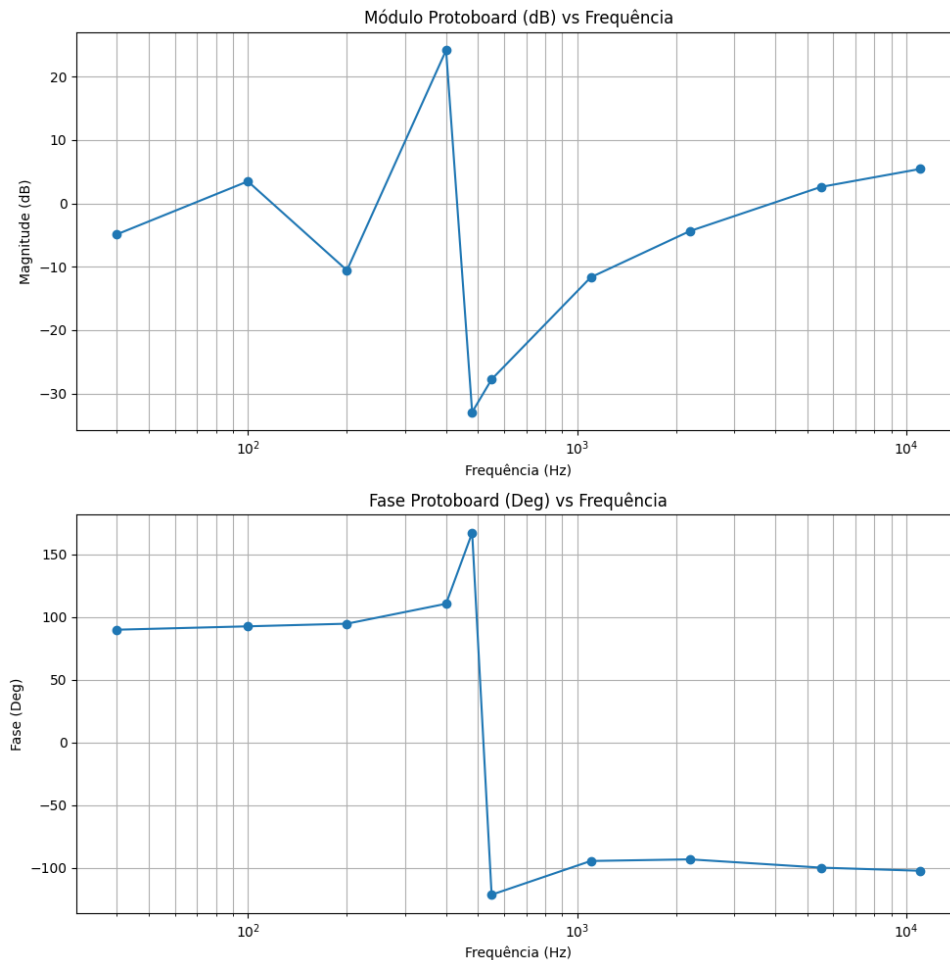


Figura 18 – Gráficos de Módulo e Fase Protoboard vs Frequência.

Os gráficos apresentados acima permitem a comparação direta entre os resultados teóricos e as medições experimentais. Observando a concordância entre os dados, é possível validar a precisão das previsões teóricas e a eficácia dos métodos de análise empregados.

Vale ressaltar que, durante a mensuração no osciloscópio, a fase foi trocada devido à inversão da ordem das ponteiros, gerando sinais invertidos. No entanto, essa inversão não causou prejuízos significativos ao experimento.

7 Conclusão

Os resultados desta prática confirmam a eficácia das técnicas de análise de função de transferência na previsão da resposta em frequência de um circuito eletrônico. A comparação entre as medições experimentais e as previsões teóricas, juntamente com as simulações no LTSpice, mostrou uma boa concordância para a maioria das frequências ([ANALOG DEVICES, 2024](#)).

Algumas discrepâncias foram notadas em frequências mais altas, onde os valores medidos diferiram dos teóricos. Essas diferenças podem ser atribuídas a limitações dos equipamentos de medição e variações nos componentes reais ([KEYSIGHT..., 2023](#); [Keysight Technologies, 2023](#)). No geral, os resultados experimentais indicam que os requisitos de projeto do circuito foram atendidos dentro das margens esperadas ([SymPy Development Team, 2023](#); [Matplotlib Development Team, 2023](#)).

Portanto, a prática demonstrou a importância de integrar medições experimentais, simulações e análise teórica para validar o comportamento de circuitos eletrônicos. A análise mostrou que, apesar de pequenas discrepâncias, a função de transferência calculada representa com precisão o circuito estudado.

Referências

ANALOG DEVICES. *LTspice*. 2024. Software de simulação de circuitos eletrônicos. Disponível em: <<https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html>>. Acesso em: 15 de maio de 2024. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 15.

BOYLESTAD, R. L. *Introductory Circuit Analysis*. 12th. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2010. ISBN 9780135060148. Citado na página 2.

KEYSIGHT InfiniiVision Manual do osciloscópio. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://www.dropbox.com/s/cmvdgjmbbwzqls1/manual>>. Citado 4 vezes nas páginas 3, 4, 11 e 15.

Keysight Technologies. *U1250 Series Handheld Digital Multimeters*. [S.l.]: Keysight Technologies. [s.d.]. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 11.

Keysight Technologies. *U1253B True RMS OLED Multimeter: User's and Service Guide*. 25. ed. Penang, Malásia: Keysight Technologies, 2023. Citado na página 15.

LUIZ, S. O. D. *2a Prática de Laboratório*. 2023. Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Eletrônica e Sistemas. Curso de EL216 - Circuitos 2, 2o semestre de 2023. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 5.

Matplotlib Development Team. *Matplotlib: Visualization with Python*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://matplotlib.org/>>. Citado na página 15.

SymPy Development Team. *SymPy: Python library for symbolic mathematics*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://www.sympy.org/>>. Citado na página 15.