

Romário Jonas de Oliveira Veloso

## **Relatório da 5ª prática**

Recife - PE

2024



Romário Jonas de Oliveira Veloso

## **Relatório da 5ª prática**

Relatório Técnico para a disciplina Circuitos  
Elétricos 2, período 2024.1.

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Centro de Tecnologia e Geociências (CTG)

Departamento de Eletrônica e Sistemas (DES)

Recife - PE

2024

# 1 Introdução

Neste laboratório, projetaremos e testaremos um filtro ativo passa-alta Butterworth de 4ª ordem, analisando e medindo o comportamento da magnitude de sua resposta em frequência. Esta prática está dividida em duas partes. A primeira parte é o projeto e a análise teórica do circuito em questão. Na segunda parte, faremos a montagem física do circuito em protoboard e mediremos a tensão de saída para verificarmos os resultados teóricos.

## 2 Objetivos Gerais

Projetar um filtro-protótipo ativo passa-alta Butterworth, aplicar escalonamento de frequência e magnitude, usar transformada de Laplace, medir grandezas elétricas com osciloscópio, comparar comportamento na frequência dos filtros e resolver equações algébricas com SymPy.

## 3 Objetivos Específicos

- Determinar a função de transferência do filtro-protótipo.
- Calcular os valores dos elementos do circuito para a implementação do filtro.
- Ajustar os valores dos elementos do circuito para os valores comerciais mais próximos.
- Comparar o comportamento na frequência do filtro projetado com o comportamento teórico esperado.
- Utilizar ferramentas de simulação computacional, como LTSpice, para validar os resultados teóricos.
- Realizar medições práticas em laboratório para verificar o comportamento do filtro projetado.

## 4 Metodologia

### 4.1 Equipamentos e Materiais Necessários

Para a realização desta prática, serão utilizados tanto softwares específicos quanto componentes eletrônicos. Os recursos computacionais incluem:

- Jupyter Notebook;
- LTSpice;
- Osciloscópio ([KEYSIGHT...](#), 2023);
- Fonte de tensão;
- Multímetro ([Keysight Technologies](#), );
- Resistores e capacitores de acordo com o projeto;
- Amplificador operacional LM324 ([SEMICONDUCTOR](#), 2021).

Com os materiais e softwares preparados, o próximo passo envolve a análise detalhada dos circuitos planejados para esta prática. Esta análise é fundamental para entender as respostas teóricas e práticas dos filtros.

### 4.2 Análise do Circuito

Esta seção aborda a análise do circuito proposto, explorando suas características e comportamentos em diferentes configurações.

Este circuito consiste de um simples arranjo RC, com um amplificador operacional LM324 ([SEMICONDUCTOR](#), 2021) cuja saída é tomada através do amplificador. O diagrama abaixo ilustra o circuito:

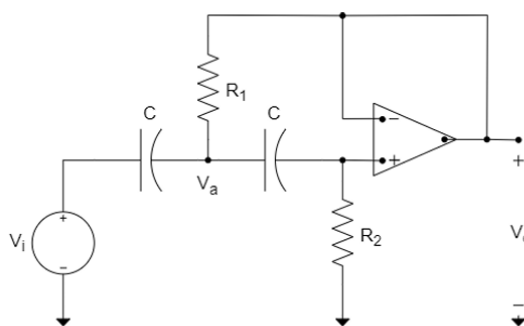


Figura 1 – Diagrama do Primeiro Circuito: Filtro Passa-Altas Butterworth 4ª Ordem. (Fonte: ([LUIZ](#), 2023))

O circuito esperado para o projeto é um filtro Sallen-Key de 4<sup>a</sup> ordem.

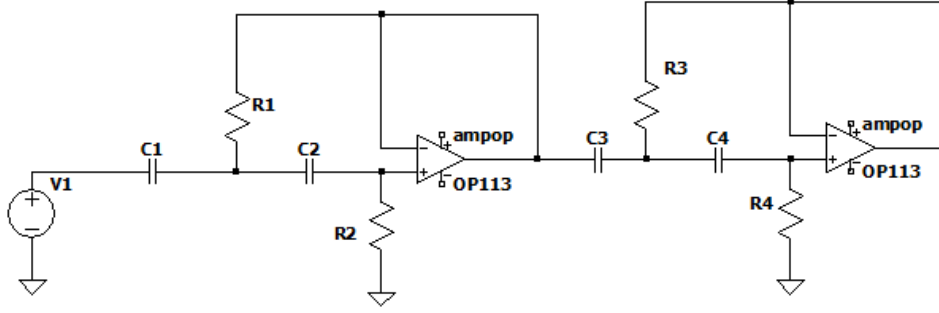


Figura 2 – Diagrama do Circuito Sallen-Key de 4<sup>a</sup> Ordem.

A função de transferência do circuito é descrita pela seguinte equação:

$$H_s = \frac{C^4 R_1 R_2 R_3 R_4 s^4}{(C^2 R_1 R_2 s^2 + 2C R_1 s + 1)(C^2 R_3 R_4 s^2 + 2C R_3 s + 1)} \quad (4.1)$$

Sendo assim, possível desenvolver um filtro Butterworth que atende os requisitos do projeto proposto.

#### 4.2.1 Projeto do Filtro

##### Polinômios de Butterworth Normalizados

Os polinômios de Butterworth podem ser escritos em forma complexa como acima, mas geralmente são escritos com coeficientes reais multiplicando pares de polos que são conjugados complexos, como  $s_1$  e  $s_n$ . Os polinômios são normalizados ajustando  $\omega_c = 1$ . Os polinômios de Butterworth normalizados têm então a forma geral do produto (KUO, 1966):

$$B_n(s) = \prod_{k=1}^{\frac{n}{2}} \left[ s^2 - 2s \cos \left( \frac{2k + n - 1}{2n} \pi \right) + 1 \right] \quad n = \text{par} \quad (4.2)$$

$$B_n(s) = (s + 1) \prod_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \left[ s^2 - 2s \cos \left( \frac{2k + n - 1}{2n} \pi \right) + 1 \right] \quad n = \text{ímpar} \quad (4.3)$$

O filtro proposto é um filtro passa-altas Butterworth (BW) de 4<sup>a</sup> ordem com capacitores de no máximo 100 nF e com a frequência de corte de  $f_c = 100$  Hz.

Para um filtro de 4<sup>a</sup> ordem, usamos os polinômios de Butterworth normalizados para projetar o filtro. Como tem 2 polos ( $k = 1, 2$ ) e ordem  $n = 4$ , utilizamos os polinômios de Butterworth normalizados para um filtro projetado de 4<sup>a</sup> ordem.

A forma geral dos polinômios de Butterworth normalizados para  $n = 4$  é:

$$B_4(s) = (s^2 + 0.765367s + 1)(s^2 + 1.847759s + 1) \quad (4.4)$$

A tabela a seguir mostra os fatores dos polinômios de Butterworth de ordem 1 a 10 (com seis casas decimais):

Tabela 1 – Factors of Butterworth Polynomials  $B_n(s)$

$n$	Factors of Butterworth Polynomials $B_n(s)$
1	$(s + 1)$
2	$(s^2 + 1.414214s + 1)$
3	$(s + 1)(s^2 + s + 1)$
4	$(s^2 + 0.765367s + 1)(s^2 + 1.847759s + 1)$
5	$(s + 1)(s^2 + 0.618034s + 1)(s^2 + 1.618034s + 1)$
6	$(s^2 + 0.517638s + 1)(s^2 + 1.414214s + 1)(s^2 + 1.931852s + 1)$
7	$(s + 1)(s^2 + 0.445042s + 1)(s^2 + 1.246980s + 1)(s^2 + 1.801938s + 1)$
8	$(s^2 + 0.390181s + 1)(s^2 + 1.111140s + 1)(s^2 + 1.662939s + 1)(s^2 + 1.961571s + 1)$
9	$(s + 1)(s^2 + 0.347296s + 1)(s^2 + s + 1)(s^2 + 1.532089s + 1)(s^2 + 1.879385s + 1)$
10	$(s^2 + 0.312869s + 1)(s^2 + 0.907981s + 1)(s^2 + 1.414214s + 1)(s^2 + 1.782013s + 1)(s^2 + 1.975377s + 1)$

Utilizando os polinômios de Butterworth normalizados, as equações  $H_1(s)$  e  $H_2(s)$  para  $k = 1$  e  $k = 2$  com  $n = 4$  são:

$$H_1(s) = \frac{s^2}{s^2 + 0.765367s + 1} \quad (4.5)$$

$$H_2(s) = \frac{s^2}{s^2 + 1.847759s + 1} \quad (4.6)$$

Deste modo, serão necessários ajustes na escala dos componentes para melhor adequar-se as características do filtro.

### Mudança de Escala

No projeto e análise de circuitos de filtros passivos e ativos, é conveniente trabalhar com valores de elementos como 1 V, 1 H e 1 F. Depois de fazer cálculos usando esses valores convenientes, o projetista pode transformá-los em valores realistas usando um processo denominado mudança de escala.

Há dois tipos de mudança de escala: amplitude e frequência. Alteramos a escala de amplitude multiplicando a impedância do circuito por um fator de escala  $k_a$ . Assim, todos os resistores e indutores são multiplicados por  $k_a$  e todos os capacitores por  $1/k_a$ . Se representarmos os valores iniciais dos componentes por R, L e C e os valores dos componentes depois da mudança de escala por  $R_r$ ,  $L_r$  e  $C_r$ , teremos:

$$R_r = k_a R, \quad L_r = k_a L, \quad C_r = \frac{C}{k_a} \quad (4.7)$$

Para mudar a escala de frequência, mudamos os parâmetros do circuito de modo que, na nova frequência, a impedância de cada elemento seja a mesma que era na frequência original. O fator de escala de frequência,  $k_f$ , é aplicado multiplicando indutores e capacitores por  $1/k_f$ :

$$R_r = R, \quad L_r = \frac{L}{k_f}, \quad C_r = \frac{C}{k_f} \quad (4.8)$$

A escala de um circuito pode ser mudada em amplitude e frequência simultaneamente:

$$R_r = k_a R, \quad L_r = \frac{k_a}{k_f} L, \quad C_r = \frac{1}{k_a k_f} C \quad (4.9)$$

O uso de capacitores de 100 nF foi escolhido para este projeto devido à sua disponibilidade e ao fato de serem valores práticos para filtros passa-altas em frequências baixas. Com base nos cálculos teóricos, foram determinados os seguintes valores para os resistores do circuito:

Tabela 2 – Valores Calculados e Comerciais dos Resistores (série E24)

Resistor	Valor Calculado (kΩ)	Valor Comercial (kΩ)
R1	6,0885577	6,2
R2	41,60912	42
R3	14,6984577	15
R4	17,23388197	18

Com os valores comerciais determinados, podemos proceder para a análise da resposta em frequência do filtro proposto. A próxima seção apresentará o diagrama de Bode do filtro, que é uma ferramenta essencial para visualizar o comportamento do filtro em termos de magnitude e fase.

#### 4.2.1.1 Diagrama de Bode do Filtro

A análise de Bode é essencial para entender o comportamento em frequência do filtro. Os diagramas de Bode de magnitude e fase fornecem uma representação visual da resposta do filtro em frequência e fase ao longo de um intervalo de frequências. Abaixo está o diagrama de Bode para o filtro Sallen-Key de 4ª ordem com os valores de resistores e capacitores discutidos anteriormente.



Para gerar os gráficos, foi utilizada a linguagem Python (Python Software Foundation, 2023) com as bibliotecas SymPy (SymPy Development Team, 2023) e Matplotlib (Matplotlib Development Team, 2023).

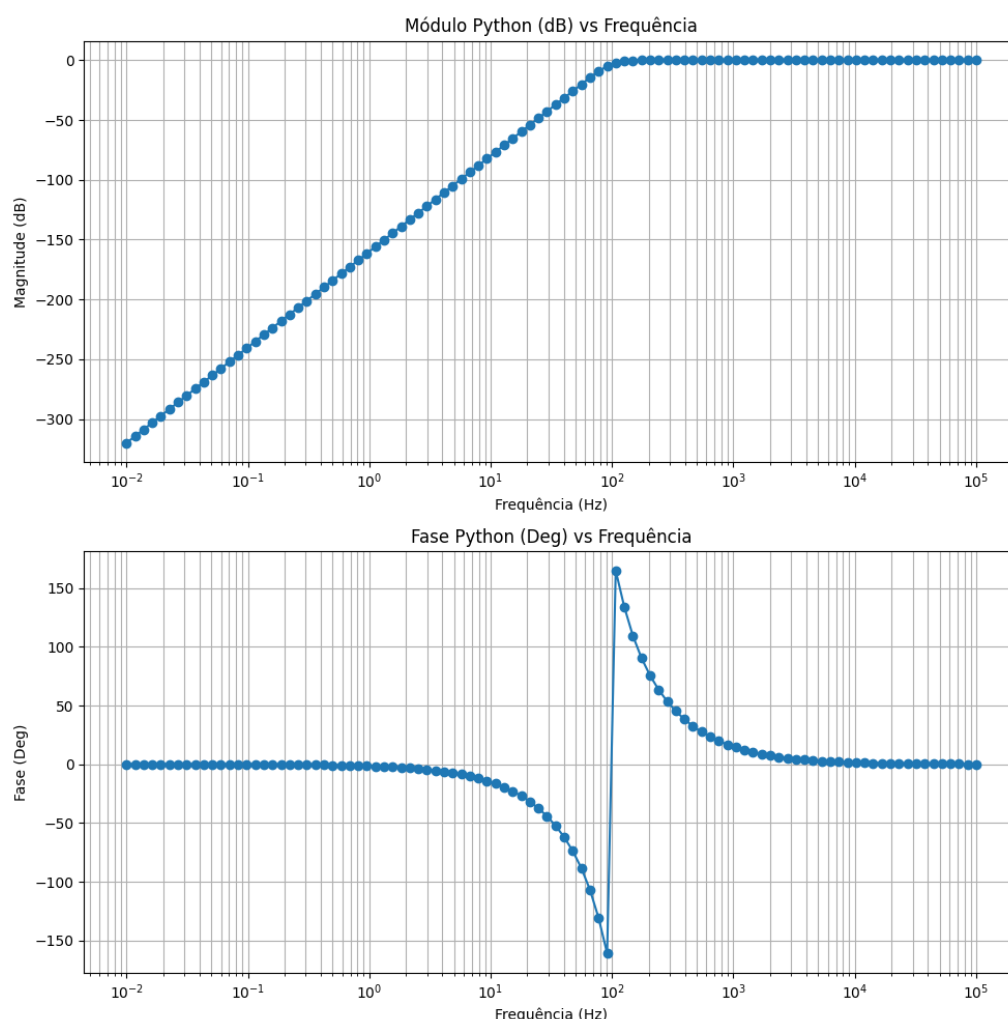


Figura 3 – Diagrama de Bode de magnitude e fase do filtro Sallen-Key de 4ª ordem.

Estes diagramas são fundamentais para a análise detalhada do desempenho do filtro em várias frequências. A magnitude mostra como o filtro atenua ou amplifica diferentes frequências, enquanto o gráfico de fase indica a mudança de fase que cada componente de frequência experimenta ao passar pelo filtro.

#### 4.2.1.2 Simulação no LTSpice

Para complementar a análise analítica e os diagramas de Bode, é realizada uma simulação no software LTSpice (ANALOG DEVICES, 2024). A simulação serve para validar o design do filtro e para observar seu comportamento sob condições operacionais simuladas. A seguir, está apresentado o diagrama do circuito montado no LTSpice para o primeiro circuito.

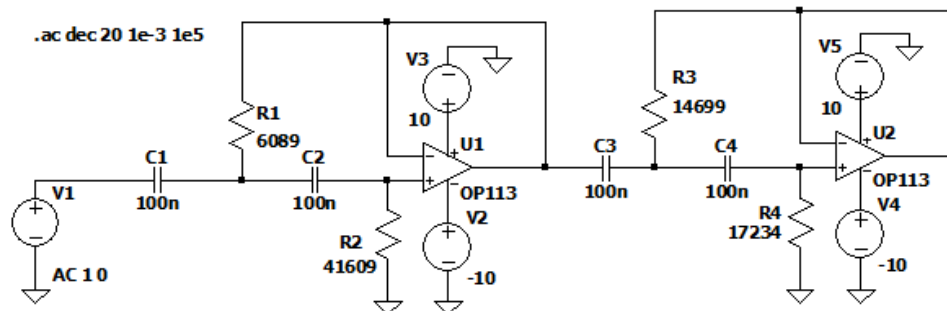


Figura 4 – Diagrama do circuito montado no LTSpice.

Este diagrama ilustra a configuração do circuito utilizado na simulação, incluindo todos os componentes e conexões necessárias para a análise do filtro passa-altas BW 4ª Ordem. Essa visualização ajuda a garantir que o modelo no LTSpice esteja configurado corretamente conforme o design teórico.

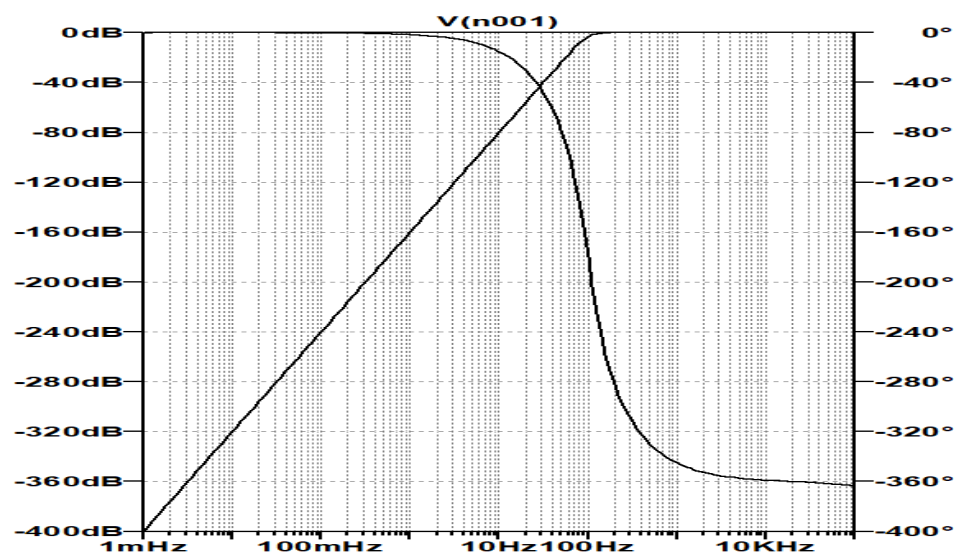


Figura 5 – Diagrama de Bode do circuito no LTSpice.

O diagrama de Bode gerado pela simulação fornece informações sobre a resposta em frequência do filtro, incluindo a magnitude e a fase. Comparar este diagrama com os resultados analíticos ajuda a identificar qualquer discrepância e a realizar ajustes necessários no design ou na configuração do circuito.

## 5 Medições em Laboratório

Para a segunda parte da prática, o circuito será montado em uma protoboard e serão realizadas medições do sinal de saída, comparando-o com a entrada para determinar a diferença de magnitude e fase da entrada para a saída.

### 5.1 Medição dos Componentes com Multímetro

Utilizando um multímetro, os valores dos resistores e capacitores do circuito serão medidos e registrados. A tabela abaixo compara os valores esperados com os valores mensurados:

Componente	Valor Esperado	Valor Mensurado
Capacitor (C)	100 nF	101 nF
Resistor (R1)	6,088 k $\Omega$	5,50 k $\Omega$
Resistor (R2)	41,609 k $\Omega$	37,9 k $\Omega$
Resistor (R3)	14,698 k $\Omega$	14,7 k $\Omega$
Resistor (R4)	17,234 k $\Omega$	17,3 k $\Omega$

Tabela 3 – Comparação dos valores esperados e mensurados dos componentes com multímetro ([Keysight Technologies](#), )

Neste estágio, as medições reais ainda serão realizadas e os valores mensurados preenchidos posteriormente, permitindo a validação dos cálculos teóricos com os dados práticos.

### 5.2 Montagem do Circuito na Protoboard

O circuito será montado na protoboard. Após a montagem, a fonte de tensão será conectada para alimentar o circuito. A figura abaixo mostra o circuito montado na protoboard.

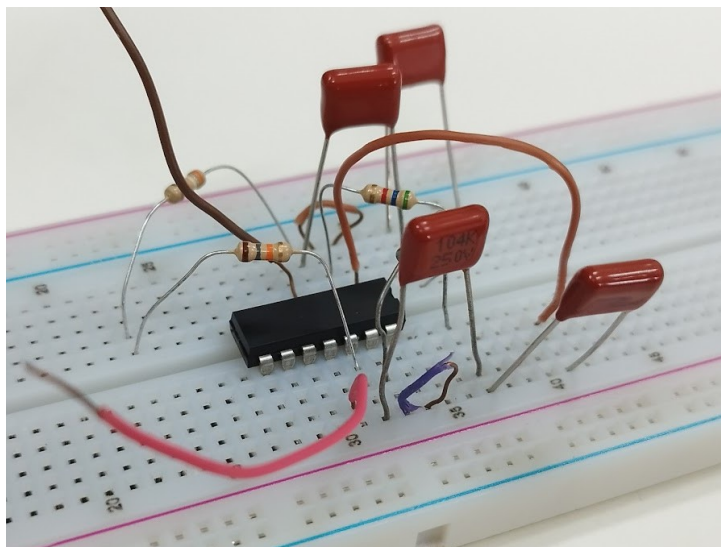


Figura 6 – Montagem do circuito na protoboard.

### 5.2.1 Configuração do Osciloscópio

O gerador de sinal do osciloscópio será conectado na entrada  $v_i(t)$  do circuito. O gerador será configurado para gerar uma onda senoidal de amplitude de 5 V pico a pico. A frequência será ajustada conforme os passos abaixo. Com a entrada do circuito no canal 1 e a saída no canal 2 do osciloscópio, ligue a fonte de tensão e o gerador de sinais. A figura abaixo mostra as amplitudes das tensões de entrada e de saída para uma frequência de 1 kHz. Esses valores serão utilizados para determinar o ganho do filtro para frequências altas.

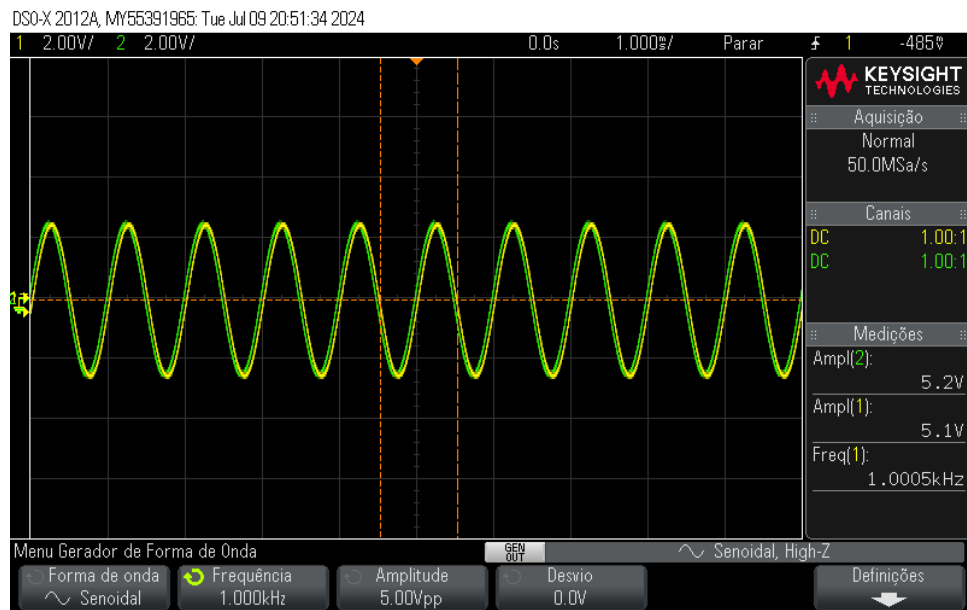


Figura 7 – Curva de saída no osciloscópio para uma frequência de 1 kHz.

### 5.2.2 Cálculo da Tensão Máxima

Com base na máxima tensão de saída observada de 5.2V, o valor de  $H_{\max}$  é calculado da seguinte forma:

$$H_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 5.2 \approx 3.6769V \quad (5.1)$$

Este valor será utilizado para análises adicionais.

### 5.2.3 Frequência de Corte Observada

A frequência de corte observada, onde a amplitude de saída cai para 70.7% da amplitude máxima observada, foi determinada como 100,34 Hz (ver Figura 8). Esta informação é essencial para validar a performance do filtro em atenuar frequências acima deste ponto.

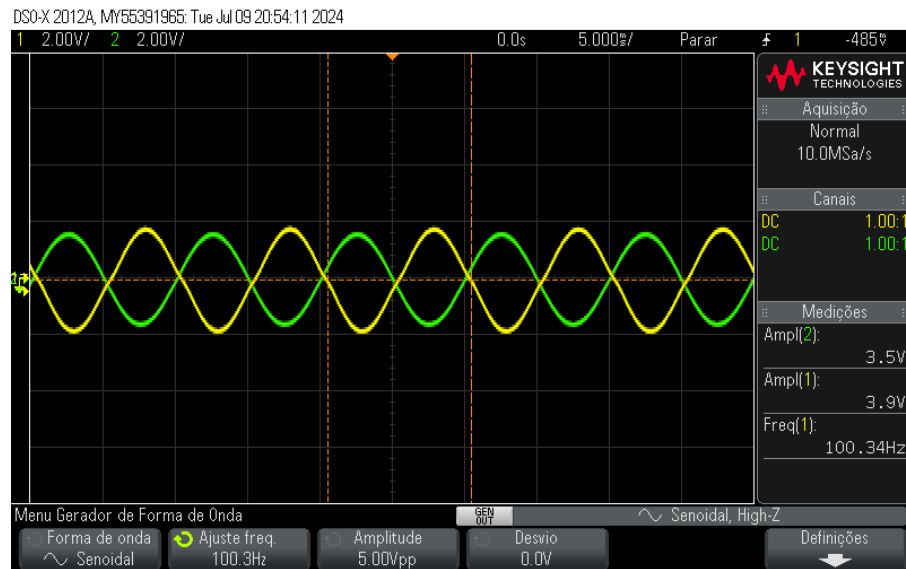


Figura 8 – Curva de saída no osciloscópio mostrando a frequência de corte.

Este procedimento assegura uma compreensão detalhada da característica passa-baixa do filtro e da influência da frequência sobre a amplitude do sinal.

#### 5.2.4 Medição de Amplitudes em Frequências Variadas

A amplitude de saída será medida para diferentes frequências para avaliar a frequência de corte do filtro. As amplitudes de entrada e saída para cada frequência testada serão registradas na seguinte tabela:

Frequência (Hz)	Amplitude de Entrada ( $V_i$ ) (V)	Amplitude de Saída ( $V_o$ ) (V)
15	5.1	0
50	5.1	0.34
75	5.1	1.33
100	5.1	3.26
125	5.1	4.7
150	5.1	5.09
200	5.1	5.21

Tabela 4 – Amplitudes de entrada e saída para diferentes frequências.

Este procedimento assegura uma compreensão detalhada da característica passa-altas do filtro e da influência da frequência sobre a amplitude do sinal.

## 6 Resultados

Os resultados obtidos a partir das medições laboratoriais, teóricas e simulações revelam comportamentos característicos do filtro passa-altas Sallen-Key de 4ª ordem. A análise focou na avaliação da frequência de corte, na máxima tensão de saída e na forma como esses elementos se alinham com as previsões teóricas das funções de transferência.

### 6.1 Características Observadas no Circuito

O circuito exibiu a propriedade fundamental de um filtro passa-altas, que é a manutenção da máxima tensão de saída em frequências altas. Como foi teoricamente previsto e confirmado pelas simulações e medições em laboratório, a amplitude da saída aumenta conforme a frequência de entrada excede a frequência de corte. Esta característica foi visualmente confirmada pelos gráficos de Bode (ver Figura 3), que mostraram uma resposta de ganho crescente próximo à frequência de corte do filtro.

#### 6.1.1 Análise da Função de Transferência

A função de transferência do circuito, detalhada na equação 4.1, fundamenta o comportamento observado. A frequência de corte do filtro foi calculada e medida, mostrando uma boa concordância entre os valores teóricos e os valores obtidos experimentalmente. As medições foram realizadas conforme descrito na seção de configuração do osciloscópio e mostraram resultados consistentes com o esperado.

#### 6.1.2 Comparação das Frequências de Corte

Interessante observar que, apesar de variações mínimas nos valores dos componentes utilizados, a frequência de corte observada foi bastante precisa e consistente com as previsões teóricas. A escolha dos valores dos resistores e capacitores foi crucial para garantir que o filtro operasse conforme o esperado, destacando a importância de selecionar corretamente os componentes durante o design.

### 6.2 Síntese dos Resultados

Os dados consolidados oferecem uma visão ampla da eficácia do design do filtro e da adequação das técnicas de simulação e medição. As análises teóricas se alinham bem com as observações práticas, o que confirma a validade dos modelos teóricos utilizados e proporciona uma base sólida para futuras iterações de design e otimização.

## 7 Conclusão

Esta atividade validou a eficácia do filtro passa-altas Sallen-Key de 4ª ordem, confirmando a consistência entre teoria, simulações e resultados experimentais. O circuito investigado aderiu ao princípio fundamental de maximizar a tensão de saída em frequências altas e atenuar as baixas.

As análises realizadas demonstram que simulações e medições são métodos eficazes para validar a performance do filtro. Além disso, recomenda-se a realização de pesquisas adicionais para explorar o impacto de variáveis externas, como a temperatura, no desempenho do filtro a longo prazo.

Portanto, este estudo enfatiza a importância de métodos de simulação e medição precisos para o desenvolvimento e validação de componentes eletrônicos, servindo como um guia prático para futuras inovações na engenharia eletrônica.

# Referências

ANALOG DEVICES. *LTspice*. 2024. Software de simulação de circuitos eletrônicos. Disponível em: <<https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html>>. Acesso em: 15 de maio de 2024. Citado na página 7.

KEYSIGHT InfiniiVision Manual do osciloscópio. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://www.dropbox.com/s/cmvdgjmbbwzqls1/manual>>. Citado na página 3.

Keysight Technologies. *U1250 Series Handheld Digital Multimeters*. [S.l.]: Keysight Technologies. [s.d.]. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 9.

KUO, F. F. *Network Analysis and Synthesis*. [S.l.: s.n.], 1966. 494–496 p. Citado na página 4.

LUIZ, S. O. D. *5a Prática de Laboratório*. 2023. Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Eletrônica e Sistemas. Curso de EL216 - Circuitos 2, 2o semestre de 2023. Citado na página 3.

Matplotlib Development Team. *Matplotlib: Visualization with Python*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://matplotlib.org/>>. Citado na página 7.

Python Software Foundation. *Python Programming Language*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://www.python.org/>>. Citado na página 7.

SEMICONDUCTOR, O. *LM324, LM324A, LM324E, LM224, LM2902, LM2902E, LM2902V, NCV2902 Datasheet*. [S.l.], 2021. Publication Order Number: LM324/D. Disponível em: <<https://www.onsemi.com/pub/Collateral/LM324-D.PDF>>. Citado na página 3.

SymPy Development Team. *SymPy: Python library for symbolic mathematics*. [S.l.], 2023. Acesso em: 15 de maio de 2024. Disponível em: <<https://www.sympy.org/>>. Citado na página 7.