

1ª PRÁTICA DE LABORATÓRIO

Introdução

Neste laboratório iremos nos familiarizar com ferramentas computacionais de cálculo numérico e álgebra simbólica aplicando-as na análise de circuitos de complexidade elevada contendo resistores, capacitores e indutores. Como um circuito de interesse prático, iremos trabalhar com uma versão simplificada de um *conversor Buck*, que é usado para converter uma tensão contínua em outra de nível menor.

Como visto em sala de aula, a análise por transformada de Laplace de circuitos lineares consiste dos seguintes passos:

- conversão do circuito para o domínio da frequência usando os modelos individuais apropriados para os elementos do circuito que incorporam as condições iniciais do sistema;
- aplicação das técnicas de resolução de circuitos estudadas na disciplina de Circuitos 1 para derivar um conjunto de equações lineares algébricas que descrevem o comportamento do circuito;
- resolução do sistema de equações algébricas para determinação das variáveis de interesse;
- conversão das expressões achadas acima de volta para o domínio do tempo.

Neste laboratório, os dois primeiros passos serão realizados pelo aluno manualmente com o conhecimento do que foi visto em sala de aula e das técnicas de Circuitos 1. Os dois últimos passos serão resolvidos com o auxílio do computador.

A linguagem de programação a ser utilizada é o Python. Usaremos a biblioteca SymPy, um sistema de computação simbólica que reúne uma vasta biblioteca de operadores matemáticos que vão desde os mais simples, como diferenciação e integração simbólicas, até os mais complexos. Neste laboratório iremos usar principalmente as funcionalidades de resolução de sistemas de equações algébricas e determinação da transformada inversa de Laplace.

Objetivos

- Usar o SymPy para resolver equações algébricas e calcular a transformada inversa de Laplace;
- analisar o comportamento transitório e de regime permanente para circuitos eletrônicos lineares.

É importante que, como preparação para a realização do laboratório, você realize, para cada um dos circuitos da Seção abaixo, os dois passos manuais da análise: conversão do circuito para o domínio da frequência e derivação das equações de circuito. Uma vez realizados estes passos, execute o programa "jupyter notebook".

Material necessário

Para esta prática, usaremos os seguintes *softwares*:

- jupyter notebook
- LTspice

Prelúdio

Um dos elementos usados no conversor Buck é um *diodo*, um dispositivo semicondutor não-linear que possui uma baixa resistência quando a corrente flui em um sentido e uma alta resistência quando a corrente flui no outro sentido. Existem diversos modelos matemáticos que podem ser usados para aproximar a relação entre tensão e corrente de um diodo. Esses modelos diferem entre si em termos de complexidade e proximidade com o comportamento real do diodo. Em geral, os modelos mais complexos conseguem representar este comportamento de forma mais próxima ao real, com a desvantagem, porém, de serem mais trabalhosos de serem usados.

Na Fig. 1(a) é apresentada a representação gráfica de um diodo comumente usada nos diagramas de circuitos eletrônicos. Para os objetivos desta prática, usaremos um modelo matemático simples, porém razoavelmente próximo da realidade que possa nos dar resultados úteis sobre o comportamento do conversor Buck. Este modelo é representado pela curva tensão-corrente apresentada na Fig. 1(b).

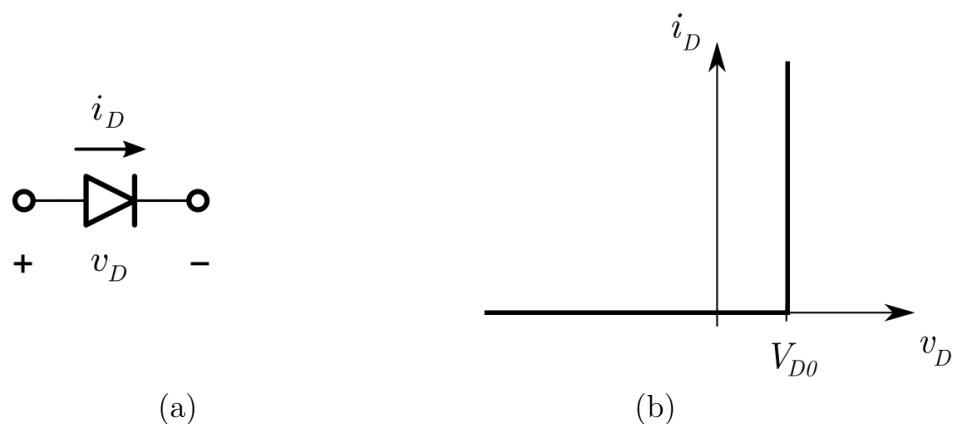


Figura 1: (a) representação gráfica de um diodo; (b) curva tensão-corrente.

Usando as polaridades mostradas na Fig. 1(a) para a tensão v_D e corrente i_D do diodo, podemos descrever matematicamente a curva na Fig. 1(b), que representa o comportamento da tensão e corrente do modelo em questão, como

$$\begin{cases} i_D = 0, & \forall v_D < V_{D0} \\ v_D = V_{D0}, & \forall i_D > 0. \end{cases}$$

Vemos portanto que o modelo é claramente não-linear. Assim, em princípio, não poderíamos usar este modelo com a Teoria de Circuitos Lineares que estamos estudando. Entretanto, podemos dividir a curva tensão-corrente em duas partes distintas que são, isoladamente, lineares. A primeira parte, ou região de operação, corresponde ao caso em que $v_D < V_{D0}$, e a segunda, ao caso em que $i_D > 0$. O primeiro caso representa o diodo quando polarizado reversamente, e portanto chamamos de *modo de operação em polarização reversa*. Neste modo, temos que $i_D = 0$, i.e., o diodo se comporta

como um circuito em aberto com resistência infinita. O segundo caso representa o diodo polarizado diretamente, e portanto denominamos de *modo de operação em polarização direta*. Neste modo, temos que $v_D = V_{D0}$, i.e., o diodo se comporta como uma fonte de tensão ideal com valor constante V_{D0} . Estes dois modos podem então ser representados pelos circuitos mostrados abaixo.

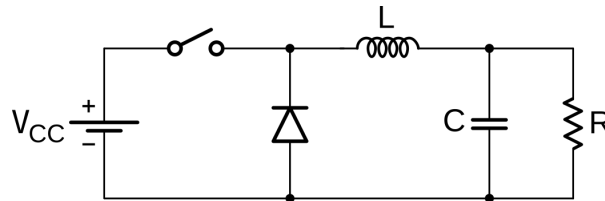


É importante observar que, de acordo com este modelo, o diodo está, a cada instante, em exatamente um destes dois modos de operação. Isto significa que, caso analisemos o circuito assumindo um modo de operação e os resultados obtidos não satisfaçam suas condições de operação, *o modo de operação escolhido não é o correto*, e devemos refazer a análise usando o outro modo.

Com este conhecimento sobre o diodo, passaremos para a execução da prática.

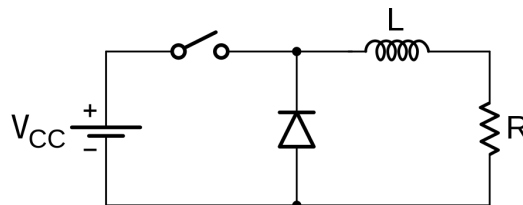
Conversor de tensão do tipo Buck

O conversor Buck é um tipo de circuito que usa chaveamento para converter eficientemente uma tensão contínua em uma outra tensão contínua de menor valor. Um circuito básico para implementar este conversor está mostrado abaixo.



A chave no circuito acima é controlada por uma onda quadrada de ciclo de trabalho k , ou seja, se o período da onda é T , o tempo que a chave permanece fechada é kT e o que passa aberta é $(1 - k)T$. Mostraremos que, em determinadas condições, a tensão de saída no resistor de carga R é aproximadamente kV_{CC} , onde V_{CC} é a tensão (constante) de entrada.

Por motivos didáticos, iremos analisar um circuito um pouco mais simples, como mostrado abaixo.



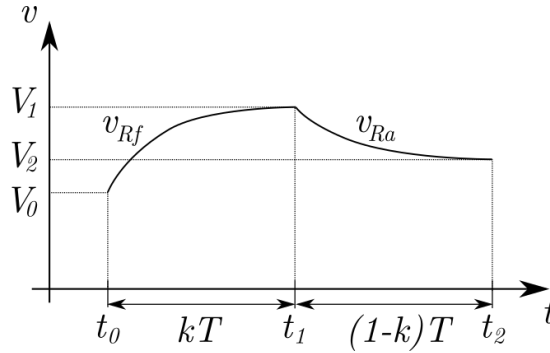
Na análise deste circuito, iremos usar o modelo de diodo apresentado anteriormente. Quando a chave está fechada, é fácil ver que o diodo deve estar no modo de operação de polarização reversa. Quando a chave está aberta, contudo, o modo de operação do diodo dependerá das condições iniciais e dos valores dos parâmetros envolvidos. Com um valor inicial de corrente no indutor suficientemente alto, entretanto, o diodo estará no modo de polarização direta. Assuma que este é o caso.

Você deve desenhar o circuito acima nos dois estados da chave. Para cada um deles, você deve efetuar os seguintes passos:

- Inserir no jupyter notebook a(s) equação(ões) simbólica(s) (i.e., usando literais como L , R e V_{CC} ao invés de valores numéricos) no domínio da frequência que você deduziu. Lembre-se de levar em conta as condições iniciais.
- Resolver esta(s) equação(ões) usando a função `linsolve()` do SymPy para achar a variável de saída de interesse, a tensão $V_R(s)$ entre os terminais do resistor, para os dois estados da chave. Denote a solução para a chave fechada como $V_{Rf}(s)$, e a solução para a chave aberta de $V_{Ra}(s)$.
- Opcionalmente, expandir a(s) funções racionais em frações parciais e calcular os resíduos.
- Aplicar a função `inverse_laplace_transform()`, da transformada inversa de Laplace, às expressões achadas para determinar, para os dois estados da chave, os sinais da saída no tempo, $v_{Rf}(t)$ e $v_{Ra}(t)$.

Análise no tempo

As expressões obtidas acima para a tensão de saída $v_R(t)$ no tempo permitem uma análise completa do comportamento do conversor Buck baseado no modelo usado do diodo. Para entender como, observe a figura abaixo, que mostra a tensão de saída em um período da onda quadrada que controla a chave.



Devido à continuidade da corrente no indutor, temos que

$$\lim_{t \rightarrow t_1^-} v_{Rf}(t) = \lim_{t \rightarrow t_1^+} v_{Ra}(t) = V_1,$$

onde o primeiro limite é pela esquerda, e o segundo, pela direita. De forma similar,

$$\lim_{t \rightarrow t_2^-} v_{Ra}(t) = \lim_{t \rightarrow t_2^+} v_{Rf}(t) = V_2.$$

Observe que as expressões determinadas na seção anterior para $v_{Rf}(t)$ e $v_{Ra}(t)$ assumem que $t_0 = 0$, de modo que você deve considerar que $t_1^- = kT$, $t_2^- = (1-k)T$ e $t_1^+ = t_2^+ = 0$. Observe ainda que a corrente inicial do indutor no caso da chave fechada é V_0/R , enquanto que, quando a chave abre, é V_1/R .

Baseado no que foi exposto acima, você deve fazer o seguinte:

- **Determine** as expressões para V_1 e V_2 em função de V_0 , V_{CC} , V_{D0} , k , T , L e R . Para isso, você pode usar a função `subs()` do SymPy.

Análise em regime permanente

Em regime permanente, teremos, na figura anterior, $V_0 = V_2$, i.e., a tensão $v_R(t)$ oscila de forma periódica entre dois valores, V_0 e V_1 . Para termos uma melhor ideia da parte contínua e da parte variável desta tensão, vamos trabalhar com as grandezas V_0 e $\Delta V = V_1 - V_0$. Desta forma, a tensão $v_R(t)$ varia entre V_0 e $V_0 + \Delta V$.

Você deve então fazer o seguinte:

- Usando as expressões determinadas na seção anterior, **escreva** duas equações de onde possamos achar os valores de V_0 e ΔV em função de V_{CC} , V_{D0} , k , T , L e R .
- **Resolva** as equações e **determine** as expressões para V_0 e ΔV pedidas. Use a função `linsolve()` do SymPy.

Como o objetivo de um conversor Buck é de fornecer uma tensão (quase) contínua na saída, vamos querer fazer $\Delta V \rightarrow 0$. Intuitivamente, podemos achar que devemos fazer $T \rightarrow 0$, o que é corroborado pela figura anterior representando um período do sinal de saída $v_R(t)$. Assim, vamos analisar o comportamento de V_0 e ΔV quando $T \rightarrow 0$. Faça o seguinte:

- **Aplique** a função `series()` do SymPy para calcular uma aproximação linear para ambas as quantidades desejadas em torno do ponto $T = 0$.
- **Ache** os valores de V_0 e ΔV quando $T \rightarrow 0$.

Baseado na aproximação linear acima, faça o seguinte:

- **Determine** a expressão para L , em função de k e R , para que ΔV seja 0,1% do valor de V_{CC} .
- Assumindo que $V_{D0} = 0$, e que queremos $V_0 = V_{CC}/2$, **ache** numericamente estes valores de L quando $R = 5\ \Omega$ e $R = 1\ \Omega$, e usando como frequências da onda quadrada os valores de 10 kHz e 50 kHz.

Estes valores serão utilizados na parte 2 desta prática, descrita a seguir.

Simulações

Para a segunda parte desta prática, iremos representar o circuito no simulador de circuitos eletrônicos e verificar os valores obtidos acima. Para implementar a chave, usaremos o componente sw, que é uma chave controlada por tensão, com a tensão de controle sendo uma onda quadrada de amplitude 1 V. A frequência da onda será configurada de acordo com os valores de 10 kHz e 50 kHz, de acordo com o que foi usado na seção anterior.

Os modelos para a chave e para o diodo serão os mais próximos possíveis dos ideais, e portanto são definidos pelas diretrizes

```
.model sw_i sw(Ron=1m Roff=10Mega Vt=0.98 Vh=0.01)
```

e

```
.model d_i d(Ron=1m Roff=10Mega Vfwd=0, Vrev=1k)
```

respectivamente.

Simule o seu circuito usando todas as combinações de R e L determinadas na seção anterior. Realize portanto os seguintes passos:

- **Meça** a forma de onda da tensão em R tanto em regime transitório, como em regime permanente. **Salve** esta forma de onda como imagem, e **exporte** os dados para um arquivo.
- **Meça e registre** os valores de ΔV e de V_o para o regime permanente.

Para o primeiro passo, use a funcionalidade de simulação transiente do LTSpice nos dois regimes, mas para o regime permanente salve os dados apenas a partir de um tempo suficientemente longo para que o regime permanente seja atingido. Como base, use o tempo de aproximadamente mil períodos da onda quadrada utilizada para controlar a chave.

Para o segundo passo, use a funcionalidade de cursor do LTSpice para fazer as medições de ΔV e de V_o .

Resultados obtidos

Você deve escrever um relatório no formato pdf com as seguintes seções: introdução, descrição da prática, resultados e conclusão. Um modelo de relatório está disponível no endereço:

<https://www.overleaf.com/read/zghrpjzhqypp?authuser=0>

Na introdução, dê uma breve visão do que consiste a prática e enuncie os objetivos. Na descrição da prática, coloque o circuito que você montou no LTSpice. Na seção de resultados, **coloque todos os resultados de cálculos** obtidos no Python, e **coloque todas as curvas** obtidas na simulação. **Coloque também duas tabelas**, uma para V_o e outra para ΔV , com os valores numéricos obtidos na prática passada e os obtidos nas medições nessa prática:

Resistência, R (Ω)	Indutância, L (H)	ΔV obtido no Python (V)	ΔV obtido no LTSpice (V)

Resistência, R (Ω)	Indutância, L (H)	V_o obtido no Python (V)	V_o obtido no LTSpice (V)

A conclusão não é o resumo do relatório. Ao invés disso interprete os resultados. Lembre-se de apontar o que foi obtido dentro e fora do esperado. Responda se os resultados experimentais lhe permitem verificar se os requisitos de projeto do circuito foram atendidos.

O relatório deve estar no formato pdf. Não envie no formato doc ou outro qualquer. Qualquer imagem ou foto deve ter uma resolução suficiente para ser possível obter as informações importantes da imagem.

Envie o relatório em pdf pelo Google Sala de Aula para o professor.

Simuladores

Você pode conferir os resultados que você obteve neste laboratório com um simulador computacional. Três simuladores que podem ser usados são:

- LTSpice IV: <http://www.linear.com/designtools/software/>
- EasyEDA: <http://easyeda.com/>
- Simulador on-line: <https://www.circuitlab.com/>