

## Projet 2 : Restauration des images

### 1 Flou de bougé

On considère une image continue  $c(x,y)$  qui subit un flou de bougé. On appelle  $m(x,y)$  l'image floue.

1. Écrire le filtre  $h(x, y)$  modélisant le flou de bougé par une fonction porte de longueur  $L$  orientée suivant un angle  $\theta$ . Vous pourrez utiliser les coordonnées polaires.
2. Calculer la fonction de transfert  $H(f_x, f_y)$  du filtre dans le domaine des fréquences.
3. Supposons que le bougé est fait à vitesse constante  $v$  pendant une durée  $T$ . Quel est le lien entre  $L$ ,  $v$  et la durée  $T$ .
4. Comment peut-on éliminer le flou pour estimer  $c(x,y)$  à partir de  $m(x,y)$ ?

### 2 Filtre médian

Soit l'image discrète suivante :

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 146 | 146 | 155 | 154 | 154 | 166 |
| 152 | 0   | 142 | 155 | 155 | 155 |
| 155 | 155 | 154 | 146 | 155 | 155 |
| 215 | 214 | 214 | 214 | 215 | 215 |
| 212 | 212 | 214 | 211 | 215 | 216 |
| 215 | 212 | 215 | 214 | 215 | 0   |

1. Interpréter visuellement l'image proposée.
2. Rappeler la définition du filtre médian de rayon 1 (bloc de taille  $3 \times 3$ ) appliqué à une image discrète.
3. Quelle sera la nouvelle valeur du pixel de coordonnées  $(2; 2)$  après l'utilisation du filtre médian ?
4. Comment peut-on définir le résultat du filtre médian sur un pixel du bord de l'image ?
5. Convoluer entièrement l'image avec un filtre médian de rayon 1.
6. Appliquer un filtre moyenneur de même taille que le filtre médian.
7. Quel est l'effet général du filtre médian sur l'image ? Du filtre moyenneur ?
8. Le filtre moyenneur est-il linéaire ? Le filtre médian est-il linéaire ? Quels sont les principaux avantages d'un filtre linéaire ?

### 3 Analyse cepstrale

Le cepstre d'un signal réel à énergie finie  $x(t)$  de transformée de Fourier  $X(f)$  est défini par :

$$c_x(\tau) = TF^{-1} \ln |X(f)|^2 \quad (1)$$

1. Montrer que si  $y(t) = h(t) * x(t)$  où  $h(t)$  est la réponse impulsionnelle du filtre, alors

$$c_y(\tau) = c_h(\tau) + c_x(\tau) \quad (2)$$

2. On considère le signal  $y(t)$  défini par

$$y(t) = x(t) + ax(t - T) \quad (3)$$

avec  $a > 0$  et  $T > 0$ . Comment interpréter  $y(t)$  ? Montrer que  $y(t)$  est la sortie d'un filtre linéaire d'entrée  $x(t)$ . Que vaut la réponse impulsionnelle  $h(t)$  et la fonction de transfert  $H(f)$  ?

3. On pose  $\alpha = \frac{2a}{a^2 + 1} < 1$ . Donner un développement limité de  $\ln |H(f)|^2$  en négligeant les termes en  $\alpha^k$  pour  $k \geq 2$  (on suppose que  $\alpha$  est petit). On rappelle que le développement limité de  $\ln(1+x)$  est

$$\ln(1+x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k+1} x^{k+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots \quad (4)$$

pour  $-1 \leq x \leq 1$

4. Dédire de la question précédente une approximation du cepstre de  $h(t)$ .
5. Expliquer comment estimer  $T$  à partir du cepstre de  $y(t)$ . Sous quelles conditions la méthode fonctionne-t-elle ?