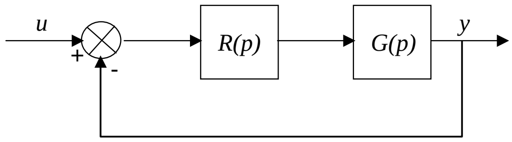
EPU ELEC 3

Automatique TP1

De l'influence des pôles sur la rapidité et la stabilité d'un système

On considère des asservissements à retour unitaire du type :



Il est bien connu que la stabilité d'un système en boucle ouverte dépend des pôles de la fonction de transfert du système étudié. Lorsque le système est corrigé grâce à un correcteur proportionnel $R(p) = K$, la fonction de transfert du système corrigé (bouclé) est $H(p) = \dfrac{KG(p)}{1+KG(p)}$. La stabilité du système corrigé dépend donc des racines de l'équation caractéristique $1 + KG(p) = 0$. Lorsqu'on fait varier K, ces racines décrivent le lieu des racines appelé aussi lieu d'Evans.
Le but de ce TP est de mettre en évidence l'influence du module et de l'argument des pôles d'un système sur la réponse temporelle, et de construire le lieu d'Evans pour des systèmes du premier et du second ordre. On utilisera le logiciel Scilab pour les simulations.

Préparation

- Donner l'expression de la réponse indicielle (réponse à un échelon) d'un système du 1er ordre de gain statique K_0 et de constante de temps τ dont la fonction de transfert est $G(p) = \dfrac{K_0}{1+\tau p}$. En déduire l'influence de la constante de temps sur la rapidité de la réponse indicielle d'un système du 1er ordre.
- On considère un système du second ordre de gain statique K_0, de pulsation propre ω_0 et d'amortissement ζ dont la fonction de transfert est $G(p) = \dfrac{K_0\omega_0^2}{p^2 + 2\zeta w_0 p + w_0^2}$. Rappeler les formules donnant le dépassement, le temps de premier dépassement et la pseudo-période de la réponse indicielle d'un système non amorti. Soient p_0 et p_1 les pôles de la fonction de transfert, à quelle condition les pôles du système sont-ils complexes conjugués ? Déterminer une relation *explicite* entre l'argument des pôles d'un système non amorti et l'amortissement de ce système.

1 Système en Boucle Ouverte

Dans cette partie, on choisira toujours des fonctions de transfert ayant un gain statique **unitaire**.

1. Supposons tout d'abord que la fonction de transfert ne comporte qu'un seul pôle p_0. En utilisant la commande csim et un subplot, tracer sur une même figure la réponse indicielle de trois systèmes tq $p_0 = +1, -1, -10$. Commenter les résultats obtenus.
2. On considère maintenant une fonction de transfert ayant deux pôles p_0 et p_1. Que peut-on dire de la réponse indicielle de ce système si les deux pôles sont réels ?
3. En définissant la fonction de transfert à l'aide de ses pôles, tracer la réponse indicielle d'un système dont les deux pôles sont complexes (conjugués) lorsque ces pôles ont pour module 1 et comme arguments $\pm\frac{2\pi}{3}$ puis $\pm\frac{3\pi}{4}$. Que peut-on en conclure ?
4. Mêmes questions lorsque le module des pôles vaut 2 et les arguments $\pm\frac{2\pi}{3}$. Commenter les résultats obtenus : on comparera notamment le dépassement et la pseudo-période de la réponse indicielle des deux systèmes.

2 Systèmes asservis

Dans toute la suite, le correcteur étudié est un correcteur proportionnel à retour unitaire.

2.1 Système du premier ordre

On considère dans cette partie que le système à corriger est un système du premier ordre $G(p) = \dfrac{K_0}{1+\tau p}$.

1. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée en fonction du gain du correcteur K.
2. Déterminer les caractéristiques du système asservi (gain statique et constante de temps) en fonction du gain du correcteur. Que pouvez-vous en déduire sur l'influence du correcteur sur la stabilité, la rapidité et la précision du système asservi ?
3. Tracer le lieu d'Evans de $G(p)$ lorsque $K_0 = 3$ et $\tau = 1/3$s. Peut-on retrouver certaines des informations de la question précédente ?

2.2 Système du second ordre

On considère un système du second ordre amorti $G(p) = \dfrac{K_0}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$.

1. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée en fonction du gain du correcteur K.

2. Déterminer le gain statique et la pulsation propre du système asservi. A quelle condition, le système asservi est-il stable ? amorti ? non amorti ? Dans le cas d'un système asservi non amorti, que peut-on dire sur la partie réelle des pôles ? Que pouvez-vous en déduire sur l'influence du correcteur sur la stabilité, la rapidité et la précision du système asservi ?
3. Tracer le lieu d'Evans de $G(p)$ et commenter le résultat obtenu.
4. On considère maintenant un système du second ordre non amorti

$$G(p) = \frac{K_0\omega_0^2}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2}$$

   Déterminer les relations entre les caractéristiques du système en boucle ouverte et celles en boucle fermée : gain statique, pulsation propre et amortissement.
   Calculer le module des pôles du système asservi ainsi que leur partie réelle. Que pouvez-vous en déduire sur l'influence du correcteur sur la stabilité, la rapidité et la précision du système asservi ?
   Tracer le lieu d'Evans du système asservi lorsque $K_0 = 1, \omega_0 = 1rd/s$ et $\zeta = 0.1$.

2.3 Asservissement d'un Moteur à courant continu

La fonction de transfert d'un moteur à courant continu dont on veut asservir la position est :

$$G(p) = \frac{K}{p(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)} \text{ avec } K = 48.8, \tau_e = 5\text{ms et } \tau_m = 34\text{ms}$$

1. Tracer le lieu d'Evans de $G(p)$ et commenter le résultat obtenu.
2. Déterminer le gain limite de stabilité (méthode au choix).
3. Tracer la réponse indicielle du système corrigé pour cette valeur limite du gain.
4. Tracer sur un même graphique les réponses indicielles pour des gains "légèrement" plus faibles et plus élevés que K_1 ($1.1K_1$ et $0.9K_1$).