

PROJECT 1 - SEANCE 1

①

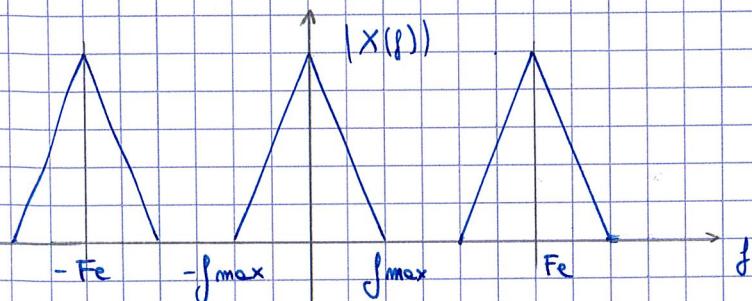
Pour bien échantillonner un signal, il faut choisir une fréquence d'échantillonnage, F_e , qui doit respecter le Théorème de Shannon

$$\rightarrow F_e \geq 2 F_{\max}$$

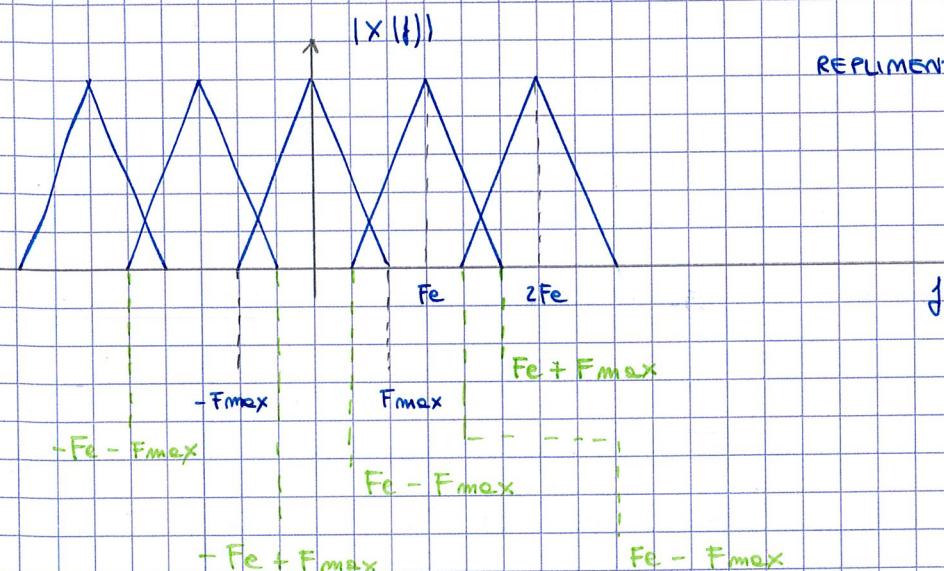
THEOREME SHANNON

Si F_e très grand, il y a le SUR-ECHANTILLONNAGE : le signal sera de meilleure qualité mais il faudra beaucoup de place pour le stocker et une meilleure performance pour le traiter.

Si $F_e \leq 2F_{\max}$, il y a le SOUS-ECHANTILLONNAGE : il est un phénomène de REPLACEMENT ("ALASING")



PERIODISATION DU SPECTRE SUITE À L'ECHANTILLONNAGE



REPLACEMENT DU SPECTRE

(2)

Signal CHIRP : signal avec fréquences qui se augmentent linéairement avec le temps

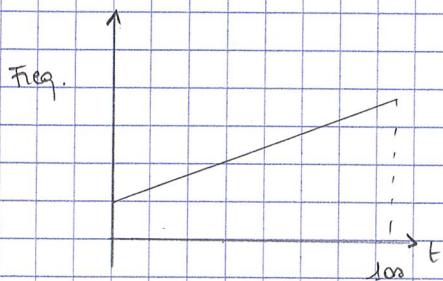
$$f_i(t) = k \cdot t$$

FREQUENCE IS DANS PENTE

\downarrow
 $x(t) = \text{modulant en amplitude}$

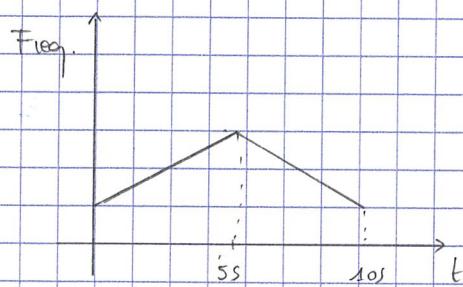
a) Spectre signal chirp.

$$F_s = 2000 \text{ Hz}$$



b) Spectre Signal chirp sous-échant.

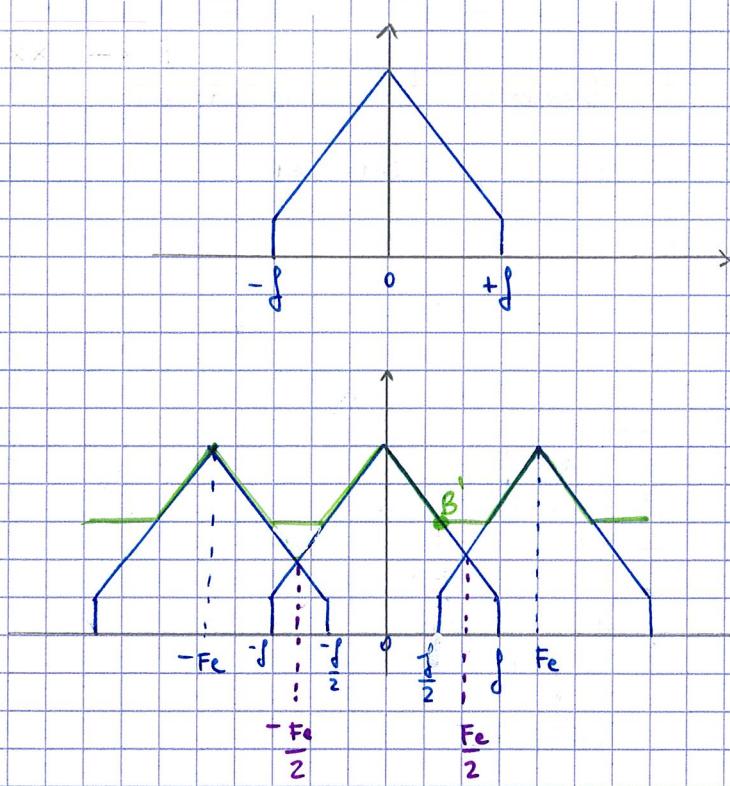
$$F_s = 1000 \text{ Hz}$$



Dans le cas a) le signal est correctement échantillonné, $F_s/2$ est suffisamment élevée et la fréquence peut augmenter linéairement avec le temps. Il n'y a pas de repliement. \rightarrow CROISSANCE LINÉAIRE de F_{\max}

Dans le cas b) il y a repliement, car il n'y a plus la croissance linéaire de F_{\max} parce que nous avons pas respecté le théorème de Shannon et pour ça on observe la DECROISSANCE DE $F_s - F_{\max}$

(3)



BXXX) Fréquence échantillonnage Bxxx

Dans la première figure on y a $f_{\max} = 4 \cdot 494 \text{ Hz} = 1976 \text{ Hz}$

$$\text{pic A} = 494 \text{ Hz}$$

$$\text{pic B} = 988 \text{ Hz}$$

$$\text{pic C} = 1482 \text{ Hz}$$

$$\text{pic D} = 1976 \text{ Hz}$$

Dans la deuxième figure on y a

$$\text{pic A}' = 494$$

$$B' = 664$$

$$C' = 988 \text{ Hz}$$

$$D' = 1158 \text{ Hz}$$

On y a nephements

signes sous-échantillonné

Pour trouver F_{e_s}

$$B' \rightarrow \frac{F_{e_s}}{2} - \left(\frac{f_{\max}}{2} \right) = 664$$

$$\rightarrow F_{e_s} = 664 + 1976 \text{ Hz} \approx 2640 \text{ Hz}$$

\rightarrow Pe autre C e D ramme ni B' e D'

$$1976 + 664 = 2640 \text{ Hz}$$

$$1158 + 1482 = 2640 \text{ Hz}$$

Axxx)

Dans la figure A) la fréquence fondamentale est à 440 Hz et ses harmoniques à 880 Hz, 1320 Hz et 1760 Hz ayant toutes la même DSP.

Dans la figure B) la fréquence fondamentale est à 440 Hz et ses harmoniques à 880 Hz et à 1320 Hz, mais avec une puissance supérieur à l'originale, et croissante pour les harmoniques



pour trouver la fréquence d'échantillonnage de Axxx

$$F_e - f = 880 \text{ Hz}$$

$$\rightarrow F_e = 880 \text{ Hz} + 1760 \text{ Hz}$$

$$= 2640 \text{ Hz} \rightarrow < 2 \cdot 1760 \text{ Hz} \quad ?$$



→ Il 1760 Hz est aussi sur 880 et augmente la puissance

mais non remplacé !!

Se F_c è multiplo della f fondamentale non vi è aliasing o meglio le freq. maggiori di F_c si trovano in qualche prima

→ On peut tout de même les fréquences supérieures à $F_e/2$ mais on ne parle pas des "jumelles" fréquences malgré un fréquence d'échantillonnage borne.



De manière générale, si on veut conserver la fréquence fondamentale et ses harmoniques sans dégrader le signal avec faible fréquence d'échantillonnage, il faudra choisir F_e telle que

$$\rightarrow F_e = k * F_{\text{fondamentale}} \quad \text{avec } k \text{ entier}$$

le signal replié se superpose parfaitement avec le signal non replié

4

CHANGEMENT DE CADENCE

Fig A

- les fréquences sur l'abscisse sont non pas en赫特 mais elles sont normalisées (f / F_e). Cette représentation est moins naturelle qu'en赫特.
- la figure à droite est sur-échantillonné et il est plus fidèle à la figure de gauche, mais on a des signaux symétriques qui apparaissent à cause de la périodisation du signal en fréquence \rightarrow REPETITION SPECTRALE
- la figure de milieu le DSP perd 6 dB par rapport à l'original

↓

Car on a divisé F_e par 2. Or, la transformée de Fourier

(*) est proportionnel à F_e , donc la puissance est proportionnelle

$$\propto (F_e)^2 \rightarrow$$

↓

$$\text{En dB } -10 \log_{10} (P_2)$$

$$-10 \log_{10} \left(\frac{1}{4} \right) = -6 \text{ dB}$$

CHUTE DE
PUISSEANCE

→ Expliquer la différence en fréquence est normalisé

→ PÉRIODISATION DU SPECTRE

potentiel → FFT autocor.

DIFFÉRENZA A e B dato che A è normalizzato quindi che lo spettro sia diverso ma c'è solo dovuto alla normalità.

la densité spectrale de puissance $|X(\omega)|^2$ est bien aussi la transformée de Fourier de l'autocorrelation

$$\text{Trav. Fourier } X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

5

ECHANTILLONNAGE EN 2D

L'image qu'on nous propose est une image avec une fréquence très élevée (qui augmente quand on se rapproche du coin bas droit).

On va sous-échantillonner cette image et on va à garder qu'un pixel sur quatre en horizontal et en vertical



On constate alors que des cercles apparaissent qui ne figuraient pas dans l'image original : cela est dû au non-échantillonnage.