

CHAPITRE 1A

Rappels:

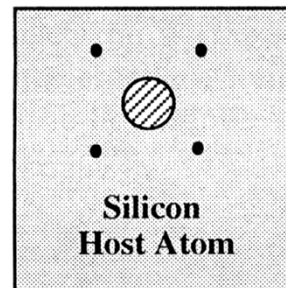
Semi-conducteur à l'équilibre

Semi-conducteurs à l'équilibre

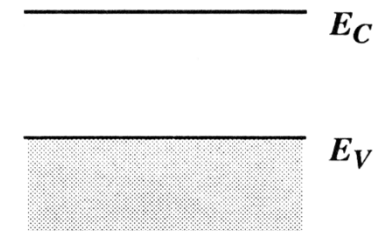
- Dopage des semi-conducteurs
 - Semi-conducteur intrinsèque
 - Le dopage n et p
 - Calcul de la densité de porteurs extrinsèques

Semi-conducteurs

- Structure en bandes d'énergie:
 - Bande de valence: c'est la dernière bande remplie à $T=0K$
 - Bande de conduction: c'est la bande immédiatement au dessus et vide à $T=0K$



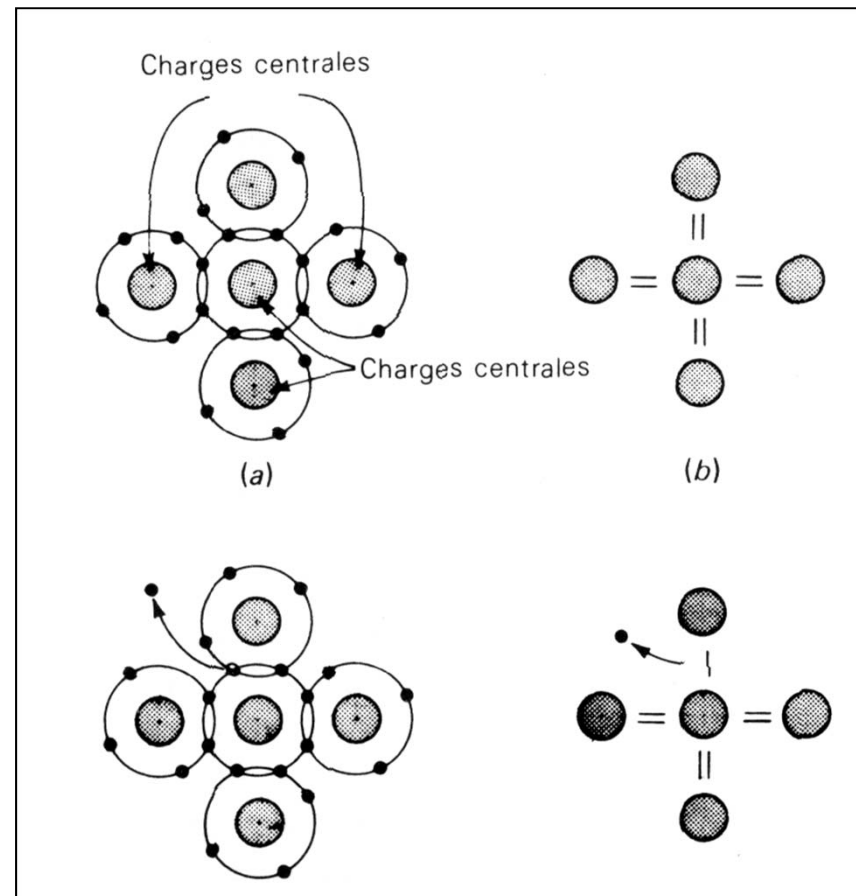
All 4 outer
electrons go
into the valence
band \Rightarrow



Notion de trous (+e !)

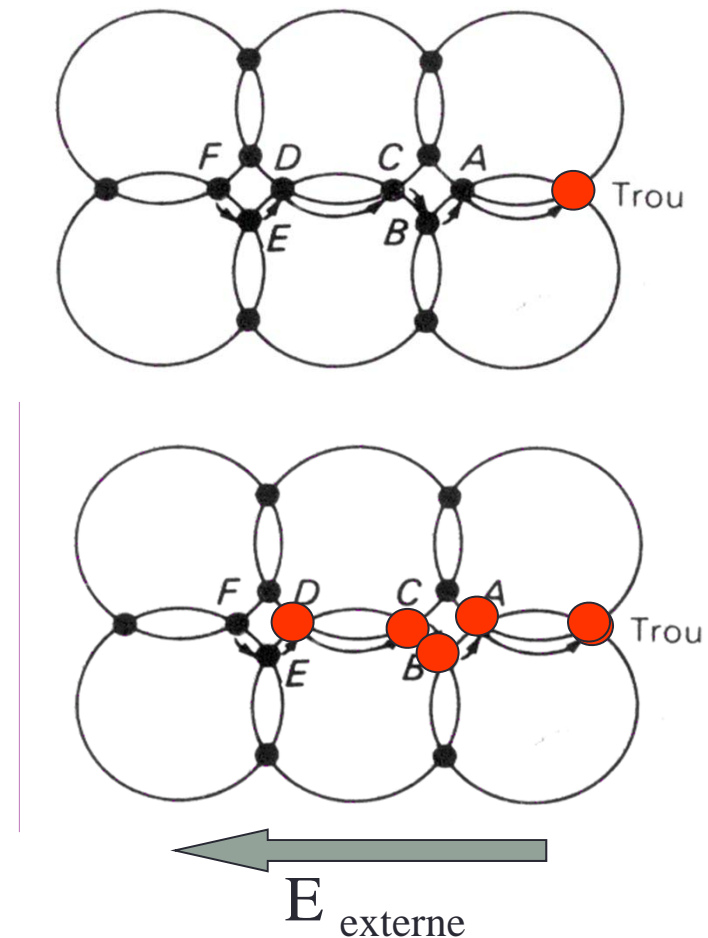
- La notion de bandes permet d'introduire le porteur de charge positif : un trou

- Aux températures différentes de 0 K, électrons « montent » dans BC, laissent des « trous » dans la BV

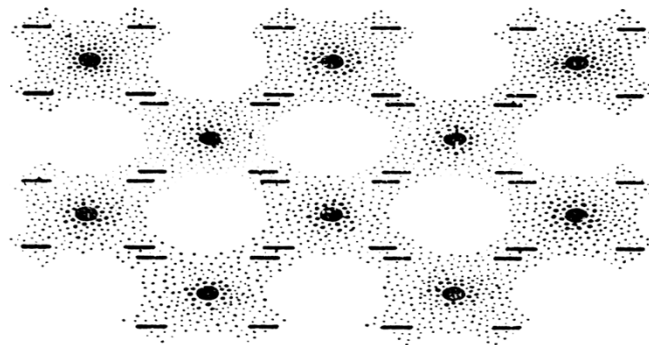


Conduction bipolaire

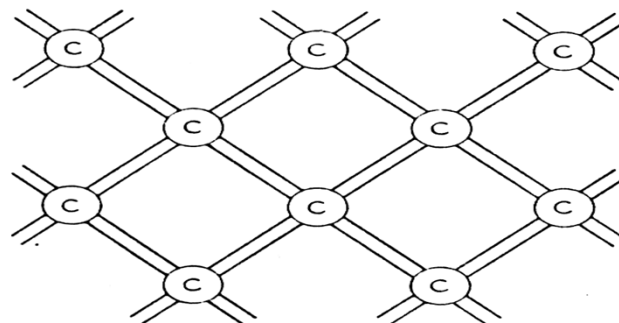
- La présence d'électrons et trous entraîne une conduction bipolaire dans les SC
- On peut privilégier une conduction par le dopage du semi-conducteur, *ie* l'introduction d'impuretés



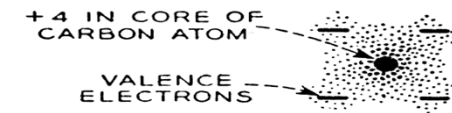
Électrons dans une structure Diamant (ex: Si)



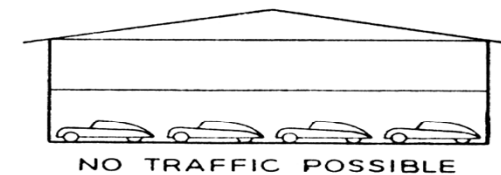
(a) ELECTRON PAIR BONDS



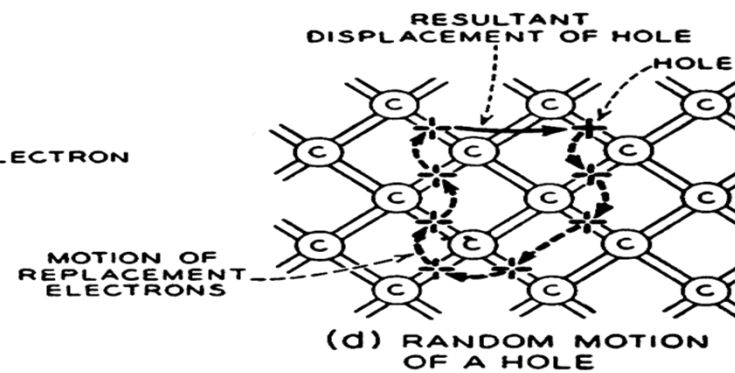
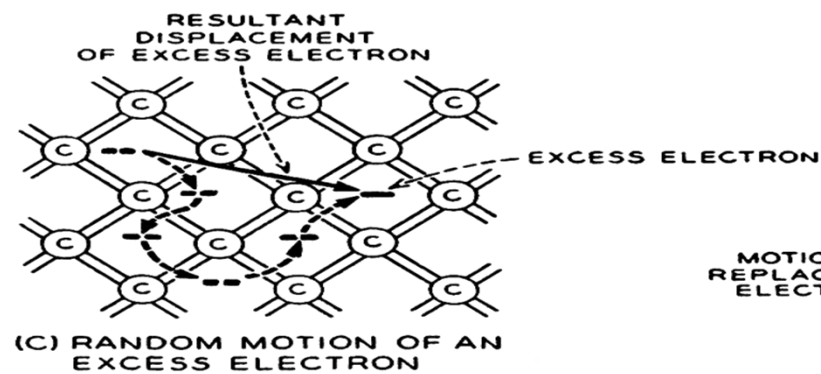
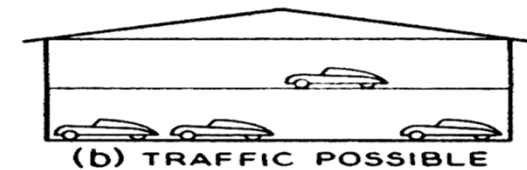
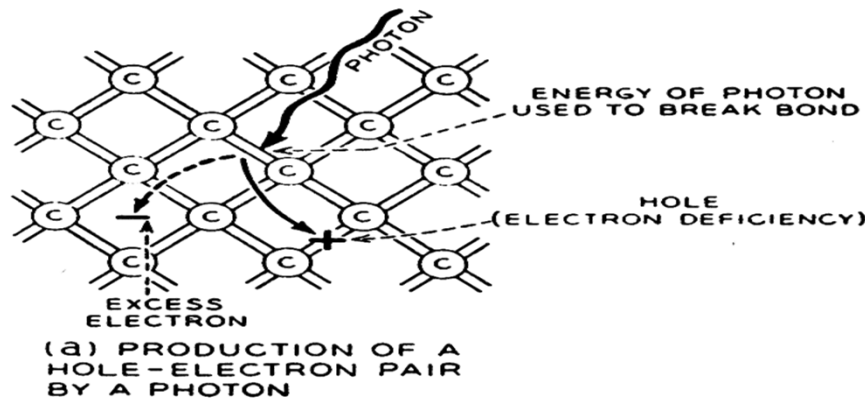
(c) PLANE DIAGRAM OF DIAMOND LATTICE WITH BONDS REPRESENTED BY LINES



(b)



Électrons dans une structure Diamant (ex: Si)



Densité de porteurs dans les bandes

- *Fonction de Fermi:*

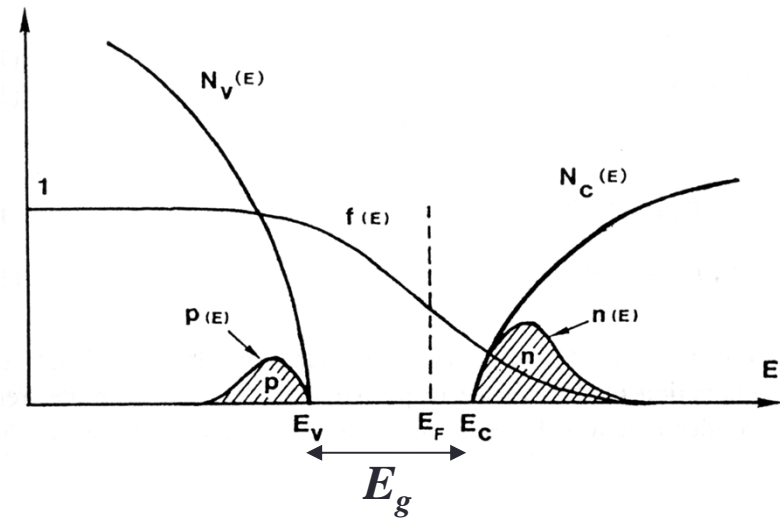
$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_F)/kT}}$$

- *Densité d'états:*

$$N_C(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_C)^{1/2}$$

$$N_V(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_V - E)^{1/2}$$

- *Densité de porteurs:*



$$n = \int_{E_C}^{\infty} N_C(E) \cdot f_n(E) \cdot dE$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} N_V(E) \cdot f_p(E) \cdot dE$$

Densité de porteurs dans les bandes

- Approximation de Boltzmann:
 - Si le niveau de Fermi est à plus de « $3kT$ » du minimum de la bande de conduction ou du maximum de la bande de valence, on peut simplifier la fonction de distribution:

$$f_n(E) \approx e^{-(E-E_F)/kT}$$

$$f_p(E) \approx e^{-(E_F-E)/kT}$$

Densité de porteurs dans les bandes

- Dans ces conditions (Boltzmann), la densité de porteurs libres s'écrit:
 - Dans la bande de conduction (électrons):

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \quad \text{avec } N_C = 2 \left(\frac{2m_C^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

valence (trou)

$$p = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{kT}\right) \quad \text{avec } N_v = 2 \left(\frac{2m_v^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Loi d'action de masse $np=n_i^2$

- Dans un semi-conducteur intrinsèque, la densité de trous est égale à la densité d'électrons:

$$np = 4 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} \exp(-E_g/kT) = n_i^2$$

- En faisant $n=p$, on obtient le niveau de Fermi intrinsèque:

$$E_i = E_{Fi} = \frac{E_C + E_V}{2} - \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_C}{N_V}\right)$$

Semi-conducteur intrinsèque

- Variation exponentielle de la densité de porteurs
- Si $n_i > 10^{15} \text{cm}^{-3}$, le matériau inadapté pour des dispositifs électroniques.

■ Remarque:

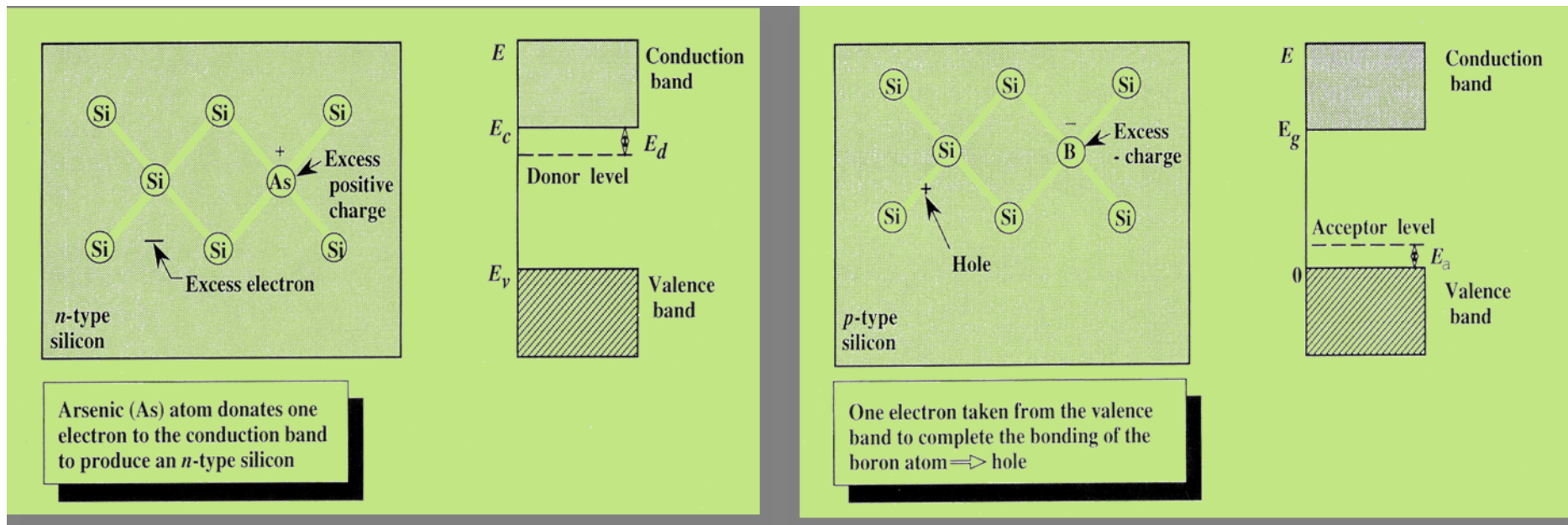
- Le produit np est indépendant du niveau de Fermi

Expression valable même si semi-conducteur dopé

 *SC à grands « gap »
Type SiC, GaN, Diamant*

 *Introduction du dopage*

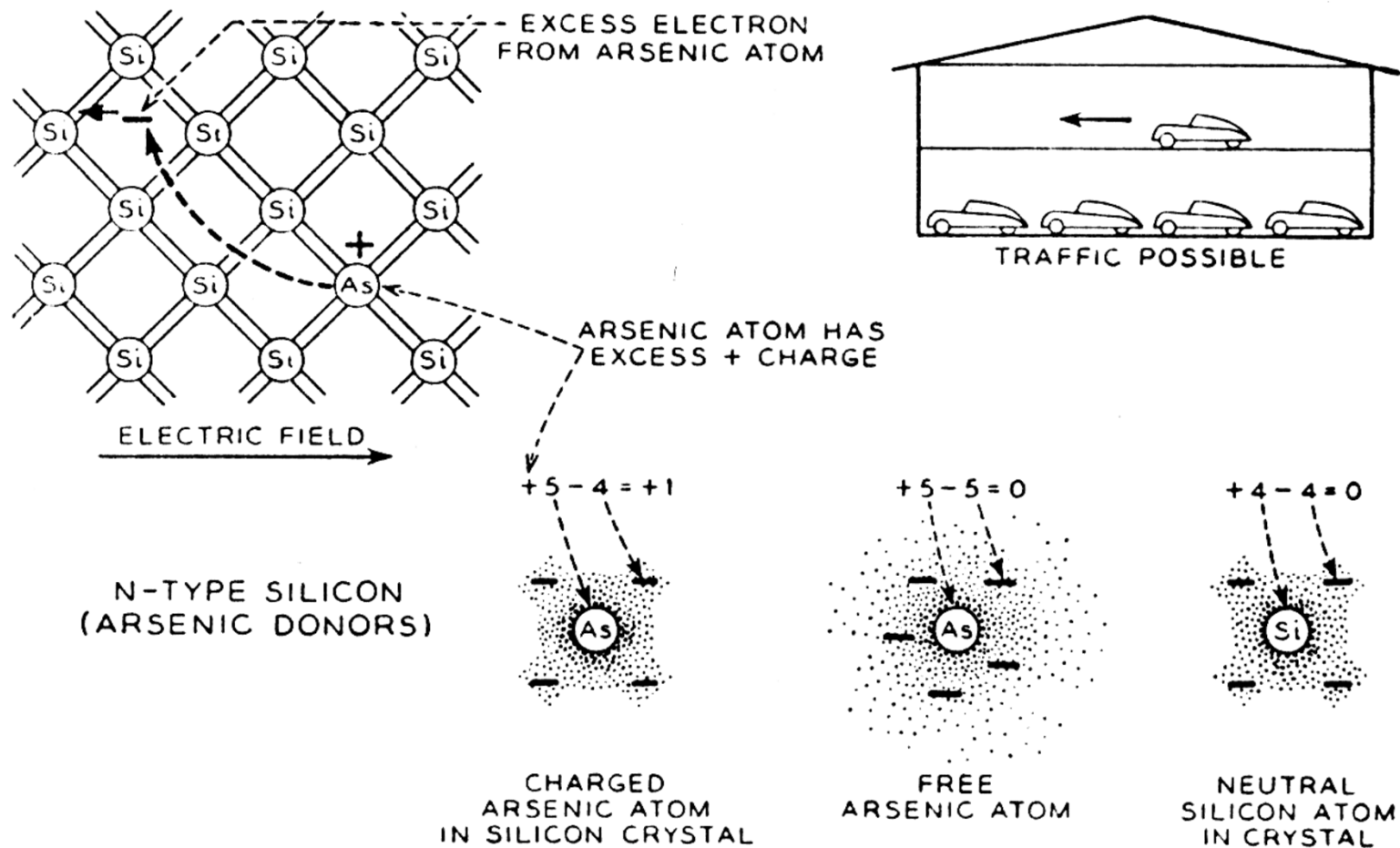
Dopage: introduction de niveau énergétique dans le gap



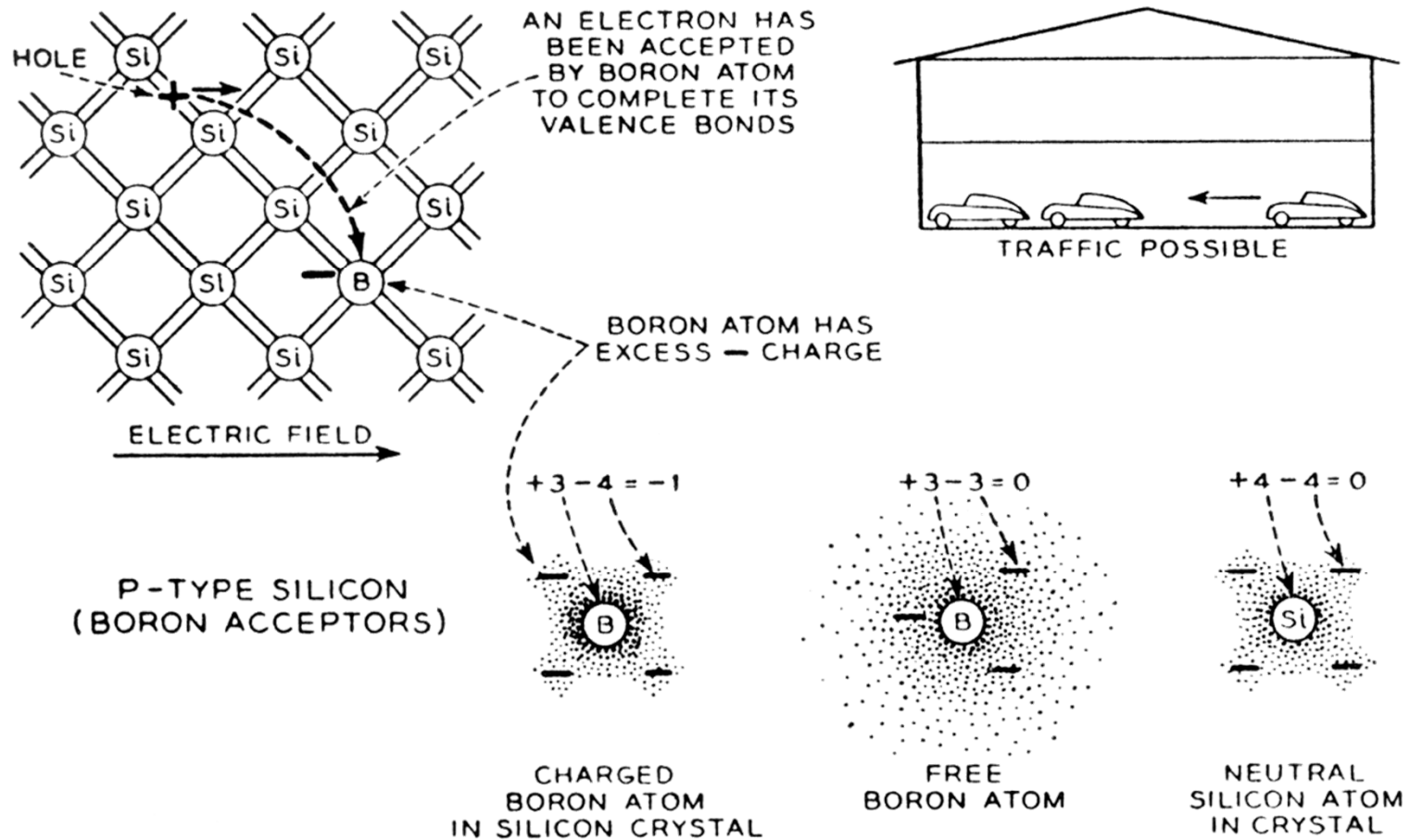
Dopage type n

Dopage type p

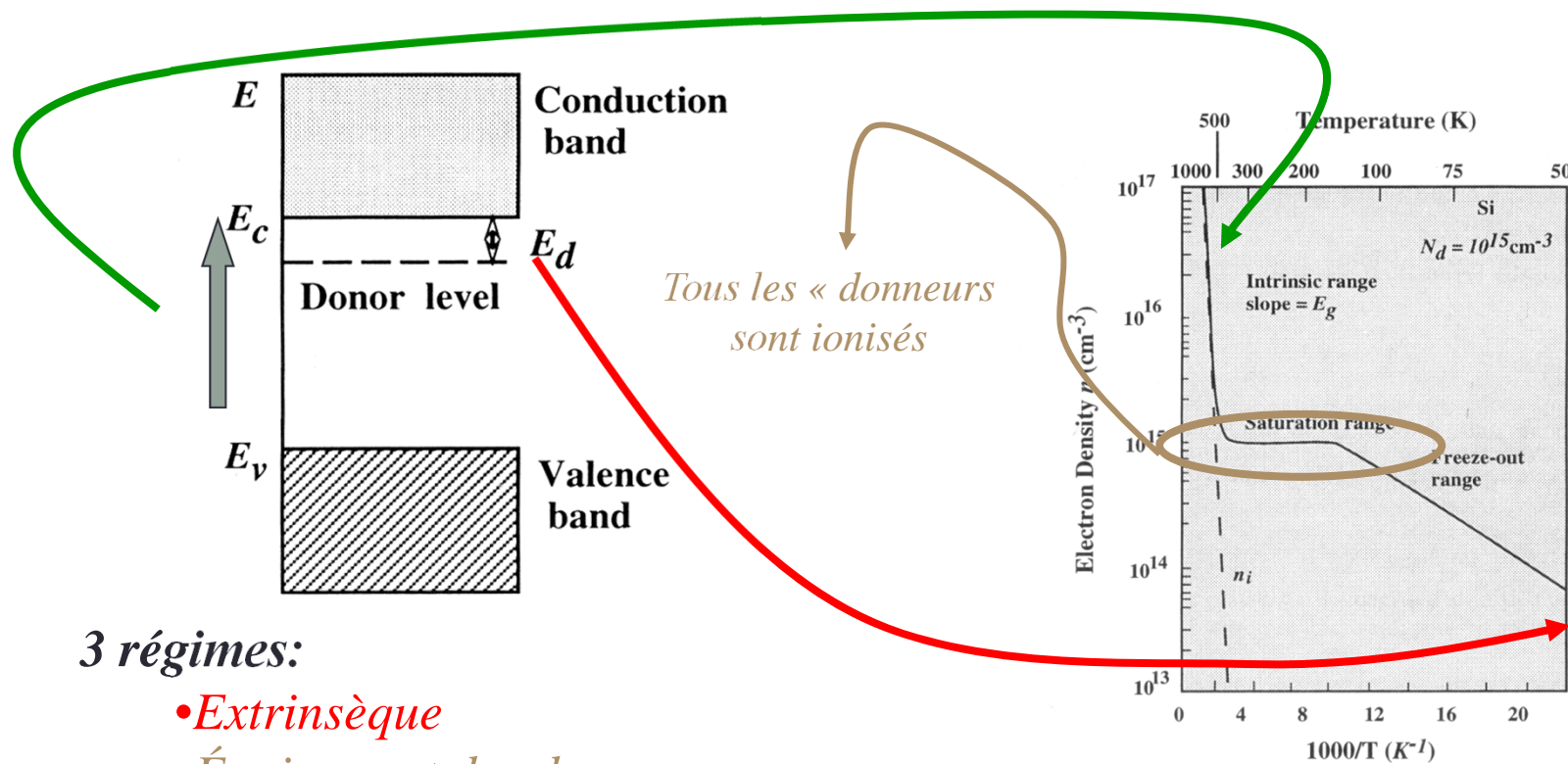
Dopage d'un SC: type *n*



Dopage d'un SC: type *p*



Variation de la conduction d'un semi-conducteur dopé en fonction de la température



3 régimes:

- *Extrinsèque*
- *Épuisement des donneurs*
- *Intrinsèque*

Calcul de la position du niveau énergétique E_d ou E_a

- Le problème « ressemble » au modèle de l'atome d'hydrogène

$$E_n = \frac{m_0 e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} = \frac{13.6}{n^2} eV$$

- Introduction du Rydberg « modifié » :

$$E_d = E_C - 13.6 \left(\frac{m^*}{m_0} \right) \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right)^2$$

Semiconductor	Impurity (Donor)	Shallow Donor Energy (meV)	Impurity (Acceptor)	Shallow Acceptor Energy (meV)
GaAs	Si	5.8	C	26
	Ge	6.0	Be	28
	S	6.0	Mg	28
	Sn	6.0	Si	35
Si	Li	33	B	45
	Sb	39	Al	67
	P	45	Ga	72
	As	54	In	160
Ge	Li	9.3	B	10
	Sb	9.6	Al	10
	P	12.0	Ga	11
	As	13.0	In	11

Exemple de dopants et leurs énergies

Densité de porteurs extrinsèques:

- nb d'électrons différents du nb de trous

$$n - p = \Delta n \neq 0$$

- Mais loi d'action de masse toujours valable, avec $n.p = cte$ (sauf si dopage trop élevé).

$$n.p = n_i^2 = cste$$

- Pour déterminer ces concentrations (n et p), on écrit la **neutralité électrique** du système.

$$n + N_A = p + N_D \quad \longrightarrow \quad n^2 - (N_D - N_A)n - n_i^2 = 0$$

Densité de porteurs extrinsèques:

- Semi-conducteurs type n ($N_D > N_A$):

$$n = \frac{1}{2} \left[N_D - N_A + \left((N_D - N_A)^2 + 4n_i^2 \right)^{1/2} \right]$$

$$p = -\frac{1}{2} \left[N_D - N_A - \left((N_D - N_A)^2 + 4n_i^2 \right)^{1/2} \right]$$

- Dans la pratique (N_D , N_A , et $N_D - N_A \gg n_i$) si bien que:

$$n \approx N_D - N_A$$

$$p \approx n_i^2 / (N_D - N_A)$$

Niveau de Fermi dans un SC dopé

- Si le SC n'est pas dégénéré, l'approximation de Boltzmann reste valable:
 - Type n et p respectivement

$$n \approx N_D - N_A = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_{F_n}}{kT}\right)$$

$$p \approx N_A - N_D = N_V \exp\left(-\frac{E_{F_p} - E_V}{kT}\right)$$

- Soit un niveau de Fermi type n et type p donné par:

$$E_{F_n} = E_C - kT \ln(N_C / (N_D - N_A))$$

$$E_{F_p} = E_V + kT \ln(N_V / (N_A - N_D))$$

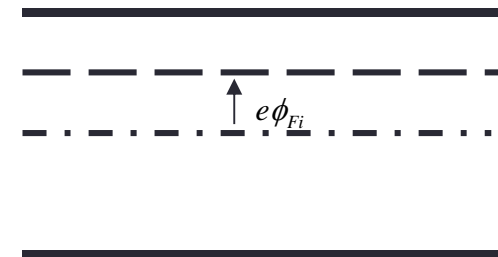
Différence $E_f - E_{fi}$

- Au lieu d'exprimer E_f en fonction de N_c et N_v , on peut écrire:

$$E_f - E_i = kT \ln \left(\frac{N_d}{n_i} \right)$$

type n

type p



$$E_i - E_f = kT \ln \left(\frac{N_a}{n_i} \right)$$

Différence $E_f - E_{fi}$

- On peut alors exprimer les densité d'électrons et de trous à *l'équilibre* par:

$$n = n_i e^{(E_F - E_{Fi}) / kT} = n_i e^{e\phi_{Fi} / kT}$$

$$p = n_i e^{-(E_F - E_{Fi}) / kT} = n_i e^{-e\phi_{Fi} / kT}$$

*Équations de
Boltzmann*

avec:

$$e\phi_{Fi} = E_F - E_{Fi} > 0$$

type n

$$e\phi_{Fi} = E_F - E_{Fi} < 0$$

type p

Semi-conducteurs dégénérés: approximation de *Joyce –Dixon*

- Dans ce cas , l'approximation de Boltzmann n'est plus valable pour le calcul:
 - soit de n et p
 - soit de la position du niveau de Fermi:on utilise alors l'approximation de Joyce-Dixon:



$$E_F = E_C + kT \left[\ln \frac{n}{N_C} + \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{n}{N_C} \right] = E_V - kT \left[\ln \frac{p}{N_V} + \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{p}{N_V} \right]$$

Peuplement des niveaux d'impuretés : gel des porteurs

- En fonction de la température, le niveau d'impureté est plus ou moins peuplé. Supposons un SC « avec » N_D donneurs et N_A accepteurs ($N_D > N_A$)
 - À $T=0K$
 - $BV \Rightarrow$ pleine
 - $E_A \Rightarrow N_A$ électrons
 - $E_D \Rightarrow N_D - N_A$ électrons
 - $BC \Rightarrow$ vide

Peuplement des niveaux d'impuretés : gel des porteurs

- À température non nulle: les électrons sont redistribués mais leur nombre reste *constant !!!*. *L'équation de neutralité électrique* permet de connaître leur répartition:

$$\begin{aligned}(n - n_i) + n_d &= N_D \\ (p - n_i) + p_a &= N_A\end{aligned}$$



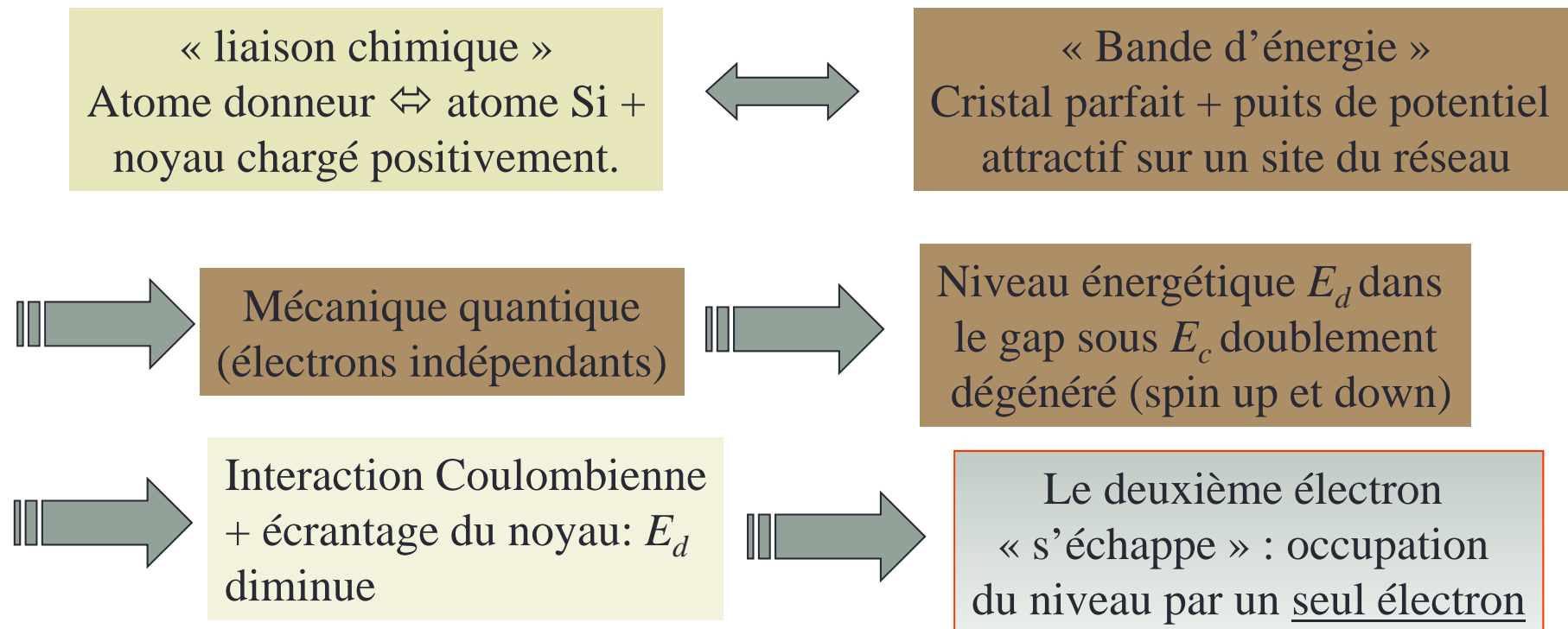
$$n + n_d = N_D - N_A + p + p_a$$

n, p : électrons (trous) libres dans BC (BV)

$n_d (p_a)$: électrons (trous) liés aux donneurs (accepteurs)

Fonction de distribution des atomes d'impuretés – Principe d'exclusion de Pauli

Comparaison de l'image « chimique » et de la description en « bande d'énergie » de l'atome donneur ou accepteur:



Probabilité d'occupation du niveau d'impureté

- Proba d'occupation et nb d'électrons sur E_d :

$$f_n = \left(1 + \frac{1}{2} \exp \frac{E_d - E_f}{kT}\right) \quad n_d = \frac{N_d}{1 + \frac{1}{2} \exp \frac{E_d - E_f}{kT}}$$

- Proba de non occupation et nb de trous sur E_a :

$$f_p = \left(1 + \frac{1}{4} \exp \frac{E_f - E_a}{kT}\right) \quad p_a = \frac{N_a}{1 + \frac{1}{4} \exp \frac{E_f - E_a}{kT}}$$

Niveau « donneur »:le facteur 1/2

- Atome de Phosphore (col V):
 - États électroniques $3s^2 3p^3$: 2e s et 2e p participent aux liaisons \Leftrightarrow 1e sur le niveau E_D (le 5° !)
- il (le 5° !) possède un spin particulier *up ou down*
- Une fois l'e parti ($f(E)$) la « case » vide peut capturer un spin up ou down \Rightarrow le mécanisme (la proba.) de capture est augmenté / à l'émission.

$$f_D(E) > f(E)$$

Semi-conducteur fortement dopé

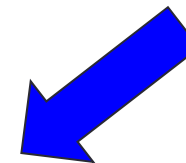
- Si dopage trop important, les impuretés se « voient » (rayon de Bohr 100 angströms)

||  le niveau d'énergie associé s'élargit

- Un effet important est la diminution du « Gap » du SC et donc *n_i augmente!!*:

$$\Delta E_g \cong -22.5 \left(\frac{N_d}{10^{18}} \frac{300}{T(K)} \right)^{1/2} meV$$

pour le Silicium



CHAPITRE 1B

Semi-conducteurs hors équilibre

Plan:

- Recombinaison et génération
- Courants dans les SC
- Équation de densité de courants
- Équations de continuité
- Longueur de Debye
- Équation de Poisson
- Temps de relaxation diélectrique

Phénomènes de Génération - Recombinaison

- Loi d'action de masse:

- À l'équilibre thermodynamique:
- Hors équilibre: apparition de phénomènes de Génération Recombinaison

$$np = n_i^2$$

- création ou recombinaison de porteurs :

$$\text{Unité } [g]=[r]=s^{-1}cm^{-3}$$

- Taux net de recombinaison:

$$g' - r' = g + g_{th} - r' = g - r$$

externe

interne

avec

$$r = r' - g_{th}$$

Différents chemins de recombinaison

Génération depuis
état lié

Génération bande à bande

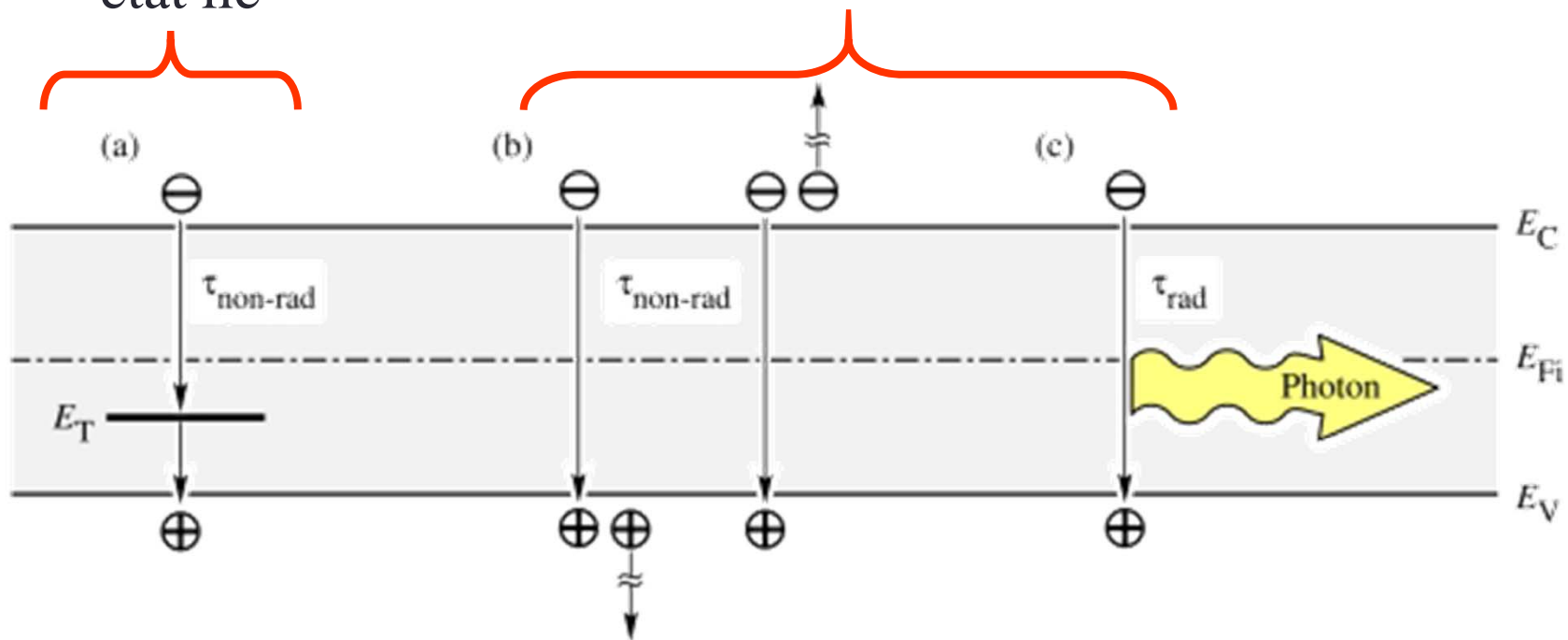


Fig. 1.6. Band diagram illustrating nonradiative recombination (a) via a deep level, (b) via an Auger process and (c) radiative recombination.

Recombinaison: 2 « chemins » possibles

- Recombinaison directe électron-trou
 - Processus fonction du nombre d'électron et de trous

$$r_p = \frac{\Delta p}{\tau_p} \qquad r_n = \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

- Exemple: type n + excitation lumineuse en faible injection (ie)

$$\Delta n = \Delta p \ll n_0$$

$$p = p_0 + \Delta p \qquad n = n_0 + \Delta n \approx n_0$$

- *En régime de faible injection le nombre de porteurs majoritaires n'est pas affecté.*

Recombinaison: 2 « chemins » possibles

- Recombinaison par centres de recombinaison:
 - En général ces centres se trouvent en milieu de bande interdite
 - Le taux de recombinaison s'écrit:

$$r = \frac{1}{\tau_m} \frac{np - n_i^2}{2n_i + p + n}$$



Équation de Shockley-Read

- Où τ_m est caractéristique du centre recombinant
- Si les 2 processus s'appliquent:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_{n(p)}}$$

Recombinaison: 2 « chemins » possibles

- Si semi-conducteur peu dopé: on applique SR
- Si semi-conducteur dopé n:

$$r_p = \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

- Si région « vide » de porteurs (ex: ZCE)

$$r = -\frac{n_i}{2\tau_m} < 0$$

*Taux net de génération.
Création de porteurs*

Excitation lumineuse

Type P

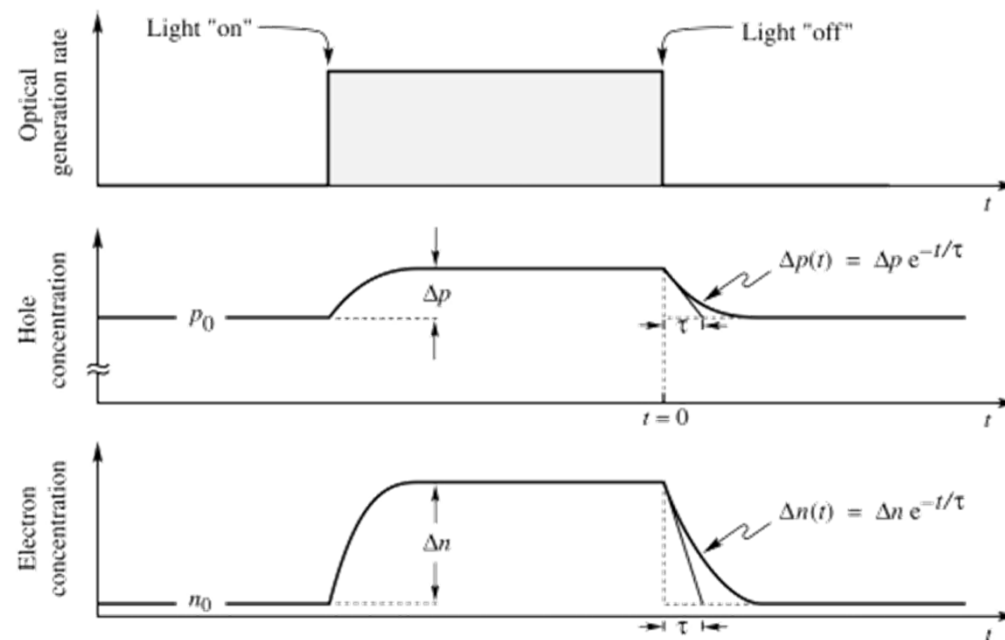


Fig. 1.2. Carrier concentration as a function of time before, during, and after an optical excitation pulse. The semiconductor is assumed to be p-type and thus it is $p_0 \gg n_0$. Electrons and holes are generated in pairs, thus $\Delta p = \Delta n$. Under low-level excitation shown here, it is $\Delta n \ll p_0$. In most practical cases the equilibrium minority carrier concentration is extremely small so that $n_0 \ll \Delta n$.

Recombinaison radiative ou non

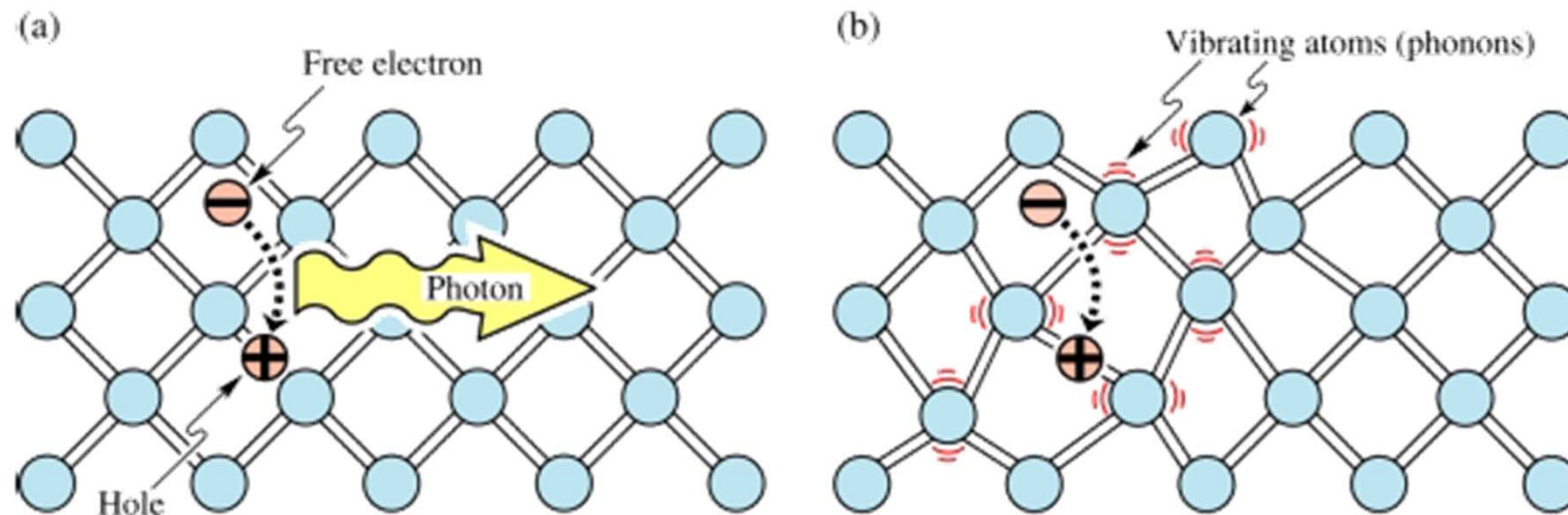


Fig. 1.5. (a) Radiative recombination of an electron-hole pair accompanied by the emission of a photon with energy $h\nu \approx E_g$. (b) In non-radiative recombination events, the energy released during the electron-hole recombination is converted to phonons (adopted from Shockley, 1950).

Recombinaisons de surface

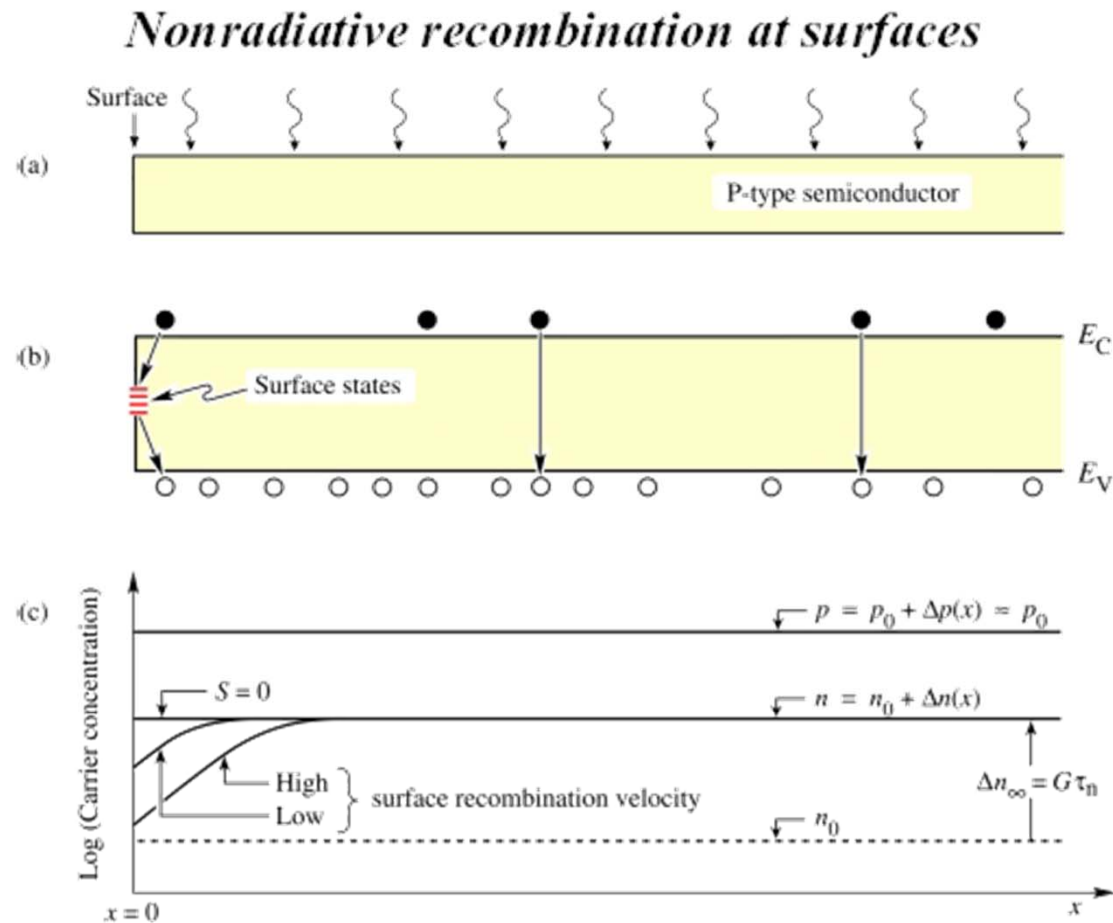


Fig. 1.9. (a) Illuminated p-type semiconductor, (b) band diagram, and (c) minority and majority carrier concentration near the surface assuming uniform carrier generation due to illumination. The excess carrier concentrations are Δn and Δp .

Courants dans les SC

- Courant de conduction: présence de champ électrique
 - Si $E=0$, vitesse des électrons=vitesse thermique (10^7 cm/s) mais \Rightarrow vitesse **moyenne** nulle car chocs (« scattering ») avec le réseau + impuretés.
 - Libre parcours moyen (« mean free path »):

$$l = v_{th} \cdot \tau \approx 100 \text{ \AA}$$

$$\tau \approx 0.1 \text{ ps}$$

Courants dans les SC

- Courant de conduction: présence de champ électrique
 - Entre deux chocs, les électrons sont accélérés uniformément suivant $-E$

- Accélération: $\gamma = -qE / m^*$

- Vitesse: $v = -qE\tau / m^* = \pm\mu E$

- Mobilité: $\mu = |q\tau / m^*|$

Si : 1500 cm²/Vs
GaAs: 8500 cm²/Vs
In_{0.53}Ga_{0.47}As: 11000 cm²/Vs

Courants dans les SC

- La densité de courant de conduction s'écrit:
 - Pour les électrons:

$$\vec{J}_{cn} = -ne\vec{v}_n = ne\mu_n \vec{E}$$

- Pour les trous:

$$\vec{J}_{cp} = +pe\vec{v}_p = pe\mu_p \vec{E}$$

- Pour l'ensemble:

$$\vec{J}_{c\text{total}} = \vec{J}_n + \vec{J}_p = (ne\mu_n + pe\mu_p) \vec{E}$$

Courants dans les SC

- Importance de la mobilité sur les composants
 - Mobilité la plus élevée possible
 - \Rightarrow vitesse plus grande pour un même E
 - Facteurs limitants:
 - Dopage
 - Défauts (cristallins, structuraux, ...)
 - Température
 - Champ électrique de saturation + géométrie

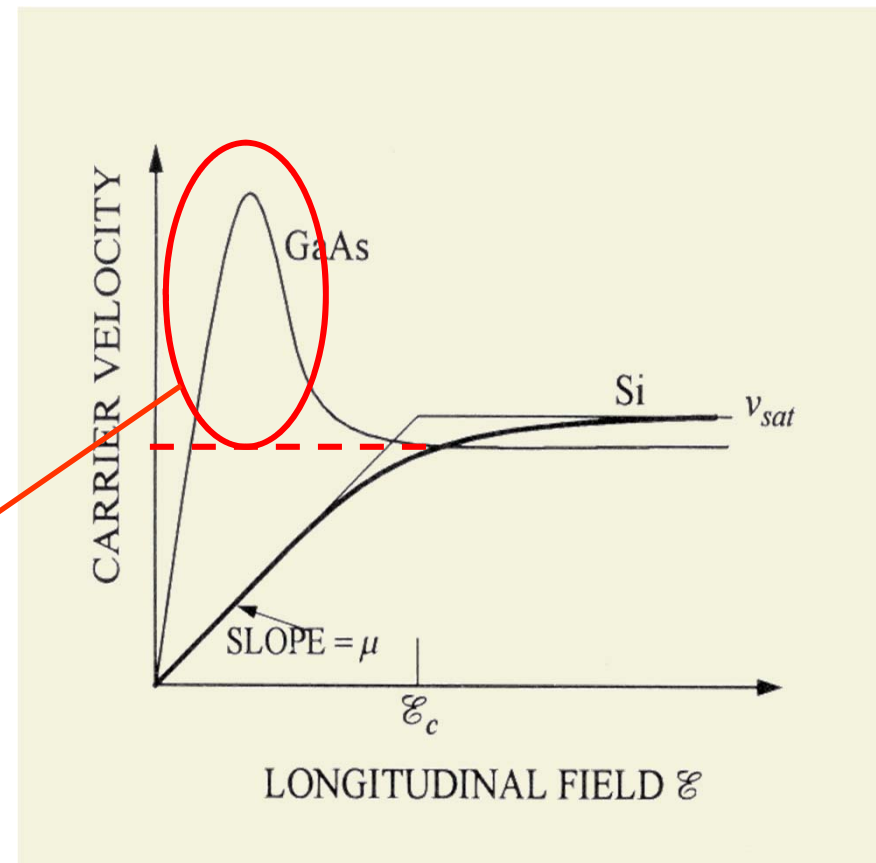
Courants dans les SC

- Vitesse de saturation des électrons
 - La relation linéaire vitesse – champ valide uniquement pour:
 - Champ électrique pas trop élevé
 - Porteurs en équilibre thermique avec le réseau
 - Sinon:
 - Au-delà d'un champ critique, saturation de la vitesse
 - Apparition d'un autre phénomène: « velocity overshoot » pour des semiconducteurs multivallée.
 - Régime balistique: pour des dispositifs de dimensions inférieures au libre parcours moyen ($0.1\mu\text{m}$)

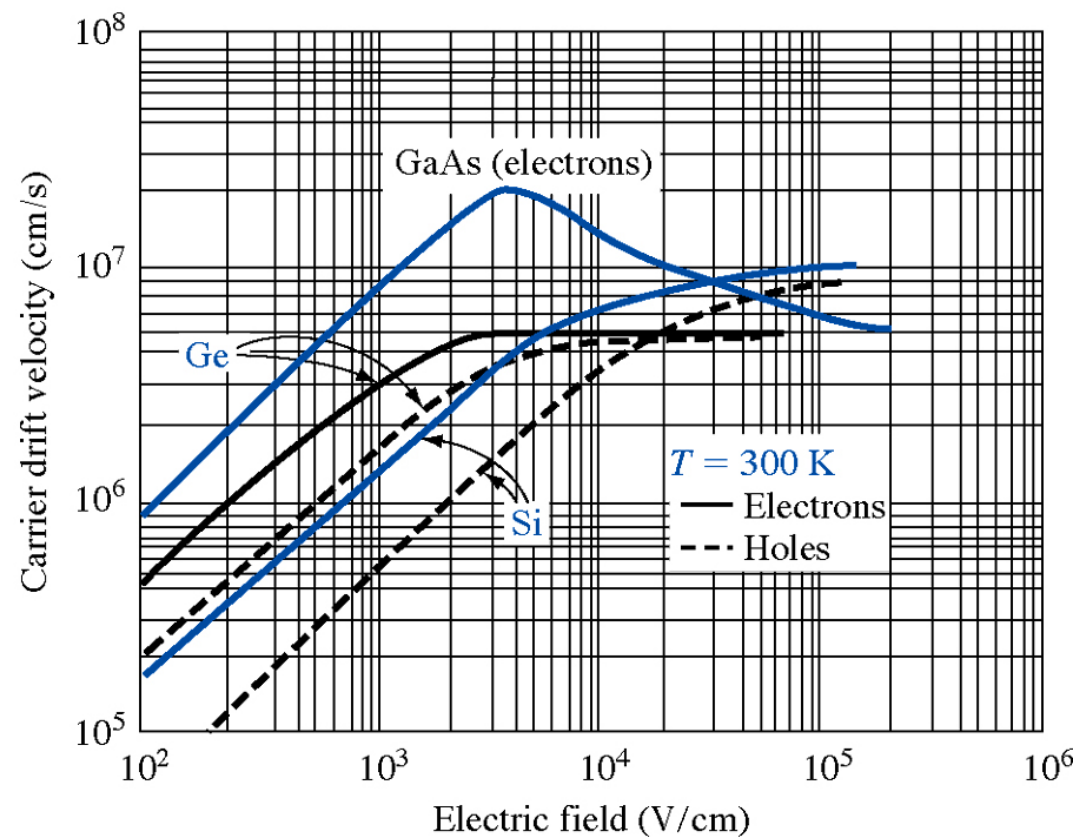
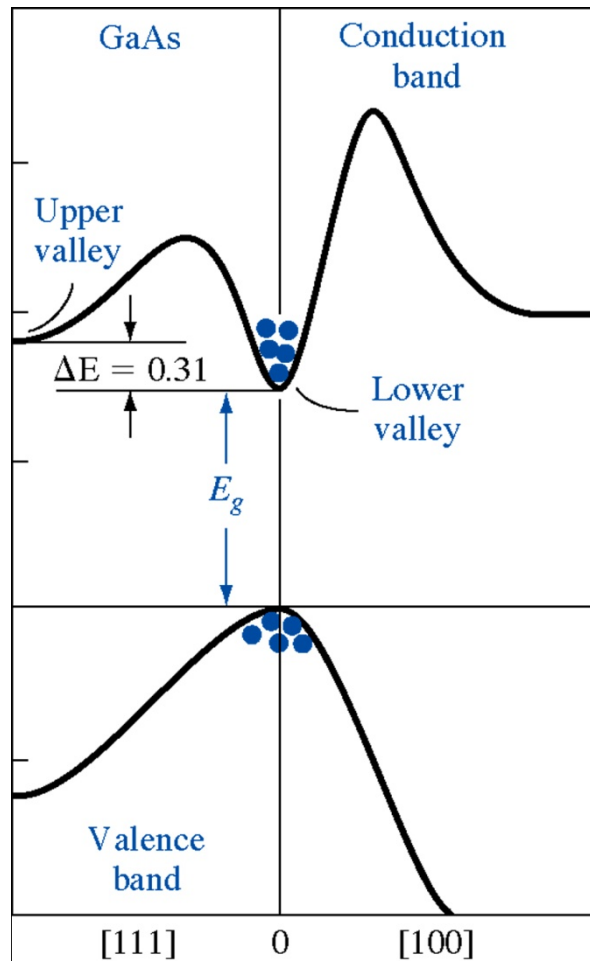
Vitesse de saturation

- Différents comportements en fonction du SC

Survitesse
(« *overshoot* »)



Survitesse dans le cas de SC multi vallées



Courants dans les SC

- Courant de diffusion:
 - Origine: gradient de concentration
 - Diffusion depuis la région de forte concentration vers la région de moindre [].
 - 1° loi de Fick:

$$n_D^x = -D_n \frac{dn}{dx}$$

nb d'e⁻ qui diffusent par unité de temps et de volume (flux)

$$p_D^x = -D_p \frac{dp}{dx}$$

nb de h⁺ qui diffusent par unité de temps et de volume (flux)

Courants dans les SC

- Courant de diffusion: somme des deux contributions (électrons et trous):

$$J_{diff} = e(-n_D^x + p_D^x) = eD_n \frac{dn}{dx} - eD_p \frac{dp}{dx}$$

- Constante ou coefficient de diffusion

$$[D_{n,p}] = \text{cm}^2/\text{s}.$$

Courants dans les SC

- Courant total: somme des deux contributions (si elles existent) de conduction et diffusion:

$$J_T = J_{cond} + J_{diff} = J_n + J_p$$

$$J_T = (ne\mu_n + pe\mu_p)E + e(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx})$$

- D et μ expriment la faculté des porteurs à se déplacer. Il existe une relation entre eux: *relation d'Einstein*:

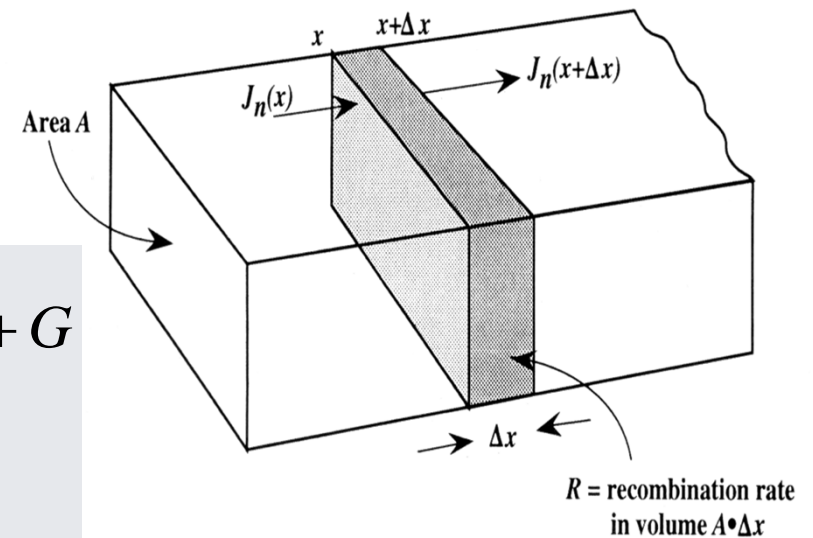
$$\boxed{\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e}}$$

Équations de continuité – longueur de diffusion

- G et R altèrent la distribution des porteurs donc du courant

$$A\Delta x \frac{dn(x,t)}{dt} = A \left[\frac{J_n(x+\Delta x)}{e} - \frac{J_n(x)}{e} \right] - R + G$$

$$A\Delta x \frac{dn(x,t)}{dt} \cong A \frac{dJ_n(x)}{dx} \frac{\Delta x}{e} - R + G$$



- On obtient alors les *équations de continuité* pour les électrons et les trous:

$$\frac{dn(x,t)}{dt} = \frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} - r_n + g_n$$

$$\frac{dp(x,t)}{dt} = -\frac{1}{e} \frac{dJ_p}{dx} - r_p + g_p$$

Équations de continuité – longueur de diffusion

- *Exemple:* cas où le courant est *exclusivement du à de la diffusion:*

$$J_n(\text{diff}) = eD_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p(\text{diff}) = -eD_p \frac{dp}{dx}$$



$$\frac{dn}{dt} = D_n \frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

$$\frac{dp}{dt} = D_p \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

Équations de continuité – longueur de diffusion

- En régime stationnaire, les dérivées par rapport au temps s'annulent:

$$\frac{d^2(n - n_0)}{dx^2} = \frac{n - n_0}{D_n \tau_n} = \frac{n - n_0}{L_n^2}$$

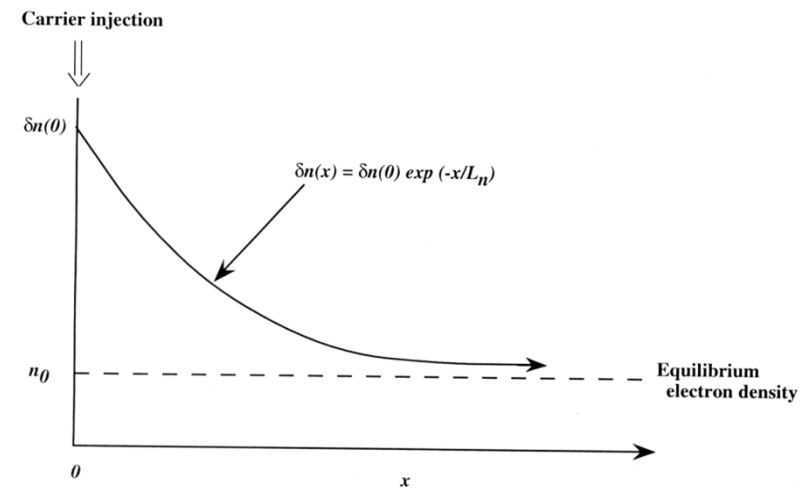
$$\frac{d^2(p - p_0)}{dx^2} = \frac{p - p_0}{D_p \tau_p} = \frac{p - p_0}{L_p^2}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

- Solutions:

$$\Delta n(x) = (n(x) - n_0) = \Delta n(0) e^{-x/L_n}$$



- **Longueur de diffusion**: représente la distance moyenne parcourue avant que l'électron ne se recombine avec un trou (qq microns voire qq mm)
- L_n ou $L_p \gg$ aux dispos VLSI
- *R et G jouent un petit rôle sauf dans qq cas précis* (Taur et al)

Équation de Poisson

- Elle est dérivée de la première équation de Maxwell. Elle relie le potentiel électrique et la densité de charge:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{sc}}$$

- Dans les SC, deux types de charges (fixes et mobiles):

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \left[\underbrace{p(x) - n(x)}_{\text{Charge mobiles (électrons et trous)}} + \underbrace{N_D^+(x) - N_A^-(x)}_{\text{Charges fixes (dopants ionisés)}} \right]$$

Longueur de Debye

- Si on écrit l'équation de Poisson dans un type n en exprimant n en fonction de ϕ_{Fi} :

$$\frac{d^2\Phi_{Fi}}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \left[N_d(x) - n_i e^{e\Phi_{Fi}/kT} \right]$$

en remarquant que: $V(x) = \Phi_{Fi} + cte$

- Si $N_d(x) \Rightarrow N_d + \Delta N_d(x)$, alors Φ_{Fi} est modifié de $\Delta\Phi_{Fi}$

$$\frac{d^2\Delta\phi_{Fi}}{dx^2} - \frac{e^2 N_d}{\epsilon_{sc} kT} \Delta\phi_{Fi} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \Delta N_d(x)$$

Longueur de Debye

- Signification physique?
 - Solution de l'équation différentielle du 2° degré:

$$\Delta\phi_{Fi} = A \exp\left(-\frac{x}{L_D}\right) \quad \text{avec} \quad L_D = \sqrt{\frac{\epsilon_{sc} kT}{e^2 N_D}}$$

- La « réponse » des bandes n'est pas *abrupte* mais « prend » quelques L_D (si $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $L_D=0.04\mu\text{m}$). Dans cette région, *présence d'un champ électrique* (neutralité électrique non réalisée)

Temps de relaxation diélectrique

- Comment évolue dans le temps la densité de *porteurs majoritaires* ?
 - Équation de continuité (R et G négligés):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial J_n}{\partial x}$$

$$\text{or } J_n = \sigma E = E / \rho_n \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -en / \epsilon_{sc}$$

d'où

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n}{\rho_n \epsilon_{sc}}$$

$$\text{Solution: } n(t) \propto \exp(-t / \rho_n \epsilon_{sc})$$

$$\tau = \rho_n \epsilon_{sc}$$

Temps de relaxation diélectrique (10^{-12} s)