Modéliser en logique propositionnelle

- Modéliser c'est traduire un problème réel dans un modèle formel donné en ne sélectionnant que les connaissances utiles
- Pour nous le modèle formel est la logique propositionnelle, donc modéliser revient à :
  1. Choisir des « propositions atomiques » et leur attribuer des symboles propositionnels
  2. Représenter les données du problème par des formules
  3. Identifier le problème de logique à résoudre dont le résultat donnera un résultat au problème réel posée : satisfiabilité, validité, équivalence, conséquence…

Retour à l’exemple introductif

Pb : l’argumentation suivante est-elle correcte ?

« Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.

Si le vol a été minutieusement préparé, alors, si le prévenu avait un complice, un butin moins important eût été emporté.

Or, le butin n'a pas été important.

Donc, le prévenu n'a pas commis le vol. »

Identification des propositions atomiques

Pb : l'argumentation suivante est-elle correcte ?

« Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.

Si le vol a été minutieusement préparé, alors, si le prévenu avait un complice, un butin moins important eût été emporté.

Or, le butin n'a pas été important.

Donc, le prévenu n'a pas commis le vol. »

Attribution de symboles prop.

Pb : l'argumentation suivante est-elle correcte ?

« Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.

Si le vol a été minutieusement préparé, alors, si le prévenu avait un complice, un butin moins important eût été emporté.

Or, le butin n'a pas été important.

Donc, le prévenu n'a pas commis le vol. »

- p = le prévenu a commis le vol
- q = le vol a été minutieusement préparé
- r = le prévenu avait un complice
- s = le butin a été important

Attribution de symboles prop.

Pb : l'argumentation suivante est-elle correcte ?

« Si p, c'est que q, ou alors r.
Si q, alors, si r, s.
Or, n's pas.
Donc, n'p pas. »

– p = le prévenu a commis le vol
– q = le vol a été minutieusement préparé
– r = le prévenu avait un complice
– s = le butin a été important

Représentation des données par des fbf

Pb : l'argumentation suivante est-elle correcte ?

« Si p, c'est que q, ou alors r.

Si q, alors, si r, s.

Or, n's pas.

Donc, n'p pas. »

Représentation des données par des fbf

Pb : l’argumentation suivante est-elle correcte ?

« *Si p, c'est que q, ou alors r.* $(p \Rightarrow (q \vee r))$

Si q, alors, si r, s.

Or, n's pas.

Donc, n'p pas. »

Représentation des données par des fbf

Pb : l'argumentation suivante est-elle correcte ?

« *Si p, c'est que q, ou alors r.*	$(p \Rightarrow (q \vee r))$
Si q, alors, si r, s.	$(q \Rightarrow (r \Rightarrow s))$
Or, n's pas.	
Donc, n'p pas. »	

Représentation des données par des fbf

Pb : l'argumentation suivante est-elle correcte ?

« *Si p, c'est que q, ou alors r.*	$(p \Rightarrow (q \vee r))$
Si q, alors, si r, s.	$(q \Rightarrow (r \Rightarrow s))$
Or, n's pas.	$\neg s$
Donc, n'p pas. »	

Représentation des données par des fbf

Pb : l’argumentation suivante est-elle correcte ?

« *Si p, c'est que q, ou alors r.*	$(p \Rightarrow (q \vee r))$
Si q, alors, si r, s.	$(q \Rightarrow (r \Rightarrow s))$
Or, n's pas.	$\neg s$
Donc, n'p pas. »	$\neg p$

Identification du problème modélisé

- Traduction du pb :

L'argumentation est correcte si et seulement si

$$\{(p \Rightarrow (q \vee r)) , (q \Rightarrow (r \Rightarrow s)) , \neg s\} \models \neg p$$

Identification du problème modélisé

- Traduction du pb :

L'argumentation est correcte si et seulement si

$$\{(p \Rightarrow (q \vee r)) , (q \Rightarrow (r \Rightarrow s)) , \neg s\} \models \neg p$$

- Résolution du pb.
  - 4 symboles {p,q,r,s} => 2^4=16 interprétations
  - On vérifie que pour toute interprétation I telle que $val(p \Rightarrow (q \vee r),I)=val(q \Rightarrow (r \Rightarrow s),I)=val(\neg s,I)=1$ on a également $val(\neg p,I)=1$

Identification du problème modélisé

- Traduction du pb :

L'argumentation est correcte si et seulement si

$$\{(p \Rightarrow (q \vee r)) , (q \Rightarrow (r \Rightarrow s)) , \neg s\} \models \neg p$$

- Résolution du pb.
  - Pour I t.q. I(p)=I(q)=I(r)=I(s)=0 on a :

    $val(p \Rightarrow (q \vee r), I) = 1$

    $val(q \Rightarrow (r \Rightarrow s), I) = 1$

    $val(\neg s, I) = 1$

    $val(\neg p, I) = 1$

Identification du problème modélisé

- Traduction du pb :

L'argumentation est correcte si et seulement si

$$\{(p \Rightarrow (q \vee r)) , (q \Rightarrow (r \Rightarrow s)) , \neg s\} \models \neg p$$

- Résolution du pb.
  - Pour I t.q. I(p)=I(q)=I(r)=I(s)=1 on a :

    $val(p \Rightarrow (q \vee r),I) = 1$

    $val(q \Rightarrow (r \Rightarrow s),I) = 1$

    $val(\neg s,I) = 0$

    $val(\neg p,I) = 0$

Identification du problème modélisé

- Traduction du pb :

L'argumentation est correcte si et seulement si

$$\{(p \Rightarrow (q \vee r)) , (q \Rightarrow (r \Rightarrow s)) , \neg s\} \models \neg p$$

- Résolution du pb.
  - Pour I t.q. I(p)=I(q)=1 et I(r)=I(s)=0 on a :

    $val(p \Rightarrow (q \vee r),I) = 1$

    $val(q \Rightarrow (r \Rightarrow s),I) = 1$

    $val(\neg s,I) = 1$

    $val(\neg p,I) = 0$

Identification du problème modélisé

- Traduction du pb :

L'argumentation est correcte si et seulement si

$$\{(p \Rightarrow (q \vee r)) , (q \Rightarrow (r \Rightarrow s)) , \neg s\} \models \neg p$$

- Résolution du pb.
  - Pour I t.q. I(p)=I(q)=1 et I(r)=I(s)=0 on a :

    val($p \Rightarrow (q \vee r)$,I) =val($q \Rightarrow (r \Rightarrow s)$,I) =val($\neg s$,I)=1

    mais val($\neg p$,I)=0
  - Donc $\{(p \Rightarrow (q \vee r)) , (q \Rightarrow (r \Rightarrow s)) , \neg s\} \not\models \neg p$
  - L'argumentation n'est donc pas correcte !