UNIVERSITÉ de MONTPELLIER
— Faculté des Sciences —
Département de Mathématiques
Année 2019–2020

Algèbre Linéaire et Analyse 2
HLMA203
LICENCE 1ère année
Série 1 - Série 3

Contrôle Continu n°1

Date : 4 mars 2019, 09h45
Durée : 60 minutes (hors tiers-temps)

Documents, calculatrices et
autres portables : interdits.

Nom :
Prénom :
Groupe :

Note /16 :

QCM : cocher chaque case d'un **V** (pour Vraie) ou **F** (pour Fausse). Barème : +0.50 point pour une réponse juste et -0.25 point pour une réponse fausse (0 point si case non cochée).

L'acronyme e.v signifie "espace vectoriel" ; celui s.e.v, "sous-espace vectoriel".
La lettre $\mathbb{K}$ désigne un corps commutatif.

CC1-a

1. [F] Pour toutes parties X et Y d'un e.v E, $Vect(X \cup Y) = Vect(X) \cup Vect(Y)$.
2. [V] Pour tous e.v E et F, il existe une application linéaire $E \longrightarrow F$.
3. [V] Dans $M_2(\mathbb{R})$, il existe des matrices non nulles A, B, C : $AB = AC$ et $B \neq C$.
4. [V] Le polynôme $X^6 - X^3 + 1$ divise $X^9 + 1$.
5. [V] Pour ses lois usuelles, l'ensemble $\mathbb{R}(X)$ (fractions rationnelles) n'est pas un corps.
6. [V] Pour tous polynômes complexes P et Q : $d°(P.Q) = d°(P) + d°(Q)$.
7. [F] Les éléments inversibles de $\mathbb{K}[X]$ sont les polynômes de degré 1.
8. [V] Les polynômes réels de degré 1 sont des polynômes premiers de $\mathbb{R}[X]$.
9. [F] Pour tout s.e.v F (d'un e.v E), nous avons : $F = F \oplus F$.
10. [V] Pour toutes parties $X \subset Y$ d'un e.v E, nous avons : $Vect(Y) \supset Vect(X)$.
11. [V] Une application linéaire $f : E \longrightarrow F$ est bijective si et seulement si $Ker(f) = 0$.
12. [ ] Toute famille de vecteurs, contenant une famille libre, est une famille libre.
13. [ ] La différence de deux applications linéaires $E \longrightarrow F$ est une application linéaire.
14. [ ] Si F et G sont des s.e.v d'un e.v E, avec $F \subset G$ ou $G \subset F$, alors $F \cup G$ est un s.e.v.
15. [ ] Pour un e.v E : le complémentaire d'un s.e.v n'est jamais s.e.v.
16. [ ] Dans $M_n(\mathbb{C})$: les matrices triangulaires supérieures ne forment pas un s.e.v.

17. La réunion d'une famille quelconque de s.e.v (d'un e.v E) est un s.e.v de E.

18. Toute famille de vecteurs, contenue dans une famille génératrice, est génératrice.

19. Pour ses lois naturelles, l'ensemble $\mathbb{C}$ est une droite vectorielle complexe.

20. Tout polynôme réel de degré $n \in \mathbb{N}$ admet n racines (multiplicités comptées).

21. Les fonctions bornées $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^*$ forment naturellement un e.v.

22. Les polynômes réels de degré 2020 ne forment pas un s.e.v de $\mathbb{R}[X]$.

23. Le polynôme réel $X^3 + X^2 - 8X - 12$ admet une racine double.

24. L'ensemble des solutions d'un système linéaire est naturellement un e.v.

25. Le polynôme $X^4 - 1$ divise $X^2 + 1$.

26. L'ensemble des fonctions continues positives $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ n'est pas s.e.v de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.

27. L'addition de $\mathbb{R}$ distribue sa multiplication.

28. L'entier relatif -7 est premier.

29. Dans $M_3(\mathbb{R})$ (matrices carrées réelles d'ordre 3), le produit est commutatif.

30. Le polynôme réel $X^2 + 4$ n'est pas premier.

31. Le noyau d'une application linéaire est naturellement un e.v.

32. Le produit de 2 formes linéaires $E \longrightarrow \mathbb{K}$ est toujours une forme linéaire $E \longrightarrow \mathbb{K}$.