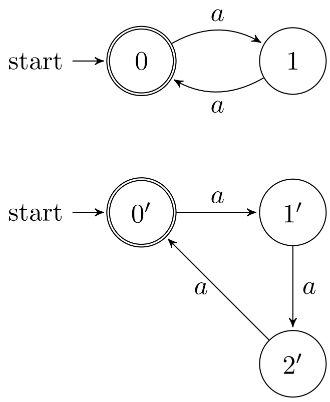
Modèles de calcul (HAI402I)

Université de Montpellier

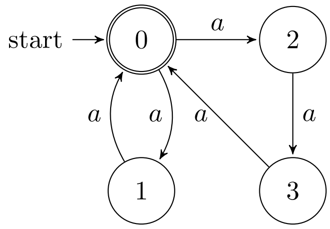
TD 5

Exercice 1 Déterminiser

Déterminiser les AFND suivants définits sur l'alphabet $\Sigma = \{a\}$:

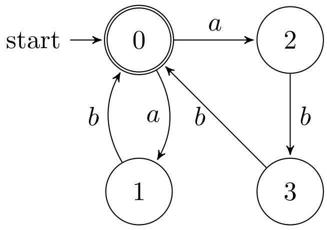


a)

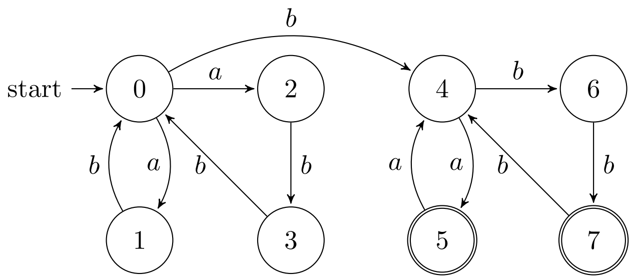


b)

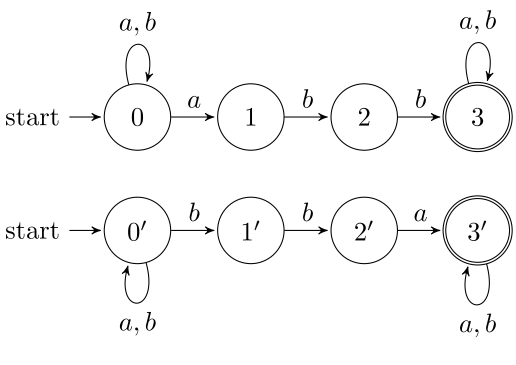
Déterminiser également les AFND suivants définits sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:



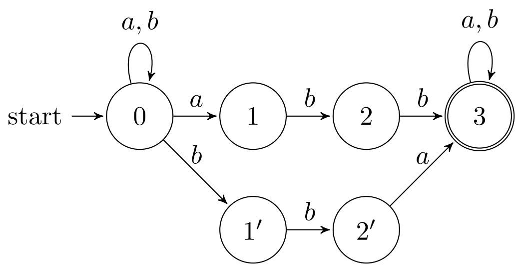
c)



d)



e)



f)

Exercice 2 Programmes de Rosza

Étant donné l'alphabet $\Sigma = \{\boxed{0}, \boxed{\mathbf{I}}, \boxed{\mathbf{S}}, \boxed{\blacktriangleleft}, \boxed{\blacktriangleright}, \boxed{\circledcirc}, \boxed{\mathbf{R}}\}$, on définit $\mathcal{L}_R \in \Sigma^*$ comme étant le langage des programmes de Rosza. Le but de cet exercice est de déterminer si ce langage est rationnel.

1. Définir un sous-langage de $\mathcal{L}_R$, **suffisant** pour définir tous les programmes d'arité zéro. De quels jetons peut-on se contenter ?

2. Donnez un expression rationnelle correspondant à ce langage. En déduire un AFD permettant de le reconnaître.

3. Montrer que le langage des programmes n'utilisant pas les jetons $\boxed{\circledcirc}$ et $\boxed{\mathbf{R}}$ est rationnel. Donnez une expression rationnelle et un AFD correspondants à ce langage.

4. Montrer que, par contre, les programmes commençant par les jetons $\boxed{\circledcirc}\boxed{\blacktriangleleft}\boxed{\mathbf{I}}$ suivit uniquement de jetons de $\{\boxed{0}, \boxed{\mathbf{I}}, \boxed{\mathbf{S}}, \boxed{\blacktriangleleft}, \boxed{\blacktriangleright}\}$ forment (déjà) un langage non-rationnel.

5. On considère maintenant les programmes n'utilisant pas les jetons $\boxed{\blacktriangleleft}$ et $\boxed{\blacktriangleright}$. Montrez que toutes les fonctions qu'on peut calculer ainsi sont d'arité 0 ou 1. Que peut-on en déduire sur l'utilité du jeton $\boxed{\mathbf{R}}$ dans ce cas ? Montrer que ces programmes forment un langage rationnel.

6. Montrer que, par contre, si on autorise un jeton binaire tel que $\boxed{+}$ (en plus de $\boxed{0}$, $\boxed{\mathbf{I}}$, $\boxed{\mathbf{S}}$, $\boxed{\circledcirc}$, $\boxed{\mathbf{R}}$), alors les programmes que l'on peut faire forment (déjà) un langage non-rationnel.

7. Montrer que tout suffixe d'un programme de Rosza correspond à une suite de sous-programmes $\boxed{f_1}\boxed{f_2} \ldots \boxed{f_t}$.

8. On va maintenant décrire un automate **infini** non-déterministe permettant de reconnaître les programmes bien formés. Dans cet automate chaque état correspond à une suite finie d'entiers de $\mathbb{N}$, $i_1, i_2, \ldots, i_t$, avec $t \geq 0$. Cette suite signifie que si je suis à cet état, pour terminer mon programme de façon valide il me faut t "sous-programmes" $\boxed{f_1}\boxed{f_2} \ldots \boxed{f_t}$, qui sont respectivement d'arités $i_1, i_2, \ldots, i_t$. Quels sont les états initiaux et les états finaux de cet automate ? Décrire les arcs sortant d'un tel état en donnant leurs étiquettes et vers quels états ils pointent.