

# TD3 - Modélisation

## Logique Propositionnelle - HAI304I

**Exercice 1** On considère les énoncés suivants où  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  et  $T$  représentent eux-mêmes des énoncés. Formalisez ces énoncés par des formules bien formées de la logique des propositions. En cas d'ambiguïté sur la sémantique intuitive des énoncés, précisez quelle sens intuitif votre formule modélise ?

- |                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| — J'affirme $P$                      | — soit $P$ , soit $Q$ , mais pas les deux           |
| — si $P$ alors $Q$                   | — si $P$ alors $Q$ sinon $R$                        |
| — Quand n'a pas $P$ , on n'a pas $Q$ | — si $P$ alors $Q$ à moins que $R$                  |
| — pour que $P$ , il suffit que $Q$   | — si $P$ alors $Q$ sauf si $R$                      |
| — pour que $P$ , il faut que $Q$     | — si $P$ alors si $Q$ alors $R$ sinon $S$           |
| — $P$ est une CNS pour que $Q$       | — si $P$ alors si $Q$ alors $R$ sinon $S$ sinon $T$ |

**Exercice 2** Modélisez les phrases suivantes en logique des propositions :

1. Il suffit à Eric d'assister aux cours et aux TD pour qu'il ait la moyenne.
2.  $R$  est une relation d'équivalence si et seulement si  $R$  est réflexive, symétrique et transitive.
3. Si Rose n'est pas vaccinée, il suffit d'une coupure pour qu'elle attrape le tétanos.
4. Si Pierre est chez lui, il lit ou il écoute de la musique.
5. Le Sida ne sera pas éradiqué à moins qu'un nouveau vaccin ne soit découvert.
6. Il est nécessaire d'avoir du courage et de l'habileté pour escalader cette paroi.
7. Mange ta soupe, ou tu iras au lit !

**Exercice 3** A propos de la négation :

1. Modélisez en logique des propositions les phrases suivantes :
  - (a) Jean est à son bureau, à moins qu'il soit en train de déjeuner.
  - (b) Jean a un fils ou deux filles.
  - (c) Jean n'a ni fils, ni filles
  - (d) Ni Jean ni Bernard ne possède à la fois un lecteur MP3 et un graveur.
2. En vous aidant de cette modélisation, proposez pour chaque phrase, une phrase exprimant la négation de la phrase d'origine.

**Exercice 4** Soient les structures itératives suivantes où  $P$  et  $Q$  désignent des expressions booléennes, donnez des formules logiques exprimant ce que l'on sait de  $P$  et  $Q$  à l'intérieur de la boucle et en sortie de boucle :

```
while(P && !Q) {  
    Instructions  
};
```

```
repeat  
    Instructions  
until P or not Q;
```

**Exercice 5** Le lieutenant Colombo enquête sur le crime ayant eu lieu dans la nuit du 1 au 2 octobre. Il dispose des informations suivantes :

A- *Jacques ou Martin est coupable*

B- *si Martin est coupable alors le crime a eu lieu avant minuit*

C- *si le crime a eu lieu à partir de minuit alors Jacques est coupable*

D- *le crime a eu lieu avant minuit*

Que peut-il en déduire sur l'identité du (ou des) coupable(s) ?

Même question s'il dispose de l'information supplémentaire :

E- *si Jacques est coupable alors le crime a eu lieu à partir de minuit.*

**Exercice 6** On dispose de 3 cases alignées notées 1, 2 et 3 (la case 1 est à gauche, la 2 au centre et la 3 à droite) et d'autre part de pions de formes différentes : triangle, rond ou carré. Les pions peuvent être placés dans les cases. On notera  $c_1$  l'affirmation : « L'emplacement 1 contient un pion carré » et on fera de même pour les autres formes et les autres numéros de case.

1. Modélisez les deux phrases suivantes : « *Il y a un pion rond immédiatement à droite d'un pion carré.* » et « *Chaque emplacement contient soit un pion rond soit un pion carré soit un pion triangulaire.* »
2. Donnez les modèles communs à ces 2 formules. Que peut-on en conclure quant au pion situé dans la case 2 ?

**Exercice 7** Soit le règlement suivant d'un club écossais :

1. *Tout membre non écossais porte des chaussettes orange ;*
2. *Tout membre porte une jupe ou ne porte pas de chaussettes orange ;*
3. *Les membres mariés ne sortent pas le dimanche ;*
4. *Un membre sort le dimanche si et seulement si il est écossais ;*
5. *Tout membre qui porte une jupe est écossais et marié ;*
6. *Tout membre écossais porte une jupe.*

On veut savoir s'il est possible qu'il y ait un membre dans ce club. Quel problème de logique permet de le savoir ?

**Exercice 8** : Enigme

Vous vous trouvez sur une île un peu étrange : l'île de Puro-Pira. Vous savez qu'à part vous, on y trouve deux catégories de gens : les Purs, qui ne disent que des choses vraies, et les Pires, qui ne disent que des choses fausses. Alice et Bernard sont deux habitants de l'île de Puro-Pira. Il se peut qu'ils soient deux Purs, deux Pires, une Pure et un Pire,... Tout est possible !

1. Déterminez dans chacune des situations indépendantes suivantes si Alice et Bernard sont des Purs ou des Pires. Vous justifierez votre réponse en modélisant et résolvant ce problème en logique des propositions.
  - Situation 1 : Vous rencontrez Bernard qui vous dit : « *Alice et moi sommes tous les deux des Pires* »
  - Situation 2 : Vous rencontrez Alice qui vous dit : « *Si je suis une Pure alors Bernard est un Pire* »
  - Situation 3 : Vous rencontrez Alice et Bernard : Alice dit : « *Je suis une Pure ou Bernard est un Pur* » et Bernard dit : « *Nous ne sommes pas du même type* »
2. Trouvez une phrase que ni un Pur ni un Pire ne peut dire.
3. Trouvez une phrase qui peut-être dite à la fois par un Pur et un Pire.