

Vérification (HAI603I)

Licence Informatique
Département Informatique
Faculté des Sciences de Montpellier
Université de Montpellier



TD/TP N°7 : Preuve de programmes impératifs

Exercice 1 (Sémantique)

Évaluer les programmes suivants en utilisant les règles d'évaluation vues en cours :

1. $\text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ dans les environnements $(x, 2)$, $(y, 0)$ et $(x, -2)$, $(y, 0)$.
2. $\text{while } i < 3 \text{ do } (x := x + i; i := i + 1)$ dans l'environnement $(i, 1)$, $(x, 0)$.

Exercice 2 (Logique de Hoare)

Démontrer la validité des triplets de Hoare suivants :

1. $\{x = 0\} \ x := x + 1; x := x + 1 \ \{x = 2\}$;
2. $\{x = 1 \wedge y = 2\} \ t := x; x := y; y := t \ \{x = 2 \wedge y = 1\}$;
3. $\{x \geq 0\} \ \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := 1 \text{ else } y := 2 \ \{y = 1\}$;
4. $\{x \geq 0\} \ \text{if } x \neq 0 \text{ then } x := x - 1 \text{ else } x := x + 1 \ \{x \geq 0\}$;
5. $\{\}$ while $x \neq 0$ do $x := x - 1 \ \{x = 0\}$.

Exercice 3 (Logique de Hoare)

Démontrer que le programme suivant implémente la fonction factorielle :

```
{}  
i := 0;  
r := 1;  
while i != n do  
  i := i + 1;  
  r := r × i;  
{r = n!}
```

Exercice 4 (Formalisation de la sémantique en Coq)

Réaliser les étapes suivantes en Coq :

1. Modéliser la syntaxe abstraite du langage.
2. Donner des exemples de programmes.

3. Modéliser la sémantique du langage.
4. Donner des exemples d'évaluation (lemmes).
5. Écrire directement la fonction d'évaluation.
6. Appliquer cette fonction à plusieurs programmes.
7. Démontrer les lemmes de correction et complétude.
8. Réaliser ces modélisations progressivement :
 - (a) Expressions arithmétiques.
 - (b) Expressions arithmétiques avec variables.
 - (c) Expressions arithmétiques et booléennes avec variables.
 - (d) Expressions et instructions.