Exercice 5

e) Soit $B = \{1, 2, 3\}$ $C = \{3, 4, 5\}$

$A = \{1, 2\}$ $D = \{4, 5\}$

Ainsi, $A \subseteq B$, $D \subseteq C$ et $A \cap D = \emptyset$

Cependant, $B \cap C = \{3\} \neq \emptyset$

Cette propriété est donc fausse.

f) $A \cup B = A$

$\Leftrightarrow (\forall x \in A \cup B, x \in A)$ et $(\forall x \in A, x \in A \cup B)$

$\Leftrightarrow \forall x \in B, x \in A$

$\Leftrightarrow \forall x \in B, x \in A \cap B$ (puisque $x \in A$ et $x \in B$)

$\Leftrightarrow \forall x \in A \cap B, x \in B$ (puisque $A \cap B \subset B$)

$\Leftrightarrow A \cap B = B$

Donc cette propriété est vraie

3) Soit P_n : "$\sum$(mesures des angles en radians) $= (n-2)\pi$"

Montrons ceci par récurrence :

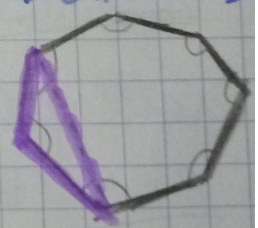
<u>Base</u> : Soit $P_{(3)}$: "$\sum_{k=1}^{n}$(des angles d'un triangle) $= (3-2)\pi$"

Or, on sait que la somme des angles d'un triangle vaut π. Deplus, $(3-2)\pi = 1 \times \pi = \pi$.

Donc, $P(3)$ est vraie.

<u>Récurrence</u> = Supposons $P(n)$ vraie, montrons que $P(n+1)$ est vrai. Ainsi, on va montrer $P(n) \Rightarrow P(n+1)$.

Supposons un polygone formé de $n+1$ côtés. On peut alors former un triangle entre deux de ces côtés adjacents, le fermant en reliant les extrémités de ces côtés.



On sait donc que la somme des angles de ce triangle est π. Par notre hypothèse de récurrence, $\sum$ des angles de $P(n) = (n-2)\pi$

$$\Rightarrow \sum \text{ des angles de } P(n+1) = \pi + (n-2)\pi = (n-1)\pi = ((n+1)-2)\pi$$

<u>Conclusion</u> :

On a montré que $P(n)$ est vraie pour $n=3$ et héréditaire puisque $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ donc par le principe de la récurrence :

$P(n)$ est vraie $\forall n \geq 3$.