Travaux Dirigés de Physique Générale (HLPH101)

> Dans la majorité des exercices, il faut d'abord établir des formules littérales, <u>et ensuite seulement</u> faire les applications numériques (A. N.). Assurez-vous que toute équation est homogène en termes de dimension et que tout <u>résultat numérique a la bonne unité</u>. Pour les calculs qui le demandent utiliser $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.

Exercice préliminaire

Simplifier et convertir les expressions suivantes dans les unités spécifiées entre parenthèses.

1. 50 km/h (en m/s) ;
2. $0{,}0002$ s $\cdot\, 102 \cdot 10^3$ km/h (en m) ;
3. $2700 \cdot 10^4$ m^3 (en km^3).

1 Statique des forces

A – Tension d'un fil

> A la fin de ce chapitre l'étudiant devra : connaître les caractéristiques des principales forces rencontrées dans le cours (poids, tension d'un fil, force de rappel d'un ressort, forces de contact...), savoir appliquer le principe fondamental de la statique, représenter le problème par un schéma, savoir faire le bilan des forces et choisir un repère adapté à la géométrie du problème, projeter une équation vectorielle sur les axes du repère choisi pour répondre aux questions posées.

1.1 ($\star$) Masse suspendue au bout d'un fil (obligatoire)

Une masse m est suspendue au bout d'un fil idéal dont l'autre extrémité est fixée au plafond. Exprimez la tension dans le fil T en fonction de m et g. (A. N. : $m = 500$ g.)

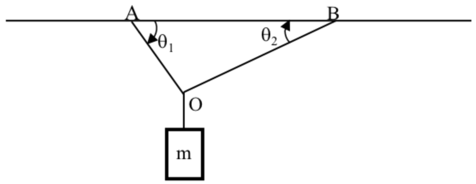
1.2 ($\star$) Masse suspendue au milieu d'un fil

Une masse de m est suspendue au milieu d'une corde de longueur L dont les deux extrémités sont fixées en deux points A et B d'un plafond horizontal. La distance $AB = L/2$. On considérera la corde sans masse, non élastique et souple.

1. Faire un schéma et identifier l'ensemble des forces exercées sur la masse.
2. Exprimez la tension de la corde en fonction de m et g. (A. N. : $m = 90$ kg.)

1.3 ($\star\star$) Masse suspendue par plusieurs fils (obligatoire)

On considère un solide de masse m suspendu par 3 fils idéaux en deux points A et B fixes. On suppose que toutes les forces sont contenues dans un plan vertical. On donne les angles que forment les fils avec le support rigide AB : $\theta_1 = 60°$ (angle BAO) et $\theta_2 = 30°$ (angle ABO).



Quelle est la valeur de l'angle au sommet O ? Déterminer les tensions des fils OA et OB à l'équilibre en orientant les axes (Ox, Oy) suivant (OB, OA). Refaire les mêmes calculs dans le cas où les axes (Ox, Oy) sont orientés horizontalement et verticalement. Conclure. (A. N. : $m = 5$ kg.)

B – Ressorts

1.4 ($\star$) Masse au bout d'un ressort (obligatoire)

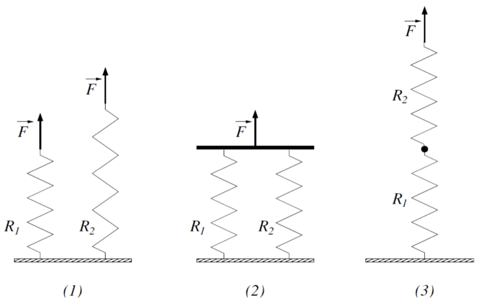
Une masse m est suspendue au bout d'un ressort, de longueur initiale L_0 et de raideur k, dont l'autre extrémité est fixée au plafond. Exprimer la longueur du ressort à l'équilibre L en fonction de m, g, k et L_0. (A. N. : $m = 500$ g ; $L_0 = 10$ cm ; $k = 100$ N.m^{-1}.)

1.5 ($\star\star$) Ressorts en série et ressorts en parallèle

Soit deux ressorts R_1 et R_2 à spires non jointives que nous souhaitons caractériser. Leurs longueurs au repos l_0 sont identiques. Ils sont orientés verticalement et nous travaillerons en extension, c'est-à-dire, que les forces de traction seront orientées verticalement et vers le haut.

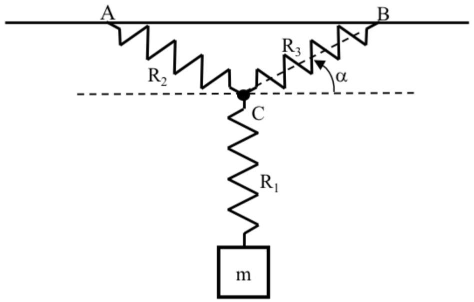
1. Lorsqu'on applique une force verticale $\overrightarrow{F}$ à R_1 et R_2 leurs longueurs respectives sont de l_1 et l_2 (Fig. 1 ci-après). Exprimer les constantes de raideur des deux ressort k_1 et k_2 en fonction de $||\overrightarrow{F}||$, l_0, l_1 et l_2.
2. Les deux ressorts ont une de leurs extrémités reliées par une barre qui reste parallèle au support lors du mouvement (Fig. 2). On applique une force verticale $\overrightarrow{F}$. Quelle sera la nouvelle longueur ? Exprimer le résultat en fonction de $||\overrightarrow{F}||$, l_0, k_1 et k_2.
3. Les deux ressorts sont mis bout à bout (Fig. 3). On applique la même force qu'avant. Quelle sera la nouvelle longueur ? Exprimer le résultat en fonction de de $||\overrightarrow{F}||$, l_0, k_1 et k_2.
4. Peut-on remplacer les configurations des questions 2 et 3 par un ressort dont vous préciserez les caractéristiques pour chaque question ? Conclure.

(A. N. : $l_0 = 10$ cm ; $||\overrightarrow{F}|| = 10$ N ; $l_1 = 15$ cm ; $l_2 = 20$ cm.



1.6 (⋆⋆⋆) Système de plusieurs ressorts

On se propose d'étudier le système à l'équilibre représenté sur la figure ci-après. Un cube de masse m est suspendu à l'extrémité du ressort R_1. L'autre extrémité du ressort R_1 est raccordée en un nœud C où sont attachées les extrémités de deux autres ressorts R_2 et R_3 dont les autres extrémités sont accrochées sur une partie fixe aux points respectifs A et B.



Les trois ressorts utilisés ici sont identiques et de constante de raideur k, et leur longueur au repos sera notée l_0 (on écrira donc $\Delta l = l - l_0$).

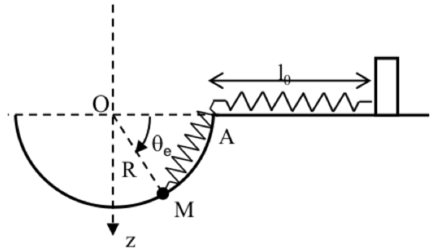
1. Quelles sont les forces qui s'appliquent sur le cube ? En déduire l'expression de la longueur du ressort R_1 en fonction de m, k, l_0 et de l'accélération de la pesanteur g.
2. Représenter sur un schéma les forces s'exerçant sur le nœud C. Exprimer l'intensité de ces trois forces en fonction de m, g et de l'angle α indiqué sur le schéma.
3. En déduire l'expression de la longueur des ressorts R_2 et R_3 en fonction de m, k, l_0, α et g.
4. Exprimer par ailleurs l'angle α en fonction de AB et de la longueur l_3 du ressort R_3 (utiliser des considérations géométriques).
5. Déduire des deux questions précédentes une équation vérifiée par α (cette équation permet de complètement caractériser l'équilibre du système mais on ne demande pas de résoudre cette équation ici).

6. On fait l'expérience avec un autre cube de masse M inconnue et on mesure $\alpha = 30°$, en déduire M. Faire l'application numérique.

(A. N. : $AB = 50$ cm ; $m = 1$ kg ; $k = 25$ N.m^{-1} ; $l_0 = 10$ cm ; $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.)

1.7 (⋆⋆⋆) Ressort et gouttière

Une bille, assimilée à un point matériel de masse M de masse m, peut glisser sans frottement sur le fond d'une gouttière demi cylindrique de rayon R. Elle est reliée à une extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0, l'autre extrémité étant fixée sur un support situé à la distance l_0 du rebord (voir figure ci-dessous). La bille reste toujours en contact avec la gouttière. Le ressort au repos voit l'une de ses extrémités en bord de gouttière. La bille subit les trois forces suivantes : son poids $\overrightarrow{P}$, la force de rappel du ressort $\overrightarrow{T}$ et la force de contact du support $\overrightarrow{C_N}$. **On supposera que l'angle en A ne perturbera pas l'élongation du ressort.**



Le point M est repéré par l'angle θ que fait OM avec l'horizontale OA.
Rappel de quelques formules trigonométriques :

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$
$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$
$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$
$$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$$

On rappelle que la somme des trois angles d'un triangle est égale à π.
OMA est un triangle isocèle.

1. Représenter les forces agissant sur la masse sur un schéma. Donner leurs expressions respectives.
2. Ecrire la condition d'équilibre.
3. En projetant convenablement cette condition, déduire une relation entre l'intensité T de la force de rappel du ressort, l'intensité P du poids de la masse et l'angle $\theta = \theta_e$ (position à l'équilibre).
4. Déduire une relation entre l'intensité C_N de la force de contact de la gouttière, la force de rappel du ressort T, le poids P de la masse et l'angle θ.

5. Calculer l'allongement du ressort et montrer que la tension T du ressort s'écrit : $T = 2kR\sin(\theta_e/2)$.
6. A partir des réponses 3 et 5, exprimer $\tan\theta_e$ en fonction de m, g, k et R.
7. A. N. : calculer θ_e pour $m = 0,1$ kg, $k = 10$ N.m^{-1} et $R = 10$ cm.

C – Frottements

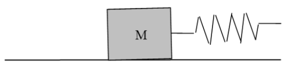
1.8 ($\star$) Plan incliné (obligatoire)

Soit une brique de masse m posée sur une table, le coefficient de frottement statique entre la brique et la table est μ_s.

1. La table est horizontale.
   (a) Le système est-il à l'équilibre ?
   (b) Représenter l'ensemble des forces qui s'exercent sur la brique.
   (c) Déterminer l'intensité de la force de contact de la table sur la brique en fonction de m et g, et donner son sens et sa direction. (A. N. : $m = 1$ kg)
2. On incline la table d'un angle α avec l'horizontale. La brique ne glisse pas.
   (a) Le système est-il toujours à l'équilibre ?
   (b) Refaire le bilan des forces s'exerçant sur la brique et les représenter sur un schéma.
   (c) Déterminer l'intensité de la force de contact de la table sur la brique en fonction des données du problème, et donner son sens et sa direction.
   (d) Calculer les composantes de la force de contact de la table orientées suivant le plan de la table et suivant la normale à la table.
   (e) Sachant que α est l'angle maximal atteint avant que la brique ne glisse, quelle est la valeur minimale μ_s ? (A. N. : $\alpha = 30°$)

1.9 ($\star\star$) Ressort et frottement

Une caisse de masse M est posée sur un plan horizontal. Le coefficient de frottement statique entre la caisse et le plan est noté μ_S. La caisse est fixée à un ressort idéal de raideur k et de longueur au repos l_0 accroché à un mur à droite. On écarte légèrement la caisse vers la gauche de sorte que le ressort ait une longueur $l > l_0$. La caisse est à l'équilibre.

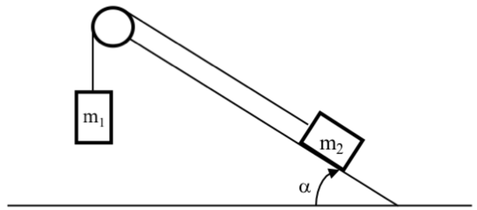


1. Représenter sur un schéma les forces qui s'exercent sur la caisse.
2. Comment s'exprime l'intensité de la force de rappel exercée par le ressort sur la caisse en fonction des paramètres du problème ?

3. Déterminer les normes des composantes normale et tangentielle de la force de contact du plan sur la caisse en fonction des paramètres M, k, l, l_0 et g.
4. Déterminer la valeur maximale que peut avoir la longueur l pour que l'équilibre soit possible.

1.10 ($\star\star$) Plan incliné et poulie (obligatoire)

Sur le schéma ci-dessous, les masses m_1 et m_2 sont identiques ($m_1 = m_2 = m$), le fil est idéal et la poulie est idéale (pas de frottement). Le système est à l'équilibre.



1. Faire le bilan des forces externes qui s'exercent sur le système constitué par la masse m_1, puis sur le système constitué par la masse m_2, et enfin sur le système constitué par l'ensemble des deux masse m_1 et m_2 reliées par le fil.
2. Quelle force particulière s'exerçant sur le système m_2 permet d'assurer l'équilibre ?
3. Quelle est l'intensité de la tension du fil ?
4. Si $\alpha = 40°$ et $m_1 = 1$ kg, quelle doit être l'intensité de la force de frottement sur m_2 ?
5. Quelle est l'intensité, en fonction de m, g et α, de la composante normale de la force de contact du plan incliné sur m_2 ?
6. Quels sont l'intensité, le sens et la direction de la force de réaction de la poulie sur le fil ?

D – Forces et pression

1.11 ($\star$) Pression dans un piston

Soit un piston vertical dont la partie supérieure, dont un néglige la masse, est mobile (on néglige les frottements). Le piston est de forme cylindrique de diamètre 20 cm. Une masse de 10 kg est posée sur la partie mobile. Quelle pression règne à l'intérieur du piston lorsque celui-ci est à l'équilibre ?

1.12 ($\star$) Enfoncement d'une punaise (obligatoire)

On exerce une force de 200 N à la surface d'une punaise pour que celle-ci s'enfonce dans du bois. La surface de la punaise sur laquelle votre pouce exerce la force (surface d'appui) est de 1 cm^2. La surface de la pointe est de 2000 μm^2.

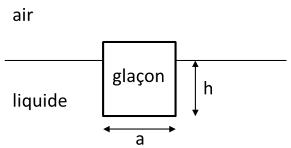
1. Calculer la pression exercée par votre pouce sur la punaise.
2. Au moment de l'enfoncement, la punaise est à l'équilibre (quasi-statique), quelle est la force exercée par le bois sur la pointe ?
3. Calculer la pression exercée par le bois sur la pointe.
4. On veut faire la même chose avec un clou dont la pointe a la même surface mais la surface d'appui est de 1 mm^2. La même pression est requise pour enfoncer le clou dans le bois. Quelle devra être la force minimale pour que le clou s'enfonce ?

E – Poussée d'Archimède

1.13 ($\star\star$) Poussée d'Archimède et ressort (obligatoire)

L'hiver dernier, la température est descendue largement au-dessous de $0°$ C. On a vu apparaître des glaçons à la surface de l'eau. On vous propose de calculer le degré d'immersion de ces glaçons dans l'eau. On considérera de l'eau douce dans tout l'exercice. La densité de l'eau $\rho_e = 1000$ kg.m^{-3}, de la glace $\rho_g = 917$ kg.m^{-3}, $g = 9,81$ m.s^{-2}.

1. Rappeler le principe d'Archimède.
2. On suppose que le glaçon est de forme cubique de côté a. Exprimer la masse M du glaçon en fonction de ρ_g et a.
3. Faire le bilan des forces en présence. Est-ce que le glaçon flotte à la surface de l'eau ?
4. Exprimer la hauteur de glace immergée h (voir figure ci-dessous) en fonction de a, ρ_g et ρ_e. (A.N. : Calculer M et h pour $a = 1$ cm).



5. Le glaçon se forme à marée basse. Lors de sa formation, il emprisonne l'extrémité d'une algue, elle-même accrochée à un rocher. A marée haute, le glaçon est totalement immergé. Exprimer l'intensité F de la force $\overrightarrow{F}$ qu'exerce l'algue sur le glaçon en fonction de ρ_g, ρ_e, g et a. Calculer F.
6. On rappelle que la force de rappel d'un ressort est proportionnelle à son allongement Δl, la constante de proportionnalité k étant appelée constante de raideur du ressort. La longueur de l'algue au repos est notée l_0. Le glaçon exerce une force sur l'algue de manière à augmenter sa longueur de $\Delta l = l - l_0$. En assimilant l'algue à un ressort, exprimer son coefficient de raideur k en fonction de ρ_e, ρ_g, a, g et Δl. (A.N. : $\Delta l = 1$ cm)

7. L'algue s'arrache du rocher lorsque son élongation est de 5 cm. Quelle est la force nécessaire à l'arrachement de l'algue ? Quel doit être le volume (et la valeur du côté) du glaçon permettant d'atteindre l'arrachement de l'algue ?

1.14 ($\star$) Poussée d'Archimède et masse volumique

Après une journée de dur labeur vous souhaitez vous servir un *Whisky on the rocks*. Vous fouillez dans votre placard et tombez sur une vieille bouteille de Whisky écossais qu'on vous a offerte lors de votre dernier voyage. Le pourcentage d'alcool affiché sur l'étiquette s'est effacé. Vous vous servez un verre en ayant pris soin d'y mettre auparavant des glaçons. Les glaçons coulent ! Quel est le pourcentage d'alcool minimum de votre Whisky sachant que les densités volumiques de l'alcool pur, de l'eau et de la glace sont respectivement 800, 1000 et 917 kg/m^3 ?
Attention ! L'abus d'alcool nuit gravement à votre santé, à consommer avec modération. Ne pas travailler régulièrement nuit gravement à vos résultats universitaires, consacrer 3 heures par semaine à vos cours et TDs de HLPH101.

1.15 ($\star\star$) Flottaison d'une coque

Quelle doit être l'épaisseur d'une coque en acier en forme de sphère creuse dont le rayon externe est $R = 10$ cm pour que celle-ci flotte à fleur d'eau ? La masse volumique de l'acier est 7 850 kg/m^3. Indications : Calculer d'abord le volume de la boule formée par la coque, puis la masse d'acier qu'elle contient en fonction de son rayon interne r et conclure.

2 Incertitudes et mesures

A la fin de ce chapitre l'étudiant devra : savoir prédire l'ordre de grandeur d'un résultat, connaître les définitions des incertitudes absolue et relative, savoir déterminer l'incertitude absolue sur une quantité mesurée à l'aide l'un instrument, calculer l'incertitude sur une grandeur déterminée à partir d'une série de mesures de cette grandeur, calculer l'incertitude sur une grandeur calculée à partir d'autres grandeurs mesurées, utiliser la règle de propagation des erreurs, écrire correctement un résultat de mesure avec son incertitude.

A – Ordres de grandeur et dimensions

2.1 ($\star$) Ordres de grandeur (question 1 obligatoire)

1. Estimer le nombre de cheveux sur la tête d'un être humain.
2. Estimer le nombre de grains de sable dans la plage allant de Carnon à la Grande Motte. Vous comparerez ce nombre au nombre d'Avogadro.
3. Estimer la masse d'un proton.

4. Estimer la longueur du trait que vous pouvez tracer avec un stylo d'encre et une cartouche pleine standard.
5. Estimer le débit du Rhône à Arles.
6. Estimer la masse de la Terre.

2.2 ($\star$) Vérification dimensionnelle (obligatoire)

Grâce à l'analyse dimensionnelle, vérifier si chacune des relations suivantes est potentiellement correcte ou assurément fausse :

1. Volume d'un cône de révolution, $V = \pi R^2 h/3$ avec R le rayon de la base et h la hauteur du cône.
2. Vitesse d'une bille en chute libre, $v = gt$ avec g l'accélération de la pesanteur et t le temps de chute.
3. Energie emmagasinée dans un oscillateur mécanique, $E = kA/2$ avec k la raideur du ressort et A l'amplitude des oscillations.
4. Pulsation propre d'un pendule en petites oscillation, $\omega_0 = (g/L)^{1/2}$ avec g l'accélération de la pesanteur et L la longueur du pendule.

2.3 ($\star\star$) Analyse dimensionnelle

La loi qui décrit le refroidissement d'une tasse de café, c ?est-à-dire l'évolution de la température T du liquide en fonction du temps t, s'écrit sous la forme :

$$T = T_f + K \exp(-t/\tau).$$

1. Quelles doivent être les dimensions respectives des grandeurs K et τ ?
2. τ est en fait proportionnel au rapport C_p/λ où C_p et λ sont deux grandeurs physiques. C_p, capacité calorifique massique de l'eau, s'exprime en J.kg^{-1}.K^{-1} et λ, conductivité thermique, s ?exprime en J.m^{-2}.s^{-1}.K^{-1}.
3. Quels sont les autres paramètres qui influent sur la valeur de τ ? A partir d'une analyse dimensionnelle, essayer de déterminer comment doit s'écrire τ en fonction de C_p, λ et de ces paramètres.

B – Dérivées

2.4 ($\star$) Dérivée d'une fonction (obligatoire)

Calculer les dérivées des fonctions suivantes en précisant leur ensemble de définition :

1. $f(x) = 2x^2 - 7x + 9$
2. $g(x) = 3x^2 - 4x - 5$
3. $h(x) = x^3 - 4/x$
4. $i(x) = 14x^2 + 4x + 3/x^2$
5. $j(x) = \cos(x^2)$
6. $k(x) = \sin(1/x)$

2.5 ($\star$) Tangente à une courbe

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe (C) représentant la fonction f au point A d'abscisse x_A dans les cas suivants :

1. $f(x) = x^2 + 3x - 12$; $x_A = 5$.
2. $g(x) = x^3 - 3x + 6$; $x_A = 1$.

2.6 ($\star$) Dérivée partielle (obligatoire)

Calculer les dérivées partielles des fonctions suivantes :

1. $\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x}$ pour $f(x, y, z) = x^2 + 3y^3 - z$
2. $\frac{\partial g(x,y,z)}{\partial x}$ pour $g(x, y, z) = 3x^2y^2 - z$
3. $\frac{\partial g(x,y,z)}{\partial y}$ pour $g(x, y, z) = 3x^2y^2 - z$
4. $\frac{\partial h(x,y,z)}{\partial y}$ pour $h(x, y, z) = x^2 - 3y^3/z$
5. $\frac{\partial h(x,y,z)}{\partial z}$ pour $h(x, y, z) = x^2 - 3y^3/z$

C – Incertitudes

2.7 ($\star$) Détermination de l'incertitude (obligatoire)

Pour connaître la profondeur d d'un puits, on abandonne une pierre, suffisamment grosse de manière à pouvoir négliger les frottements, sans vitesse initiale à l'ouverture du puits, et on mesure à l'aide d'un chronomètre l'intervalle de temps t qui s'écoule entre l'instant où on lâche la pierre et celui ou on perçoit le bruit du choc de la pierre sur l'eau.

1. Quelles sont les sources d'incertitude sur cette mesure ? L'expérimentateur, motivé, réalise 5 fois l'expérience et obtient les résultats suivants : Les nombres reportés dans

t(s)	2,86	2,99	2,90	3,01	2,84

le tableau correspondent aux nombres affichés par le chronomètre numérique.
2. Quelle est l'incertitude liée à l'instrument (en l'absence de donnée constructeur) ?
3. Quelle est l'incertitude liée aux autres paramètres ?
4. Comment s'écrit le résultat final de la mesure de t ?
5. Que néglige-t-on lorsque l'on identifie directement t au temps de chute de la pierre dans le puits ? Quel type d'erreur commet-on ? Cette erreur est-elle ou non négligeable ?
6. Comment s'écrit le résultat de mesure de d sachant que $d = gt^2/2$ avec $g = 9,81 \pm 0,01$ m.s^{-2} ?

2.8 ($\star$) Propagation des incertitudes (obligatoire)

Afin d'accéder à la vitesse v d'un mobile sur une table à coussin d'air un étudiant mesure la distance d parcourue durant un intervalle de temps t : $d = 5,10 \pm 0,01$ m et $t = 6,02 \pm 0,02$ s. Les incertitudes sont indépendantes.

1. Comment s'écrit le résultat de mesure de v ? (on calculera v et Δv en appliquant la formule générale de propagation des incertitudes).
2. Quelle est l'incertitude relative de la mesure sur d et sur t ? Quelle est celle sur v ?
3. Si la masse du mobile mesurée indépendamment est $m = 711 \pm 2$ g, quelle valeur prend la norme de la quantité de mouvement $p = mv$? Vous exprimerez le résultat dans les unités du système international.

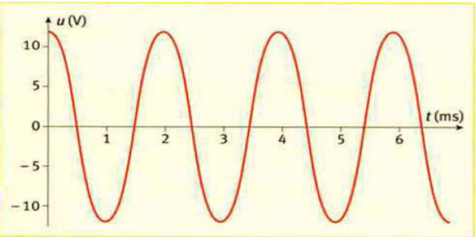
2.9 ($\star$) Propagation des incertitudes, mesures non indépendantes entre elles (obligatoire)

Une étudiante étudie les propriétés d'une résistance. Elle mesure le courant I traversant la résistance et la tension U aux bornes de celle-ci. $I = 2,10 \pm 0,02$ A et $U = 1,02 \pm 0,01$ V. Les incertitudes sont indépendantes.

1. La loi d'Ohm nous dit : $U = RI$. Comment s'écrit la valeur de la résistance R ?
2. Comment s'écrit la puissance $P = UI$ dissipée dans la résistance ?
3. L'étudiante décide de calculer la puissance P et son incertitude à partir de la formule $P = RI^2$. Elle obtient une incertitude relative de 4%. Ce résultat est-il en accord avec le résultat précédent ? Pourquoi ?

2.10 ($\star\star$) Lecture d'un graphe expérimental

Un étudiant veut mesurer la fréquence de résonance d'un circuit RLC à l'aide d'un oscilloscope. Il obtient la courbe ci-dessous.



1. En prenant une oscillation complète, déterminer la période T et son incertitude (liée à l'instrument). En déduire, la fréquence ν et son incertitude.
2. En travaillant maintenant sur trois oscillations, déterminer à nouveau la période T et la fréquence ν du signal et leurs incertitudes. Commentez.
3. La période T est liée aux valeurs de la capacité C et de l'inductance L par la relation : $T^2 = 4\pi^2 LC$. Le constructeur donne : $C = 0,10 \pm 0,01$ mF. En déduire la valeur de L ainsi que son incertitude.

2.11 ($\star\star$) Propagation des incertitudes

Un objet placé à une distance p d'une lentille voit son image formée à une distance q de celle-ci. La longueur focale f de la lentille est alors donnée par la relation : $f = \dfrac{pq}{p+q}$.

1. Déterminer l'incertitude Δf en fonction de p, q et des incertitudes Δp et Δq.
2. Un expérimentateur mesure : $p = 30$ cm et $q = 66$ cm. Sachant que les incertitudes relatives sur les mesures de positions se font à 10% près, que vaut la distance focale de la lentille ?

3 Cinématique

A la fin de ce chapitre l'étudiant sera capable de : définir et employer les concepts de position, vitesse et accélération en tant que grandeurs vectorielles ; représenter graphiquement ces grandeurs ; déterminer et résoudre l'équation horaire pour des mouvements simples d'un point matériel en une et deux dimensions (en coordonnées cartésiennes et polaires), et tracer leurs trajectoires.

A – Mouvements rectilignes

3.1 ($\star$) Conversion m/s en km/h (obligatoire)

Une voiture parcourt 100 m en 4 s à vitesse constante. Quelle est sa vitesse en km/h ?

3.2 ($\star$) Vitesse et accélération (obligatoire)

La position d'un véhicule roulant en ligne droite est donnée par $x(t) = a\,t + b\,t^3$ (en m) où t est en seconde.

1. Donner sa vitesse, $v_x(t)$, et son accélération, $a_x(t)$.
2. Quelles sont les unités des coefficients a et b ?
3. Représenter sur un graphique la vitesse et l'accélération en sachant que $a = 1$ (SI) et $b = 1/6$ (SI).

3.3 ($\star$) Vitesse et position (obligatoire)

Un mobile a une accélération $a_x(t) = 1$ m.s^{-2}. Sachant que sa vitesse initiale est $v_x(0) = -3$ m.s^{-1} et que sa position initiale est $x(0) = 1$ m, donner l'expression de sa vitesse et de sa position au cours du temps.

3.3bis ($\star\star$) Accéléromètre de smartphone pour mesurer une trajectoire

De nombreux téléphones récents sont équipés d'un accéléromètre. À l'aide d'une application comme par exemple « Physics Toolbox » (disponible sur les deux systèmes d'exploitation les plus répandus actuellement), il est possible d'enregistrer en temps réel les données de l'accéléromètre (et de nombreux autres capteurs), de les enregistrer dans un fichier tableur et de les transférer pour les traiter dans votre tableur favori.

1. Plusieurs types de trajectoires ont été ainsi mesurés, et sont disponibles sur le site moodle du cours, rubrique « Smartphone accéléromètre ». Dans un quiz, il vous est demandé d'associer chaque trajectoire mesurée avec les expériences proposées : chute libre sur le sol, sur un support mou, saut à l'élastique, lancer vers le haut, ... Notez vos réponses pour les discuter en TD.
2. Faites vous-même une mesure avec votre téléphone, ou en binôme avec un collègue si le vôtre ne possède pas d'accéléromètre. La trajectoire la plus simple est en 3 étapes : garder le téléphone immobile, le faire monter d'un mètre verticalement, et enfin le maintenir immobile à nouveau. En ouvrant le fichier de mesure dans un tableur, quel calcul devez-vous faire pour connaître la vitesse et la position au cours de l'expérience ? Lequel des 3 axes de l'accéléromètre fournit les données pertinentes ? Est-il bien calibré ? Après avoir validé votre exploitation des mesures, imprimez les 3 graphes de l'accélération, la vitesse et la position en fonction du temps.

3.4 ($\star$) Mobile dont l'équation horaire est connue (obligatoire)

Un mobile parcourt l'axe des x avec la loi horaire : $x(t) = at^2 + bt + c$ où $a = 1/2$ (SI), $b = -1$ (SI) et $c = 2$ (SI) ; x est en mètres et t en secondes.

1. Quelles sont les dimensions des coefficients a, b et c ?
2. Quelle est la position initiale du mobile ?
3. Y a-t-il un intervalle de temps pendant lequel le mobile recule ?
4. Quelle est la position du mobile lorsque sa vitesse est nulle ?
5. Quel temps met le mobile pour revenir à sa position initiale ?
6. Quelle distance a-t-il alors parcouru ?

3.5 ($\star$) Accélération discontinue (obligatoire)

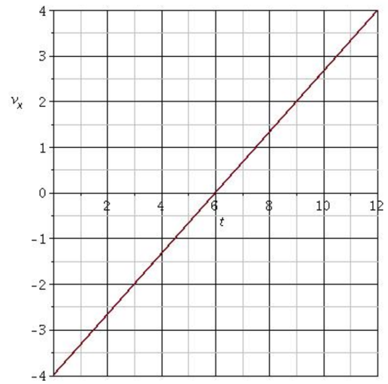
Une voiture part de $x = 0$ m à $t = 0$ s avec une vitesse initiale nulle. Elle maintient une accélération constante $a_x(t) = 3$ m.s^{-2} pendant 6 s puis freine de telle sorte que $a_x(t) = -2$ m.s^{-2} pour $t > 6$ s.

1. Tracer $a_x(t)$ en fonction du temps. Qu'observe-t-on à $t = 6$ s ?
2. Expliquer pourquoi la vitesse de la voiture $v_x(t)$ est continue à $t = 6$ s.
3. En déduire l'expression de $v_x(t)$ pour $t \in [0, 6]$ s et pour $t > 6$ s puis la tracer.
4. Au bout de combien de temps la voiture s'arrête-t-elle ?
5. Quelle distance a-t-elle alors parcouru ?

3.6 ($\star\star$) Mobile dont la vitesse est donnée par un graphe (obligatoire)

Une voiture roule en ligne droite avec une vitesse $v_x(t)$ donnée par le graphe de la figure ci-après.

1. Quelle est la vitesse de l'automobile à $t = 9$ s en km/h ?
2. Sur quel intervalle de temps la voiture va-t-elle en marche arrière ?
3. Quelle est l'accélération $a_x(t)$ du véhicule dans l'intervalle de temps où il recule ? Comment interpréter son signe ?
4. À $t = 6$ s, quelle est la vitesse de la voiture ? Son accélération est-elle nulle ?
5. En supposant la voiture initialement en $x = 0$ m, quelle est sa position à $t = 12$ s ?
6. Quelle distance totale la voiture a-t-elle parcourue entre 0 s et 12 s ?



Vitesse de la voiture v_x (en m/s) en fonction du temps t (en s).

3.7 ($\star\star$) Course (obligatoire)

Sur une route droite deux voitures font la course. La première voiture roule à vitesse constante, v_{1x}, et se trouve en $x = 0$ m à $t = 0$ s. La deuxième part de $x = 0$ m, départ arrêté, et accélère de manière constante, a_{2x}.

1. Déterminer l'expression de l'instant T où la voiture 2 rattrape la voiture 1 en fonction de v_{1x} et a_{2x}.
2. Calculer la valeur numérique de T en sachant que $v_{1x} = 144$ km/h et $a_{2x}(t) = 4$ m.s^{-2}.
3. Donner la valeur numérique de la vitesse de la voiture 2 à l'instant T en km/h.

3.8 ($\star\star$) Rencontre

À $t = 0$ s, deux enfants sont chacun à une extrémité d'une piste droite de longueur L et courent en sens inverse l'un par rapport à l'autre. Le premier part sans vitesse initiale et maintient une accélération constante $\vec{a}_1$. Le deuxième court avec une vitesse constante $\vec{v}_2$. Ils se rencontrent exactement au milieu de la piste.

1. Au bout de combien de temps T se rencontrent-ils (donner l'expression de T en fonction de L et $||\vec{v}_2||$) ?
2. Donner le module de l'accélération $\vec{a}_1$ du premier enfant en fonction de L et $||\vec{v}_2||$.
3. Déterminer le module de sa vitesse $\vec{v}_1(T)$ lors de la rencontre en fonction de $||\vec{v}_2||$.

(A. N. : $L = 100$ m ; $||\vec{v}_2|| = 18$ km/h)

B – Mouvement en deux dimensions

3.9 ($\star$) Base cartésienne (obligatoire)

Un mobile se déplace selon la loi horaire : $x(t) = t^2$ m.s^{-2}, $y(t) = t$ m.s^{-1} où t est en secondes et les coordonnées x et y en mètres.

1. Donner son vecteur position, $\vec{r}(t)$, son vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ et son vecteur accélération, $\vec{a}(t)$ dans la base cartésienne $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$. Que pouvez-vous dire du mouvement ?
2. Donner l'expression $y = f(x)$ de la trajectoire $(t > 0)$ et la tracer pour $x \in [0, 9]$ m (échelle 1 cm = 1 m par exemple).
3. À $t = 2$ s positionner le mobile sur sa trajectoire. Calculer son vecteur vitesse ainsi que sa norme et représenter ce vecteur sur la trajectoire (échelle 1 cm = 1 m.s^{-1} par exemple). Qu'observez-vous ?
4. Tracer le vecteur accélération à $t = 2$ s à la position correspondante du mobile. Est-il dans la même direction que le vecteur vitesse ? Pourquoi ?

3.10 ($\star$) Base polaire (obligatoire)

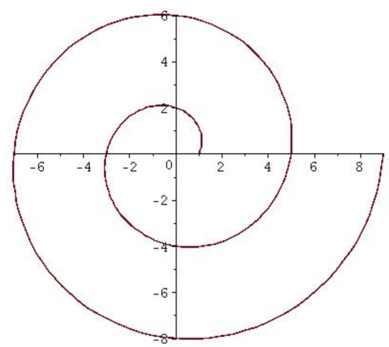
1. On suppose la trajectoire circulaire uniforme : $\rho(t) = R$ et $\theta(t) = \omega t$ où ω est une constante.
   (a) Donner les expressions des vecteurs position $\vec{r}(t)$, vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$.
   (b) Montrer que l'accélération est perpendiculaire à la vitesse et qu'elle peut s'écrire : $\vec{a}(t) = -\left(v(t)^2/R\right)\vec{e}_\rho$.
2. Redémontrer les expressions du cours pour la vitesse $\vec{v}$ et l'accélération $\vec{a}$ d'un mobile dont les coordonnées polaires sont (ρ, θ) :

$$\vec{v}(t) = \dot{\rho}\,\vec{e}_\rho + \rho\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta \qquad \text{et} \qquad \vec{a}(t) = \left(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2\right)\vec{e}_\rho + \left(2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta}\right)\vec{e}_\theta$$

3.11 ($\star\star$) Mouvement spiralaire

Un mobile suit une trajectoire en spirale dont l'équation en coordonnées polaires est donnée par : $\rho(t) = ct + a$ et $\theta(t) = \omega t$. On prend $c = 2$ (SI), $a = 1$ (SI) et $\omega = \pi$ (SI).

1. Quelles sont les unités de c, a et ω ?
2. La trajectoire du mobile est tracée sur la figure ci-après pour $t \in [0, 4]$ s. Écrire les vecteurs position dans la base cartésienne $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ et marquer sur cette trajectoire la position du mobile aux temps $t = 0$; $0{,}5$; 1 ; $1{,}5$; 2 et 2,5 s.
3. En utilisant l'expression générale de la vitesse vue dans l'exercice précédent donner le vecteur vitesse à $t = 0$ s, calculer sa norme et le représenter sur la trajectoire.
4. Calculer le vecteur accélération à $t = 0$ s et le représenter sur la trajectoire. Est-il perpendiculaire au vecteur vitesse en ce point ?
5. Donner le vecteur vitesse à $t = 2{,}5$ s, calculer sa norme et le représenter sur la trajectoire.



Trajectoire spiralaire du mobile.

4 Énergie, travail, puissance

A la fin de ce chapitre l'étudiant sera capable de : définir et employer les concepts de travail d'une force, d'énergie cinétique, potentielle et mécanique ; appliquer le théorème de l'énergie cinétique et celui de l'énergie mécanique à des problèmes de mécanique simples.

4.1 ($\star$) Lancer vertical (questions 1 et 2 obligatoires)

1. On lance verticalement vers le haut un caillou de masse m. S'il est lancé avec la vitesse v_0, jusqu'à quelle hauteur montera-t-il ? (Négliger les frottements.)
2. Une fois la hauteur maximale atteinte, le caillou commence à redescendre. A quelle vitesse repassera-t-il à l'altitude de son point de départ ?

3. ($\star\star$) En utilisant le résultat de la question 1, pouvez-vous comprendre les performances maximales en saut à la perche ?

4.2 ($\star$) Énergies renouvelables (obligatoire)

1. Une application importante de l'énergie potentielle gravitationnelle est le barrage hydroélectrique. On place une turbine sous le niveau d'un réservoir d'eau afin de transformer l'énergie potentielle de l'eau en énergie cinétique capable de faire tourner la turbine qui produira de l'électricité. Quelle énergie, en kilojoules, peuvent fournir 10 l d'eau dans une centrale électrique si la turbine est disposée 70 m sous le niveau du réservoir d'eau ? Combien faut-il d'eau pour obtenir 1 kWh avec 70 m de chute ?
2. On ne se sert pas que de l'énergie potentielle de l'eau pour produire de l'électricité, on se sert aussi de l'énergie cinétique du vent, grâce à une éolienne. Quelle énergie cinétique possède 1 m^3 d'air se déplaçant à une vitesse de 50 km/h ? La masse de 1 m^3 d'air est de $1{,}29$ kg (d'ailleurs, savez-vous retrouver cette valeur de $1{,}29$ kg/m^3 ?).

4.3 ($\star$) Rebond (obligatoire)

Au cirque, un clown de masse m se lance d'une hauteur h sur un trampoline puis rebondit à une hauteur $h' < h$. Quelle quantité d'énergie a été perdue lors du rebond ? (A. N. : $m = 62$ kg ; $h = 4$ m ; $h' = 2{,}7$ m.)

4.4 ($\star$) Démolition (obligatoire)

On accroche une boule d'acier à une grue mécanique par une chaîne de longueur L afin de détruire un bâtiment. Si la grue permet à la boule un mouvement de balancier d'un angle θ_0 de part et d'autre de la verticale, à quelle vitesse maximale la boule d'acier peut-elle frapper le mur à démolir (donner son expression en fonction de g, L et θ_0) ? (A. N. : $L = 3$ m ; $\theta_0 = 40°$.)

4.5 ($\star$) Frottement (obligatoire)

1. Quelle force de frottement permettrait à une cycliste de masse m de réduire sa vitesse initiale v_0 de moitié sur une distance d lorsqu'elle arrête de pédaler (donner son expression en fonction de m, v_0 et d) ? On fera l'hypothèse d'une force de frottement constante et d'une route horizontale. (A. N. : $d = 300$ m ; $v_0 = 35$ km/h ; $m = 72$ kg.)
2. Quelle énergie thermique serait obtenue en parcourant une planche de longueur l avec un papier abrasif qui produit une force de frottement $\vec{C}_\mathsf{T}$ avec le bois ? (A. N. : $l = 3$ m ; $||\vec{C}_\mathsf{T}|| = 4$ N.)

4.6 ($\star$) Balistique (obligatoire)

À quelle profondeur d dans un arbre pénétrerait un projectile d'arme à feu de masse m propulsé à une vitesse v_0 si la force de frottement entre le projectile et le bois est $\vec{C}_\mathsf{T}$ (donner son expression en fonction de m, v_0 et $||\vec{C}_\mathsf{T}||$) ? (A. N. : $m = 20$ g ; $v_0 = 300$ km/h ; $||\vec{C}_\mathsf{T}|| = 750$ N.)

5 Dynamique

A la fin de ce chapitre l'étudiant devra : savoir utiliser le principe fondamental de a dynamique (PFD) pour trouver les équations du mouvement, savoir intégrer les équations du mouvement pour déterminer les équations horaires et la trajectoire du système, utiliser les équations horaires et de la trajectoire pour déterminer les caractéristiques du mouvement.

A – Chute libre

5.1 ($\star$) Chute libre d'objets de masses différentes (obligatoire)

On lâche simultanément et sans vitesse initiale une pierre de 1 kg et une bille de 10 g du haut d'une tour de 80 m, on néglige les frottements. On prendra $g = 10$ m.s^{-2}. Au bout de combien de temps et à quelle vitesse la bille et la pierre atteignent-elle le sol ? Commenter.

5.2 ($\star$) Chute libre d'objets de masses différentes, variante

Dans une publicité, un parachutiste de masse m pousse une voiture de masse M dans le vide, il saute dans le vide 2 s plus tard et rattrape la voiture en chute libre. On supposera que tous (voiture et parachutiste) partent sans vitesse initiale et on négligera les frottements avec l'air.

1. Etablir l'équation du mouvement pour la voiture et pour le parachutiste.
2. Calculer la vitesse $v(t)$ et l'altitude $z(t)$ pour la voiture et les mêmes grandeurs $v_p(t)$ et $z_p(t)$ pour le parachutiste.
3. Conclusion : le parachutiste peut-il rattraper la voiture ?

5.3 ($\star$) Lancer vertical (obligatoire)

Une balle lancée verticalement vers le haut revient à sa position initiale après un temps $t_1 = 4$ secondes. On prendra $g = 10$ m.s^{-2}.

1. Quelle était la vitesse initiale de la balle ?
2. A quel instant t_2 la balle atteint-elle son altitude maximale ? Quelle distance verticale la balle a-t-elle alors parcourue ?

5.4 ($\star$) Trajectoire d'un boulet

Un boulet assimilé à un point matériel M est envoyé depuis le point O, origine du repère (O, x, y, z), avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ située dans le plan (O, x, z). Le module de la vitesse v_0 est constant. On désigne par α l'angle que $\overrightarrow{v_0}$ fait avec $\overrightarrow{e_x}$. On prendra $0 < \alpha < \pi/2$.

1. Ecrire et résoudre les équations horaires du mouvement pour M.
2. Donner l'équation de la trajectoire, quelle est sa forme ?
3. La durée de vol τ de M est définie comme la durée entre le départ de M en O et son arrivée au sol. Exprimer τ en fonction de g, v_0 et α.
4. La *portée* du tir est la distance $d = OD$ où D est le point d'impact au sol. Montrez que : $d = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$. Pour quel angle d'inclinaison α la portée du tir est-elle maximale et que vaut-elle alors ?
5. La *flèche* du tir est la hauteur maximale h atteinte par M sur sa trajectoire. Montrer que : $h = \frac{v_0^2 (\sin\alpha)^2}{2g}$. Pour quel angle d'inclinaison α la flèche est-elle maximale et que vaut-elle alors ? Pour $v_0 = 10$ m.s^{-1}, $g = 10$ m.s^{-2}, on veut atteindre une cible C située au sol à 5 m de O. Toutefois, un mur de 4 m de hauteur se dresse au milieu du trajet $[OC]$. Est-il possible d'atteindre la cible en tirant dans ces conditions ?

B – Chute avec frottement

5.5 ($\star$) Chute d'un objet sans vitesse initiale

On considère une masse $m = 1$ kg que l'on lâche à $t = 0$ s sans vitesse initiale à une altitude z_0. On prendra $g = 10$ m.s^{-2}

1. Chute libre : on considère que la chute se fait sans frottement en un temps $t_1 = 4,47$ s. Déterminer l'altitude de départ z_0.
2. Chute avec frottement : en fait à cause des frottements z_0 est différent mais le temps de chute mesuré reste le même. Pour justifier cet écart, on suppose que la chute se fait avec une force de frottement fluide d'expression $\overrightarrow{f} = -\lambda\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{v}$ désignant le vecteur vitesse de la masse m et λ le coefficient de frottement égal à 0,2 (S.I.).
   (a) Préciser l'unité de λ.
   (b) Déterminer l'équation différentielle du mouvement.
   (c) Vérifier que la solution de cette équation différentielle est :
   $z(t) = -\frac{mg}{\lambda}[t + \frac{m}{\lambda}\exp\left(-\frac{\lambda t}{m}\right)] + \frac{m^2 g}{\lambda^2} + z_0$
   (d) Trouver la nouvelle valeur de z_0 et comparer avec le résultat de la question 1.

C – Frottements

5.6 ($\star$) Freinage d'un camion (obligatoire)

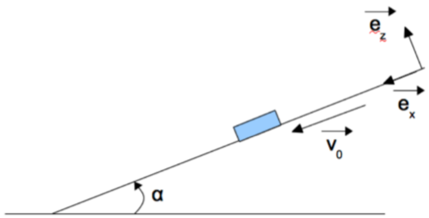
Un camion de masse m roulant en ligne droite horizontale à la vitesse v_0 freine soudainement jusqu'à l'arrêt complet du véhicule. La force de freinage $\overrightarrow{C_T}$ étant constante tout le long du trajet, $||\overrightarrow{C_T}|| = 2 \cdot 10^4$ N, exprimer la distance L parcourue par le camion en freinant en fonction de m, v_0 et $||\overrightarrow{C_T}||$? A quel instant s'arrête-t-il ? (A.N. $m = 10$ tonnes, $v_0 = 90$ km/h)

5.7 ($\star$) Traîneau tracté (obligatoire)

Un esquimau tracte un traîneau de masse m à l'aide d'une corde faisant un angle α avec l'horizontale. Les coefficients de frottement solide statique et dynamique entre le traîneau et la glace sont $\mu_s = 0,08$ et $\mu_d = 0,075$. On prendra $g = 10$ m.s^{-2}.

1. Faire un dessin représentant les forces agissant sur le traîneau.
2. Soit F_{min}, l'intensité de la force minimale avec laquelle l'esquimau doit tirer le traîneau pour que celui-ci puisse commencer à glisser. Exprimer F_{min} en fonction de m, g, α et d'un des coefficients de frottement. (A.N. : $m = 600$ kg, $\alpha = 30°$)
3. En supposant que le traîneau glisse désormais sur la glace en ligne droite, sur du plat et à vitesse constante, exprimer la force F que l'esquimau doit exercer sur le traîneau en fonction de m, g, α et d'un des coefficients de frottement, puis calculer F.

5.8 ($\star\star$) Mouvement d'un skieur descendant une piste



Un skieur de masse m assimilable à un point matériel se lance vers le bas, avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$ avec $v_0 > 0$, d'une piste inclinée d'un angle α avec l'horizontale. Le coefficient de frottement dynamique du skieur avec la neige est μ_d.

1. Faire un bilan des forces agissant sur le skieur, donner leurs coordonnées dans la base et les représenter sur le schéma.
2. Ecrire l'équation du mouvement du skieur et la résoudre en donnant les équations horaires du mouvement.
3. Quel est le signe de l'accélération si $\mu_d > \tan\alpha$? Quelle est alors la nature du mouvement ? Montrer que dans ce cas le skieur s'immobilise après un temps τ que l'on précisera en fonction des données du problème.

4. Toujours pour $\mu_d > \tan\alpha$, quelle est la distance totale parcourue par le skieur avant qu'il ne s'immobilise ?
5. Si $\mu_d < \tan\alpha$ quelle est la nature du mouvement ? Même question si $\mu_d = \tan\alpha$.
6. A.N : $m = 1$ kg, $\mu_d = 0.5$, $v_0 = 5$ m.s^{-1}, $\alpha = 10°$, $g = 10$ m.s^{-2}. La course du skieur est-elle finie et si oui quels sont la distance parcourue et le temps de parcours ?

5.9 (⋆⋆) Mouvement ascendant sur un plan incliné (obligatoire)

Un mobile auto-porteur de masse m est lancé vers le haut, suivant la ligne de plus grande pente d'un plan, incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Il est animé d'une vitesse initiale v_0.

1. On néglige les frottements. Déterminer l'expression du temps t_1 mis par le mobile pour atteindre la distance maximale vers le haut. Exprimer t_1 en fonction de v_0 , g et α.
2. En déduire la distance maximale vers le haut atteinte par le mobile.
3. Quel est le temps t_2 mis par le mobile pour effectuer le trajet inverse ?
4. En réalité le temps réel mesuré lors de la montée est $t_3 = 4/5 t_1$; déterminer l'intensité de la force de frottement $\overrightarrow{C_T}$ supposée constante, agissant sur le mobile.
5. Application numérique : $m = 680$ g, $\alpha = 30°$, $v_0 = 10$ m.s^{-1}. Déterminer t_1, t_2, t_3 et l'intensité de la force de frottements.

5.10 (⋆⋆) Traction d'un traîneau, force variable

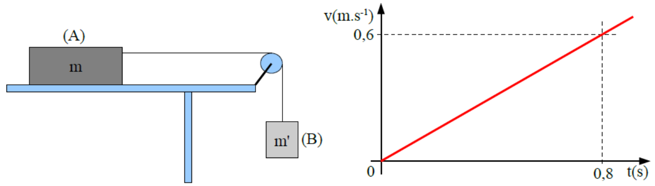
Un boeuf tire un traîneau sur un sol horizontal en appliquant systématiquement une force de traction $\overrightarrow{F}$ inclinée de $60°$ par rapport à l'horizontale. La force de traction $\overrightarrow{F}$ qu'il exerce sera variable dans les différentes parties du problème et l'on cherche à comprendre le mouvement du traîneau en fonction de la valeur du module de $\overrightarrow{F}$. Dans tout le problème on considère que la masse du traîneau est $m = 100$ kg et l'on posera $g = 10$ m.s^{-2}. Le traîneau est soumis à des frottements solides. Pour simplifier le problème, on considèrera que $\mu_s = \mu_d$.

1. Pour mettre en mouvement le traîneau, le boeuf doit tirer avec une force minimale $\overrightarrow{F}_m$ d'intensité 40 N. Expliquer l'origine de cette force minimale. En déduire les caractéristiques de la force de contact sol-traîneau (calculer le coefficient de frottement).
2. A l'instant $t = 0$ s, il tire le traîneau avec une force $\overrightarrow{F}_1$ d'intensité 100 N pendant $t_1 = 10$ s, puis il applique une force $\overrightarrow{F}_2$ d'intensité 40 N pendant $t_2 = 20$ s pour ne le tirer qu'avec une force $\overrightarrow{F}_3$ d'intensité 20 N par la suite.
   (a) Ecrire l'équation différentielle du mouvement du traîneau dans les trois cas précédents.
   (b) Résoudre ces équations et déterminer l'expression de la distance parcourue par le traîneau en fonction de t.
   (c) Tracer les courbes de l'accélération, de la vitesse et de la distance en fonction du temps.
   (d) Le traîneau s'arrêtera-t-il ? Dans l'affirmative trouver la position d'arrêt.

D – Mouvements variés sans frottements

5.11 (⋆⋆) Entraînement avec une poulie (obligatoire)

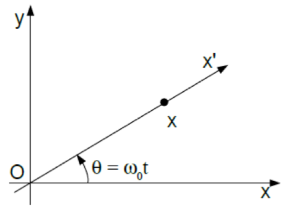
Un solide (A) de masse m est mis en mouvement en utilisant le dispositif ci-dessous. Ce solide glisse sans frottement sur un plan horizontal.



1. (a) Effectuer l'inventaire des forces extérieures qui s'exercent sur le solide (A).
   (b) Montrer que la somme des forces est égale à la force $\overrightarrow{T}$ exercée par le fil sur (A).
2. On enregistre l'évolution de la vitesse du solide en fonction du temps (voir le graphique ci-dessus).
   (a) Calculer l'accélération du solide (A).
   (b) En déduire l'intensité de $\overrightarrow{T}$ en fonction de m et de l'accélération a. (A.N. $m = 650$ g).
   (c) En déduire la valeur de la masse m' du solide (B).
3. Dans le système considéré, comment s'exprime l'accélération en fonction des masses m et m'. Discuter de l'intérêt d'un tel système.

5.12 (⋆⋆⋆) Mouvement d'un anneau sur une tige rigide

Le mobile M est un anneau enfilé sur l'axe rigide (Ox'). Il peut glisser sur (Ox') sans frottement et on néglige la pesanteur (l'anneau n'est soumis qu'à une force de contact $\overrightarrow{C}_N$ normale à l'axe rigide dans le plan (xOy)).



L'axe (Ox') tourne dans le plan (xOy) à la vitesse angulaire constante ω_0. Le repère (xOy) est un repère galiléen. A l'instant $t = 0$ s : $\theta(0) = 0$; $\rho(0) = \rho_0$; $\dot{\rho}(0) = 0$.
Démontrer que les équations du mouvement sont : $\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 = 0$ et $C_\theta = 2m\dot{\theta}\dot{\rho}$.

E – Oscillateurs harmoniques

5.13 ($\star\star$) Pendule simple

On considère un pendule simple suspendu par un fil de longueur $l = 1$ m à un plafond. A $t = 0$ s, on écarte la masse m d'un angle θ_0 et on la lâche sans vitesse initiale. On prendra $g = 10$ m.s^{-2}.

1. Trouver l'équation différentielle du mouvement en θ.
2. En supposant que $\sin\theta \simeq \theta$, donner l'équation $\theta(t)$ dans le cas où θ_0 est faible et calculer la période d'oscillation T.

5.14 ($\star\star$) Oscillateur harmonique sur un plan incliné

Un solide S, de masse $m = 200$ g et de centre d'inertie G peut se déplacer d'un mouvement de translation rectiligne, sans frottement, le long d'un banc à coussin d'air. Celui-ci fait un angle $\alpha = 10°$ avec l'horizontale. Le solide est attaché à l'extrémité inférieure d'un ressort de masse négligeable, à spires non jointives et à réponse linéaire ; l'autre extrémité du ressort est fixée en A. On prendra $g = 9,8$ m.s^{-2}.
Le solide S étant en équilibre, son centre d'inertie est en G_0. Le ressort, dont l'axe est parallèle à la direction du banc, a subi une déformation $|\Delta l_1| = 6$ cm.

1. Représenter le système en y faisant figurer toutes les forces qui lui sont appliquées. Quel est le signe de Δl_1 ?
2. Ecrire la condition d'équilibre du solide S et en déduire la valeur de la constante de raideur k du ressort.
3. On écarte le solide de sa position d'équilibre vers le bas. Son centre d'inertie est alors en G_1. La distance G_0G_1 mesurée le long du plan incliné vaut $d = 6$ cm. On abandonne le solide sans vitesse initiale à une date que l'on prendra pour origine des temps. La position G_0 sera prise comme origine des abscisses. Ecrire la relation de la dynamique relative au solide S.
4. Déterminer l'expression de l'équation différentielle caractéristique du mouvement et en déduire la loi horaire de ce mouvement.

6 Exercices et problèmes

Les exercices de synthèse suivants traitent de problèmes de mécanique du point matériel qui nécessitent un étude à la fois cinématique, dynamique ou énergétique des systèmes physiques. Leur résolution exige la connaissance des concepts et l'utilisation des différentes techniques apprises dans tous les chapitres précédents, et mettra en évidence les avantages et limites des différentes approches.

6.1 ($\star$) Hockey sur glace et frottement

Un palet de hockey de masse m est lancé à $t = 0$ s avec une vitesse v_0 sur un lac glacé. Le coefficient de frottement solide dynamique entre le palet et la glace est noté μ_d.

1. En utilisant le PFD, établir l'équation du mouvement du palet, la résoudre et obtenir la distance maximale parcourue par ce dernier.
2. Retrouver ce résultat en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

6.2 ($\star\star$) Énergie élastique (obligatoire)

Une masse m accrochée à un ressort de raideur k peut se déplacer horizontalement en ligne droite sans frottement. On allonge le ressort de Δl par rapport à sa position d'équilibre puis on lâche la masse sans vitesse initiale. Quelle est la vitesse (en norme) de la masse lorsqu'elle repasse par sa position d'équilibre ?

1. On utilisera la conservation de l'énergie mécanique en expliquant pourquoi.
2. On retrouvera le résultat en passant par la résolution des équations du mouvement.

(A. N. : $m = 250$ g ; $k = 100$ N/m ; $\Delta l = 5$ cm.)

6.3 ($\star\star$) Une skieuse sur une pente, avec frottements (obligatoire)

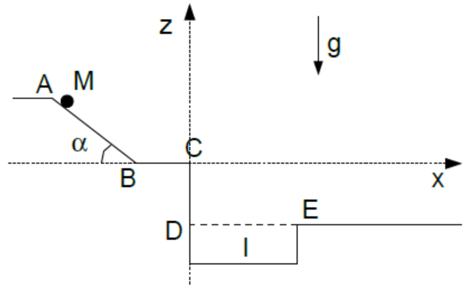
Une skieuse de masse m est au sommet d'une colline enneigée dont la pente, supposée constante, est inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale. La skieuse est assimilée à un point matériel. On suppose qu'il n'y a pas de frottement entre les skis et la neige. Elle s'élance sans vitesse initiale et atteint le bas de la pente avec une vitesse v.

1. Exprimer l'altitude h de laquelle elle est partie en fonction de v et g ? Justifier les équations utilisées.
2. Calculer la longueur l de la descente en fonction de h et α.
3. En bas de la pente la neige a fondu et provoque un freinage (accélération opposée à la vitesse) par une force $\vec{F}$. Faire un schéma indiquant les forces prises en compte et le repère choisi pour résoudre le problème.
4. Le frottement sur la neige est supposé de type solide. Exprimer μ_d en fonction des données du problème pour que la skieuse s'arrête après la distance de freinage L.
5. En quoi est transformée l'énergie cinétique de la skieuse ? Donner la valeur de cette énergie.

(A. N. : $m = 70$ kg ; $\alpha = 30°$; $v = 20$ m/s ; $L = 100$ m.)

6.4 ($\star\star$) Le lugeur

Un lugeur (M) s'élance le long d'un plan incliné faisant un angle α par rapport à l'horizontale ; du point A sans vitesse initiale.



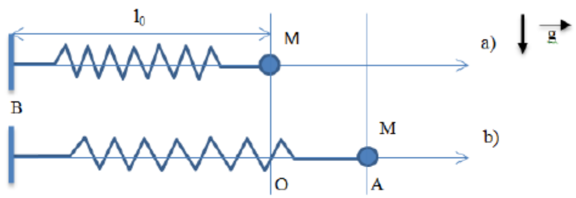
Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre considéré galiléen et le lugeur est assimilé à un point matériel M de masse m. L'origine du repère choisi est C.

1. On suppose que les frottements sont négligeables. Faire un bilan des forces appliquées à M (faire un schéma).
2. Exprimer l'altitude z du point M en fonction de MB et de l'angle α. On choisit le point B comme l'origine des énergies potentielles $E_\mathsf{p}(B) = 0$. Quelles sont les forces qui travaillent ? Pourquoi ? Exprimer l'énergie potentielle en A, $E_\mathsf{p}(A)$.
3. Exprimer l'énergie mécanique $E_\mathsf{m}(A)$ en A et $E_\mathsf{m}(B)$ en B. Le système est-il conservatif ? Que peut-on dire alors de l'énergie mécanique ? En déduire l'expression de la vitesse $v_B = v_0$. Faire l'application numérique.
4. En fait il existe des frottements solides et la vitesse v_0 en B est plus faible que prévue. On appelle f l'intensité de la force de frottement constante sur AB qui s'oppose au mouvement. Faire un schéma en représentant les forces dans ce nouveau cas de figure. Exprimer le travail W_{AB} de cette force f entre A et B.
5. Que peut-on dire de la variation d'énergie mécanique $\Delta E_\mathsf{m} = E_\mathsf{m}(B) - E_\mathsf{m}(A)$?
6. En déduire une expression de f en fonction de m, g, AB, v_0 et α.
7. Application numérique : On trouve $v_0 = 10$ m.s^{-1}, calculer f.
8. Au-delà du point B, les frottements sont négligeables. La luge se retrouve sur un passage horizontal. Quel est le type de mouvement sur le segment BC ? Calculer la valeur de la vitesse v_C au point C.
9. Le point C se trouve à une hauteur h par rapport à l'autre bord E d'un fossé. Le lugeur estimant qu'il aura assez d'élan en C pour passer le fossé, part du point A sans vitesse initiale ($v_A = 0$). Donner l'expression du vecteur vitesse v_C au point C dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_z)$.
10. Exprimer le PFD lorsque le lugeur a quitté le point C. Faire l'étude du mouvement, dans le repère (C, x, z), du lugeur de masse m en chute libre (on néglige tout frottement de l'air). En déduire l'équation de la trajectoire $z = f(x)$ et faire l'application numérique avec $v_C = 10$ m.s^{-1}.
11. Vous êtes spectateur de la scène, vous faudra-t-il appeler les secours ?

(A. N. : $m = 60$ kg ; $g = 10$ m.s^{-2} ; $AB = 40$ m ; $DC = 2{,}5$ m ; $l = 7$ m ; $\alpha = 60° = \pi/3$.)

6.5 (⋆⋆) Ressort

Une masse m supposée ponctuelle coulisse le long d'un axe horizontal sans frottement. Elle est fixée à l'extrémité M d'un ressort à spires non jointives de raideur k et longueur à vide l_0 placé horizontalement. L'autre extrémité du ressort est fixée en B (figure a).



La masse peut osciller suivant l'axe des x, autour du point d'équilibre, O, qui sera pris comme origine dans la suite du problème. On écarte la masse de sa position d'équilibre de $\Delta l > 0$ pour venir en A (figure b).

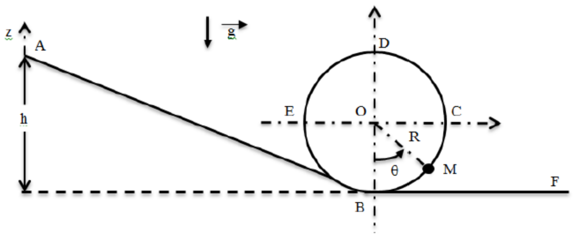
1. Faire le bilan des forces dans le cas où l'équilibre en A est possible. Faire un schéma. Calculer les valeurs de l'ensemble des forces. Ne pas oublier la force de traction permettant de passer M de O à A (figure b).
2. La masse est lâchée sans vitesse initiale. Faire le nouveau bilan des forces s'appliquant à M en A. Quelles forces travaillent et pourquoi ?
3. En utilisant le PFD, établir l'équation du mouvement de M.
4. Approche énergétique : exprimer l'énergie cinétique, l'énergie potentielle ainsi que l'énergie mécanique de la masse m. Le système est-il conservatif et pourquoi ? Quel impact cela a-t-il sur l'énergie mécanique de M ? Dériver l'énergie mécanique de M par rapport au temps et établir l'équation du mouvement de M.
5. Calculer la solution de l'équation du mouvement de M en prenant en considération les conditions initiales.

(A. N. : $m = 20$ g ; $k = 8$ N/m ; $\Delta l = 20$ cm.)

6.6 (⋆ ⋆ ⋆) Looping

Le jouet d'un enfant est constitué d'un petit chariot de masse m qui se déplace sur une piste se terminant par une boucle circulaire verticale (looping) de rayon R. L'objectif de l'exercice est de calculer l'altitude minimale h du point A pour que le chariot abandonné en A sans vitesse initiale ($v_A = 0$) puisse faire le tour complet de la boucle en restant en contact avec la piste tout le long du trajet.

Le chariot de masse m assimilé à un point matériel glisse sur la piste ($ABCDEF$) sans frottement. On repère la masse m quand elle est au point M sur la boucle par l'angle θ que fait OM avec la verticale OB (voir figure ci-dessous).



Étude énergétique

1. Faire le bilan des forces au point M. Faire un schéma. Quelles forces travaillent et pourquoi ? Quelles forces conduisent à une variation d'énergie potentielle lorsque le chariot se déplace ?
2. En prenant l'origine de l'énergie potentielle au niveau du sol ($E_\mathsf{p}(B) = 0 = E_\mathsf{p}(F)$), donner l'expression de l'énergie potentielle $E_\mathsf{p}(A)$ en A et $E_\mathsf{p}(M)$ en M, en fonction de m, g, h, R et θ.
3. On note v_M la vitesse du mobile m au point M. Écrire l'énergie mécanique totale $E_\mathsf{m}(A)$ en A et $E_\mathsf{m}(M)$ en M.
4. Le système est-il conservatif et pourquoi ? En déduire une relation entre $E_\mathsf{m}(A)$ et $E_\mathsf{m}(M)$.
5. En déduire l'expression de v_M^2/R en fonction de g, R, h et θ (relation n°1).

Cinématique

L'étude du mouvement de m sur la boucle ($BCDE$) se fait naturellement en coordonnées polaires (R, θ) et dans la base associée ($\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta$).

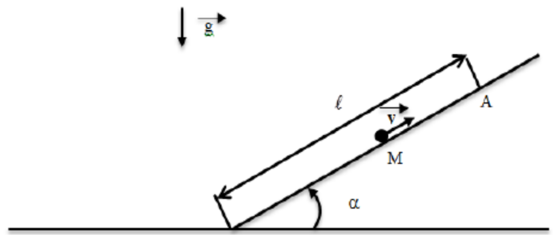
1. Exprimer le vecteur position en coordonnées polaires.
2. En déduire l'expression du vecteur vitesse en coordonnées polaires et en déduire la relation entre v_M, R et θ. Exprimer v_M^2/R en fonction de R et θ (relation n°2).
3. A partir de l'expression du vecteur vitesse, calculer celle du vecteur accélération en coordonnées polaires et en déduire, en utilisant la relation n°2 précédente, l'expression de la composante radiale (suivant le rayon) de l'accélération en fonction de v_M et R.

Dynamique

1. On appelle $\vec{C}$ la réaction de la piste sur la masse M. On fait maintenant l'étude dynamique du mouvement de m sur la partie circulaire ($BCDE$). Faire le bilan des forces au point M. faire un schéma. Établir le PFD en coordonnées polaires.
2. Projeter le PFD sur ($\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta$) et exprimer alors le rapport C/m (relation n°3).
3. Utiliser les relations n°1, n°2 et n°3 pour exprimer C/m en fonction de h, g, R et θ.
4. Que la masse reste en contact avec la boucle revient à dire que pour toute valeur de l'angle θ, l'expression de C vérifie : $C(\theta) \geq 0$. Dans ce cas, pour quelle valeur évidente de θ l'expression de C est-elle minimale ?
5. En déduire la valeur minimale que doit avoir l'altitude h du point A pour que le chariot réalise le looping sans quitter la piste.

6.7 ($\star\star\star$) Mouvement ascendant sur plan incliné

Soit un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal, comme représenté sur la figure ci-dessous. L'objet de masse m, est lancé en O avec une vitesse v_O. Il s'arrête au point A tel que $OA = l$.



Étude énergétique sans frottement ($\star$)

1. Faire le bilan des forces au point M. Faire un schéma. Choisir correctement le système d'axe. Quelles forces travaillent et pourquoi ? Quelles forces conduisent à une variation d'énergie potentielle de l'objet lorsqu'il se déplace ? Le système est-il conservatif et pourquoi ?
2. En prenant l'origine de l'énergie potentielle au niveau du sol ($E_\mathsf{p}(O) = 0$), donner l'expression de l'énergie potentielle $E_\mathsf{p}(A)$ en A et $E_\mathsf{p}(M)$ en M, en fonction de m, g, OM, l et α.
3. On note v_M la vitesse de l'objet au point M. Donner l'expression de l'énergie cinétique $E_\mathsf{c}(O)$ en O, $E_\mathsf{c}(A)$ en A et $E_\mathsf{c}(M)$ en M.
4. Calculer l'énergie mécanique de l'objet $E_\mathsf{m}(O)$ en O, $E_\mathsf{m}(M)$ en M et $E_\mathsf{m}(A)$ en A. Donner une relation entre $E_\mathsf{m}(A)$ et $E_\mathsf{m}(O)$.
5. En déduire l'expression de v_O en fonction de g, l et α.
6. A. N. : $l = 12$ m ; $m = 10$ kg ; $\alpha = 30°$. Calculer v_O, $E_\mathsf{c}(O)$, $E_\mathsf{p}(A)$, en déduire E_m.

Étude énergétique avec frottement ($\star\star$)

1. L'objet ne parcourt pas la distance l mais $l_1 = 10$ m à cause des forces de frottement. L'objet s'arrête alors en A'. Le système est-il conservatif ? Quelle en est la conséquence ? Faire un schéma représentant l'ensemble des forces, dont les frottements représentés par $\vec{C}_\mathsf{T}$, lorsque l'objet est en M et qu'il monte.

2. Exprimer le travail sur OA' de la force $\vec{C}_\mathsf{T}$ que l'on suppose constante.
3. Exprimer la variation de l'énergie mécanique entre O et A'.
4. À partir des deux questions précédentes, déduire l'expression de T en fonction de m, g, l, l_1 et α .

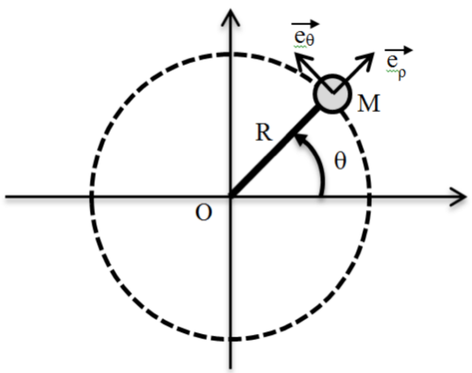
Étude dynamique

Nous souhaitons savoir si l'objet restera à l'équilibre ou pas une fois arrêté en A' à la distance l_1 de O.

1. Faire un schéma et représenter l'ensemble des forces en présence dont $\vec{C}_\mathsf{T}$ qui a pour module $||\vec{C}_\mathsf{T}|| = mg\sin(\alpha)\,(l - l_1)\,/l_1$.
2. Après avoir choisi judicieusement le système d'axe exprimer le PFD.
3. Projeter le PFD suivant les axes Ox et Oy.
4. En déduire les conditions d'équilibre et de mouvement du mobile.
5. En se plaçant dans les mêmes conditions que dans la partie « Étude énergétique avec frottement » ($v_0^2 = 2gl\sin\alpha$), dire si l'objet glisse ou pas.

6.8 ($\star\star\star$) Lanceuse de disque

Une lanceuse de disque fait trois tours sur elle-même avant de lancer son disque M de masse m. La vitesse initiale du disque est nulle. L'accélération constante de la lanceuse est de 3π rad.s^{-2}. Une vue de dessus est représentée sur la figure ci-dessous.



Mouvement circulaire varié

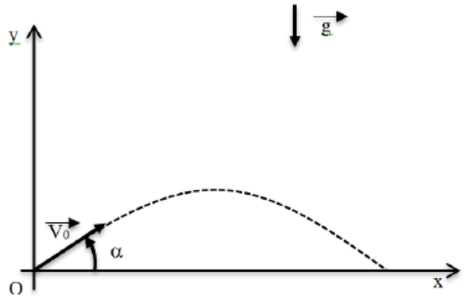
L'étude du mouvement de M sur la boucle se fait naturellement en coordonnées polaires (ρ, θ) et dans la base associée. R correspondant à la longueur du bras est supposé constant et égal à 1 m.

1. Exprimer le vecteur position en coordonnées polaires.

2. En déduire l'expression du vecteur vitesse en coordonnées polaires.
3. Déduire l'expression du vecteur accélération en coordonnées polaires et en déduire l'expression de la composante radiale et de la composante tangentielle.
4. Au bout de quel temps, t_1, le disque est-il lancé ?
5. Quelle est la vitesse angulaire du disque au temps t_1 ? En déduire sa vitesse linéaire v_0.

Lancer du disque sans frottement

La lanceuse doit optimiser l'angle de lancer, α, du disque pour atteindre la distance maximale (cf. figure ci-dessous). Vous travaillerez dans le plan du lancer, et donc à deux dimensions.



1. Faire un schéma et représenter les forces en présence.
2. Exprimer le PFD dans le référentiel de la lanceuse.
3. Projeter le PFD suivant Ox, Oy.
4. Exprimer les trois composantes du vecteur vitesse et du vecteur position.
5. Exprimer le temps en fonction de x, v_0, et $\cos\alpha$.
6. Exprimer l'équation de la trajectoire $y(x)$. En déduire une expression des deux distances pour lesquelles y s'annule, en fonction de v_0, $\sin(2\alpha)$ et de g. (Rappel : $2\sin(\alpha)\cos(\alpha) = \sin(2\alpha)$). En déduire la valeur de α pour laquelle la distance est maximale.
7. A. N. : calculer la distance maximale possible. Dépend-elle de la masse du disque ? Vous utiliserez l'approximation $\pi^2 = 10$.

	Exercice																				
Système	Référentiel. Est-il supposé galiléen ?																				
	Schéma. Dessiner les forces dans une couleur spécifique.																				
	Les forces sont-elles des vecteurs ? Appliquées au bon système ?																				
Bilan Des forces	Cohérent avec le schéma ?																				
	Pour chaque force : nom de la force, lettre avec le signe vecteur																				
	expression littérale sans projection dans la base																				
Principe	Enoncé du principe et de ses hypothèses																				
Exercice « PFD/PFS » (feuille 1 ou 5)	Choix de la base adéquate																				
	Expression vectorielle des forces dans la base																				
	Projection de l'équation vectorielle dans la base																				
Exercice « énergie » (feuille 4)	Caractère conservatif/non-conservatif/de travail nul de chaque force																				
	Expression de l'énergie potentielle associée																				
	Expression de l'énergie mécanique																				
Résolution	Résolution littérale, pas de valeurs numériques																				
	Résultat littéral (encadré)																				
	Vérification de l'homogénéité du résultat (analyse dimensionnelle)																				
Résultats Numériques	Application numérique (2ème encadré)																				
	Chiffres significatifs, unité, ordre de grandeur																				
	Graphiques éventuels																				

Réponses aux exercices HLPH101

Les vecteurs sont représentés en caractères gras.

1.1 **T** = 4,9N $\mathbf{e_z}$
1.2 $T_A=T_B=509N$
1.3 $T_A=42{,}4N$; $T_B=24{,}5N$
1.4 L=14,9cm
1.5 1) $k_1=200N.m^{-1}$; $k_2=100N.m^{-1}$ 2)$l_1= l_2=16{,}7cm$ 3)$l= l_{1+} l_2 = 50cm$
4) ressorts en parallèle : $k=k_1+k_2$ ressorts en série : $1/k=1/k_1+1/k_2$
1.6 1)$L=mg/k+L_0$ 3)$L_2= L_3=mg/(2k\sin\alpha)+L_0$ 4)$\cos\alpha=AB/(2L_3)$
5) $2kAB\sin\alpha=2mg\cos\alpha+L_0 4k\sin\alpha\cos\alpha$ 6) M=481g
1.8 1) a)oui c)**R**=-**P** 2) a)oui c) **R**=-**P** d)$R_N=5\sqrt{3}N$; $R_T=5N$ e)0,58
1.9 $R_N=mg$; $R_T=k(l-l_0)$ $L_{max}= l_0+\mu_s mg/k$
1.10 2) force de frottements 3)**F**=-mg$\mathbf{e_x}$ 4) $R_T=3{,}6N$ 5)$R_N=7{,}7N$
6) $F_{tot}=2mg\cos25=18{,}1N$; $\mathbf{F_{tot}}$ fait un angle de 25° avec la verticale
1.11 1,03 atm=1,03.10^5 Pa
1.12 1) 20bar 3)1000kbar 4) même F mais P=2kbar
1.13 2) $M= \rho_g a^3$ 3) il flotte 4) $h=a^3\rho_g/\rho_e$ 5) $F= (\rho_e - \rho_g)a^3g=8{,}14.10^{-4}$ N 6)$k=8{,}14.10^{-4}$ N/m
7)$F=4{,}1.10^{-3}N$; $V=5cm^3$; a=1,7cm
1.14 concentration d'alcool doit être supérieure à 41,5%
1.15 e=4,4mm
2.1 1)200000 2)10^{19}3)$1{,}7.10^{-27}$kg4)300m 5)5000m^3/s 6)5.10^{24}kg
2.2 l'analyse dimensionnelle est : 1) correcte 2) correcte 3) incorrecte 4) correcte
2.3 K : température θ et t : temps T ; $\tau = Cp/\lambda * M / L^2$
2.4 1)4x-7 2)6x-4 3)$3x^2+4/x^2$ 4)$28x+4-6/x^3$ 5)$-2x\sin(x^2)$

6) $-1/x^2.\cos(1/x)$
2.5 1) y=13x-37 2) y=4
2.6 1) 2x 2)$6xy^2$ 3)$6x^2y$ 4)$-9y^2/z$ 5) $3y^3/z^2$
2.7 2)0,005s 3)0,085s 4)t=2,92±0,09s
5)erreur systématique, pas négligeable 6) d=42±3m
2.8 v=0,847±0,004m/s ; Δd/d=0,2% ; Δt/t=0,3% ; Δv/v=0,5% ; p=0,602±0,005kg.m.s^{-1}
2.9 1)R=0,486±0,009ohm 2)P=2,14±0,04W 3) non car mesures non indép
2.10 1) T_1=2,05±0,07ms ; ν_1=500±50Hz 2) T_3=2,00±0,02ms ; ν_3=500±5Hz. Comparer ΔT/T pour les 2 méthodes et voir qu'on améliore la précision d'un facteur presque 3 en mesurant 3 périodes. 3) L=1,01±0,12mH
2.11 f=21±2cm

3.1 90km/h
3.2 $v_x(t)=1+t^2/2$; $a_x(t)=t$
3.3 $v_x(t)=t-3m.s^{-1}$; $x(t)=t^2/2-3t+1m$
3.4 a) $[a]=L.T^{-2}$,$[b]=L.T^{-1}$ et [c]=L b) x(0)=2 m c) $v_x(t)=t-1m.s^{-1}$. Donc $v_x(t)<0$ pour t ∈ [0,1[
d) $v_x(T)=0$ pour T =1s. Donc x(T)=1,5m e) 2s f) 1m
3.5 a) accélération discontinue c) $v_x(t)$ = 3t puis -2t+30m/s d) 15s
e)135m
3.6 a) 7,2km/h b)[0 ;6]s c)$a_x(t) = 2/3m/s^2$ d)$v_x(t)$ = 0m/s mais $a_x(t) =2/3m/s^2$
e)x(12s) = 0m : la voiture a reculé puis avancé f) 24m
3.7 a) 20s b)288km/h
3.8 10s ; 1m/s^2 ; 36km/h
3.9 a) **r(t)** = (t^2 ;t) ; **v(t)** = (2t ;1) ; **a(t)** = (2 ;0) ; mvt à accélération cste b) $y=\sqrt{x}$
c) **v(2)** = (4 ;1)
3.10 1-a) **v**=Rω$\mathbf{e_\theta}$ **a**=-Rω^2$\mathbf{e_\theta}$
3.11 a) c en m/s ; a en m et ω en rad/s c) $v(0)=\sqrt{(4+\pi^2)}$ d)**a**(0)=-π^2$\mathbf{e_r}$ + 4π$\mathbf{e_\theta}$; **v** et **a** pas perpendiculaires e) $v(2{,}5)= \sqrt{(4+36\pi^2)}$; **v**(2,5) = (-6π ;2)

4.1 1) $h_{max} = v_0^2/(2g)$ 2) v_0
4.2 1) 5,24 m^3 2)124,4 J
4.3 790,7 J perdus
4.4 $v = [2gL(1-\cos\theta_0)]^{1/2}$=3,71m/s
4.5 1) $R_T = 3mv_0^2/(8D)$ = 8,5 N 2) Energie thermique : 12 J
4.6 $D = mv_0^2/(2R_T)$ = 9,3cm

5.1 4s ; 40m/s
5.3 1) 20m/s 2)2s ; 20m
5.4 1) $x(t)=v_0t\cos\alpha$; y(t) = 0 ; $z(t) = -1/2gt^2+v_0t\sin\alpha$
2)$z=-gx^2/(2v_0^2\cos^2\alpha)+\tan\alpha.x$ parabolique
3)$\tau=2v_0\sin\alpha/g$ 4)π/4 ; $d=v_0^2/g$ 5) π/2 ; $h_{max}=v_0^2/2g$; oui pour alpha=75°
5.5 1)99,9m 2)a)kg/s b) 75,8m
5.6 $L=mv_0^2/2F$= 156,25m
5.7 2)530N 3)498N
5.8 3) a<0 et cste : mvt uniformément décéléré 6)t=1,57s ; D=3,92m
(Remarque : l'AN ne correspond pas à un skieur mais à une brique sur plan incliné…)
5.9 1)$t_1=v_0/(g\sin\alpha)$ 2) $D_{max}= v_0^2/(2g\sin\alpha)$ 3)$t_2=t_1$ 4)$f=mg\sin\alpha/4$
5)f=0,85N $t_1=t_2$=2s t_3=1,6s
5.10 1)μ=0,02 4) oui au bout de 62s, distance parcourue : 131m
5.11 2)a) a=3/4 m/s^2 b)T=0,4875N c)m'=T/(g-a)53g 3)a=gm'/(m+m')
5.12 voir énoncé
5.13 période T=2s
5.14 1) $\Delta l_1<0$ 2)k=5,6N/m

6.1 $L = v_0^2/(2\mu g)$
6.2 $v = x(0).(k/m)^{1/2}$ = 1m/s
6.3 1) 20 m 2) 40m 4) $m = v_f^2/(2gx_{amx})$ = 0,2 5) Ec → chaleur : 14000 J
6.4 2) z = MBsinα ; seul **P** travaille ; $E_P(A) = mgz_A$ = mgABsinα
3) $E_m(A)$ = mgABsinα ; $E_m(B) = 1/2mv_B^2$; $v_B = [2gAB\sin\alpha]^{1/2}$ = 26,3m/s
4)W_{AB} = -f.AB 5)$\Delta E_m = W_{AB} = 1/2mv_B^2$ –mgABsinα 6) $f = -mv_B^2/(2.AB)$ + mgsinα
7) 444 N 8) mvt rectiligne uniforme ; $v_c = v_B = v_0$ 9) $\mathbf{v_C} = v_0\,\mathbf{e_x}$ 10) $x(t) = v_0t$; $z(t) = -gt^2/2$; $z(x) = -gx^2/(2v_0^2)$
6.5 1) F = 1,6 N ; R = 0,2N ; P = 0,2N ; **T** = -kx $\mathbf{e_x}$ 2) seule **T** travaille (**F** n'existe plus)
3) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ 4) Ec= 1/2mv^2 ; $Ep = E_{PP}+E_{Pél}$ = 1/2kx^2 ; E_m= 1/2mv^2 + 1/2kx^2 ; système conservatif ; Em constante 5) solution de la forme x(t) = A cos(ω_0t) +Bsin (ω_0t) avec $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$; avec les cond init on a : $x(t) = \Delta l_0 \cos(\omega_0 t)$
6.6 I.1 seul P travaille I.2 $E_P(A) = E_{PP}(A)$= mgh ; $E_P(M) = E_{PP}(M)$ = mgR(1-cosθ)
I.3 $E_m(A)$ = mgh ; $E_m(M) = 1/2mv_M^2$ + mgR(1-cosθ) I.4 $E_m(A) = E_m(M)$
I.5 $v_M^2/R = 2g(h/R-1+\cos\theta)$
II.1 $\overrightarrow{OM} = R\overrightarrow{e_\rho}$ II.2 $\overrightarrow{v_M} = R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$; $v_M = R\dot{\theta}$; $v_M/R = R\dot{\theta}^2$

II.3 $\overrightarrow{a_M} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{e_\rho}$; $a_\rho = -R\dot{\theta}^2 = -v_M^2/R$
III.2 $F_R/m = g\cos\theta + v_M^2/R$ III.3 $F_R/m = g(2h/R - 2 + 3\cos\theta)$ III.4 π III.5 $h >= 5/2R$

6.7 I.1 (Ox) // plan incliné, seul P travaille, système conservatif I.2 $E_P(A) = mgl\sin\alpha$; $E_P(M) = mgOM\sin\alpha$ 1.3 $E_C(A) = 0$; $E_C(A) = 1/2mv_0^2$; $E_C(M) = 1/2mv_M^2$
I.4 Em(A)= Em(O) (Em constante car système conservatif) I.5 $v_0 = [2gl\sin\alpha]^{1/2}$
I.6 $v_0 = 10{,}95 m/s^2$; Ec(O) = 600J ; Epp(A) = 600J ; Em = 600J
II.1 système non-conservatif à cause de la force de frottements qui ne l'est pas ; donc Em non conservée II.2 $-Tl_1$ II.3 $mgl_1\sin\alpha - 1/2mv_0^2 = -Tl_1$
II.4 $T = mg\,[(l-l_1)/l_1]\sin\alpha$
III.3 selon Ox : $-mg\sin\alpha + T = 0$; selon Oy : $R - mg\cos\alpha = 0$
III.4 equil si **P**+**R**+**T**=**0** → $-mg\sin\alpha + T = 0$ → $l/l_1 - 2 = 0$
Si hors équil : $-mg\sin\alpha + T = m\ddot{x}$ soit $-mg\sin\alpha + mg\left(\frac{l-l_1}{l_1}\right)\sin\alpha = m\ddot{x}$ donc
$g\sin\alpha.\left(\frac{l}{l_1} - 2\right) = \ddot{x}$; si le solide glisse $\ddot{x} < 0$ donc $\left(\frac{l}{l_1} - 2\right) < 0$
III.5 $\left(\frac{l}{l_1} - 2\right) = -0{,}8 < 0$ donc le solide n'est pas à l'équilibre, il glisse vers le bas

6.8 I.1 $\overrightarrow{OM} = R\overrightarrow{e_\rho}$ I.2 $\overrightarrow{v_M} = R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$ I.3 $\overrightarrow{a_M} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{e_\rho}$
I.4 Au bout de 3 tours, soit $t_1 = 2s$. I.5 vitesse angulaire = $3\pi t_1 = 6\pi$ rad/s
II.2 $\vec{a} = \vec{g}$ II.3 $\ddot{x} = 0$; $\ddot{y} = -g$ II.4 $v_x = v_0\cos\alpha$; $v_y = -gt + v_0\sin\alpha$;
$x(t) = v_0 t\cos\alpha$; $y(t) = = -gt^2/2 + v_0 t\sin\alpha$ II.5 $t = x/(v_0\cos\alpha)$
II.6 $y = x\,[-g\,x/(2\,v_0^2\cos^2\alpha) + \tan\alpha]$; $x = 0$ ou $x = v_0^2\sin(2\alpha)/g$: distance max pour $\alpha = \pi/4$ II.7 $x_{max} = 36m$

Plan des exercices à faire en classe et à la maison

Les étudiants doivent faire tous les exercices marqués comme obligatoires. Nous divisons ces exercices en deux sous-ensembles :

1. ceux qui doivent être faits en **présentiel** lors de la session de TD ; et
2. ceux que les étudiants doivent faire à la maison en travail personnel en **distanciel.**

Les exercices du type « distanciel » peuvent être faits en présence si le temps le permet. Mais aucun exercice du type « présentiel » ne peut être assigné comme devoir à la maison.
(P = séance en présentiel ; D = travail en distanciel ; q. = question)

Statique des forces

P1 :	1.3	1.4	1.10
D1 :	1.1	1.8	

Pression et poussée d'Archimède ; ordres de grandeur et dimensions ; dérivées

P2 :	1.12	1.13	2.1 (q. 1)	
D2 :	2.1 (q. 2 et 3)	2.2	2.4	2.6

Incertitudes ; cinématique (partie 1)

P3 :	2.7	2.9	3.2
D3 :	2.8	3.1	3.4

Cinématique (partie 2)

P4 :	3.3	3.5	3.9
D4 :	3.6	3.7	3.10

Énergie, travail, puissance

P5 :	4.1 (q. 1 et 2)	4.4	4.5
D5 :	4.2	4.3	4.6

Dynamique (partie 1)

P6 :	5.3	5.7	
D6 :	5.1	5.6	5.11

Dynamique (partie 2) ; exercices de synthèse

P7 :	5.9	*Le reste de la séance est consacré aux questions des étudiants.*
D7 :	6.2	6.3