coef dominant $(P+Q) \neq$ coef dominant (P) + coef dominant (Q)

coef de degré k $(P+Q) =$ coef degré k (P) + coef degré k (Q)

POLYNÔME

Degré $(P.Q)$ = Degré (P) + Degré (Q)

$$PPCM(P,Q) = \frac{P.Q}{PGCD(P,Q)}$$

On dit que P est premier $\Leftrightarrow \begin{cases} \text{il est unitaire} \\ \text{Ses deux seuls diviseurs unitaires sont 1 et } P \end{cases}$

Tout polynôme de degré ≥ 1 possède au moins 1 racine dans $\mathbb{C}$.

$$P(\text{non-premier}) = (x-r_1)(x-r_2)\ldots \times \underbrace{(x-c_1)(x-c_2)\ldots}_{\text{si } \in \mathbb{C}} \times \underbrace{Q(x)}_{\text{si } \in \mathbb{R}}$$

Developpement de Taylor : ~~f(x) = f(a) + f'(a)x + f''(a).x²/2 + f'''(a).x³/3! ...~~

$$f(x) = \underset{\text{ordre } 0}{f(a)} + \underset{\text{ordre } 1}{f'(a).(x-a)} + \underset{\text{ordre } 2}{\frac{f''(a).(x-a)^2}{2!}} + \underset{\text{ordre } 3}{\frac{f'''(a).(x-a)^3}{3!}} + \ldots$$

Espace vectoriel

Lois Interne : $\forall x, y \in E, \; x+y \in E$

Lois Externe : $\forall x \in E, \; \lambda x \in E$

SEV = Lois Interne + Lois externe + Contient 0_E

$= \forall x, y \in E, \; x + \lambda y \in E$ et $0_E \in E$.

$\boxed{E_{sev} + F_{sev} \neq sev}$

$\boxed{\text{Combinaison linéaire de } u\, v = \lambda u + \mu v}$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\forall$ vecteurs $u_1 \ldots u_n$, les combinaisons linéaire de $u_1 \ldots u_n$ = sev ($Vect(u_1 \ldots u_n)$)

$$F + G = Vect(F \cup G)$$

Somme direct : $F \oplus G = E$ ev

Famille génératrice = Combinaison linéaire des vecteurs de la famille = E
(famille génératrice + x = famille génératrice)

Famille Libre = Chaque élément de la famille ne peut pas s'exprimer avec d'autres éléments de la famille ((famille libre $- x$) = famille libre)

Base = Libre + Génératrice.

LOI DE COMP

Lois de Composition = $f : E \times E \to E$

La multiplication de Matrice n'est pas commutative

La composition de fonction n'est pas commutative

x_0, élément neutre : $f(x_0, x) = f(x, x_0) = x$

Symétrie de deux éléments : $f(x, y) = f(y, x) = x_0$

CALCUL INTEG

Intégrale entre a et b = $\int_a^b f(x)\,dx$

$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

$\int_a^b f(g(x)).g'(x)\,dt = \int_{g(a)}^{g(b)} f(s)\,ds$

Si $f(x) = u(x)\,v(x) = u(x)\,V'(x)$

$\Rightarrow F(x) = u(x)V(x) - \int u'(x)V(x)\,dx$

Applications linéaires

f linéaire $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x+y) = f(x) + f(y) \\ f(\lambda x) = \lambda f(x) \end{cases}$

$\Leftrightarrow f(x + \lambda y) = f(x) + \lambda f(y)$

Si f est linéaire $\Rightarrow f(0_E) = 0_F$ $(f : E \to F)$ obligatoirement sinon f n'est pas linéaire

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x\, f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y\, f\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ par linéarité

$\Leftrightarrow f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ $\left(f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, f\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}\right)$

$\Leftrightarrow f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xa + yc \\ xb + yd \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

E, F des $\mathbb{K}$ ev avec $f : E \to F$

G sev de E

$\Leftrightarrow f(G)$ sev de F

$Ker(f) = \{x \in E, f(x) = 0\}$

f Injective $\Leftrightarrow Ker(f) = \{0_E\}$

f Surjective $\Leftrightarrow Im(f) = F$

Si f Injective $\Rightarrow f$(Partie génératrice de E) = Partie génératrice de F

Si f Surjective $\Rightarrow f$(Partie libre de E) = Partie libre de F

Si f Bijective $\Rightarrow f$(Base de E) = Base de F

Endomorphisme : $f : E \to E$

Isomorphisme : $f : E \to F$ linéaire et bijective

Automorphisme : Endo + Iso

Rang $(rg(f)) = dim(Im\ f)$

$Dim(E) = Dim(Ker\ f) + Rang(f)$