

Programme

- **Introduction**
 - **Initiation au raisonnement logique**
 - **Notions préliminaires**
- Le langage de la LP (syntaxe)
- La sémantique de la LP
- Équivalence logique et Substitution
- Conséquence logique
- Méthode des séquents
- Formes normales et clausale
- Méthode de résolution
- Méthode de Davis et Putnam
- Initiation à la logique des prédicats

Pourquoi étudier la logique en informatique ?

- Base du fonctionnement de nos machines
- Représentation des propriétés d'un système, conditions de réalisation d'une action
- Expression de la validité d'un programme
- Compréhension et écriture des démonstrations
- Base de l'intelligence artificielle symbolique

Historique : Origines Philosophiques

- Aristote (4^e siècle av JC) : « Art de la Pensée »
Logique formelle en langage naturel !
 - Conception : formation des concepts
 - Termes généraux vs. termes singuliers
 - Jugement : activité qui consiste à affirmer ou nier
 - Notion de proposition
 - Raisonnement : production de nouvelles propositions à partir de propositions préalablement affirmées ou niées de manière logique
 - Notion d'inférence (raisonnement valide élémentaire)

Liens entre termes à l'intérieur d'une proposition et non liens entre propositions

Historique : origines mathématiques

- Boole (19^e s) assimile le raisonnement logique à un calcul
 - Algèbre de Boole
- Frege (19^e s) introduit l'idée d'une langue artificielle pour se débarrasser de l'ambiguïté du langage naturel
 - Introduction des quantificateurs (avec Peirce)
- Russel (20^e s)
 - Paradoxes : Langage Objet vs. Métalangage
 - Calcul des Prédicats

Historique : fondateurs de la logique moderne (20^e s)

- Tarski
 - Théorie de la vérité (sémantique de la logique)
- Gentzen
 - Dédution naturelle
- Church, Turing, Goedel
 - Systèmes de règles de production

Introduction : Exemple

« Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.

Si le vol a été minutieusement préparé, alors, si le prévenu avait un complice, un butin moins important eût été emporté.

Or, le butin n'a pas été important.

Donc, le prévenu n'a pas commis le vol. »

- Question 1 : cette argumentation est-elle convaincante ?
- Question 2 : cette argumentation est-elle correcte ?

Introduction : Exemple

« Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.

Si le vol a été minutieusement préparé, alors, si le prévenu avait un complice, un butin moins important eût été emporté.

Or, le butin n'a pas été important.

Donc, le prévenu n'a pas commis le vol. »

- Question 1 : cette argumentation est-elle convaincante ?

C'est le champ de la **réthorique**

- Question 2 : cette argumentation est-elle correcte ?

Introduction : Exemple

« Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.

Si le vol a été minutieusement préparé, alors, si le prévenu avait un complice, un butin moins important eût été emporté.

Or, le butin n'a pas été important.

Donc, le prévenu n'a pas commis le vol. »

- Question 1 : cette argumentation est-elle convaincante ?

C'est le champ de la **réthorique**

- Question 2 : cette argumentation est-elle correcte ?

C'est le champ de la **logique**

Introduction : Exemple

- Exemple de raisonnement correct :
« Si il n'a pas de 0 alors il a la moyenne, or il n'a pas la moyenne donc il a un zéro. »
- Exemple de raisonnement incorrect :
« Quand toto ne mange pas sa soupe, son père l'envoie au lit. Donc il suffit que toto mange sa soupe pour ne pas aller au lit. »

Introduction : Exemple

- Langage symbolique

- Pour les propositions

- p = le prévenu a commis le vol
 - q = le vol a été minutieusement préparé
 - r = le prévenu avait un complice
 - s = le butin a été important

- Et les relations entre propositions

\neg = négation \vee = disjonction \Rightarrow = implication

« *Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.*

Si le vol a été minutieusement préparé, alors, si le prévenu avait un complice, un butin moins important eût été emporté.

Or, le butin n'a pas été important.

Donc, le prévenu n'a pas commis le vol. »

- Ainsi ce raisonnement est correct si

Introduction : Exemple

- Langage symbolique

- Pour les propositions

- p = le prévenu a commis le vol
 - q = le vol a été minutieusement préparé
 - r = le prévenu avait un complice
 - s = le butin a été important

- Et les relations entre propositions

\neg = négation \vee = disjonction \Rightarrow = implication

$$H1 = p \Rightarrow (q \vee r)$$

$$H2 = q \Rightarrow (r \Rightarrow s)$$

$$H3 = \neg s$$

$$C = \neg p$$

- Ainsi ce raisonnement est correct si $H1, H2, H3$ a pour conséquence logique C

Introduction : Exemple

« *Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.*

Si le vol a été minutieusement préparé, alors si le prévenu avait un complice, un butin

Or, le butin n'a pas été trouvé

Donc, le prévenu

❗ la correction d'un raisonnement ne dépend que des relations entre ses propositions et non des propositions

p = l'âne a chanté un air

q = l'air était en sol mineur

r = l'âne a vu un singe

s = la foudre est tombée

Introduction : Exemple

« Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice.

Si le vol a été minutieusement préparé, alors si le prévenu avait un complice, un butin.

Or, le butin n'a pas été trouvé.

Donc, le prévenu n'a pas commis le vol.

❶ la correction d'un raisonnement ne dépend que des relations entre ses propositions et non des propositions

p = l'âne a chanté un air

q = l'air était en sol mineur

r = l'âne a vu un singe

s = la foudre est tombée

« Si l'âne a chanté un air, c'est que l'air était en sol mineur, ou alors l'âne a vu un singe.

Si l'air était en sol mineur, alors, si l'âne a vu un singe, la foudre est tombée.

Or, la foudre n'est pas tombée.

Donc, l'âne n'a pas chanté un air. »