

# TD 7 - Algorithme DPLL et exercices de synthèse

## Logique Propositionnelle - HAI304I

**Exercice 1** Appliquez l'algorithme DPLL sur les formes clausales suivantes :

$$\{\{a_1, a_2, a_3\}, \{b_1, b_2, b_3\}, \{\neg a_1, \neg b_1\}, \{\neg a_2, \neg b_2\}, \{\neg a_3, \neg b_3\}, \{\neg b_1\}, \{\neg a_1, \neg b_3\}, \{\neg a_2, \neg b_3\}, \{\neg b_2, a_2\}\}$$
$$\{\{p, u\}, \{q, r\}, \{\neg p, \neg t\}, \{\neg r, s\}, \{\neg q, r\}, \{\neg p, t\}, \{q, \neg s\}, \{\neg p, \neg u\}\}$$

Pour chacune d'entre elles, précisez le résultat de l'algorithme et ce que l'on peut conclure sur la forme clausale? En déduire, s'il y a lieu un modèle de la forme clausale.

**Exercice 2** – Soit la formule  $F = q \wedge p \vee \neg(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r) \wedge \neg(r \wedge p)$

1. Dessinez l'arborescence syntaxique de  $F$ .
2. Montrez que  $F$  est valide en utilisant l'algorithme DPLL.
3. Montrez que  $F$  est valide en utilisant la méthode de résolution.
4. Montrez que  $F$  est valide en utilisant le système  $\mathcal{LK}_0$ .

**Exercice 3** – Bientôt les vacances...

*Jules n'est jamais en vacances quand il regarde les news.*

*Pour que Jules soit à la montagne, il suffit qu'on soit en hiver.*

*Si Jules est à la montagne mais qu'il n'est pas en forme alors il regarde les news.*

*Il est impossible qu'on ne soit pas en hiver et que Jules ne soit pas à la montagne.*

*Quand Jules n'est pas en vacances alors il ne regarde pas les news.*

1. Modélisez chacune de ces phrases en logique des propositions
2. Quel problème de logique des propositions modélise que l'on peut conclure des phrases précédentes que "Jules est en forme".
3. Montrez le en utilisant la méthode des séquents.
4. Montrez le en utilisant la méthode de résolution.
5. Montrez le en utilisant l'algorithme DPLL.

**Exercice 4** – L'énigme du "masque de fer"



On a trouvé les inscriptions suivantes dans la cellule de l'homme au masque de fer :

- *Je ne suis pas le frère jumeau de Louis XIV*
  - *Une seule de ces deux propositions est vraie*
- Que peut-on en déduire? Sous quelles conditions?