

Réponses aux exercices HLP101 Chapitres 1-2-3-4

Les vecteurs sont représentés en caractères gras.

- 1.1 $\mathbf{T} = 5\text{N } \mathbf{e}_z$
 1.2 $T_A = T_B = 520\text{N}$
 1.3 $T_A = 43,3\text{N}$; $T_B = 25\text{N}$
 1.4 $L = 15\text{cm}$
 1.5 1) $k_1 = 200\text{N.m}^{-1}$; $k_2 = 100\text{N.m}^{-1}$ 2) $l_1 = l_2 = 16,7\text{cm}$ 3) $l = l_1 + l_2 = 50\text{cm}$
 4) ressorts en parallèle : $k = k_1 + k_2$ ressorts en série : $1/k = 1/k_1 + 1/k_2$
 1.6 1) $L = mg/k + L_0$ 3) $L_2 = L_3 = mg/(2k\sin\alpha) + L_0$ 4) $\cos\alpha = AB/(2L_3)$
 5) $2kAB\sin\alpha = 2mg\cos\alpha + L_0 4k\sin\alpha\cos\alpha$ 6) $M = 481\text{g}$
 1.8 1) a) oui c) $\mathbf{R} = -\mathbf{P}$ 2) a) oui c) $\mathbf{R} = -\mathbf{P}$ d) $R_N = 5\sqrt{3}\text{N}$; $R_T = 5\text{N}$ e) 0,58
 1.9 $R_N = mg$; $R_T = k(l - l_0)$ $L_{\max} = l_0 + \mu_s mg/k$
 1.10 2) force de frottements 3) $\mathbf{F} = -mg\mathbf{e}_x$ 4) $R_T = 3,6\text{N}$ 5) $R_N = 7,7\text{N}$
 6) $F_{\text{tot}} = 2mg\cos 25^\circ = 18,1\text{N}$; \mathbf{F}_{tot} fait un angle de 25° avec la verticale
 1.11 $1,03\text{ atm} = 1,03 \cdot 10^5\text{ Pa}$
 1.12 1) 20bar 3) 1000kbar 4) même F mais $P = 2\text{kbar}$
 1.13 2) $M = \rho_g a^3$ 3) il flotte 4) $h = a^3 \rho_g / \rho_e$ 5) $F = (\rho_e - \rho_g) a^3 g = 8,14 \cdot 10^{-4}\text{ N}$
 6) $k = 8,14 \cdot 10^{-4}\text{ N/m}$ 7) $F = 4,1 \cdot 10^{-3}\text{ N}$; $V = 5\text{cm}^3$; $a = 1,7\text{cm}$
 1.14 concentration d'alcool doit être supérieure à 41,5%
 1.15 $e = 4,4\text{mm}$
 2.1 1) 200000 2) 10^{19} 3) $1,7 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ 4) 300m 5) $5000\text{m}^3/\text{s}$ 6) $5 \cdot 10^{24}\text{kg}$
 2.2 l'analyse dimensionnelle est : 1) correcte 2) correcte 3) incorrecte 4) correcte
 2.3 K : température θ et t : temps T ; $\tau = C_p/\lambda * M / L^2$
 2.4 1) $4x - 7$ 2) $6x - 4$ 3) $3x^2 + 4/x^2$ 4) $28x + 4 - 6/x^3$ 5) $-2x\sin(x^2)$
 6) $-1/x^2 \cdot \cos(1/x)$
 2.5 1) $y = 13x - 37$ 2) $y = 4$
 2.6 1) $2x$ 2) $6xy^2$ 3) $6x^2y$ 4) $-9y^2/z$ 5) $3y^3/z^2$
 2.7 2) 0,005s 3) 0,085s 4) $t = 2,92 \pm 0,09\text{s}$
 5) erreur systématique, pas négligeable 6) $d = 42 \pm 3\text{m}$
 2.8 $v = 0,847 \pm 0,004\text{m/s}$; $\Delta d/d = 0,2\%$; $\Delta t/t = 0,3\%$; $\Delta v/v = 0,5\%$; $p = 0,602 \pm 0,005\text{kg.m.s}^{-1}$
 2.9 1) $R = 0,486 \pm 0,009\text{ohm}$ 2) $P = 2,14 \pm 0,04\text{W}$ 3) non car mesures non indép
 2.10 1) $T_1 = 2,05 \pm 0,07\text{ms}$; $v_1 = 500 \pm 50\text{Hz}$ 2) $T_3 = 2,00 \pm 0,02\text{ms}$; $v_3 = 500 \pm 5\text{Hz}$. Comparer $\Delta T/T$ pour les 2 méthodes et voir qu'on améliore la précision d'un facteur presque 3 en mesurant 3 périodes. 3) $L = 1,01 \pm 0,12\text{mH}$
 2.11 $f = 21 \pm 2\text{cm}$
 3.1 90km/h
 3.2 $v_x(t) = 1 + t^2/2$; $a_x(t) = t$
 3.3 $v_x(t) = t - 3\text{m.s}^{-1}$; $x(t) = t^2/2 - 3t + 1\text{m}$
 3.4 a) $[a] = \text{L.T}^{-2}$, $[b] = \text{L.T}^{-1}$ et $[c] = \text{L}$ b) $x(0) = 2\text{m}$ c) $v_x(t) = t - 1\text{m.s}^{-1}$. Donc $v_x(t) < 0$ pour $t \in [0, 1[$ d) $v_x(T) = 0$ pour $T = 1\text{s}$. Donc $x(T) = 1,5\text{m}$ e) 2s f) 1m
 3.5 a) accélération discontinue c) $v_x(t) = 3t$ puis $-2t + 30\text{m/s}$ d) 15s e) 135m
 3.6 a) 7,2km/h b) $[0 ; 6]\text{s}$ c) $a_x(t) = 2/3\text{m/s}^2$ d) $v_x(t) = 0\text{m/s}$ mais $a_x(t) = 2/3\text{m/s}^2$
 e) $x(12\text{s}) = 0\text{m}$: la voiture a reculé puis avancé f) 24m
 3.7 a) 20s b) 288km/h
 3.8 10s ; 1m/s^2 ; 36km/h
 3.9 a) $\mathbf{r}(t) = (t^2 ; t)$; $\mathbf{v}(t) = (2t ; 1)$; $\mathbf{a}(t) = (2 ; 0)$; mvt à accélération cste b) $y = \sqrt{x}$
 c) $\mathbf{v}(2) = (4 ; 1)$

3.10 1-a) $\mathbf{v} = R\omega \mathbf{e}_\theta$ $\mathbf{a} = -R\omega^2 \mathbf{e}_\theta$

3.11 a) c en m/s ; a en m et ω en rad/s c) $v(0) = \sqrt{4 + \pi^2}$ d) $\mathbf{a}(0) = -\pi^2 \mathbf{e}_r + 4\pi \mathbf{e}_\theta$; \mathbf{v} et \mathbf{a} pas perpendiculaires e) $v(2,5) = \sqrt{4 + 36\pi^2}$; $\mathbf{v}(2,5) = (-6\pi ; 2)$

4.1 1) $h_{\max} = v_0^2 / (2g)$ 2) v_0

4.2 1) $5,24 \text{ m}^3$ 2) $124,4 \text{ J}$

4.3 $790,7 \text{ J}$ perdus

4.4 $v = [2gL(1 - \cos\theta_0)]^{1/2} = 3,71 \text{ m/s}$

4.5 1) $R_T = 3mv_0^2 / (8D) = 8,5 \text{ N}$ 2) Energie thermique : 12 J

4.6 $D = mv_0^2 / (2R_T) = 9,3 \text{ cm}$

5.1 4 s ; 40 m/s

5.3 1) 20 m/s 2) 2 s ; 20 m

5.4 1) $x(t) = v_0 t \cos\alpha$; $y(t) = 0$; $z(t) = -1/2gt^2 + v_0 t \sin\alpha$

2) $z = -gx^2 / (2v_0^2 \cos^2\alpha) + \tan\alpha \cdot x$ parabolique

3) $\tau = 2v_0 \sin\alpha / g$ 4) $\pi/4$; $d = v_0^2 / g$ 5) $\pi/2$; $h_{\max} = v_0^2 / 2g$; oui pour $\alpha = 75^\circ$

5.5 1) $99,9 \text{ m}$ 2) a) kg/s b) $75,8 \text{ m}$

5.6 $L = mv_0^2 / 2F = 156,25 \text{ m}$

5.7 2) 530 N 3) 498 N

5.8 3) $a < 0$ et cste : mvt uniformément décéléré 6) $t = 1,57 \text{ s}$; $D = 3,92 \text{ m}$
(Remarque : l'AN ne correspond pas à un skieur mais à une brique sur plan incliné...)

5.9 1) $t_1 = v_0 / (g \sin\alpha)$ 2) $D_{\max} = v_0^2 / (2g \sin\alpha)$ 3) $t_2 = t_1$ 4) $f = mg \sin\alpha / 4$

5) $f = 0,85 \text{ N}$ $t_1 = t_2 = 2 \text{ s}$ $t_3 = 1,6 \text{ s}$

5.10 1) $\mu = 0,02$ 4) oui au bout de 62 s , distance parcourue : 131 m

5.11 2) a) $a = 3/4 \text{ m/s}^2$ b) $T = 0,4875 \text{ N}$ c) $m' = T / (g - a) = 53 \text{ g}$ 3) $a = gm' / (m + m')$

5.12 voir énoncé

5.13 période $T = 2 \text{ s}$

5.14 1) $\Delta l_1 < 0$ 2) $k = 5,6 \text{ N/m}$

6.1 $L = v_0^2 / (2\mu g)$

6.2 $v = x(0) \cdot (k/m)^{1/2} = 1 \text{ m/s}$

6.3 1) 20 m 2) 40 m 4) $m = v_f^2 / (2gx_{\max}) = 0,2$ 5) $E_c \rightarrow$ chaleur : 14000 J

6.4 2) $z = MB \sin\alpha$; seul \mathbf{P} travaille ; $E_P(A) = mgz_A = mgAB \sin\alpha$

3) $E_m(A) = mgAB \sin\alpha$; $E_m(B) = 1/2mv_B^2$; $v_B = [2gAB \sin\alpha]^{1/2} = 26,3 \text{ m/s}$

4) $W_{AB} = -f \cdot AB$ 5) $\Delta E_m = W_{AB} = 1/2mv_B^2 - mgAB \sin\alpha$ 6) $f = -mv_B^2 / (2 \cdot AB) + mg \sin\alpha$

7) 444 N 8) mvt rectiligne uniforme ; $v_c = v_B = v_0$ 9) $\mathbf{v}_c = v_0 \mathbf{e}_x$ 10) $x(t) = v_0 t$;

$z(t) = -gt^2/2$; $z(x) = -gx^2 / (2v_0^2)$

6.5 1) $F = 1,6 \text{ N}$; $R = 0,2 \text{ N}$; $P = 0,2 \text{ N}$; $\mathbf{T} = -kx \mathbf{e}_x$ 2) seule \mathbf{T} travaille (\mathbf{F} n'existe plus)

3) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ 4) $E_c = 1/2mv^2$; $E_p = E_{pp} + E_{pél} = 1/2kx^2$; $E_m = 1/2mv^2 + 1/2kx^2$;

système conservatif ; E_m constante 5) solution de la forme $x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$

avec $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$; avec les cond init on a : $x(t) = \Delta l_0 \cos(\omega_0 t)$

6.6 I.1 seul \mathbf{P} travaille I.2 $E_P(A) = E_{pp}(A) = mgh$; $E_P(M) = E_{pp}(M) = mgR(1 - \cos\theta)$

I.3 $E_m(A) = mgh$; $E_m(M) = 1/2mv_M^2 + mgR(1 - \cos\theta)$ I.4 $E_m(A) = E_m(M)$

I.5 $v_M^2 / R = 2g(h/R - 1 + \cos\theta)$

II.1 $\overrightarrow{OM} = R\overrightarrow{e}_\rho$ II.2 $\overrightarrow{v_M} = R\dot{\theta}\overrightarrow{e}_\theta$; $v_M = R\dot{\theta}$; $v_M/R = R\dot{\theta}^2$

II.3 $\overrightarrow{a_M} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{e}_\theta - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{e}_\rho$; $a_\rho = -R\dot{\theta}^2 = -v_M^2/R$

III.2 $F_R/m = g\cos\theta + v_M^2/R$ III.3 $F_R/m = g(2h/R - 2 + 3\cos\theta)$

III.4 π III.5 $h \geq 5/2R$

6.7 I.1 (Ox) // plan incliné, seul \mathbf{P} travaille, système conservatif I.2 $E_P(A) = mgl \sin\alpha$;

$E_P(M) = mgOM \sin\alpha$ 1.3 $E_c(A) = 0$; $E_c(A) = 1/2mv_0^2$; $E_c(M) = 1/2mv_M^2$

$$\text{I.4 } E_m(A) = E_m(O) \text{ (} E_m \text{ constante car système conservatif) } \quad \text{I.5 } v_0 = [2gl \sin \alpha]^{1/2}$$

$$\text{I.6 } v_0 = 10,95 \text{ m/s}^2; E_c(O) = 600 \text{ J}; E_{pp}(A) = 600 \text{ J}; E_m = 600 \text{ J}$$

II.1 système non-conservatif à cause de la force de frottements qui ne l'est pas ; donc

$$E_m \text{ non conservée} \quad \text{II.2 } -Tl_1 \quad \text{II.3 } mgl_1 \sin \alpha - 1/2 mv_0^2 = -Tl_1$$

$$\text{II.4 } T = mg [(l-l_1)/l_1] \sin \alpha$$

$$\text{III.3 selon Ox : } -mg \sin \alpha + T = 0 ; \text{ selon Oy : } R - mg \cos \alpha = 0$$

$$\text{III.4 equil si } \mathbf{P} + \mathbf{R} + \mathbf{T} = \mathbf{0} \rightarrow -mg \sin \alpha + T = 0 \rightarrow l/l_1 - 2 = 0$$

$$\text{Si hors équil : } -mg \sin \alpha + T = m\ddot{x} \text{ soit } -mg \sin \alpha + mg \left(\frac{l-l_1}{l_1} \right) \sin \alpha = m\ddot{x} \text{ donc}$$

$$g \sin \alpha \cdot \left(\frac{l}{l_1} - 2 \right) = \ddot{x} ; \text{ si le solide glisse } \ddot{x} < 0 \text{ donc } \left(\frac{l}{l_1} - 2 \right) < 0$$

$$\text{III.5 } \left(\frac{l}{l_1} - 2 \right) = -0,8 < 0 \text{ donc le solide n'est pas à l'équilibre, il glisse vers le bas}$$

$$6.8 \quad \text{I.1 } \overrightarrow{OM} = R \overrightarrow{e_\rho} \quad \text{I.2 } \overrightarrow{v_M} = R \dot{\theta} \overrightarrow{e_\theta} \quad \text{I.3 } \overrightarrow{a_M} = R \ddot{\theta} \overrightarrow{e_\theta} - R \dot{\theta}^2 \overrightarrow{e_\rho}$$

$$\text{I.4 Au bout de 3 tours, soit } t_1 = 2s. \quad \text{I.5 vitesse angulaire} = 3\pi t_1 = 6\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{II.2 } \vec{a} = \vec{g} \quad \text{II.3 } \ddot{x} = 0 ; \ddot{y} = -g \quad \text{II.4 } v_x = v_0 \cos \alpha ; v_y = -gt + v_0 \sin \alpha ;$$

$$x(t) = v_0 t \cos \alpha ; y(t) = -gt^2/2 + v_0 t \sin \alpha \quad \text{II.5 } t = x/(v_0 \cos \alpha)$$

$$\text{II.6 } y = x [-g x / (2 v_0^2 \cos^2 \alpha) + \tan \alpha] ; x = 0 \text{ ou } x = v_0^2 \sin (2\alpha) / g : \text{ distance max pour } \alpha = \pi/4$$

$$\text{II.7 } x_{\max} = 36 \text{ m}$$