

Vérification (HAI603I)

Licence Informatique
Département Informatique
Faculté des Sciences de Montpellier
Université de Montpellier



TD/TP N°1 : Preuves en logique du premier ordre

Exercice 1 (Logique propositionnelle)

Démontrer les propositions suivantes dans LJ et LK :

1. $A \Rightarrow B \Rightarrow A$
2. $(A \Rightarrow B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow A \Rightarrow C$
3. $A \wedge B \Rightarrow B$
4. $B \Rightarrow A \vee B$
5. $(A \vee B) \Rightarrow (A \Rightarrow C) \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow C$
6. $A \Rightarrow \perp \Rightarrow \neg A$
7. $\perp \Rightarrow A$
8. $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow A \Rightarrow B$
9. $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow B \Rightarrow A$
10. $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow B)$

Exercice 2 (Logique du premier ordre)

Démontrer les propositions suivantes dans LJ et LK (si la proposition n'admet pas de preuve intuitionniste, démontrer la proposition dans LJ_(em)) :

1. $\forall x.P(x) \Rightarrow \exists y.P(y) \vee Q(y)$
2. $(\exists x.P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\exists x.P(x)) \vee (\exists x.Q(x))$
3. $(\forall x.P(x)) \wedge (\forall x.Q(x)) \Rightarrow \forall x.P(x) \wedge Q(x)$
4. $(\forall x.P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\forall x.P(x)) \wedge (\forall x.Q(x))$
5. $(\forall x.\neg P(x)) \Rightarrow \neg(\exists x.P(x))$
6. $\neg(\forall x.P(x)) \Rightarrow \exists x.\neg P(x)$

Exercice 3 (Preuves en Coq)

Démontrer les propositions des exercices 1 et 2 en Coq.

On rappelle que pour lancer Coq, il suffit de se mettre dans un terminal et de taper la commande `coqide`, qui lance l'IDE de Coq.