

Synthèse d'images réaliste : introduction aux modèles d'apparence

Mickaël Ribardi  re, Daniel Meneveaux

Laboratoire XLIM, département SIC, Université de Poitiers
  quipe « informatique Graphique »

Contexte : la synthèse d'images réalistes

Nombreuses applications concrètes :

- Le cinéma



Contexte : la synthèse d'images réalistes

Nombreuses applications concrètes :

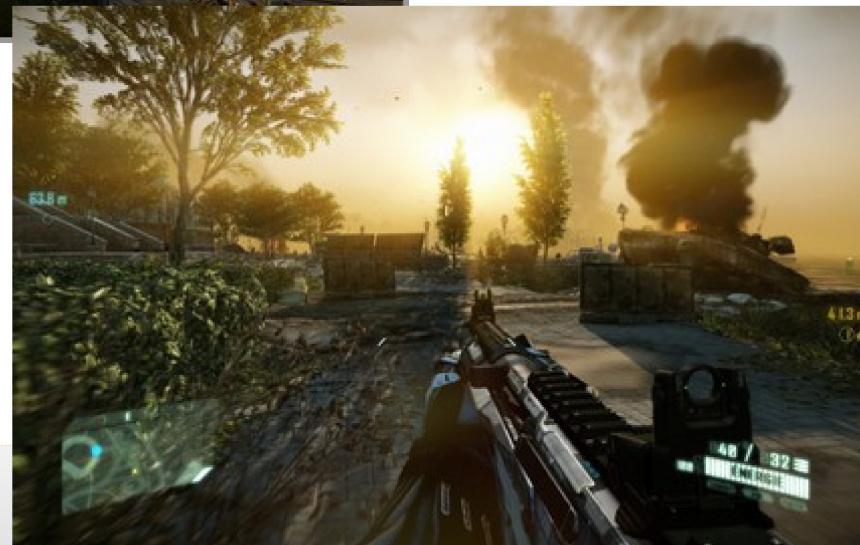
- L'architecture



Contexte : la synthèse d'images réalistes

Nombreuses applications concrètes :

- Le jeu vidéo



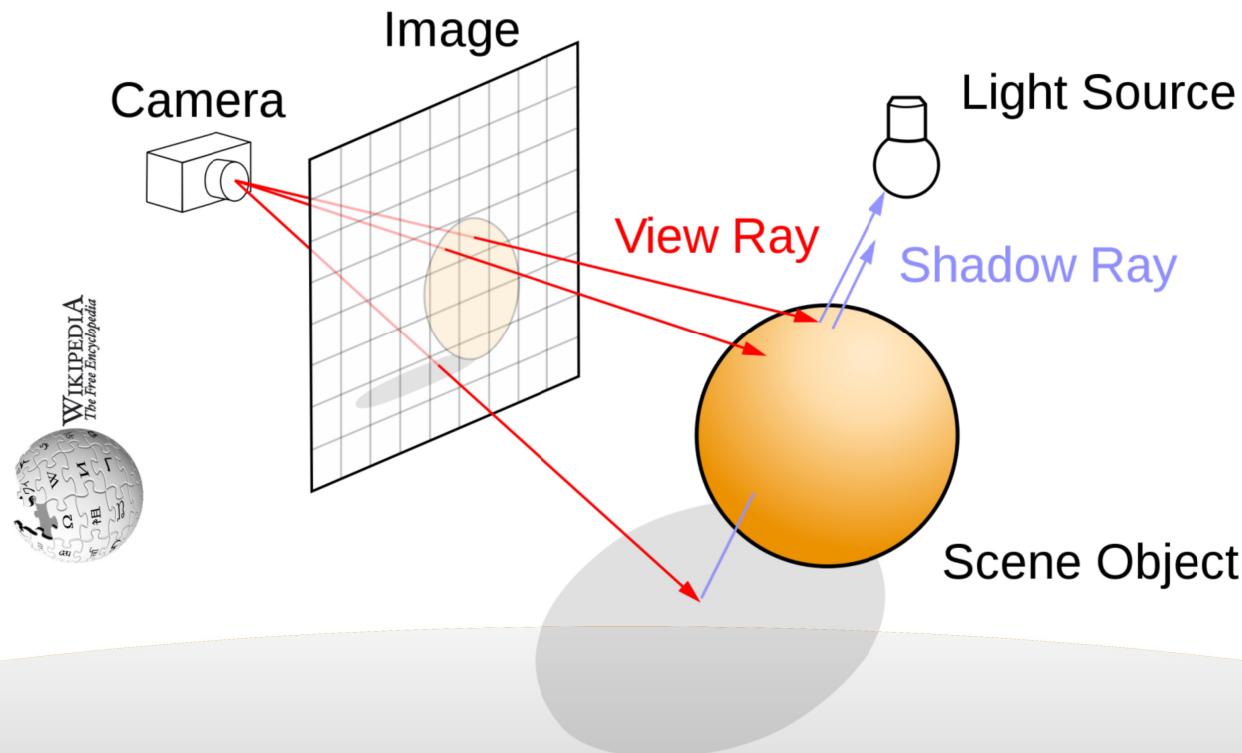
etc.

Contexte : la synthèse d'images réalistes

- Synthèse d'image
 - Étude du comportement physique de la lumière
 - On parle de radiométrie et/ou photométrie
- Radiométrie
 - Formalisme pour l'étude des quantités physiques représentant la lumière
 - Lumière = ondes électromagnétiques visibles par l'œil humain
- Photométrie
 - Prise en compte de la perception humaine de l'énergie lumineuse

Contexte : la synthèse d'images réalistes

- Une image est une grille régulière à 2 dimensions
 - Un cellule est appelée *pixel*
- Objectif : évaluer la *quantité de lumière* pour chaque *pixel*
 - On parle de ***luminance*** pour qualifier cette quantité de lumière

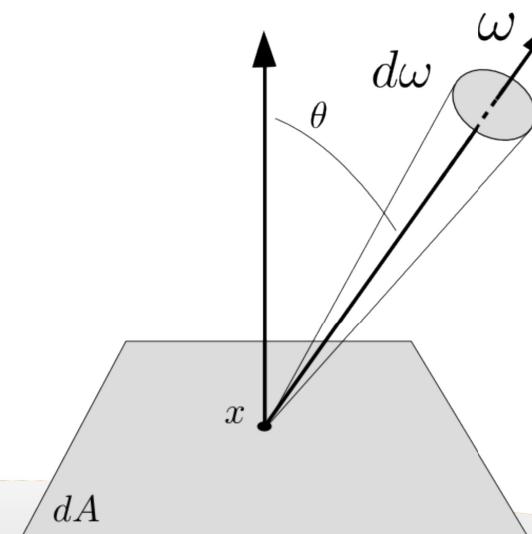


Luminance (énergétique)

- Luminance ($W.m^{-2}.sr^{-1}$) :
flux par unité d'angle solide et par unité d'aire projetée

$$L(x, \omega) = \frac{d^2 \Phi}{\cos \theta d\omega dA}$$

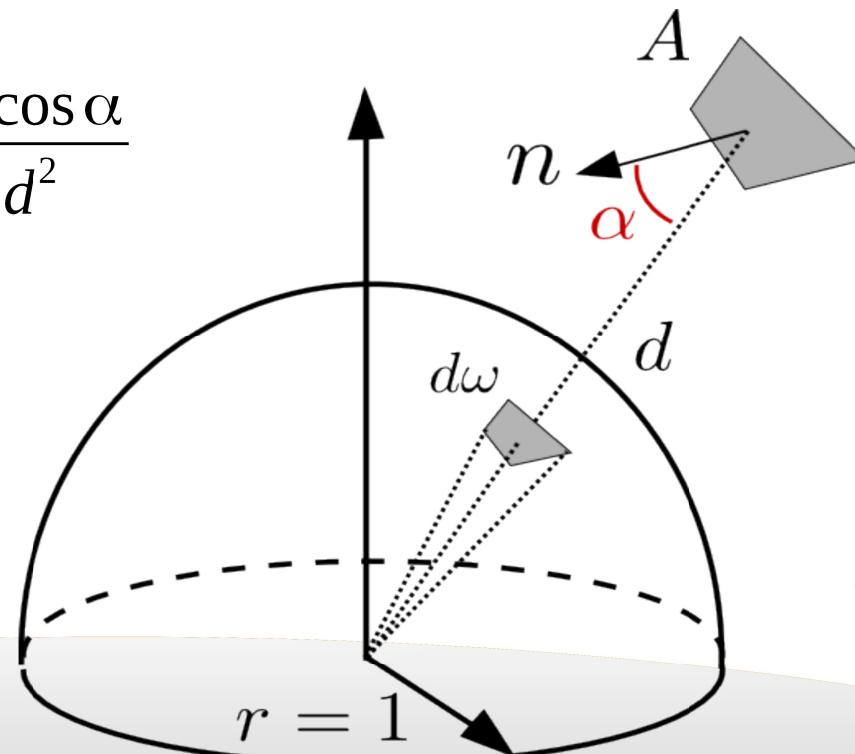
- Grandeur la plus utilisée en synthèse d'image
- Elle est constante le long d'un chemin rectiligne...
...dans le vide
- En anglais : *radiance*



Digression sur l'angle solide (1)

- Mesure des « angles » en 3D
- L'unité est le stéradian (sr)
- L'angle solide d'une surface en un point x est l'aire de sa projection sur une sphère unitaire centrée en x
- Faire une approximation pour les petites surfaces

$$d\omega = \frac{A \cos \alpha}{d^2}$$

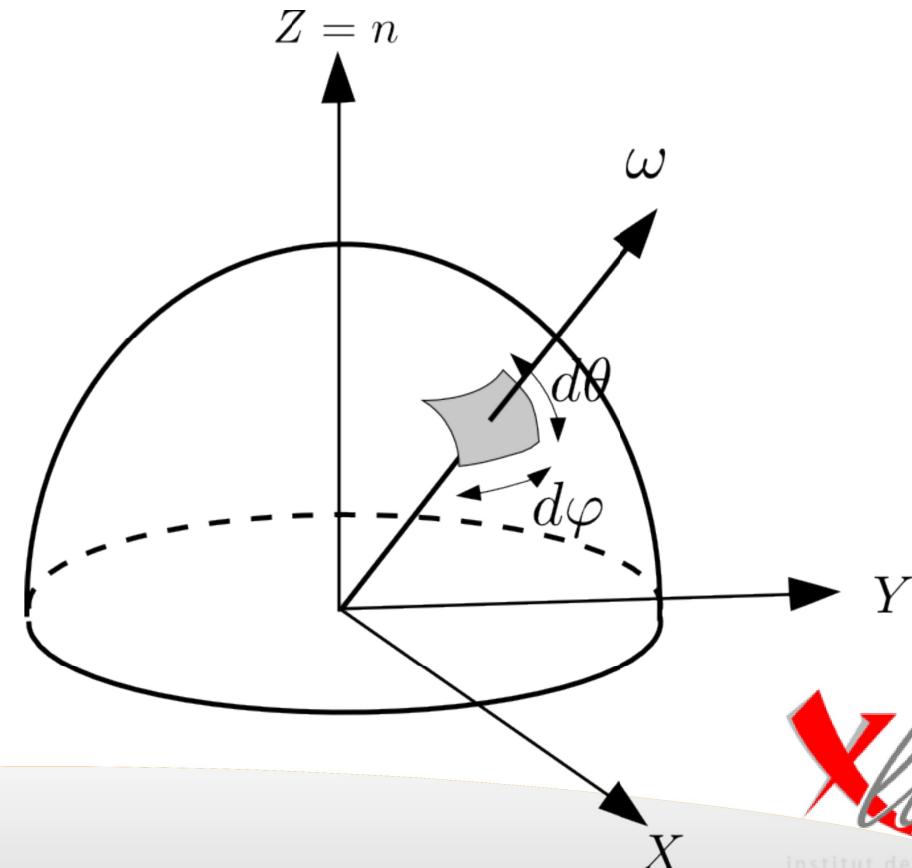
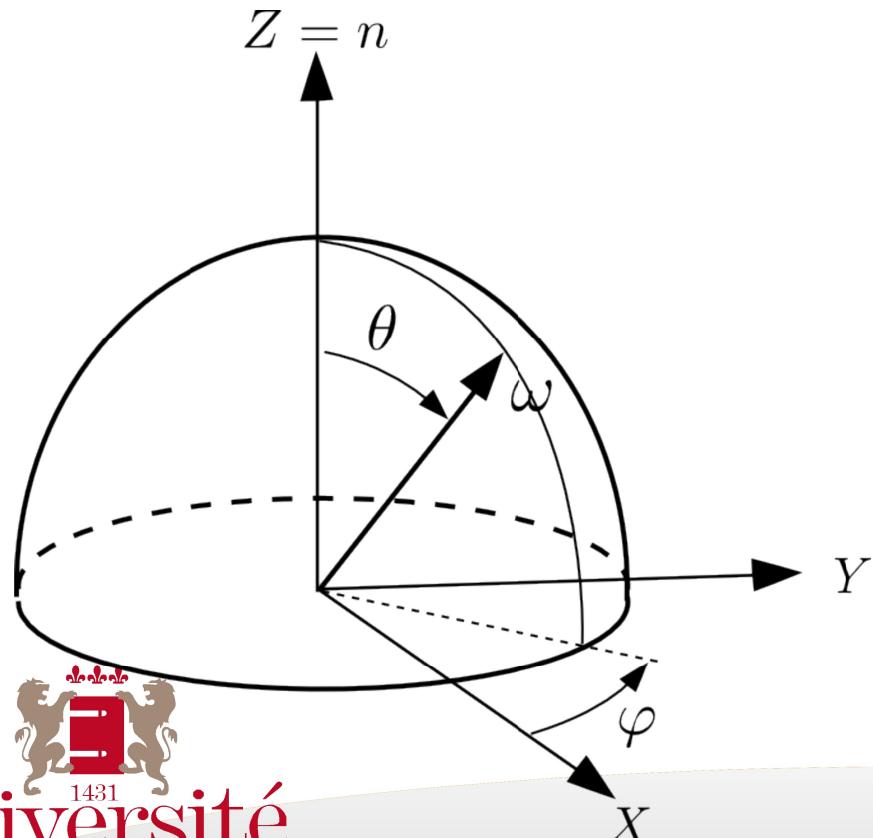


Digression sur l'angle solide (2)

Autre façon de calculer cet angle solide :

- utilisons un système de coordonnées sphériques

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

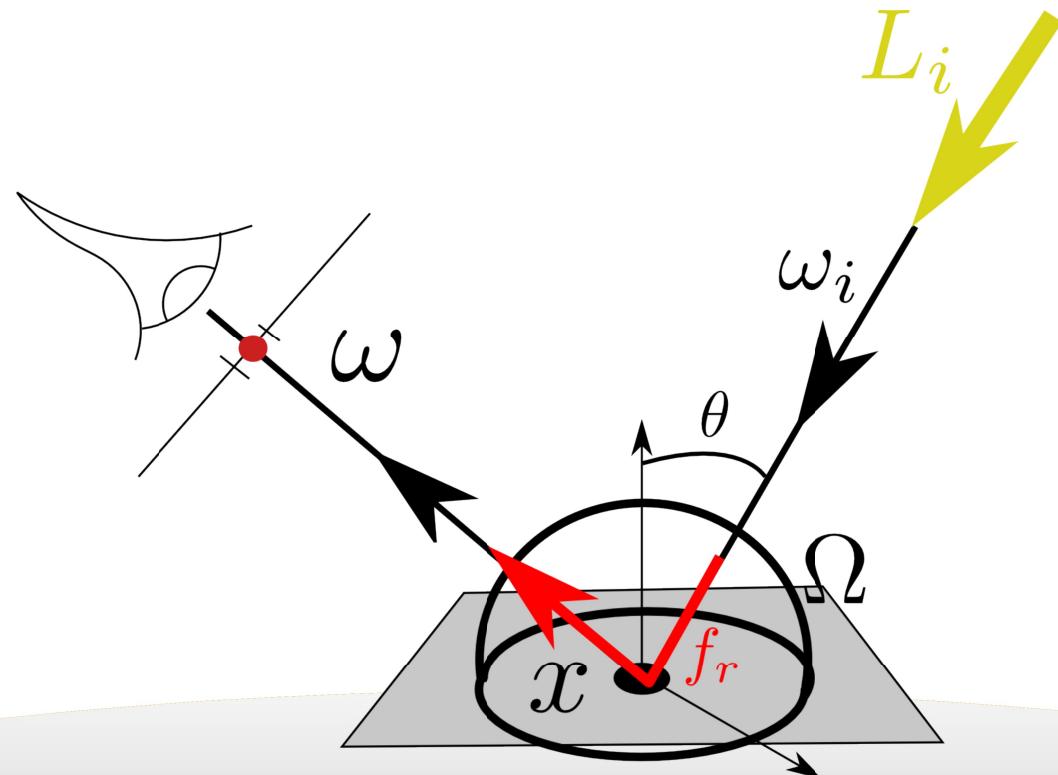


Revenons à la synthèse d'image

Objectif : définir la luminance passant par un pixel

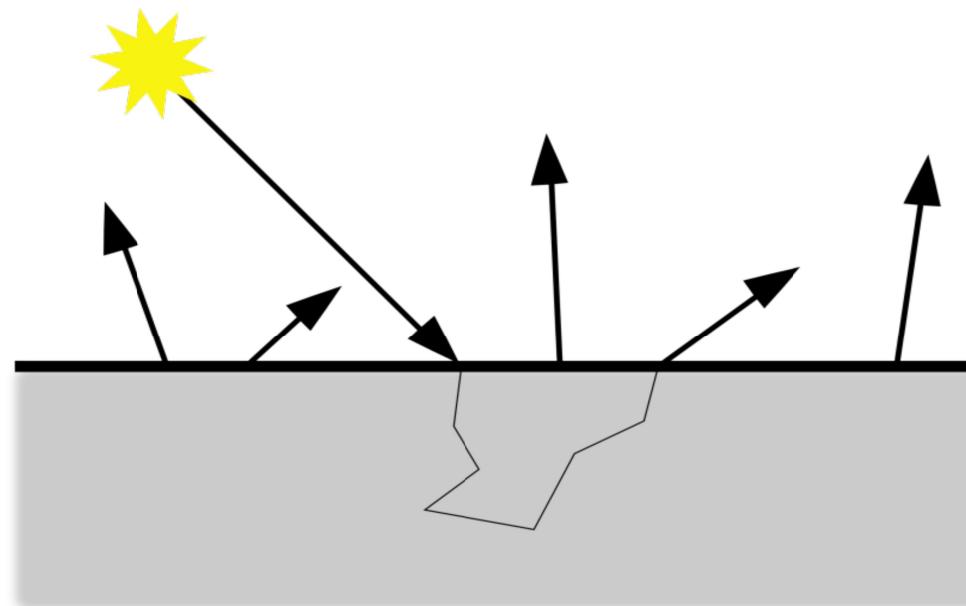
- ✓ *Équation de rendu*

$$L(x, \omega) = \int_{\Omega} L_i(\omega_i) f_r(x, \omega_i, \omega) \cos \theta d\omega_i$$



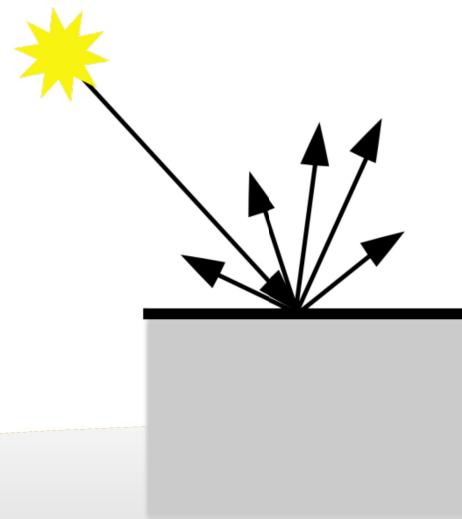
Interactions lumière / surface

- La lumière peut être réfléchie et/ou transmise par la surface
 - ✓ *En fonction du matériau de la surface !*
- Une partie de cette énergie peut être absorbée



BRDF

- Bidirectional Reflectance Distribution Function
- Cas particulier d'interaction lumineuse (simplifications) :
 - ✓ *Au point x d'une surface, la lumière est réfléchie depuis ce même point x*
 - ✓ *Pas d'effets de fluorescence et phosphorescence*
=> *changement de longueur d'onde des photons et latence avant réflexion*

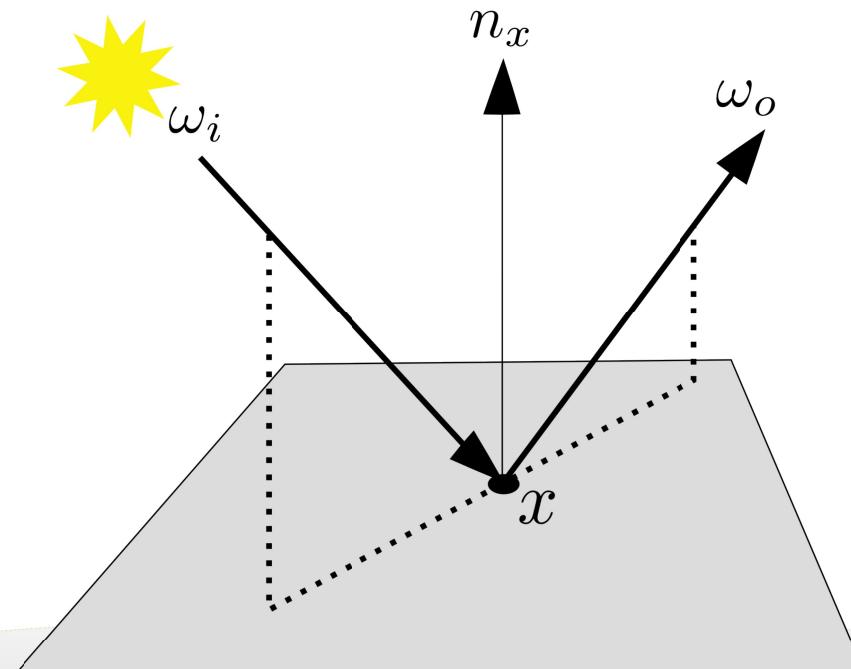


BRDF

La BRDF est une fonction à 4 dimensions

Exprime la luminance réfléchie par un élément de surface dans une direction

$$f_r(x, \omega_i, \omega_o) = \frac{dL(x, \omega_o)}{dE(x, \omega_i)} = \frac{dL(x, \omega_o)}{L(x, \omega_i) \cos(n_x, \omega_i) d\omega_i}$$



BRDF : propriétés

- La BRDF ne peut prendre que des valeurs positives
- Réciprocité de Helmholtz :

la valeur de la BRDF ne change pas lorsque les directions d'incidence et de réflexion sont interchangées

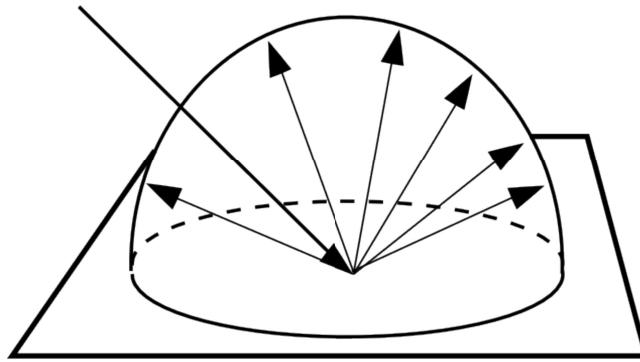
$$f_r(x, \omega_i, \omega_o) = f_r(x, \omega_o, \omega_i)$$

- Conservation de l'énergie :

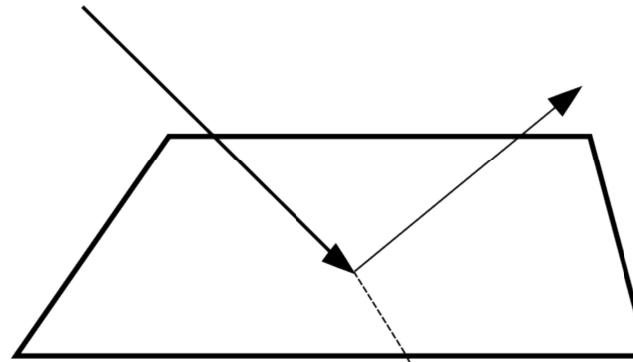
Pour tout ω_i : $\int_{\Omega} f_r(x, \omega_i, \omega_o) \cos(n_x, \omega_o) d\omega_o \leq 1$

BRDF

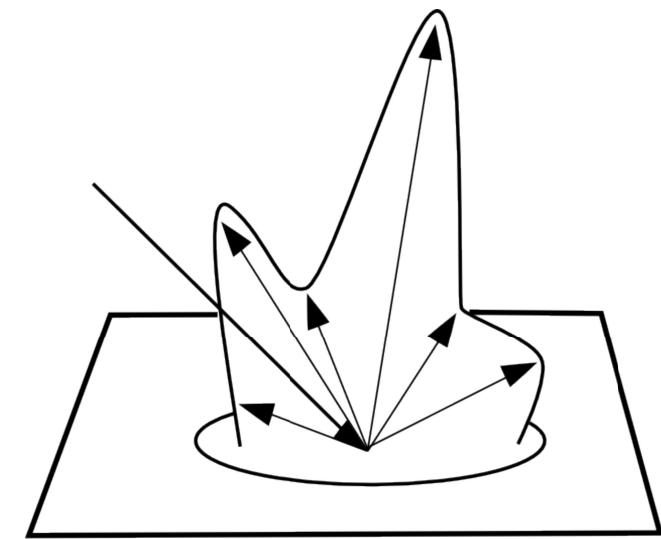
- Une classification des matériaux



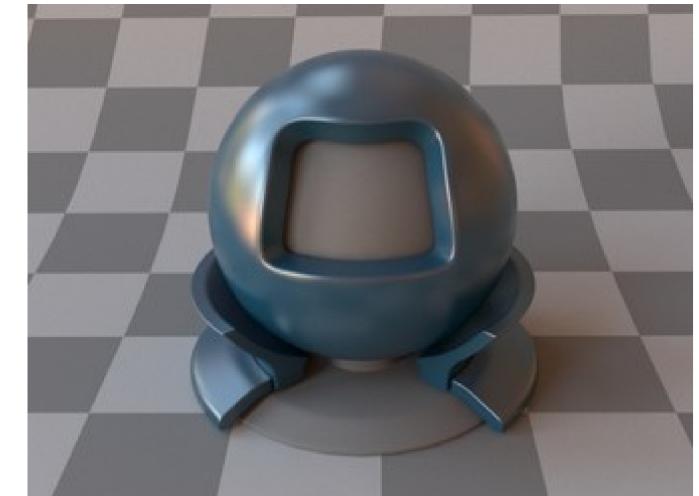
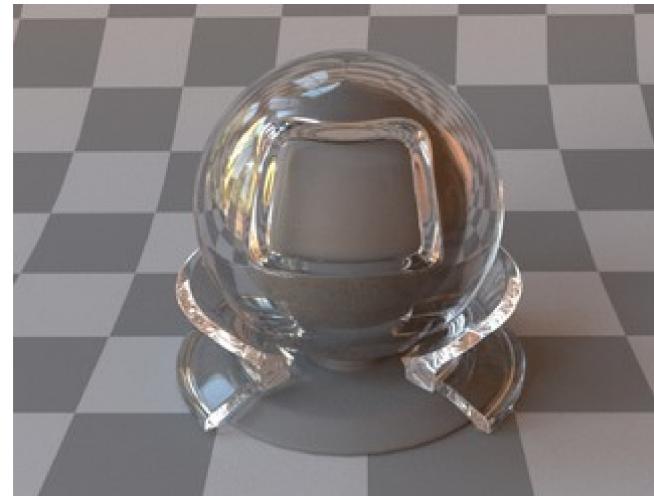
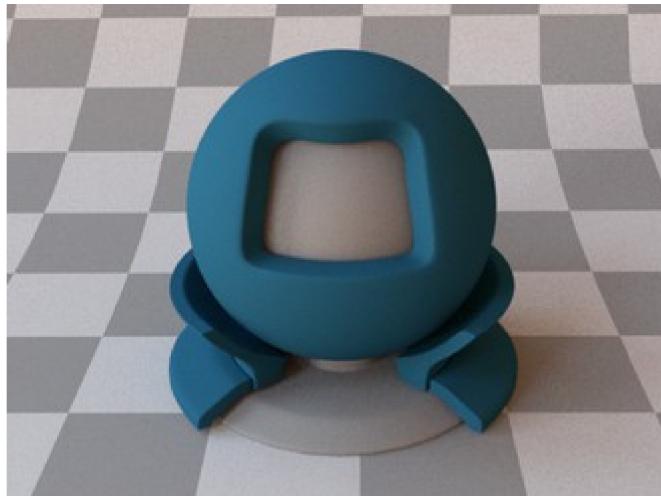
Diffus



Spéculaire / Transparent



Glossy (brillant)



Modèles de BRDF

- Modèles physiques
 - Pour les matériaux simples
 - ✓ *Fresnel / Snell-Descartes pour les matériaux spéculaires et / ou transparents*
 - ✓ *Lambert pour les matériaux diffus*
- Modèles empiriques
 - Un grand nombre de modèles proposés
 - ✓ *Phong, Blinn-Phong, Lafortune, Ward...*
 - ✓ *Modèles à base de micro-facettes*
- Champ actif de recherche en synthèse d'images réalistes

Modèle physique

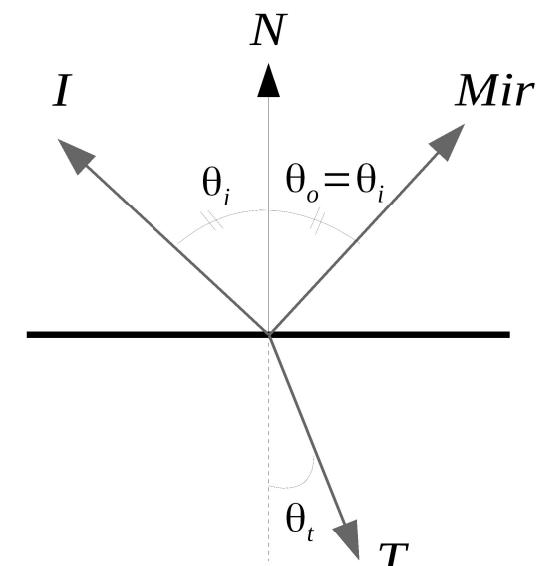
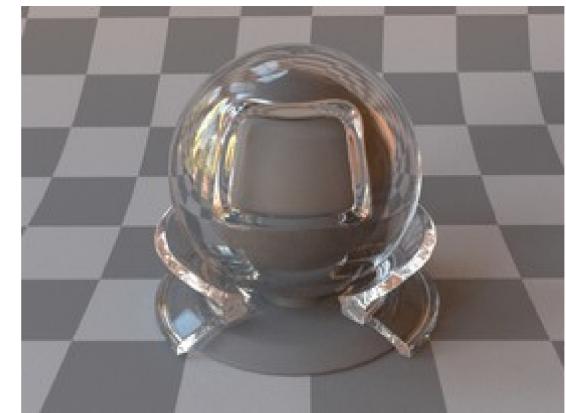
- Matériaux spéculaires et transparents

- ✓ *Loi de Snell-Descartes*
- ✓ *Coefficients de Fresnel*

- Snell-Descartes $\frac{\eta_i}{\eta_o} = \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i}$

- ✓ *Indices de réfraction des milieux connus*

Vide	1.0
Air	Très proche de 1.0
Eau	1.33
Glace	1.31
Rubis	1.78
Verre	1.5
...	

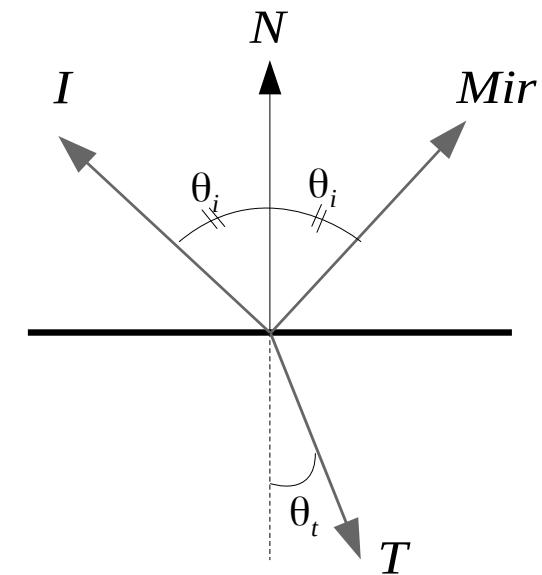
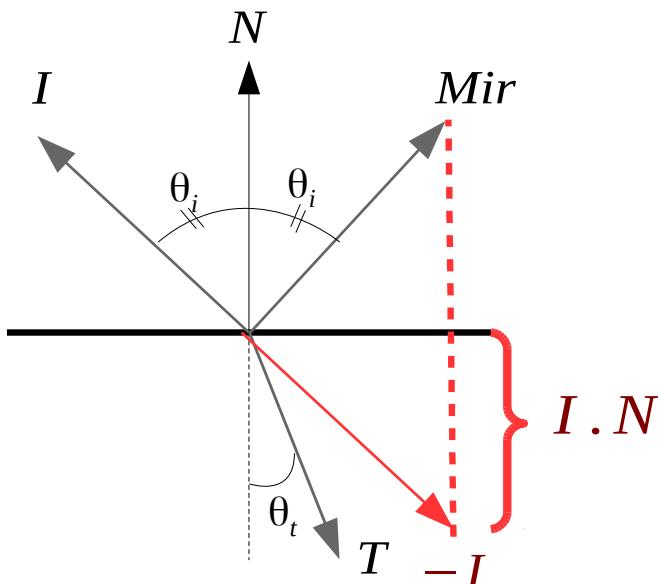
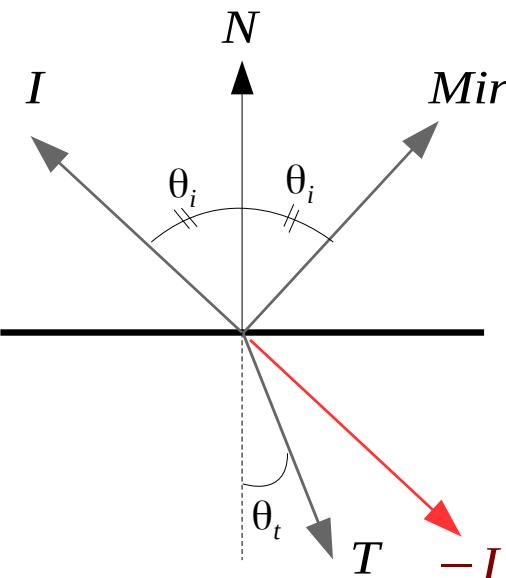


Modèle physique

- Trouver la direction Mir ?

✓ Assez simple :

$$Mir = -I + 2N(I \cdot N)$$



Modèle physique

- Trouver la direction T ?

✓ *Pas si simple...*

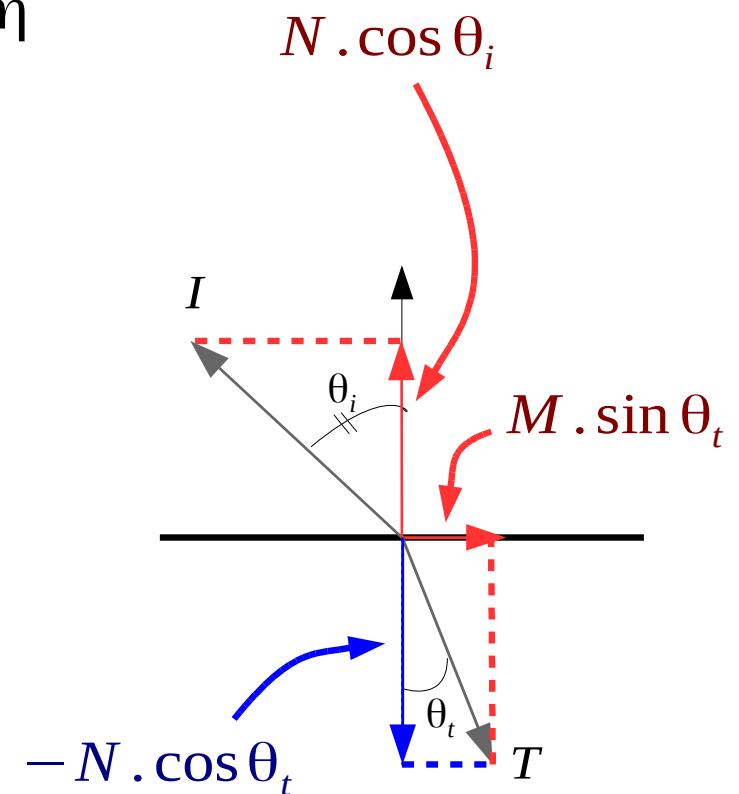
✓ *Rappel : Snell-Descartes* $\frac{\eta_i}{\eta_o} = \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \eta$

$$M = \frac{N \cdot \cos \theta_i - I}{\sin \theta_i}$$

$$T = M \cdot \sin \theta_t - N \cdot \cos \theta_t$$

$$= \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} \cdot (N \cdot \cos \theta_i - I) - N \cdot \cos \theta_t$$

$$= N(\eta \cdot \cos \theta_i - \cos \theta_t) - \eta I$$



Modèle physique

● Coefficients de Fresnel

- ✓ Quelle « proportion » de lumière réfléchie dans la direction Mir ?

$$\left. \begin{aligned} R_s &= \left| \frac{\eta_i \cos \theta_i - \eta_t \cos \theta_t}{\eta_i \cos \theta_i + \eta_t \cos \theta_t} \right|^2 \\ R_p &= \left| \frac{\eta_i \cos \theta_t - \eta_t \cos \theta_i}{\eta_i \cos \theta_t + \eta_t \cos \theta_i} \right|^2 \end{aligned} \right\} \text{Pour de la lumière polarisée}$$

Lumière non polarisée

$$R = \frac{R_s + R_p}{2}$$

- ✓ Quelle « proportion » de lumière transmise dans la direction T ?

$$T = 1 - R$$

Conservation de l'énergie :

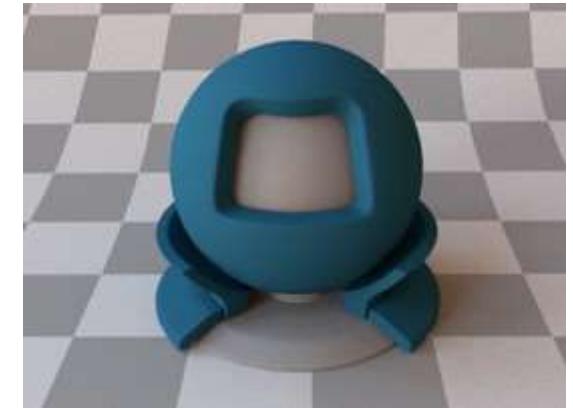
$$T_s = 1 - R_s$$

$$T_p = 1 - R_p$$



Modèle physique

- Modèle de Lambert pour le diffus
 - ✓ *Luminance réfléchie identique quelle que soit la position de l'observateur*
 - ✓ *La BRDF est une constante :*
- ✓ *Conservation de l'énergie (démonstration)*



$$f_r(x, \omega_i, \omega_o) = \frac{Kd}{\pi}$$

$$\int_{\Omega} \frac{Kd}{\pi} \cos(n_x, \omega_o) d\omega_o \leq 1$$

$$\frac{Kd}{\pi} \int_{\Omega} \cos(n_x, \omega_o) d\omega_o \leq 1$$

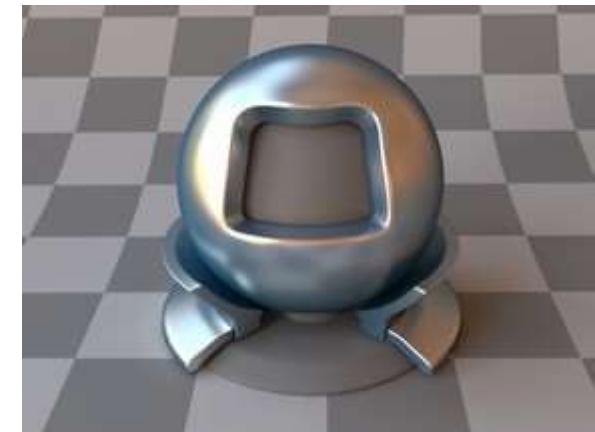
$$\frac{Kd}{\pi} \pi \leq 1 \quad \Rightarrow \quad Kd \leq 1$$

Modèle empirique

- Modèle de Phong

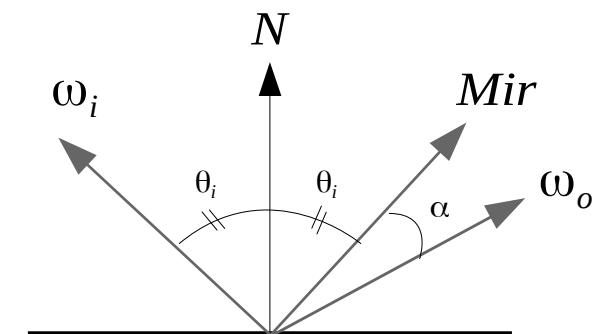
- ✓ Ajoute une composante spéculaire

$$L_o(x, \omega_o) = L_i(x, \omega_i) \left(\frac{Kd}{\pi} \cos \theta_i + Ks \cos^n \alpha \right)$$

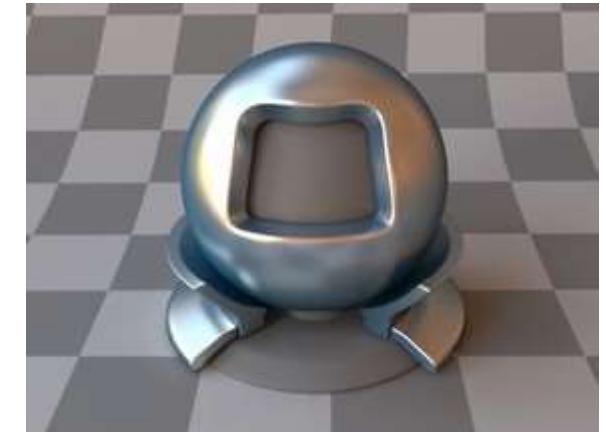


- ✓ **n** est le coefficient de brillance
=> plus **n** est grand, plus le matériau est brillant

- Problème : ne conserve pas l'énergie
 - ✓ Ce n'est pas une BRDF



Modèle empirique



- Modèle de Phong modifié (normalisation)
 - ✓ *Conservation de l'énergie*
 - ✓ *Réciprocité toujours assurée*

$$f_r(x, \omega_i, \omega_o) = \frac{Kd}{\pi} + Ks \frac{n+2}{2\pi} \cos^n \alpha$$

D'autres modèles empiriques

- Lafourture [97] = modèle de Phong généralisé

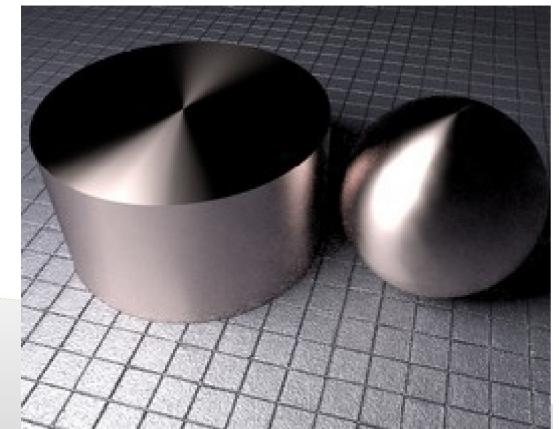
$$f_r(x, \omega_i, \omega_o) = \frac{Kd}{\pi} + \sum_{m=1}^l \max(C_{x_m} x_i x_r + C_{y_m} y_i y_r + C_{z_m} z_i z_r)^{n_m}$$

- ✓ l = nombre de lobes
- ✓ C règlent l'anisotropie et « l'off-spécularité »

- Ward [92]

$$f_r(x, \omega_i, \omega_o) = \frac{Kd}{\pi} + Ks \frac{1}{\sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_o}} \frac{1}{2\pi \sigma_x \sigma_y} e^{-\tan^2 \gamma \left(\frac{\cos^2 \varphi}{\sigma_x^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{\sigma_y^2} \right)}$$

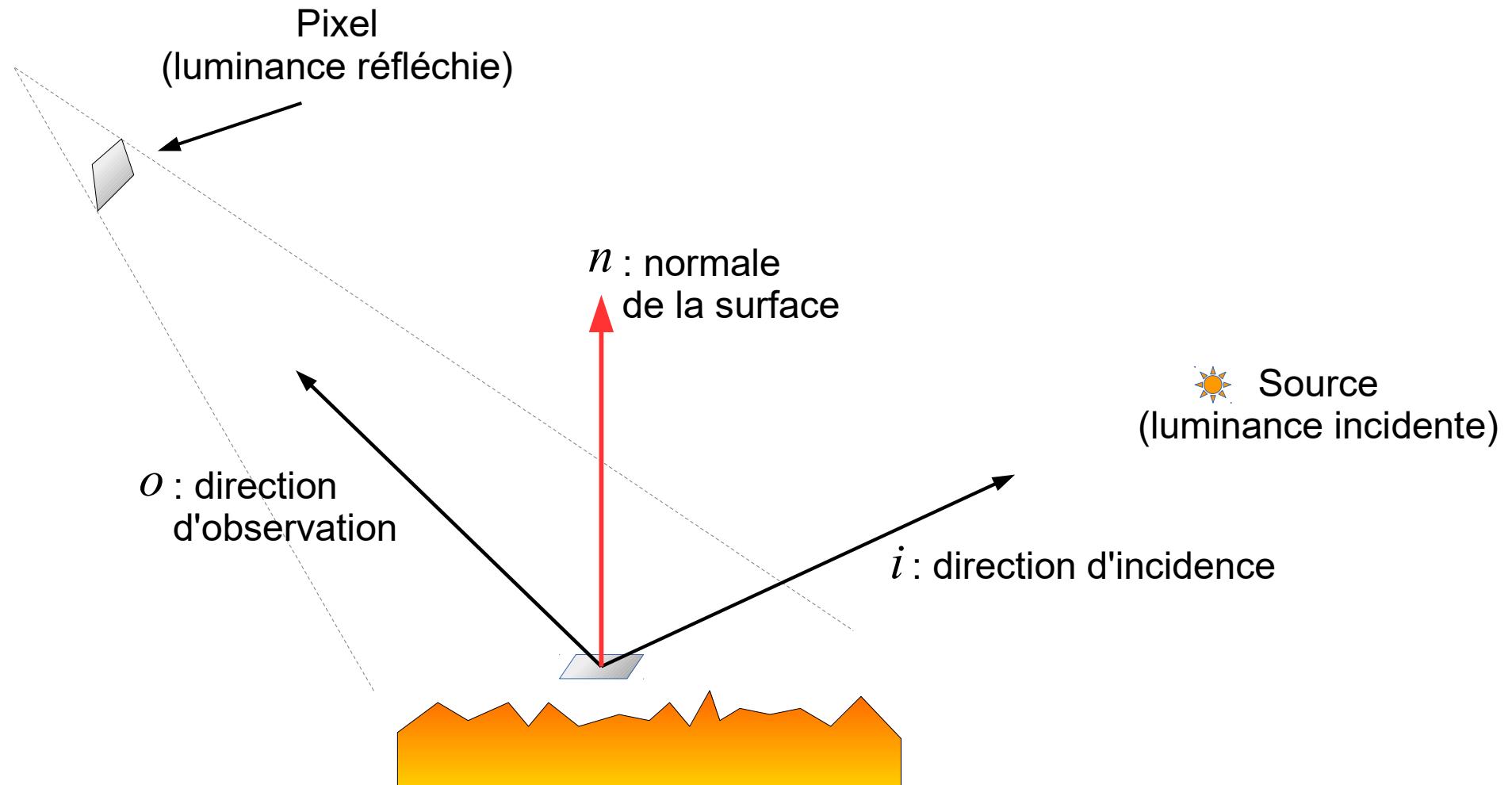
σ_x, σ_y les écarts type de la pente suivant x et y



Modèles à base de micro-facettes

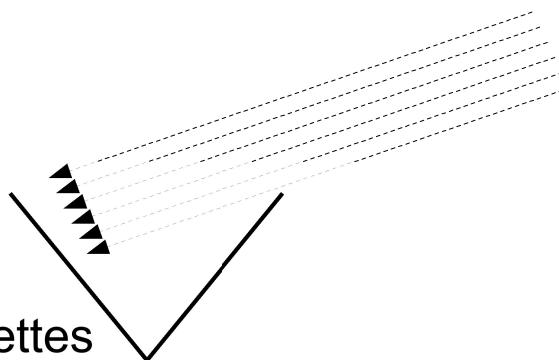
- Représentation statistique de la géométrie
- Principe :
 - ✓ *Surface composée de petites aspérités (facettes)*
 - ✓ *Même réflectance pour un seul matériau (hypothèse)*
- Analogie pixel :
 - ✓ *Du point de vue de l'observateur, détails non visibles*
 - ✓ *Luminance réfléchie globale = somme des contributions*
- Paramètres :
 - ✓ *Distribution des facettes*
 - ✓ *Leur réflectance*

Surface et micro-facettes



Paramètres de représentation

- Somme des contributions de toutes les facettes
 - ✓ De réflectance $f_s^m(i, o, m)$
- Pour chaque facette
 - ✓ Probabilité d'exister $D(m) \Rightarrow Distribution$
- Ombrage (source), masquage (observateur) :
 - ✓ Facteur d'atténuation : $G(i, o, m)$



Représentation mathématique

- Contribution de toutes les facettes :

$$f_s(i, o, n) = \int \left| \frac{i.m}{i.n} \right| f_s^m(i, o, m) \left| \frac{o.m}{o.n} \right| D(m) G(i, o, m) d\omega_m$$

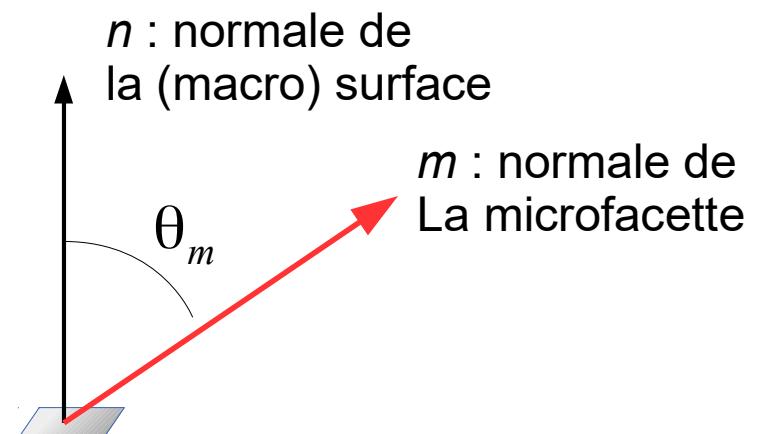
- Avec :

- ✓ *m : la normale d'une facette*
- ✓ *D : la distribution choisie*
- ✓ *G : le facteur géométrique de masquage*

- Du point de vue de l'observateur

- ✓ *Changement de variable :*

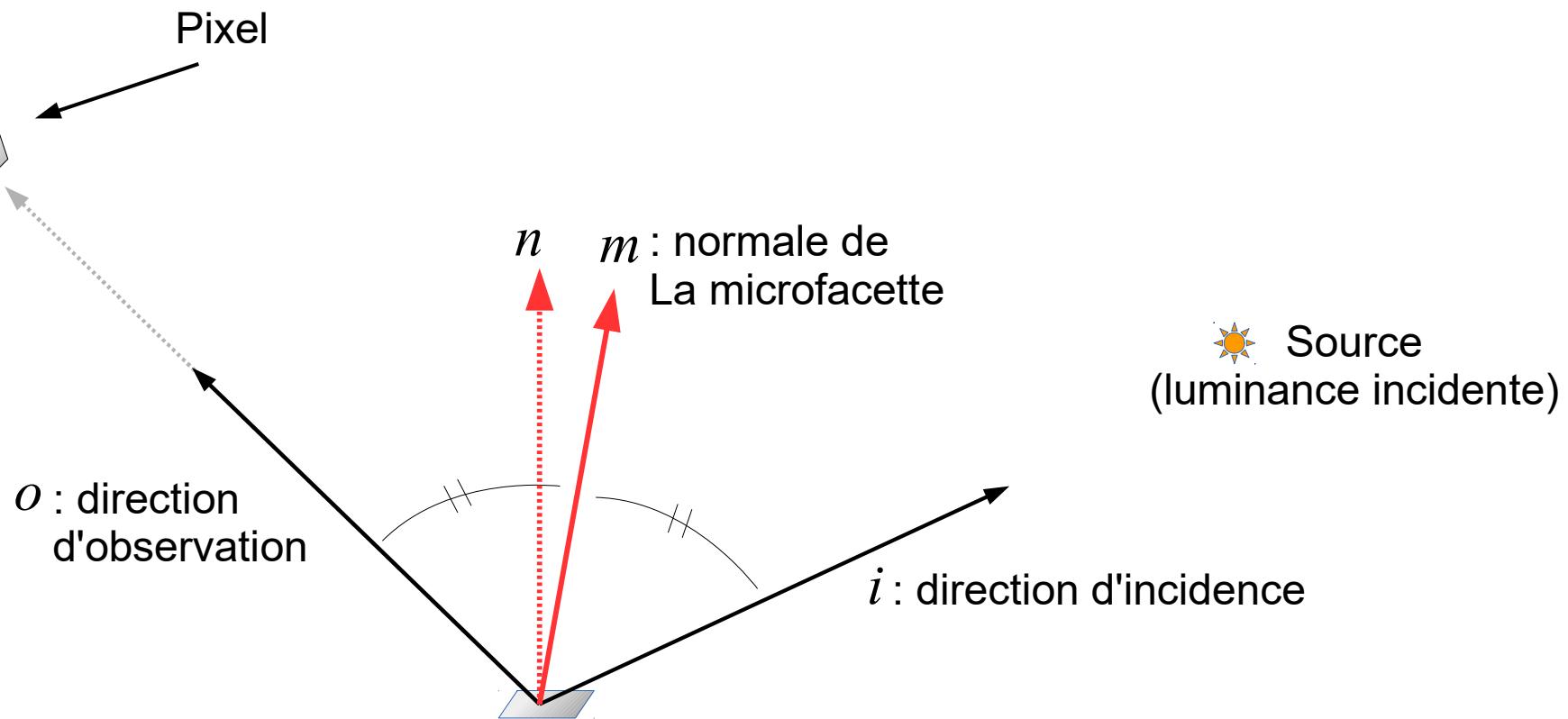
$$\left\| \frac{d\omega_m}{d\omega_o} \right\| = \frac{1}{4|o.m|}$$



Micro-facettes spéculaires

- Lorsque les matériaux sont à base spéculaire
 - ✓ *Micro-facettes = miroirs*
 - ✓ *Indice de réfraction*
- Etant donnés deux directions : 1 incidence, 1 observation
 - ✓ *Une seule contribution possible*
 - ✓ *Définie par les facettes orientées dans la direction médiatrice*
- Simplification du modèle
 - ✓ *Intégrale = 1 seul terme (puisque une seule direction m possible)*
 - ✓ *Calcul analytique*
 - ✓ *Modèle mathématiquement correct !*

Configuration géométrique



$$m = \frac{i + o}{|i + o|} \quad : \text{configuration unique, de probabilité } D(m) !$$

Représentation mathématique

- Si $f_s^m = F \frac{\delta(m)}{|o.m|}$ pour un miroir au sens de Fresnel

$$\begin{aligned} f_s(i, o, n) &= \int \left| \frac{i.m}{i.n} \right| f_s^m(i, o, m) \left| \frac{o.m}{o.n} \right| D(m) G(i, o, m) d\omega_m \\ &= \int \left| \frac{i.m}{i.n} \right| F(i, m) \frac{\delta(m)}{|o.m|} \left| \frac{o.m}{o.n} \right| D(m) G(i, o, m) \frac{1}{4|o.m|} d\omega_o \end{aligned}$$

- Avec $|i.m|=|o.m|$ cela donne finalement [TS67, CT82, Wal07] :

$$f_s(i, o, n) = \frac{F(i, m) D(m) G(i, o, m)}{4|i.n||o.n|}$$

- ✓ *Une formulation analytique*
- ✓ *Représentation correcte mathématiquement*

Choix de F, D et G

- Représentation pour Fresnel
 - ✓ *Représentation exacte possible mais (légèrement) coûteuse*
 - ✓ *Approximations [CT82, Sch94]*
- Choix des distributions $D(m)$
 - ✓ *Respect de la conservation d'énergie*
 - ✓ *Représentation cohérente pour les surfaces*
 - ✓ *Bonnes propriétés pour l'échantillonnage d'importance*
- Choix du masquage $G(i,o,m)$
 - ✓ *Cohérence avec la distribution possible ?*
 - ✓ *Toujours la plausibilité physique ?*
 - ✓ *Quelle géométrie sous-jacente ?*

Facteur de Fresnel (F)

- Définie par les indices de milieu n_i
 - ✓ ~1.5 pour le verre (*dépend naturellement de sa constitution...*)
 - ✓ 1.3330 pour l'eau
 - ✓ 2.496 pour le dioxyde de titane

- Valeur exacte :
$$F(\mathbf{i}, \mathbf{m}) = \frac{1}{2} \frac{(g - c)^2}{(g + c)^2} \left\{ 1 + \frac{[c(g + c) - 1]^2}{[c(g - c) + 1]^2} \right\}$$

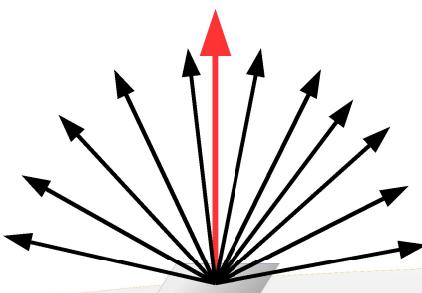
- Avec $c = |i.m|$ et $g^2 = n_i^2 + c^2 - 1$

- ✓ Calcul immédiat, déterministe
- ✓ Un petit peu coûteux

Distribution (D)

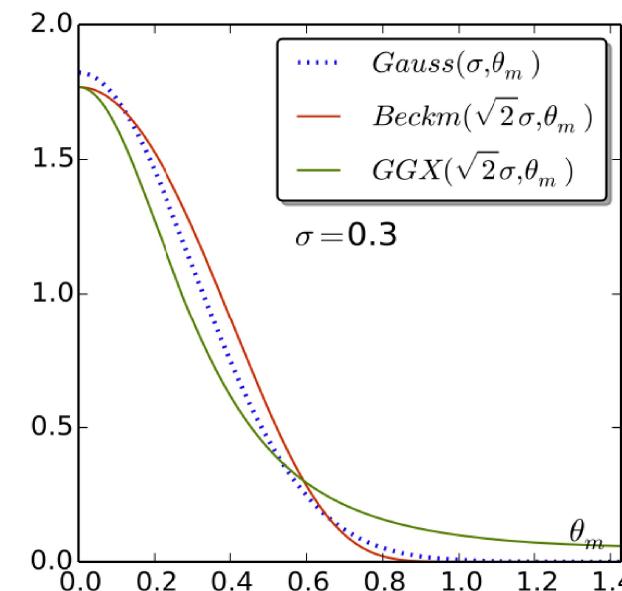
- Plusieurs distributions existent dans la littérature
 - Propriétés variables
 - Attention à leur utilisation (échantillonnage d'importance nécessaire)
 - Associées au masquage depuis plusieurs années
- Difficultés :
 - Cohérence des distributions avec le facteur G
 - Normalisation de la distribution
 - Echantillonnage

$$L_o(x, o) = \int_{\Omega} L_i(x, i) f_r(x, i, o) \cos \theta d\omega$$



Distributions (D) citées

- Gaussienne : $D(m)=C \frac{e^{(-\theta_m^2/2\sigma^2)}}{\cos \theta_m}$ avec $C=\frac{1}{\int_{\Omega} D(m) d\omega_m}$
- Beckmann : $D(m)=\frac{1}{\pi \sigma^2 \cos^4 \theta_m} e^{(-\tan^2 \theta_m / 2\sigma^2)}$
- Walter GGX : $D(m)=\frac{\sigma_w^2}{\pi \cos^4 \theta_m (\sigma_w^2 + \tan^2 \theta_m)^2}$
- Ou d'autres !
 - Bagher SGD, Stogryn,
 - Ward, Phong, Schlick, etc.



Ombrage et Masquage (G)

- Mathématiquement / Physiquement important
 - ✓ Conservation de l'énergie
 - ✓ Masquage effectif des incidences / réflexions lumineuses
- Nombreuses discussions
 - ✓ [Beck65, Smith67, TS67, CT82, APS00, DHI+13, H14]
 - ✓ Modèles physiques, hypothèses simplificatrices, etc.
- En pratique : souvent [TS67]

$$G(n, m, i, o) = \min \left\{ 1, \frac{2(n.m)(n.o)}{o.m}, \frac{2(n.m)(n.i)}{(i.m)} \right\}$$

- Actuellement modèles plus «pratiques» [APS00, WMLT07, H13]



$$G(n, m, i, o) = \tilde{G}(n, m, i) \cdot \tilde{G}(n, m, o)$$

Retour à l'origine

- A partir de ces 3 termes

- ✓ *BRDF complètement déterminée*
- ✓ *Attention aux combinaisons (tout n'est pas possible !)*
- ✓ *Calculs interactifs, avec des facettes spéculaires*

$$f_s(i, o, n) = \frac{F(i, m) D(m) G(i, o, m)}{4|i.n||o.n|}$$

- Mais au-delà [ON94,S09] :

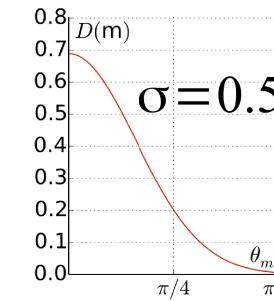
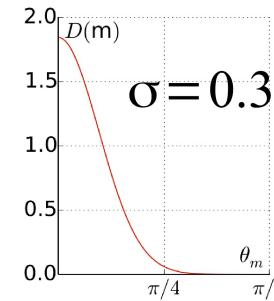
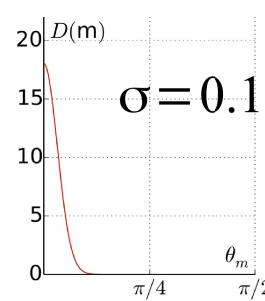
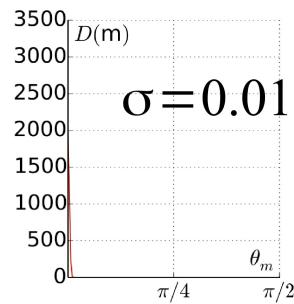
- ✓ *Modèle difficile pour d'autres types de facettes*
- ✓ *Facettes Lambertiennes ? Facettes et Phong modifiés ? Etc.*

$$f_s(i, o, n) = \int \left| \frac{i.m}{i.n} \right| f_s^m(i, o, m) \left| \frac{o.m}{o.n} \right| D(m) G(i, o, m) d\omega_m$$

Intégration et micro-facettes

$$L_o(x, o) = \int_{\Omega} L_i(x, i) f_r(x, i, o) \cos \theta d\omega$$

- Basées sur de l'échantillonnage aléatoire
 - ✓ Méthode de choix pour les calculs de simulation d'éclairage
 - ✓ Echantillonnage d'importance : tirages « guidés »
- Eclairement :
 - ✓ Environnement lumineux, surfaces brillantes



Monte-Carlo – principes (application)

- Fonction g à intégrer $I = \int_a^b g(x) dx$
- Intégration par rectangles : $I \approx \frac{b-a}{N} \times \sum_{i=1}^N g[a+i(b-a)/N]$
- Intégration par méthode de Monte-Carlo : $I \approx \frac{b-a}{N} \times \sum_{i=1}^N g[u_i]$
 - ✓ Avec une suite de valeurs aléatoires de distribution uniforme u_i
- Echantillonnage d'importance :
 - ✓ Principe identique, mais avec une autre distribution
 - ✓ Idée : choisir plus d'échantillons dans les régions importantes de la fonction
 - ✓ En étant attentif aux pondérations

Echantillonnage d'importance

- Nous pouvons écrire :

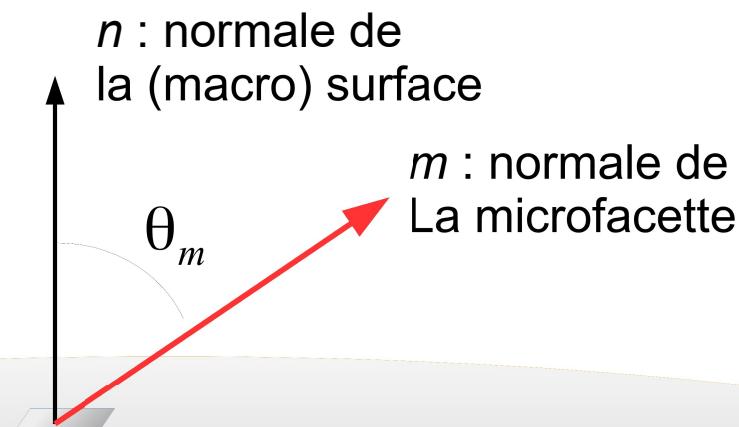
$$I = \int_a^b g(x) dx = \int_a^b \frac{g(x) \cdot pdf(x)}{pdf(x)} dx$$

- Et s'il est possible d'échantillonner suivant $pdf(x)$

$$I \approx \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N \frac{g[u_i]}{pdf[u_i]}$$

Echantillonnage d'importance

- La distribution est guidée par une *pdf* (*fdp* en Français)
 - ✓ *Probability Density Function*
 - ✓ Telle que (pour graphique) : $\int_{\Omega+} pdf(\omega) d\omega = 1$
- Dans notre cas, $pdf(m) = D(m) \cos(\theta_m)$
 - ✓ Idée : construire un échantillonnage « intéressant» des micro-facettes
 - ✓ Eviter de choisir des échantillons m tels que $D(m) \approx 0$

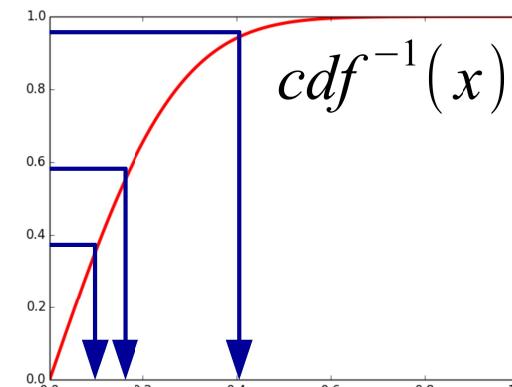
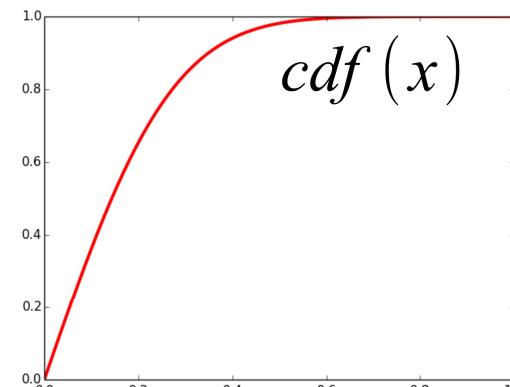
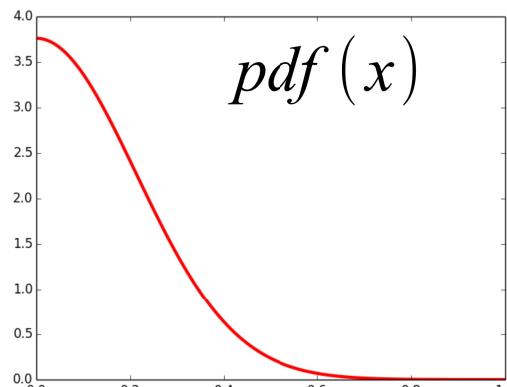


Construire une *pdf*

- Nous disposons seulement d'échantillonnages uniformes...
- Nous devons construire un autre échantillonnage, *pdf* donnée
- Méthodologie :
 - Déterminer la fonction de répartition *cdf* (Cumulative Density Function)

$$cdf(x) = \int_0^x pdf(t) dt$$

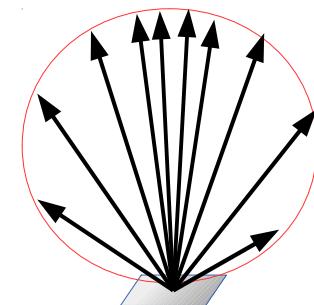
- Inverser la *cdf*, pour finalement obtenir : $u_i' = cdf^{-1}(u_i)$
- Echantillonnage d'importance : $val = cdf^{-1}(\xi)$



Example 1 – Modèle de Lambert

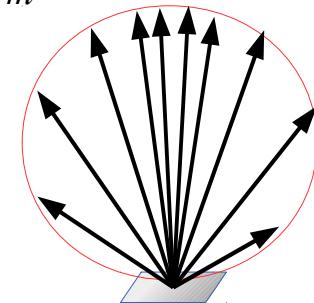
- $pdf(m) \approx \cos \theta_m$, avec $\int_{\Omega} \cos \theta_m d\omega_m = ? 1$ / $d\omega_m = \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m$

Modèle de Lambert : $L_o = L_i \times \frac{K_d}{\pi} \cos \theta_i$



Example 1 – Modèle de Lambert

- $pdf(m) \approx \cos \theta_m$, avec $\int_{\Omega} \cos \theta_m d\omega_m = ?$ / $d\omega_m = \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m$
$$\int_{\phi_m=0}^{2\pi} \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m$$
$$2\pi \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m$$
$$2\pi \left[-\frac{1}{2} \cos^2 \theta_m \right]_0^{\pi/2} = \pi$$



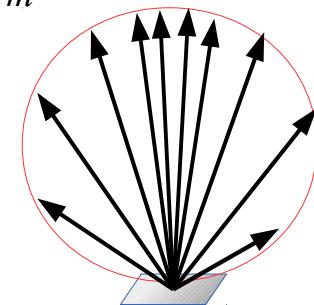
Example 1 – Modèle de Lambert

- $pdf(m) \approx \cos \theta_m$, avec $\int_{\Omega} \cos \theta_m d\omega_m = ? 1 / d\omega_m = \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m$



$$pdf(m) = \frac{1}{\pi} \cos \theta_m$$

$$\begin{aligned} & \int_{\phi_m=0}^{2\pi} \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m \\ & 2\pi \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m \\ & 2\pi \left[-\frac{1}{2} \cos^2 \theta_m \right]_0^{\pi/2} = \pi \end{aligned}$$



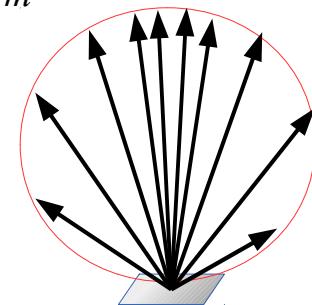
Example 1 – Modèle de Lambert

- $pdf(m) \approx \cos \theta_m$, avec $\int_{\Omega} \cos \theta_m d\omega_m = ? 1$ / $d\omega_m = \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m$



$$pdf(m) = \frac{1}{\pi} \cos \theta_m$$

$$\begin{aligned} & \int_{\phi_m=0}^{2\pi} \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m \\ & 2\pi \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m \\ & 2\pi \left[-\frac{1}{2} \cos^2 \theta_m \right]_0^{\pi/2} = \pi \end{aligned}$$



- $cdf(x) = \int_0^x pdf(m) dm = \frac{1}{\pi} \int_{\phi_m=0}^{2\pi} \int_{\theta_m=0}^x \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m$
 $= \frac{1}{\pi} 2\pi \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m = [-\cos^2 \theta_m]_0^x = 1 - \cos^2 x$

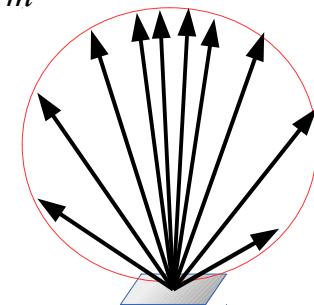
Example 1 – Modèle de Lambert

- $pdf(m) \approx \cos \theta_m$, avec $\int_{\Omega} \cos \theta_m d\omega_m = ? 1 / d\omega_m = \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m$



$$pdf(m) = \frac{1}{\pi} \cos \theta_m$$

$$\begin{aligned} & \int_{\phi_m=0}^{2\pi} \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m \\ & 2\pi \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m \\ & 2\pi \left[-\frac{1}{2} \cos^2 \theta_m \right]_0^{\pi/2} = \pi \end{aligned}$$



- $cdf(x) = \int_0^x pdf(m) dm = \frac{1}{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta_m=0}^x \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m d\phi_m$

$$= \frac{1}{\pi} 2\pi \int_{\theta_m=0}^{\pi/2} \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m = [-\cos^2 \theta_m]_0^x = 1 - \cos^2 x$$

- $cdf^{-1}(x) = \arccos(\sqrt{1-x})$

$$\phi_m^i = \xi_1 2\pi$$

$$\theta_m^i = \arccos(\sqrt{1-\xi_2})$$



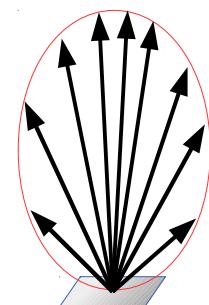
Example 2 : Modèle de Phong modifié

- Echantillonnage lobe perpendiculaire : $pdf(m) = \frac{n+2}{2\pi} \cos^n \theta_m \cos \theta_m$

$$cdf(m) = \int_{\theta=0}^x (n+2) \cos^{n+1} \theta_m \sin \theta_m d\theta_m = [-\cos^{n+2} \theta_m]_0^x = 1 - \cos^{(n+2)} x$$

- Choix par importance :

$$\begin{aligned}\phi_m^i &= \xi_1 2\pi \\ \theta_m^i &= \arccos((1 - \xi_2)^{\frac{1}{n+2}})\end{aligned}$$



- Une fois l'échantillon choisi :

- ✓ Construire le vecteur « miroir » par rapport à la direction d'observation
- ✓ Reporter (rotation) la direction échantillonnée

Exemple 3 – distribution de Beckmann

- $pdf(m) = D(m) \cos \theta_m = \left(\frac{1}{\pi \sigma^2 \cos^4 \theta_m} e^{-\frac{\tan^2 \theta_m}{\sigma^2}} \right) \cos \theta_m$
- $cdf(m) = \int_0^x D(m) \cos \theta_m = 2\pi \int_0^x \left(\frac{1}{\pi \sigma^2 \cos^4 \theta_m} e^{-\frac{\tan^2 \theta_m}{\sigma^2}} \right) \cos \theta_m \sin \theta_m d\theta_m$
 $= \left[-e^{-\frac{\tan^2 \theta_m}{\sigma^2}} \right]_0^x = \left[1 - e^{-\frac{\tan^2 x}{\sigma^2}} \right]$
- Echantillonnage d'importance :

$$\begin{aligned}\phi_m^i &= \xi_1 2\pi \\ \theta_m^i &= atan(\sqrt{-\sigma^2 \log(1 - \xi_2)})\end{aligned}$$

Ré-assemblage !

- Calcul de la BRDF

$$f_s(i, o, n) = \int \left| \frac{i \cdot m}{i \cdot n} \right| f_s^m(i, o, m) \left| \frac{o \cdot m}{o \cdot n} \right| D(m) G(i, o, m) d\omega_m$$

- ✓ Utiliser un échantillonnage d'importance (long)
- ✓ Long, mémoriser, interpoler, trouver des modèles approchés

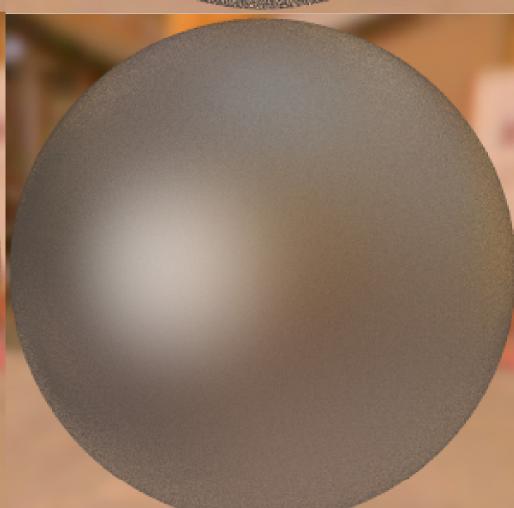
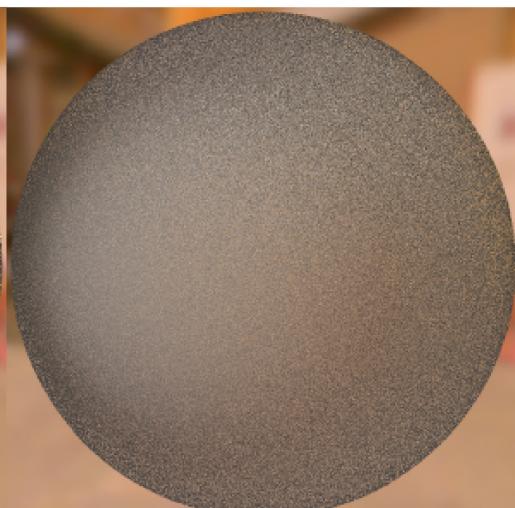
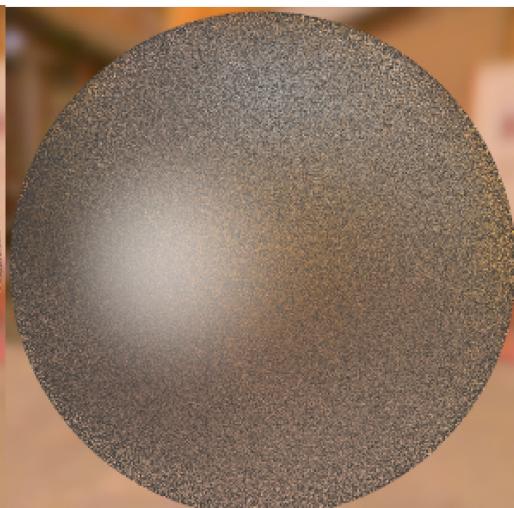
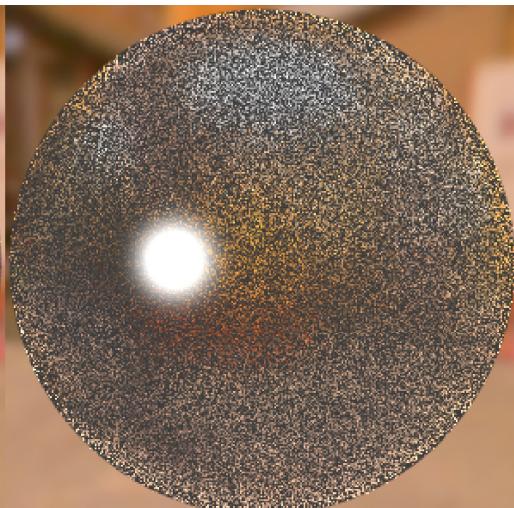
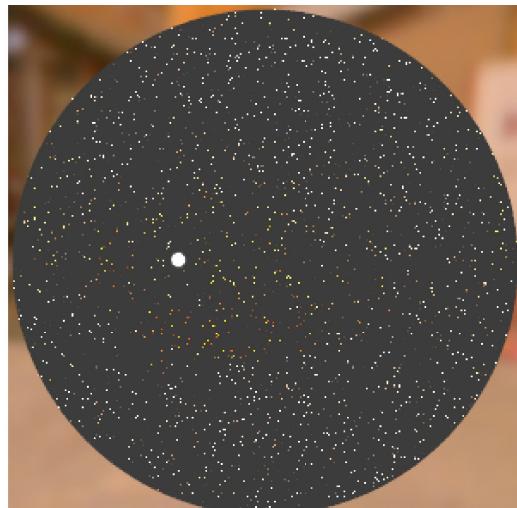
- Calcul de la luminance réfléchie (équation de rendu)

$$L_o(x, o) = \int_{\Omega} L_i(x, i) f_r(x, i, o) \cos \theta d\omega$$

- ✓ Utiliser un échantillonnage d'importance
- ✓ Méthode efficace de réduction de variance
- ✓ Résultats précis et sans biais

Quelques illustrations

$\sigma=0.01$

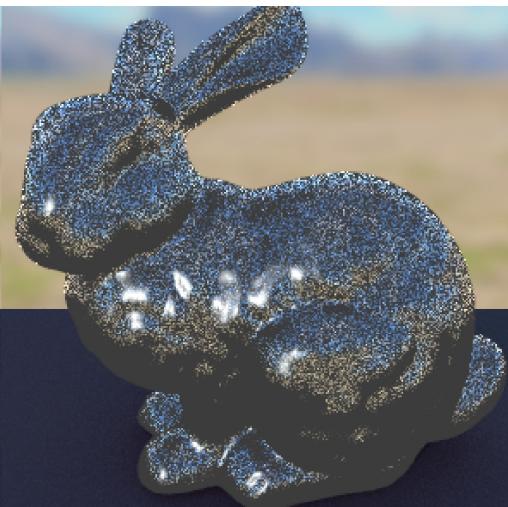


Quelques illustrations

$\sigma=0.01$



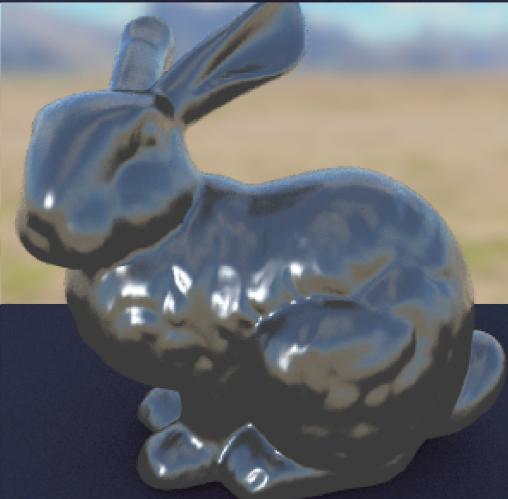
$\sigma=0.1$



$\sigma=0.3$



$\sigma=0.5$



Bilan / Conclusions

- De nombreux modèles de BRDF
 - ✓ *Plus ou moins empiriques (Phong, Ward, Blinn, etc.)*
 - ✓ *Justifications physiques (Schlick, Blinn, Lewis, etc.)*
 - ✓ *Modèles statistiques micro-facettes*
- Permettent de représenter de nombreux types de surfaces
 - ✓ *Transparence, miroirs*
 - ✓ *Surfaces mates/diffuses/Lambertiennes*
 - ✓ *Surfaces brillantes*
- Modèles mathématiques et physiques
 - ✓ *Nous n'avons pas évoqué les représentations spectrales*
 - ✓ *Indices de réfraction complexes*

Bilan / Conclusion

● Éléments fondamentaux

- ✓ *Indices de réfraction F*
- ✓ *Distribution D, échantillonnage d'importance nécessaire*
- ✓ *Facteur d'atténuation G : difficile*

● Limites

- ✓ *Mesures de modèles (incomplets, masse de données, données spectrales)*
- ✓ *Distribution parfois inadaptées (cf. [Bagher12])*
- ✓ *Représentativité de la rugosité réelle ?*
- ✓ *Modélisation des facteurs d'atténuation ? Hypothèses ?*

● En pratique

- ✓ *Imagerie réaliste*
- ✓ *Physiquement plausible*

Perspectives

- Modèles approchés pour d'autres types de facettes
 - ✓ *Eviter la quadruple intégration numérique*
 - ✓ *Réduire les temps de calcul*
- Confronter les modèles aux mesures
 - ✓ *Importance de la distribution et atténuation associée*
 - ✓ *Méthodes d'identification des paramètres*
- Confronter le modèle à la perception
 - ✓ *Est-ce vraiment toujours nécessaire ?*
 - ✓ *Différences visuelles entre modèles ?*
 - ✓ *Variation des paramètres et perception ?*

Synthèse d'images réaliste : introduction aux modèles d'apparence

Merci pour votre attention !!!