

**Exercice 1**

On désire mettre dans un sac à dos, deux types de produits :

- le produit 1 qui pèse 5 kg et qui rapporte 4 euros par unité,
- le produit 2 qui pèse 7 kg et qui rapporte 6 euros par unité,

On peut mettre dans ce sac à dos un maximum de 20 kg. Chaque produit doit être mis en quantité entière.

On note  $x$  l'inconnue représentant la quantité du produit 1 et  $y$  celle du produit 2.

1. Quel est le produit qui rapporte le plus par unité de poids ?
2. Si on n'imposait pas à  $x$  et  $y$  d'être des entiers, quelle serait la solution du problème ?
3. Donner un encadrement de  $x$  puis de  $y$ .
4. Écrire le bénéfice total du sac à dos en fonction de  $x$  et de  $y$ .
5. Écrire la contrainte sur le poids sous la forme d'une inéquation en  $x$  et  $y$ .
6. Résoudre ce problème de sac à dos en utilisant un algorithme de séparation et évaluation.
7. Comment pouvait-on résoudre ce problème graphiquement ?

**Exercice 2**

On considère le même sac à dos que dans l'exercice précédent mais on rajoute un troisième produit. Les données sont consignées dans le tableau suivant :

produit $i$	produit 1	produit 2	produit 3
bénéfice $b_i$	4	6	7
poids $p_i$	5	7	8

On note  $z$  la quantité du troisième produit. Les autres notations restent inchangées.

1. Quel est le produit qui rapporte le plus par unité de poids ?
2. Si on n'imposait pas à  $x$ ,  $y$  et  $z$  d'être des entiers, quelle serait la solution du problème ?
3. On considère l'ensemble  $F$  des sacs à dos pour lesquels  $z = 1$ . Comment obtenir un majorant simple du bénéfice de l'ensemble  $F$ . On notera  $h(F)$ , ce majorant.
4. Donner un encadrement de  $x$ , de  $y$  puis de  $z$ .
5. Écrire le bénéfice total du sac à dos en fonction de  $x$ ,  $y$  et de  $z$ .
6. Écrire la contrainte sur le poids sous la forme d'une inéquation en  $x$ ,  $y$  et  $z$ .
7. Résoudre ce problème de sac à dos en utilisant un algorithme de séparation et évaluation.

**Exercice 3**

On désire mettre dans un sac à dos de capacité maximale de 29 kg avec 3 types de produits afin de maximiser le bénéfice lors de la revente de ces produits. Chacun de ces

produits doit être présent un nombre entier de fois dans le sac (0, 1, 2, 3 ...) et la somme des poids doit rester inférieure ou égale à 29 kg. On notera  $x_i$  la variable représentant la quantité d'objets  $i$  dans le sac à dos. Voici un tableau donnant pour chaque type de produit son bénéfice par unité et son poids par unité :

	produit 1	produit 2	produit 3
bénéfice	20	9	3
poids	10	5	2

Résoudre ce problème en utilisant la méthode de séparation et évaluation.

Représenter l'arbre de recherche et numéroter chacune des étapes de l'algorithme. Pour chacune de ces étapes préciser le sommet de l'arbre correspondant, la valeur de la fonction  $h$  d'évaluation par excès ainsi que la valeur de la variable  $U$  représentant la meilleure solution en cours.

#### Exercice 4

Résoudre en utilisant la méthode de séparation et évaluation, les deux problèmes de sac à dos suivants :

1.  $P_{tot} = 22$  kg

produit $i$	produit 1	produit 2	produit 3
bénéfice $b_i$	4	6	7
poids $p_i$	5	7	8

2.  $P_{tot} = 20$  kg

produit $i$	produit 1	produit 2	produit 3
bénéfice $b_i$	5	6	7
poids $p_i$	5	7	6