

**Республиканская физическая олимпиада 2018 год.**  
**(Заключительный этап)**

**Теоретический тур Условия задач**

**Задание 9-1. Разминка**

**Задание состоит из трех не связанных между собой задач!**

**Задача 1. Блоки**

Во всех устройствах, рассматриваемых в данной задаче, массы нитей и блоков (подвижных и неподвижных) пренебрежимо малы, также можно пренебречь трением в осях блоков.

1.1 Какой выигрыш в силе  $k = \frac{F}{F_0}$

дают системы блоков, показанные на рисунках 1 и 2?

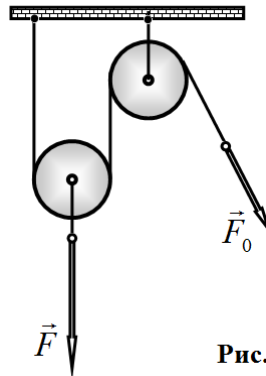


Рис. 1

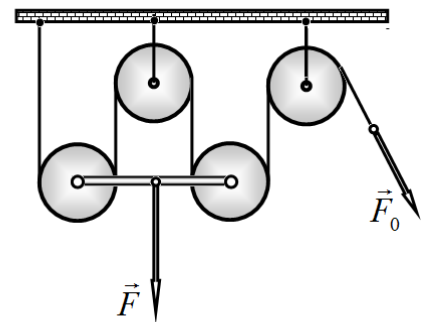


Рис. 2

1.2 Предложите систему блоков, дающую выигрыш в силе в три раза.



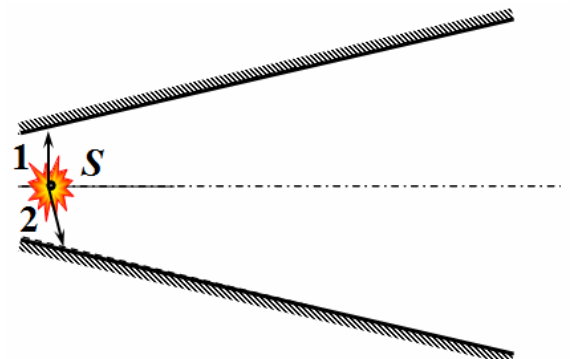
**Задача 2. Песочные часы.**

Из небольшого отверстия в песочных часах высыпается  $N$  песчинок в секунду с малой начальной скоростью  $v_0$  ( $v_0 \ll \sqrt{2gL}$ ). Площадь песчаной струйки можно считать постоянной и равной  $S$ , общая высота падающей струи равна  $L$ . Найдите зависимость концентрации песчинок в струе в зависимости от расстояния до отверстия. Чему равна масса песка, находящегося в воздухе, если масса одной песчинки равна  $m_0$ ? Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

**Задача 3. Зеркала.**

Точечный источник света  $S$  находится на равных расстояниях от двух плоских зеркал, как показано на рисунке. Используя циркуль и линейку, постройте ход лучей 1 и 2 до их выхода из зеркал.

*Построения выполните на отдельном бланке к этой задаче. Кратко опишите ход ваших построений. Основным критерий оценивания данной задачи – точность построения.*



## Задача 9.2 Графен, графит, алмаз.

Углерод – химический элемент четвертой группы таблицы Менделеева. Валентность углерода равна 4, поэтому он может легко соединяться с другими атомами углерода, образуя различные разветвленные структуры. В данной задаче вам предстоит рассмотреть некоторые известные формы чистого углерода.

Молярная масса углерода  $M = 12,0 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$ . Постоянная Авогадро  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Нанометр – единица длины, используемая в атомной физике  $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$ .

### Часть 1. Графен<sup>1</sup>

Графен - двумерная модификация углерода, образованная слоем атомов углерода толщиной в один атом, соединённых в гексагональную (шестиугольную) двумерную кристаллическую решётку (рис. 1).

Расстояние между ближайшими атомами в пленке графена равно  $a_0 = 0,142 \text{ нм}$ .

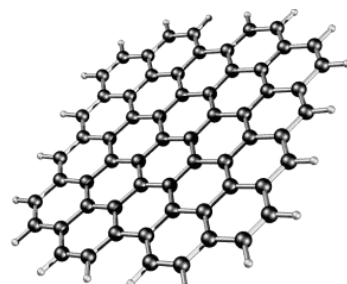


Рис. 1

#### 1.1 Рассчитайте поверхностную плотность графена.

Поверхностной плотностью называется масса единицы площади

$$\sigma = \frac{m}{S}.$$

### Часть 2. Графит

На рисунке показана  $\alpha$ -модификация кристаллической решётки графита. Структура данной решётки слоистая. Каждый слой строится из правильных шестиугольников, в вершинах которых находятся атомы углерода. Соседние слои смещены относительно друг друга так, что половина атомов второго слоя располагается над центрами шестиугольников первого (нижнего) слоя и под центрами шестиугольников третьего (верхнего) слоя. Первый и третий слои повторяют друг друга.

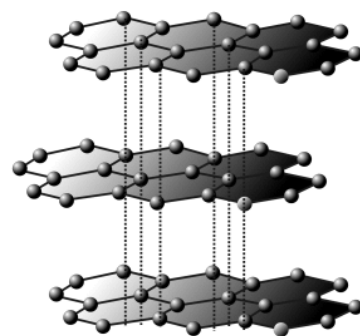


Рис. 2

2.1 Изобразите расположение атомов в двух соседних слоях при виде «сверху». Для этого используйте бланк к задаче. Штриховкой выделена пара шестиугольников, расположенные один под другим. В каждом слое атомы должны заполнять всю нарисованную сетку.

2.2 Рассчитайте плотность графита. Атомы углерода, находящиеся в соседних вершинах шестиугольника, отстоят друг от друга на величину  $a_1 = 0,1415 \text{ нм}$ , а соседние плоскости удалены друг от друга на  $h = 0,3354 \text{ нм}$  (рис. 3).

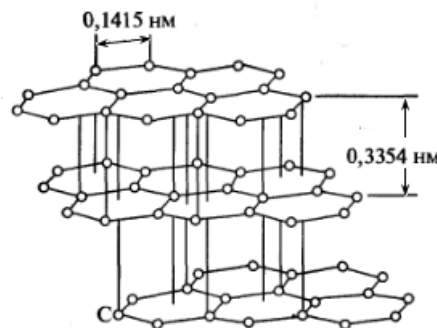


Рис. 3

<sup>1</sup> За «передовые опыты с двумерным материалом — графеном» А. К. Гейму и К. С. Новосёлову была присуждена Нобелевская премия по физике за 2010 год

### Часть 3. Алмаз

В кристаллической решетке алмаза все атомы углерода находятся «в равных условиях»: каждый атом соединен ковалентными связями с четырьмя соседними атомами, находящимися в вершинах правильной треугольной пирамиды - тетраэдра (рис. 4).

Расстояние между соседними атомами в кристаллической решетке алмаза равно  $a_2 = 0,153 \text{ нм}$ .

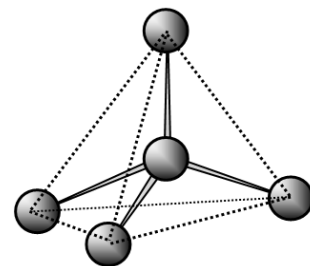


Рис. 4

Представить себе кристаллическую решетку алмаза можно следующим образом. Возьмем «четверку атомов», расположим ее вертикально, а затем к каждому из трех нижних атомов присоединим еще три таких же четверки, далее процесс присоединения можно продолжить (рис. 5).

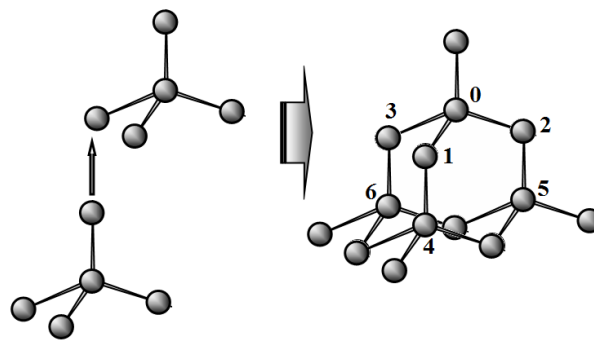


Рис. 5

3.1 На бланке к задаче укажите расположение атомов в трех последовательных слоях решетки алмаза при виде сверху (см. рис. 5): Слой 1 – содержит атомы 1-2-3; Слой 2 – содержит атомы 4-5-6; Слой 3 – следующий, лежащий под слоем 2. В каждом слое атомы должны заполнять всю нарисованную сетку. На каждом рисунке показано положение атома 0.

3.2 Рассчитайте плотность алмаза.

#### Математическая подсказка.

На рис. 6 показан тетраэдр, образуемый атомами углерода в кристаллической решетке алмаза. Если расстояние между ближайшими атомами равно

$$|A_0A_1| = |A_0A_2| = |A_0A_3| = |A_0A_4| = a,$$

то:

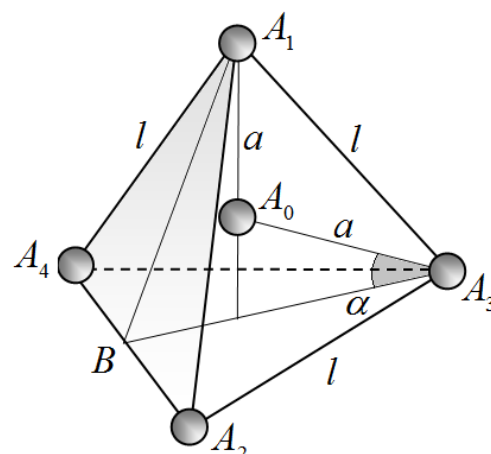
$$\text{Длина стороны тетраэдра } l = |A_1A_2| = \dots = |A_4A_2| = \sqrt{\frac{8}{3}}a$$

$$\text{Площадь одной грани тетраэдра } S = \sqrt{\frac{4}{3}}a^2$$

$$\text{Объем тетраэдра } V = \sqrt{\frac{64}{243}}a^3$$

Угол между основанием тетраэдра и направлением связи с центральным атомом  $\angle A_0A_3B$

$$\alpha \approx 19,47^\circ, \text{ при этом } \sin \alpha = \frac{1}{3}.$$



#### Часть 4.

*На следующие вопросы дайте краткие словесные (не более 20 слов) ответы.*

4.1 Почему графит проводит электрический ток, а алмаз нет?

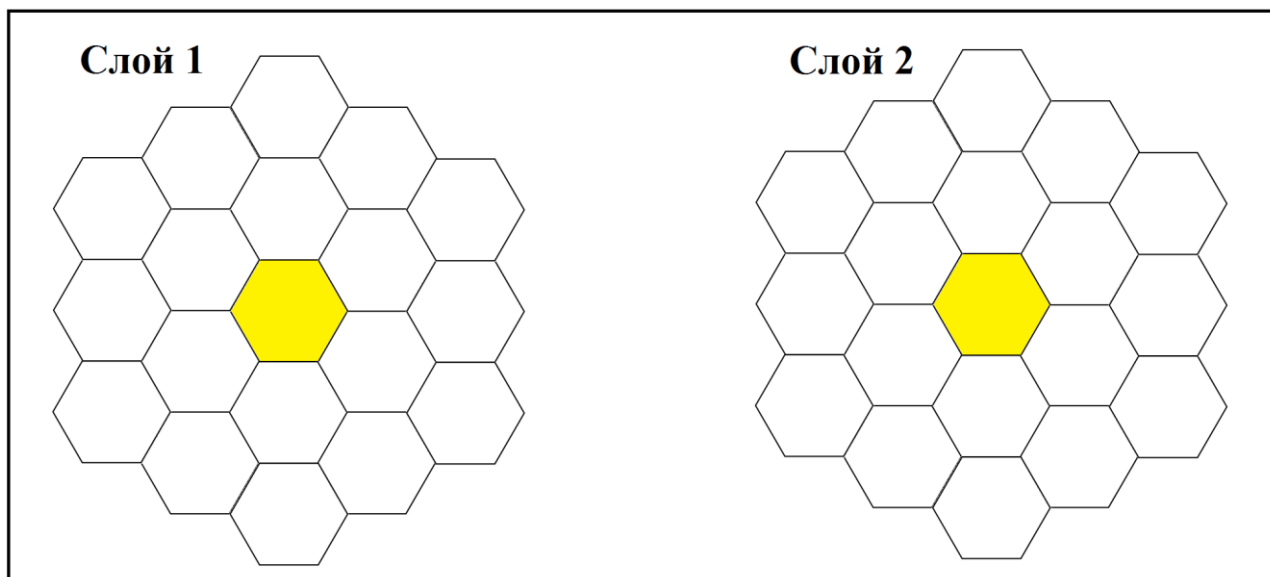
4.2 Электрическое сопротивление кристалла графита очень сильно зависит от направления протекания электрического тока. В каком направлении протекания тока вдоль слоев (1), или поперек их (2), сопротивление графита больше и почему?

4.3 На рисунке, приведенному на бланке ответов, показана фотография модели кристаллической решетки алмаза. Какую принципиальную ошибку допустили разработчики этой модели? Укажите ее прямо на рисунке и дайте краткое обоснование вашего ответа.

## Бланк к задаче 9.2 Графен, графит, алмаз.

*Не забудьте сдать этот листок!*

### 2.2 Расположение атомов в слоях кристаллической решетки графита.



### 3.1 Расположение атомов в слоях кристаллической решетки алмаза.

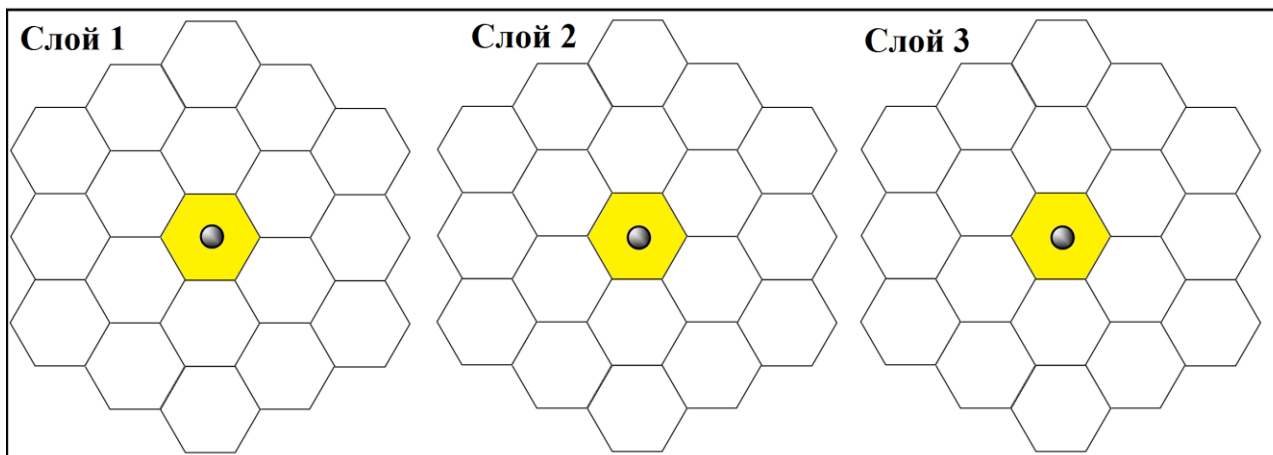
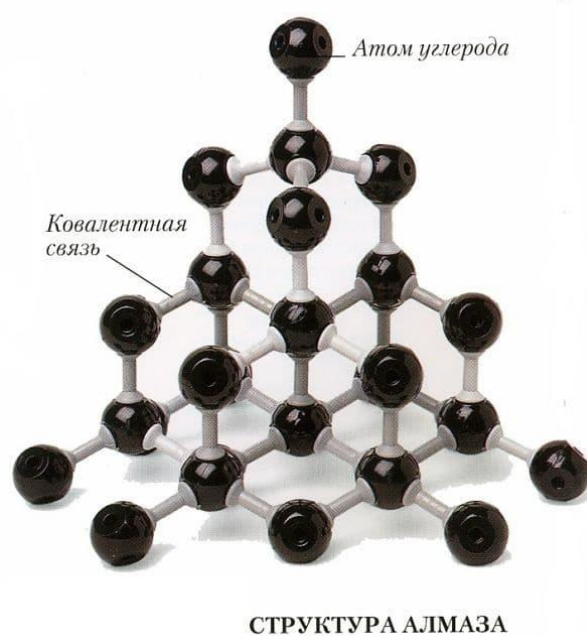


Рисунок 6. Модель кристаллической решетки алмаза.





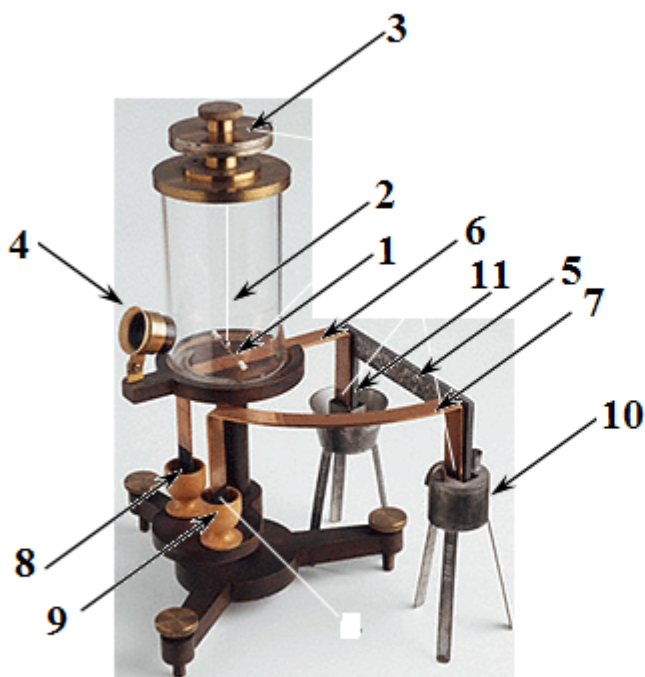
### Задача 9-3. Опыты Георга Ома.

Конечно, Вам известен закон Ома для участка цепи! Скорее всего, вы даже проверяли его экспериментально! Что может быть проще: взяли батарейку, вольтметр, амперметр, переменный резистор, соединительные провода; собрали простенькую электрическую цепь и убедились, что сила тока в цепи пропорциональна приложенному напряжению.

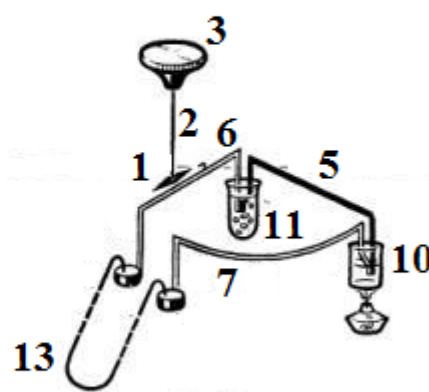
Но задумывались ли Вы, как этот закон был открыт экспериментально в 1826 году, когда розеток в доме, и батареек в магазине не было, не говоря уж о вольтметрах и амперметрах. Более того, в то время еще не было таких понятий как напряжение, сила тока, электрическое сопротивление!

В данной задаче вам предстоит разобраться с тем, как Георгу Симону Ому удалось провести эксперименты, приведшие к открытию закона Ома. Описание установки и все экспериментальные данные, приведенные в этой задаче, взяты из работы Г.С. Ома «Определение закона, по которому металлы проводят контактное электричество...»

#### Часть 1. Экспериментальная установка.



Прибор Г. Ома



Электрическая схема прибора Г. Ома

На рисунке приведена фотография модели прибора Ома, рядом показана электрическая схема этого устройства. Нумерация деталей установки одинакова на обоих рисунках. В качестве чувствительного элемента используется магнитная стрелка 1, подвешенная на тонкой полоске 2 из расплющенной золотой проволоки. Сверху полоска прикреплена к небольшому цилиндру 3, который можно вращать и с помощью угломерной шкалы измерять угол закручивания золотой полоски. В качестве источника тока использовалась термоэлектрическая батарея, состоящая из П-образной пластины 5, отлитой из висмута, к которой прикреплены две медные полоски 6 и 7. Вторые концы этих полосок помещены в чашки 8 и 9, заполненные ртутью. Концы пластины из висмута с медными полосками помещены в два сосуда 10 и 11, одном из которых (11) находится вода с плавящимся льдом, во втором (10) – кипящая вода. В чашечки со ртутью (8-9) помещались куски 13

исследуемых проволок различной длины. Одна из медных полосок (6) располагалась горизонтально, строго вдоль магнитного меридиана. Магнитная стрелка размещалась над этой полоской, причем при отсутствии электрического тока в цепи стрелка ориентировалась строго вдоль полоски, при этом ее подвес (золотая полоска) не был закручен.

Принцип действия прибора и методика измерений заключались в следующем. Если концы термоэлектрической батареи (места стыков висмута и меди) находятся при разных температурах, то в ней возникает постоянное напряжение<sup>2</sup>, которое зависит от разности температур стыков. При замыкании цепи (т.е. при подключении провода 13 к чашечкам со ртутью) в ней возникает электрический ток. Электрический ток, протекающий по медной полоске, находящейся под магнитной стрелкой, создает магнитное поле, стремящееся повернуть стрелку перпендикулярно протекающему току. При этом момент силы, действующий на стрелку пропорционален силе тока и зависит от ориентации стрелки относительно направления тока. Стрелка поворачивается на некоторый угол. Затем, вращая верхний цилиндр, стрелку возвращают в исходное положение, вдоль магнитного меридиана и медной полоски. При этом с высокой точностью измеряют угол поворота верхнего цилиндра. По измерениям Г. Ома при закручивании золотой полоски в ней возникает момент сил упругости, пропорциональный углу закручивания, причем эта пропорциональность соблюдается, даже если угол закручивания достигает трех оборотов. Таким образом, Г. Ом измерял зависимость угла закручивания  $X$  золотой полоски от длины  $x$  и материала проволоки 13, подключенной к ртутным контактам.

Прежде чем приводить результаты измерений и их обработку кратко ответьте на следующие вопросы.

- 1.1 Чему равен момент силы, действующий на магнитную стрелку со стороны магнитного поля Земли, в положении равновесия стрелки при отсутствии тока в цепи?
- 1.2 Почему в экспериментах Г. Ома нет необходимости учитывать влияние магнитного поля Земли?
- 1.3 Покажите, что измеряемый угол закручивания золотой полоски пропорционален силе тока в цепи.
- 1.4 Зачем в данной установке использовались чашки со ртутью?

## Часть 2. Теоретическое описание.

В результате анализа экспериментальных данных Г. Ом пришел к выводу, что зависимость угла закручивания полоски подвеса  $X$  (в угловых градусах) от длины подключенной проволоки  $x$  (в дюймах) может быть описана формулой

$$X = \frac{a}{x + b}, \quad (1)$$

Где  $a$  и  $b$  - постоянные для данной серии опытов величины.

Как уже было сказано, угол закручивания пропорционален силе тока в цепи, поэтому будем считать, что  $X = cI$ , где  $c$  - постоянный для всех опытов коэффициент. Обозначим сопротивление единицы длины проволоки  $r$  (для разных материалов оно различно); постоянное сопротивление всей цепи без проволоки  $R_0$ ; напряжение, создаваемое батареей  $U_0$  (оно зависит только от разности температур концов батареи).

- 2.1 С помощью закона Ома, выразите зависимость угла закручивания  $X$  от длины присоединенной проволоки  $x$ , используя введенные физические параметры  $r, R_0, U_0, c$ .
- 2.2 Выразите параметры Ома  $a$  и  $b$  через физические параметры  $r, R_0, U_0, c$ .

<sup>2</sup> Точнее надо говорить об электродвижущей силе (ЭДС), но в данном случае это различие не слишком существенно.



### Часть 3. Результаты измерений и их обработка.

Во всех своих расчетах постарайтесь использовать все приведенные экспериментальные данные - это повышает точность результатов и обоснованность выводов. Оценивать погрешности не требуется. Необходимые графики постройте на отдельном бланке к данной задаче.

В первом эксперименте Г. Ом использовал куски разной длины медного провода, вырезанные из одного куска полоскового медного провода. Один конец термобатареи все время находился в чашке с плавающим льдом (его температура<sup>3</sup>  $0^{\circ}R$ ). В первой серии измерений второй конец термобатареи находился в сосуде с кипящей водой (ее температура  $80^{\circ}R$ ), во второй серии измерений второй конец термобатареи находился при комнатной температуре (которая равнялась  $7,0^{\circ}R$ ). В Таблице 1 приведены результаты измерений угла закручивания подвеса  $X$  от длины подключенной проволоки  $x$  для двух серий измерений.

Таблица 1 Медная проволока.

$x$ , дюйм	2,0	4,0	6,0	10,0	18,0	34,0	66,0	130,0
$X^{\circ}$ (при $80^{\circ}R$ )	305,25	281,50	259,00	224,00	178,50	124,75	79,00	44,50
$X^{\circ}$ (при $7,0^{\circ}R$ )	27,00	25,00	23,33	20,00	15,50	10,75	6,50	3,67

3.1 Покажите, что в обеих сериях измерений полученные результаты хорошо описываются формулой Ома (1). Для этого постройте графики полученных зависимостей, в таких координатах, чтобы они были линейны.

3.2 Рассчитайте значения коэффициентов Ома  $a_1, b_1$  и  $a_2, b_2$  для обеих серий измерений.

3.3 Покажите, что значение параметра  $R_0$  можно считать примерно одинаковым в обоих случаях. Объясните возможные причины их различия.

3.4 Рассчитайте длину (в дюймах) использованной проволоки, которая имеет сопротивление равное сопротивлению  $R_0$ , когда второй конец термобатареи помещен в кипящую воду.

3.5 Покажите, что напряжение создаваемое термобатареей пропорционально разности температур ее концов.

3.6 Зимой или летом были проведены представленные измерения?

В таблице 2 приведены результаты измерений угла закручивания подвеса при использовании латунной проволоки (второй конец батареи в кипящей воде).

Таблица 2

$x$ , дюйм	2,0	4,0	8,0	16,0
$X^{\circ}$ (при $80^{\circ}R$ )	111,50	64,75	37,00	19,75

3.6 Покажите, что и в этом случае значение параметра  $R_0$  можно считать таким же, как и при использовании медной проволоки.

3.7 Найдите длину (в дюймах) медной проволоки, сопротивление которой равно сопротивлению 1 дюйма использованной латунной проволоки.

<sup>3</sup> Г. Ом использовал шкалу Реомюра. Приведенных в условии данных хватает, чтобы при необходимости перейти к шкале Цельсия.



## Задание 10-1. Разминка

Задание состоит из трех не связанных между собой задач.

### Задача 1. Кольцевая ЭДС

1.1 В схеме, показанной на рис. 1, ЭДС источника равно  $\varepsilon$ , его внутренне сопротивление  $r$ , сопротивление резистора  $R$ .

1.1.1 Чему равна разность потенциалов  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  между точками, показанными на рисунке?

1.1.2 Выразите эту разность через параметры источника и силу тока через него.

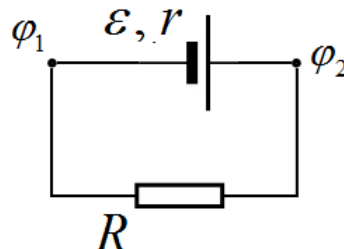


Рис. 1

1.2.1 Чему равна сила тока через резистор в схеме, показанной на рис. 2? Параметры элементов, указанные на рисунке.

1.2.2 Можно ли два источника заменить одним? Если да, то найдите ЭДС и внутренне сопротивление такого источника.

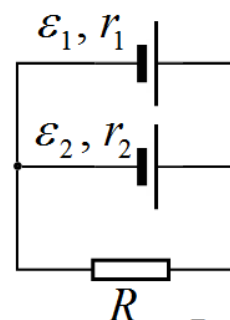


Рис. 2

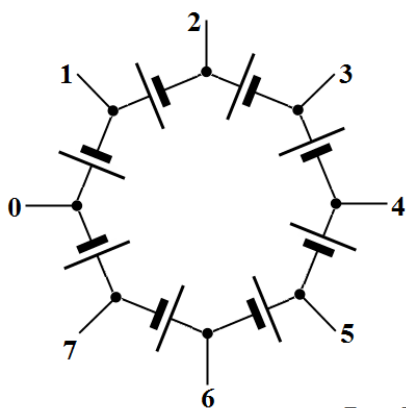
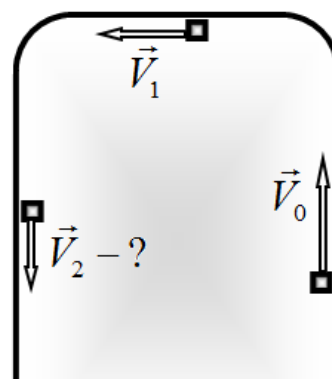


Рис. 3

1.3 Восемь одинаковых источников (ЭДС каждого равно  $\varepsilon$ , внутренне сопротивление  $r$ ) соединены так, как показано на рис. 3. Чему будет равно показание вольтметра, если его подключить к точкам «0» и «k» ( $k = 1, 2, \dots, 7$ ) сопротивление вольтметра считайте бесконечно большим.

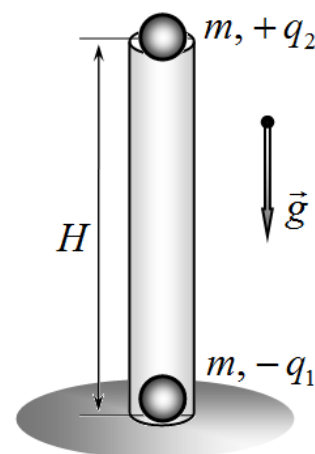
### Задача 2. Шайба

Хоккеист бросает шайбу в форме квадрата (чтобы исключить ее вращение). Шайба скользит по льду вдоль борта хоккейной площадки. Площадка представляет собой прямоугольник с закругленными углами. Закругления являются дугами окружностей одинаковых радиусов. При движении вдоль правого борта скорость шайбы равна  $V_0$ . Пройдя первое закругление, скорость шайбы уменьшилась до значения  $V_1$ . Найдите скорость шайбы  $V_2$  после того, как она пройдет второе закругление. Трением шайбы о лед можно пренебречь. Коэффициент трения шайбы о борт постоянен и равен  $\mu$ .



### Задача 3. Шарики в трубе

На дне узкого вертикального цилиндрического стеклянного сосуда высотой  $H$  лежит небольшой проводящий шарик массы  $m$ , имеющий отрицательный электрический заряд  $-q_1$ . Радиус шарика значительно меньше высоты сосуда. К верхней части сосуда подносят такой же шарик, несущий положительный заряд  $+q_2$ , причем  $|q_2| > |q_1|$ . Нижний шарик отрывается от дна и в этот момент верхний шарик отпускают (можно считать, что начальные скорости шариков равны нулю). Через время  $\tau$  нижний шарик опять оказывается на дне сосуда. Найдите высоту над дном сосуда  $h_1$ , на которой в этот момент времени будет находиться второй шарик. Сопротивлением воздуха пренебречь.



### Задача 10-2 «Закон Ома» для теплопередачи

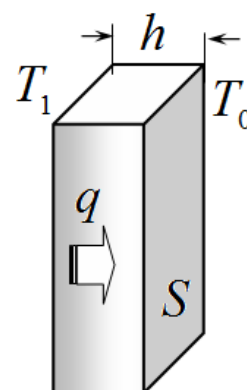
Все материалы способны проводить тепло, но по-разному! В данной задаче вам предстоит рассчитать теплофизические характеристики некоторых материалов. Закон теплопроводности полностью совпадает с законом Ома для участка цепи. Он был сформулирован французским физиком Жаном Батистом Жозефом Фурье в 1807 году.

Закон утверждает, что количество теплоты, протекающей через однородную пластину толщины  $h$  и площади  $S$  в единицу времени (т.е. мощность теплопередачи), определяется по формуле

$$q = \lambda S \frac{\Delta T}{h} \quad (1)$$

Коэффициент  $\lambda$  в этой формуле называется коэффициентом теплопроводности и является характеристикой вещества.

Замените в этой формуле температуру на электрический потенциал, поток теплоты на силу тока, коэффициент теплопроводности на удельную электрическую проводимость и... перед вами закон Ома.



Формула (1) справедлива, если коэффициент теплопроводности является постоянной величиной, если нет – разбивайте пластину на тонкие слои... и для каждого слоя пишите отдельные уравнения. Впрочем, удельное сопротивление также может изменяться, например, если проводник разогревается.

Во всех частях данной задачи мы будем рассматривать пластины одинаковых размеров  $S = 1,00 \text{ м}^2$ ,  $h = 10,0 \text{ см}$ . Для воздушной пластины будем подразумевать, что воздух находится в коробке указанных размеров, масса воздуха внутри нее остается неизменной. Влиянием самой коробки на протекание рассматриваемых процессов будем пренебрегать. Также будем рассматривать одинаковые начальные условия: пластина имеет постоянную температуру  $T_0 = 0,0^\circ\text{C}$ . Одна сторона пластины все время поддерживается при этой температуре, Затем вторую сторону пластины приводят в тепловой контакт с очень массивным телом (термостатом), находящимся при температуре  $T_1 = 20,0^\circ\text{C}$ . Координату холодной стороны полагаем равной нулю, координата второй -  $h$ . По прошествии некоторого промежутка времени тепловой поток через пластину становится стационарным, то есть не зависящим от времени. Процесс установления равновесия достаточно сложный,

нас он интересовать не будет, основное внимание уделяется стационарному распределению температур и тепловым потокам в стационарном режиме.

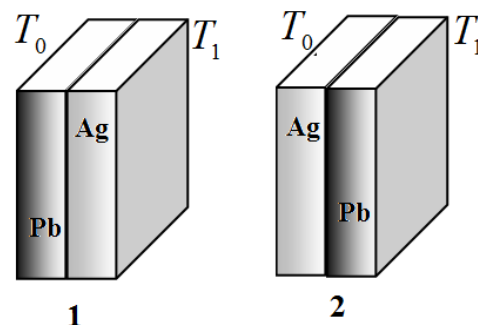
### Часть 1. Металлические пластины.

В этой части рассматриваются две пластины указанных размеров, серебряная и свинцовая. Для металлов коэффициенты теплопроводности можно считать постоянными. Табличные характеристики выбранных металлов приведены в таблице.

Металл	Плотность ( $\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ )	Удельная теплоемкость ( $C, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ )	Коэффициент теплопроводности ( $\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ )
Серебро, <i>Ag</i>	$10,5 \cdot 10^3$	235	429
Свинец, <i>Pb</i>	$11,3 \cdot 10^3$	127	35,1

- 1.1 Рассчитайте потоки теплоты через каждую пластину в установившемся режиме  $q_{Ag}$ ,  $q_{Pb}$ .
- 1.2 Рассчитайте количество теплоты, которое пошло на нагревание каждой пластины  $Q_{Ag}$ ,  $Q_{Pb}$ .

Теперь соединим обе пластины. Сначала с холодной стороны находится свинцовая пластина (а серебряная с теплой), потом наоборот.



Для каждой составной пластины:

- 1.3 Рассчитайте потоки теплоты установившемся режиме  $q_1$ ,  $q_2$ .
- 1.4 Выразите значения  $q_1$ ,  $q_2$  через значения потоков  $q_{Ag}$ ,  $q_{Pb}$ , найденных в п.1.1.
- 1.5 Рассчитайте количества теплоты  $Q_1, Q_2$ , которые пошли на нагревание пластин до установившегося режима (с одной стороны температура  $T_0$ , с другой  $T_1$ ).
- 1.6 Постройте графики зависимости температуры внутри пластин от координаты (на одном бланке).

### Часть 2. Воздушная пластина.

Теплоемкость воздуха зависит от температуры, кроме того, внутри коробки может происходить и перераспределение плотностей воздуха, поэтому, на первый взгляд, задача становится не решаемой! Но попробуйте! Конвективные явления не учитывать!

Коэффициент теплопроводности воздуха при температуре  $T_0 = 0,0^\circ\text{C}$  равен  $\lambda_0 = 0,024 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ .

Молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме равна  $C_v = \frac{5}{2}R$ . Давление воздуха в коробке при начальной температуре  $T_0 = 0,0^\circ\text{C}$  равно  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

*Математическая подсказка: при малых изменениях  $\Delta x$  справедливо равенство*

$$x\Delta x = \frac{1}{2}\Delta(x^2)$$

Согласно упрощенной модели теплопроводности газов, их коэффициент теплопроводности должен определяться по формуле

$$\lambda = \frac{1}{3}\langle v \rangle \langle l \rangle \rho c_v \quad (2)$$

где  $\langle v \rangle$  — средняя скорость теплового движения молекул,  $\langle l \rangle$  — средняя длина свободного пробега молекулы,  $\rho$  — плотность газа,  $c_v$  — удельная теплоемкость газа в изохорном процессе.

2.1 Длина свободного пробега молекул зависит от эффективного диаметра молекулы  $d$  и концентрации молекул  $n$ . Установите вид зависимости длины свободного пробега от указанных параметров.

2.2 Коэффициент теплопроводности пропорционален абсолютной температуре в некоторой степени  $\gamma = \beta T^z$ . Определите показатель степени  $z$  в этой формуле.

Независимо от полученного вами результата далее считайте, что теплопроводность воздуха прямо пропорциональна абсолютной температуре, т.е.  $z = 1$ .

Итак, одна сторона воздушного слоя имеет температуру  $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$ , вторая  $t_1 = 20,0^\circ\text{C}$ . Поток теплоты стал стационарным, газ в равновесии.

2.3 Рассчитайте поток теплоты через воздушный слой  $q_a$ , в предположении, что коэффициент теплопроводности воздуха постоянен (такой как при  $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$ ).

2.4 Нарисуйте схематический график зависимости температуры воздуха от координаты в установившемся режиме. (Здесь вам нет необходимости получать точную формулу, и даже вид зависимости).

2.5 Рассчитайте поток теплоты через воздушный слой, учитывая зависимость коэффициента теплопроводности от температуры.

2.6 Рассчитайте количество теплоты, которое пошло на нагревание воздуха от начальной температуры до установившегося распределения температур, при условии, что коэффициент теплопроводности зависит от температуры.



### Задача 10-3 Опыты Ш. Кулона

Эта задача составлена по данным, приведенным в работе Ш. Кулона «Первый мемуар по электричеству и магнетизму. Конструкция и применение электрических весов, основанных на свойстве металлических нитей иметь силу реакции при кручении, пропорциональную углу кручения», представленной в виде доклада на заседании в Королевской академии наук в 1785 году и опубликованной в 1788 году<sup>4</sup>. Цитаты из этого сочинения выделены курсивом.

В задаче приводятся численные данные в системе единиц, принятой во Франции в конце XVIII века. Вы же должны приводить численные ответы в системе СИ.

Для перевода единиц используйте следующие данные:

1 дюйм (французский) = 2,707 см;

1 линия = 1/12 дюйма;

1 фут = 12 дюймов;

1 гран (единица массы и силы<sup>5</sup>) = 64,8 мг

Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 9,81 \frac{м}{с^2}$ . Электрическая постоянная

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{А^2 \cdot с^4}{кг \cdot м^3}$$

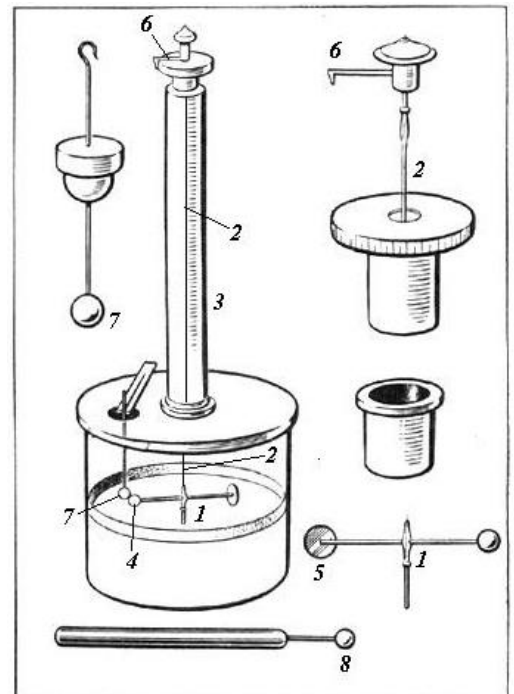
Схема установки (крутильных весов) Ш. Кулона широко известна и показана на рисунке. Основными деталями весов являются:

1 – коромысло, на котором закреплены шарик из бузины 4 и противовес 5;

2 – тонкая серебряная нить, к нижнему концу которой прикреплено коромысло с шариком и противовесом, в положении равновесия коромысло располагается горизонтально; расстояние от центра шарика до точки подвеса (плечо коромысла) равно  $r_0 = 4,0$  дюйма;

верхний конец нити прикреплен к угловому микрометру 6. Указатель микрометра можно вращать и измерять угол закручивания;

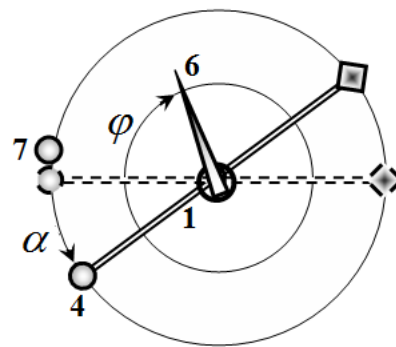
второй шарик из бузины 7 закрепляется неподвижно. Вся система помещена в стеклянный цилиндрический сосуд, на боковой поверхности которого расположена угломерная шкала, позволяющая измерять угол поворота коромысла. Шарикам 4 (на подвижном коромысле) и 7 (на неподвижном креплении) можно сообщать электрический заряд с помощью металлического шарика 8 на отдельной ручке. В состоянии равновесия (при отсутствии зарядов на шариках) коромысло располагается так, что шарики касаются друг друга, нить подвеса при этом не закручена, указатель углового микрометра установлен на нуль.



<sup>4</sup> Перевод работы опубликован в книге Голин Г.М., Филонович С.Р. Классики физической науки (с древнейших времен до начала XX века): Справ. пособие. – М.: Высш. школа., 1989 г

<sup>5</sup> Для перевода в единицы силы массу следует умножить на ускорение свободного падения.

Измерения проводились следующим образом. Шарикам 4 и 7 сообщают электрические заряды и приводят их в соприкосновение (при этом их электрические заряды выравниваются). Коромысло поворачивается (угол поворота обозначен  $\alpha$ ), при необходимости с помощью головки углового микрометра нить можно дополнительно закрутить (угол закручивания обозначен  $\varphi$ ). Отметим, что  $\varphi$  - угол поворота указателя углового микрометра.



### Часть 1. Свойства нити подвеса.

*« В Мемуаре, представленном в академию в 1784 году я на основе эксперимента определил закон для силы кручения металлической нити и обнаружил, что эта сила пропорциональна углу закручивания нити...»*

Это высказывание можно представить в виде формулы: момент сил упругости  $M_{\text{упр.}}$ , возникающий при закручивании металлической нити рассчитывается по формуле

$$M_{\text{упр.}} = -G\varphi \quad (1)$$

здесь  $G$  - коэффициент пропорциональности (модуль кручения), зависящий от материала нити и ее размеров – длины и радиуса,  $\varphi$  - угол закручивания нити в радианах.

*«Серебряная нить, которая образует подвес, имеет длину 28 дюймов и эта нить настолько тонка, что фут длины этой нити весит всего  $\frac{1}{16}$  грана. Рассчитывая силу, с которой следует подействовать на коромысло, в точке, удаленной на 4,0 дюйма от нити, или от центра подвеса, я нашел, что... для закручивания нити на  $360^\circ$  необходимо приложить силу всего в  $\frac{1}{340}$  грана.»*

1.1 Определите по приведенным данным диаметр нити подвеса. Плотность серебра  $\rho_{\text{Ag}} = 10,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ .

1.2 Рассчитайте модуль кручения нити  $G$ .

### Часть 2. Фундаментальный закон электричества.

*«Я привожу здесь только несколько измерений, которые легко повторить и которые тут же делают зримым закон отталкивания.»*

*При электризации двух шариков с помощью головки булавки, когда указатель микрометра установлен на нуль, шарик 4 удалился от шарика 7 на угол  $36^\circ$ ;*

*При закручивании нити подвеса посредством головки микрометра на  $126^\circ$  два шарика сблизилась и остановились на расстоянии  $18^\circ$  один от другого.*

*При закручивании нити подвеса на  $567^\circ$  два шарика сблизилась до  $8,5^\circ$ »*

2.1 Используя приведенные данные, постройте график зависимости силы взаимодействия между шариками от расстояния между ними.

Не забудьте подписать и оцифровать оси координат.

2.2 Покажите, что результаты эксперимента подтверждают зависимость силы электрического взаимодействия от расстояния, которая ныне называется законом Кулона.

2.3 Рассчитайте величины зарядов шариков в данном эксперименте. Постарайтесь, чтобы погрешность результата была минимальной.

### **Часть 3. Утечка заряда.**

*«Электричество на двух шариках немного уменьшается в зависимости от времени, которое длится эксперимент. Я проверил, что в тот день, когда был проведен описанный выше опыт, наэлектризованные шарики, находившиеся на расстоянии  $30^\circ$  один от другого при угле кручения  $50^\circ$ , сближались на  $1^\circ$  за 3 минуты»*

3.1 Оцените удельное сопротивление воздуха в день проведения эксперимента.

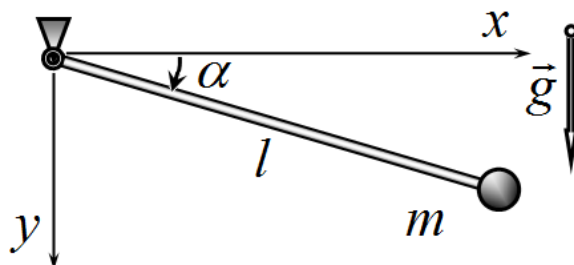


## Задание 11- 1. Шарики на спице и как ломаются трубы

Задание 1 состоит из  $n$  взаимосвязанных задач.

### Задача 1. 1 шарик.

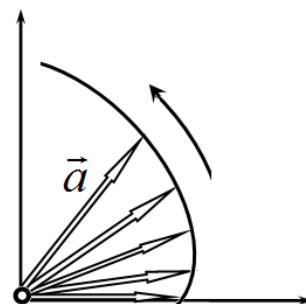
Тонкая жесткая спица длиной  $l$  может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из ее концов. На конце спицы закреплен небольшой шарик массы  $m$ . Массой спицы можно пренебречь. Спицу располагают горизонтально и отпускают.



Положение спицы в процессе движения будем задавать с помощью угла ее отклонения от горизонтали  $\alpha$ . Оси координат направлены так, как показано на рисунке. Шарик можно считать материальной точкой.

- 1.1 Найдите зависимость модуля скорости шарика от угла  $\alpha$ .
- 1.2 Найдите зависимость силы  $\vec{F}$ , с которой спица действует на шарик от угла  $\alpha$ . Укажите направление этой силы.
- 1.3 Найдите зависимость проекций ускорения шарика на оси координат  $a_x, a_y$  от угла  $\alpha$ .
- 1.4 Постройте годограф вектора ускорения шарика.

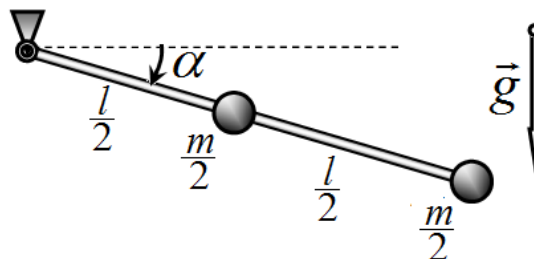
Годографом переменного вектора называется линия, которую описывает конец этого вектора (при условии, что его начало остается в одной точке, например, в начале координат). Иными словами, начало вектора закреплено, сам вектор поворачивается и изменяет свою длину – конец вектора описывает некоторую линию, которая и называется годографом.



- 1.5 Укажите систему координат, в которой модуль ускорения шарика остается постоянным. Чему равен модуль этого ускорения?

### Задача 2. 2 шарика

На спицу, описанную в первой части задачи закрепили два шарика, масса каждого из которых равна  $\frac{m}{2}$ , один на конце спицы, второй на середине спицы. Спицу расположили горизонтально и отпустили.

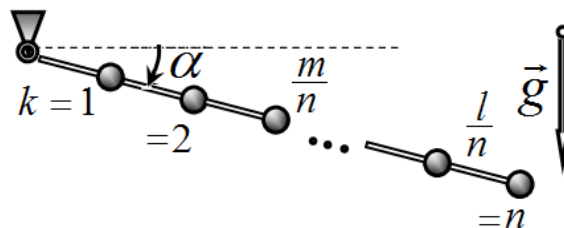


- 2.1 Найдите зависимость угловой скорости  $\omega$  спицы от угла  $\alpha$ .
- 2.2 Найдите ускорения с которыми начинают двигаться шарика (т.е. при  $\alpha = 0$ )

2.3 Найдите силу, с которой спица действует на крайний шарик в начальный момент времени (при  $\alpha = 0$ ). Укажите направление этой силы.

**Задача  $n$ .  $n$  шариков.**

На спицу закрепили  $n$  одинаковых шариков, масса каждого равна  $\frac{m}{n}$  на равном расстоянии друг от друга, причем крайний шарик находится на конце спицы. Считайте, что число шариков велико, т.е.  $n \gg 1$ . Спицу располагают горизонтально и отпускают.



3.1 Найдите зависимость угловой скорости спицы  $\omega$  от угла отклонения  $\alpha$ .

3.2 Найдите ускорения шариков  $a_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) в начальный момент движения спицы.

3.3 Найдите силу, действующую на  $k$ -тый шарик со стороны спицы, в начальный момент движения. Постройте график полученной зависимости.

3.4 Кратко объясните природу возникновения этих сил.

3.5 Объясните, почему ломаются дымовые трубы при падении. На каком расстоянии чаще всего происходит излом?

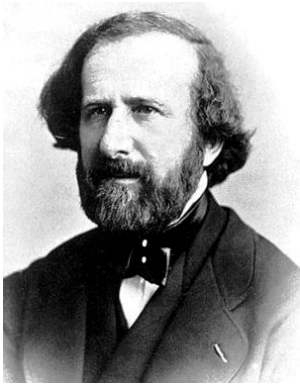


*В этом пункте вам не надо писать никаких уравнений, формул. Качественно, кратко (1-2 предложения) выявите основную причину излома и укажите высоту, на которой он чаще происходит.*

**Небольшая математическая подсказка.**

$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$



## Задача 2. Опыт Физо

Весь XIX век физики были убеждены, что свет есть волна, распространяющаяся в особой среде – эфире. Практически все известные оптические явления нашли свое объяснение в рамках теории светового эфира. Одним из самых интересных и сложных вопросов являлся вопрос о взаимодействии материальных тел и светового эфира. В частности, как ведет себя эфир в движущемся теле: остается в покое; движется вместе с телом; или как-то по иному.

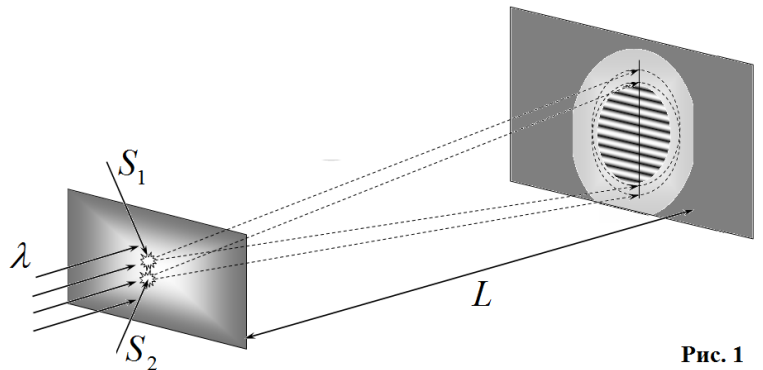
Один из решающих экспериментов в исследовании этого явления провел французский физик Арман Ипполит Луи Физо. Результаты этого опыта были опубликованы в 1859 году в работе «О гипотезах относительно светового эфира и об одном эксперименте, который, по-видимому, показывает, что движение тел меняет скорость, с которой свет распространяется внутри этих тел». Все численные результаты, использованные в этой задаче, взяты из названной статьи И. Физо.

*Скорость света в вакууме считать равной  $c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$ , Значения длин волн приведены для волн в вакууме. Показатель преломления воды  $n = 1,33$*

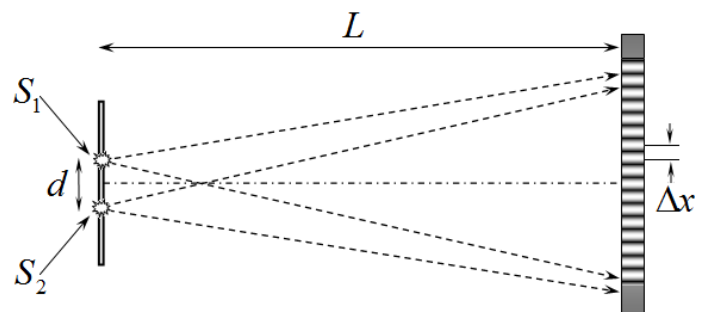
Прежде чем приступить к анализу эксперимента И. Физо, вспомним основные положения теории интерференции света.

### Часть 1. Воспоминание об интерференции.

Наиболее простой для теоретического описания интерференции света является оптическая схема, предложенная английским физиком Т. Юнгом (рис. 1). Монохроматический свет падает нормально на непрозрачную пластинку, в которой на небольшом расстоянии проделаны два маленьких отверстия  $S_1$  и  $S_2$ , которые можно рассматривать как два когерентных точечных источника света. На большом расстоянии от этой пластинки расположен экран, на котором наблюдается интерференционная картина в виде системы параллельных равноотстоящих светлых и темных полос.



Рассмотрим описанную установку со следующими параметрами: Расстояние между отверстиями  $d = 1,0 \text{ мм}$ ; расстояние до экрана  $L = 2,0 \text{ м}$ , длина волны света  $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ . (рис. 2)



1.1 Рассчитайте ширину интерференционной полосы  $\Delta x$  (расстояние между соседними максимумами) на экране.

Отверстие  $S_1$  закрывают плоскопараллельной стеклянной пластинкой  $P$  (рис.3), толщина которой  $h = 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ , а показатель преломления  $n = 1,6$ . При такой малой толщине можно пренебречь смещением лучей в пластинке.

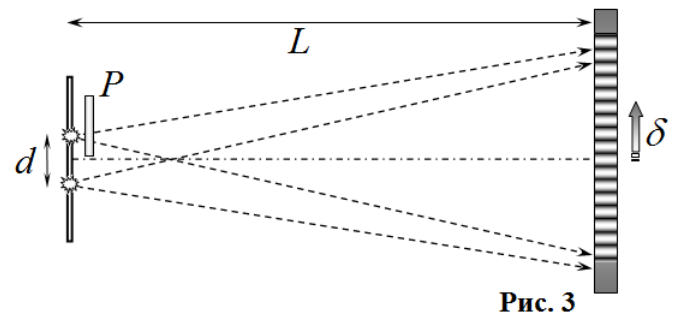


Рис. 3

1.2 Рассчитайте на сколько полос (и в какую сторону) сместится интерференционная картина на экране.

## Часть 2. Эксперимент И. Физо – скорость света в движущейся воде.

Чтобы понять идею и цель рассматриваемого опыта И. Физо, процитируем его статью. «Эти гипотезы (относительно эфира) можно свести к трем основным....:

- эфир связан и как бы прикреплен к молекулам тела и, следовательно, участвует в движениях, которые могут сообщаться этим телам<sup>6</sup>;
- эфир свободен и независим и не увлекается телами в их движениях<sup>7</sup>;
- по третьему предположению... свободной остается лишь часть эфира, а другая часть прикрепляется к молекулам тела и только она участвует в его движении<sup>8</sup>»

Итак, И. Физо поставил цель экспериментально определить, какая из этих гипотез подтверждается экспериментально. Для этого необходимо измерить, как изменяется скорость света в движущейся среде. Обозначим скорость движения среды  $V$ , а скорость света в среде  $v$ .

2.1 Чему равна скорость света в неподвижной воде?

2.2 Запишите формулу для скорости света в движущей среде, в предположении, что справедлива гипотеза неподвижного эфира.

2.3 Запишите формулу для скорости света в движущей среде, в предположении, что справедлива гипотеза полного увлечения эфира.

В рамках гипотезы частичного увлечения эфира (предложенной О. Френелем) предполагается, что скорость света в движущейся среде складывается из скорости света в неподвижной среде и скорости среды, умноженной на некоторый коэффициент  $\gamma$ , который называется коэффициентом увлечения эфира.

2.4 Каким значениям  $\gamma$  соответствуют гипотезы неподвижного эфира и полного увлечения эфира?

<sup>6</sup> Далее будем ее называть «Гипотеза полного увлечения эфира»;

<sup>7</sup> Гипотеза неподвижного эфира;

<sup>8</sup> Гипотеза частичного увлечения эфира;

На рис. 4 показана схема установки Физо. В этой установке свет проходил через две параллельные трубы  $T_1$  и  $T_2$  по которым равномерно текла вода с некоторой скоростью  $V$ . Торцы труб закрыты стеклянными окнами. Оптическая схема установки состояла из источника света  $И$ , полупрозрачной пластинки  $П$ , трех зеркал  $З_1$ ,  $З_2$ ,  $З_3$  и экрана  $Э$ , на котором с помощью зрительной

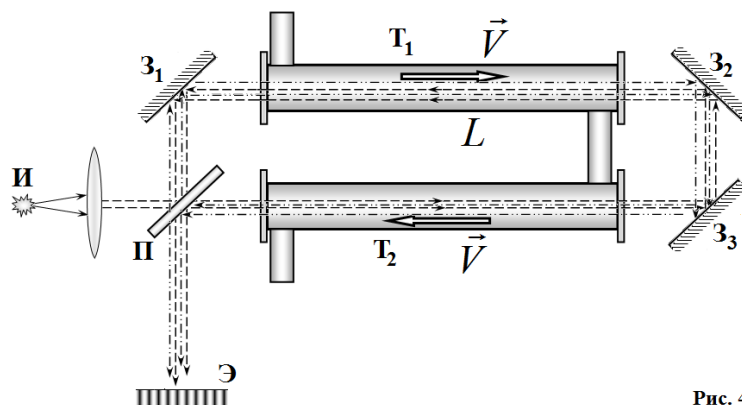


Рис. 4

трубы с микрометром наблюдается интерференционная картина. Свет от источника с помощью линзы формируется в параллельный пучок, который падал на полупрозрачную пластинку. Пластинка разделяет пучок на две потока. Один из них отражается от пластинки, и следует по пути  $З_1$ , -  $З_2$ , -  $З_3$  попадает на пластинку и отражается в сторону экрана. Этот пучок распространяется в трубах в направлении течения воды. Второй световой пучок движется в обратном направлении: проходит через пластинку и далее следует по пути  $З_3$ , -  $З_2$ , -  $З_1$  и также попадает на экран. В результате интерференции этих пучков на экране и возникает система полос. Каждый из пучков проходит в движущейся воде расстояние  $L = 1,49 м$  в каждой трубе. Можно считать, что скорость движения воды на этом пути постоянна. Для расчета скорости воды И. Физо измерил объем жидкости, протекающий по трубам в единицу времени и разделил его на площадь поперечного сечения трубы. В своих экспериментах И. Физо использовал свет с длиной волны  $\lambda = 526 нм$ .

Еще раз процитируем статью И. Физо:

*«Во время протекания воды полосы сохраняли хорошую отчетливость: они сдвигались параллельно самим себе без малейшего сомнения на величину, ощутимо пропорциональную скорости воды. При скорости 2 м/с смещение было уже хорошо заметно, при скорости от 4 до 7 м/с оно было вполне измеримым»*

Для повышения точности измерений И. Физо измерял смещение полос при изменении направления течения воды. В результате тщательных измерений И. Физо констатировал:

*«При ширине одной полосы в пять делений микрометра... было установлено, что при скорости течения воды 7,06 м/с смещение вправо составляло 1,2 деления и смещение влево – 1,2 деления. Сумма двух смещений равна 2,4 деления, т.е. практически составляет половину полосы»*

- 2.5 Рассчитайте теоретическое значение смещения полос, принимая гипотезу полного увлечения эфира. Совпадает ли это значение с экспериментально полученным значением?
- 2.6 Принимая гипотезу частичного увлечения эфира, определите значение коэффициента увлечения эфира  $\gamma$ , следующего из результатов эксперимента И. Физо.

### Часть 3. Но эфира то нет!

3.1 Покажите, что закон сложения скоростей, предложенный О. Френелем, является следствием релятивистского закона сложения скоростей. Интересно, что О.Френель получил правильную формулу, не зная теории относительности.

3.2 Используя формулу релятивистского сложения скоростей, получите формулу для коэффициента увлечения эфира  $\gamma$ . Выразите его через показатель преломления движущейся среды. Рассчитайте его значение для воды.

3.3 И. Физо сумел найти причину, объясняющую незначительное отклонение измеренного значения коэффициента  $\gamma$  от теоретического значения. Укажите эту причину и Вы.

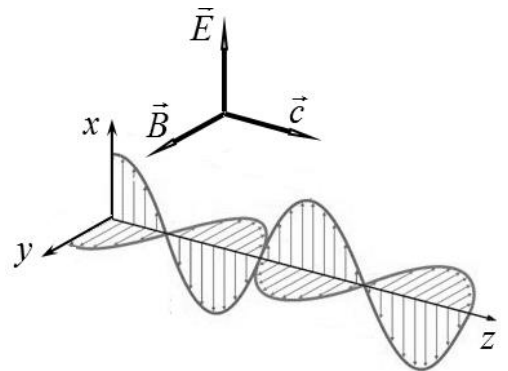


### Задача 3 Давление света.

В некоторых книгах утверждается, что давление света подтверждает его квантовую природу. Однако, описать это явление можно точно и в рамках классической физики. Знаменитый исследователь давления света П.Н. Лебедев в своих экспериментах проверял теорию электромагнитную теорию Дж.К. Максвелла. В данной задаче вам предстоит рассчитать величину давления света, используя законы классической физики.

#### Часть 1. Свойства электромагнитных волн.

Свет представляет собой электромагнитную волну. Эта волна является поперечной: векторы напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и индукции магнитного поля  $\vec{B}$  взаимно перпендикулярны и перпендикулярны направлению распространения волны  $\vec{c}$  (см. рисунок). Колебания напряженности электрического поля и индукции магнитного поля происходят в одной фазе, поэтому в произвольной точке они могут быть описаны функциями



$$\begin{cases} E = E_0 \cos \omega t \\ B = B_0 \cos \omega t \end{cases} \quad (1)$$

Амплитуды колебаний напряженности электрического поля и индукции магнитного поля связаны между собой так, что средняя объемная плотность энергии электрического поля равна средней объемной плотности энергии магнитного поля

$$\langle w_E \rangle = \langle w_B \rangle \quad (2)$$

Объемные плотности энергии электрического и магнитного полей определяются по формулам

$$w_E = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}, \quad w_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (3)$$

Скорость электромагнитной волны (скорость света) в вакууме рассчитывается по формуле

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_0, \mu_0$  - электрическая и магнитная постоянные, соответственно.

- 1.1 Запишите соотношение между амплитудами колебаний напряженности электрического  $E_0$  поля, индукции магнитного поля  $B_0$  и скоростью света  $c$ .
- 1.2 Выразите интенсивность света  $I$  через амплитуду колебаний вектора напряженности электрического поля волны  $E_0$ .

Интенсивностью света называется усредненное по времени количество энергии, переносимой волной в единицу времени через площадку единичной площади  $I = \frac{\Delta W}{\Delta t \Delta S}$



## Часть 2. Движение электронов в металле и электрическое сопротивление.

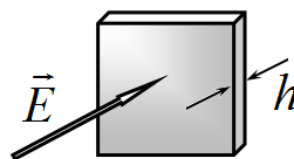
Как известно, носителями электрического тока в металлах являются свободные электроны.

### 2.1 Рассчитайте концентрацию свободных электронов $n$ в меди.

Считайте, что каждый атом меди отдает один электрон в облако свободных электронов.

Молярная масса меди  $M_{Cu} = 63,5 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$ , плотность меди  $\rho_{Cu} = 8,92 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ , постоянная Авогадро  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ , заряд электрона  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ , электрическая постоянная  $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{А}^2 \cdot \text{с}^4}{\text{Кг} \cdot \text{м}^3}$

Медная пластинка толщиной  $h = 1,0 \text{ см}$  помещена во внешнее однородное электростатическое поле напряженности  $E = 30 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}$  (в таких полях наступает электрический пробой воздуха). Вектор напряженности поля перпендикулярен поверхности пластинки.



### 2.2 Рассчитайте, какая доля свободных электронов создает индуцированный заряд на поверхности пластинки при заданной напряженности внешнего электрического поля.

Для описания электрического сопротивления металлов в классической физике предполагается, что на движущийся в металле электрон действует тормозящая сила, пропорциональная его скорости

$$\vec{F} = -\beta \vec{v} \quad (5)$$

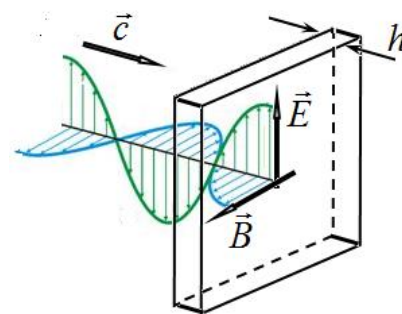
### 2.3 Выразите коэффициент пропорциональности $\beta$ в формуле (5), через удельное электрическое сопротивление металла<sup>9</sup> $\rho$ и концентрацию свободных электронов $n$ .

## Часть 3. Давление света на поверхность металла.

Для расчета давления света рассмотрите следующую модель. Плоская электромагнитная волна падает нормально на очень тонкую металлическую пластинку толщиной  $h$ . Отражение волны не учитывать. Изменением амплитуды волны при прохождении через пластинку можно пренебречь, поэтому во всех точках пластинки поля описываются уравнениями (1).

Движение электронов описывается на основании закона Ньютона, причем в первом приближении **можно пренебречь влиянием магнитного поля волны на движение электрона**. Начальную скорость электрона считайте равной нулю.

В дальнейшем считайте известными следующие величины:  $n$  - концентрация свободных электронов в пластинке, коэффициент сопротивления движению  $\beta$  для этих электронов,  $E_0$  - амплитуда напряженности электрического поля волны,  $\omega$  - круговая частота волны,  $h, S$  - толщина и площадь пластинки,  $m, e$  - масса и заряд электрона,  $c$  - скорость света. Ответы на последующие вопросы выражайте через эти величины.



<sup>9</sup> Не путайте с плотностью!



- 3.1 Пренебрегая силой сопротивления, действующей на электрон, найдите зависимость скорости электрона от времени, при действии на него электромагнитной волны  $v(t)$ .
- 3.2 Рассчитайте среднее значение силы Лоренца, действующей на электрон в этом случае.

Далее следует учитывать действие силы сопротивления (4) на электрон.

- 3.3 Найдите зависимость скорости электрона от времени  $v(t)$  при действии на него электрического поля волны.

Подсказка.

Представьте эту зависимость в виде  $v(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$ , найдите значения коэффициентов этой зависимости.

- 3.4 Найдите усредненное по времени значение силы Лоренца, действующей на электрон. Укажите направление этой силы.
- 3.5 Найдите силу, действующую на всю пластинку со стороны падающей волны.

- 3.6 Рассчитайте коэффициент поглощения электромагнитной волны пластинкой  $K$ .

Коэффициентом поглощения называется отношение поглощенной энергии к энергии падающей волны.

- 3.7 Получите формулу для давления света на пластинку, выразите это давление через интенсивность волны и коэффициент поглощения пластинки.