

Лабораторная работа №7

Модель эффективности рекламы

Роман Владимирович Иванов

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Ответы на вопросы	10
5	Код программы	12
6	Выводы	14

Список таблиц

Список иллюстраций

3.1	Код программы для решения задачи	7
3.2	График распространения рекламы для первого случая	8
3.3	График распространения рекламы для второго случая	8
3.4	График распространения скорости распространения рекламы для второго случая	9
3.5	График распространения рекламы для второго случая	9
4.1	График решения уравнения модели Мальтуса	11
4.2	График логистической кривой	11

1 Цель работы

Ознакомление с моделью Мальтуса и моделью логистической кривой на примере рекламной кампании и их построение с помощью языка программирования Modelica.

2 Задание

1. Построить график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением: $\frac{dn}{dt} = (0.91 + 0.00005n(t))(N - n(t))$

2. Построить график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением: $\frac{dn}{dt} = (0.00001 + 0.81n(t))(N - n(t))$

Для этого случая определить, в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

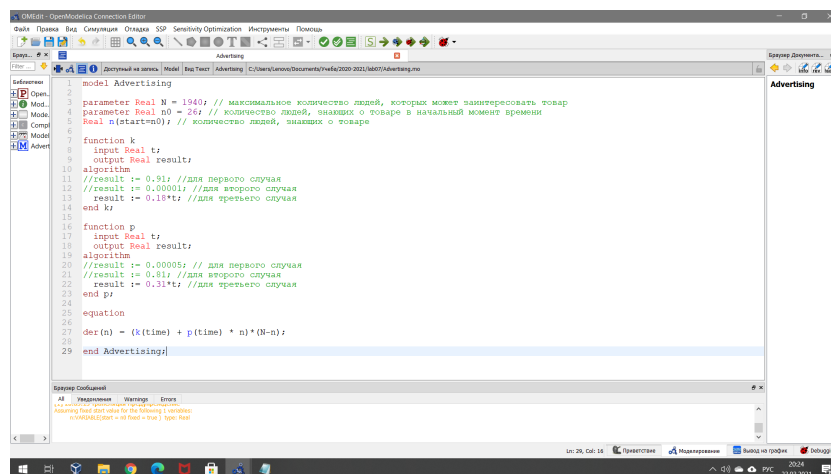
3. Построить график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением: $\frac{dn}{dt} = (0.18t + 0.31tn(t))(N - n(t))$

3 Выполнение лабораторной работы

После запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Известны начальные данные: $N = 1940$ - объем аудитории, $n_0 = 26$ - число людей, знакомых с рекламой в начальный момент времени.

Ниже приведен код для решения задачи (рис @fig:001)



```
1 model Advertising
2
3   parameter Real N = 1940; // максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар
4   parameter Real n0 = 26; // количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени
5   Real n(start=n0); // количество людей, знающих о товаре
6
7   function k
8     input Real t;
9     output Real result;
10
11    //result := 0.91; //для первого случая
12    //result := 0.00001; //для второго случая
13    result := 0.15*t; //для третьего случая
14  end k
15
16  function p
17    input Real t;
18    output Real result;
19    algorithm
20      //result := 0.00005; // для первого случая
21      //result := 0.91; //для второго случая
22      result := 0.31*t; //для третьего случая
23    end p
24
25  equation
26    der(n) = (k(t) + p(t) * n) * (N - n);
27  end Advertising;
```

Рис. 3.1: Код программы для решения задачи

1. Построим график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением: $\frac{dn}{dt} = (0.91 + 0.00005n(t))(N - n(t))$ (рис @fig:002)

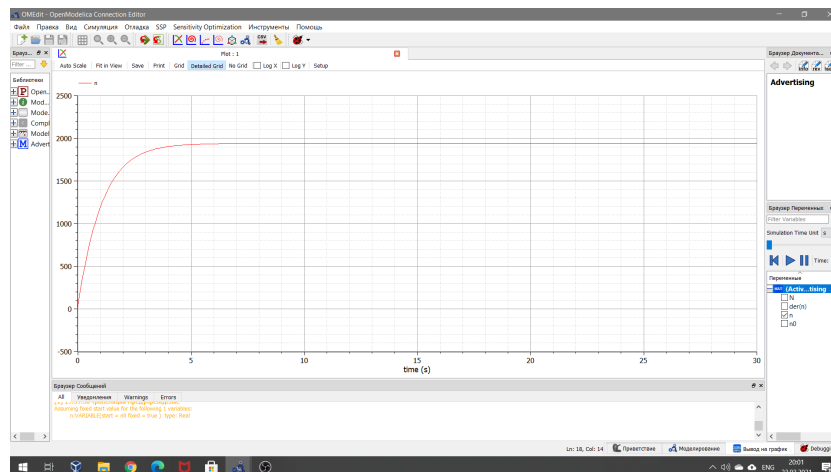


Рис. 3.2: График распространения рекламы для первого случая

2. Построим график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением: $\frac{dn}{dt} = (0.00001 + 0.81n(t))(N - n(t))$ (рис @fig:003)

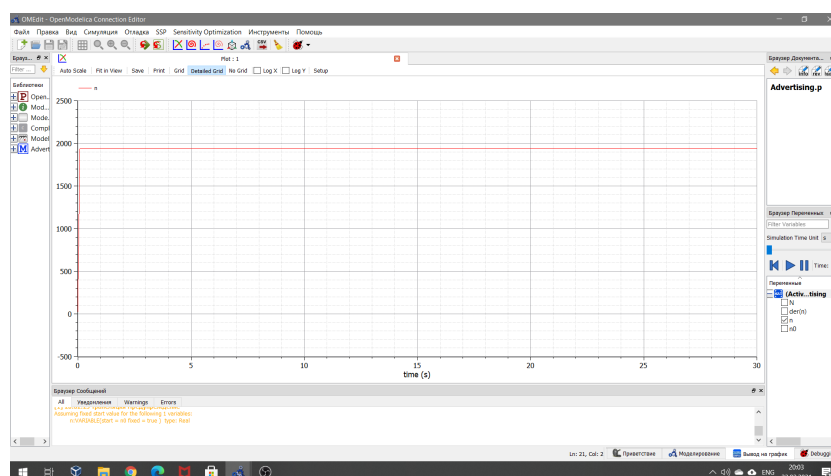


Рис. 3.3: График распространения рекламы для второго случая

Также нам требуется определить, каким будет максимальное значение скорости распространения рекламы в данном случае. Скорость распространения рекламы - производная по графику распространения рекламы. Следовательно, максимальное значение будет там, где значение графика скорости максимально.

Из нижеприведенного рисунка (рис @fig:004) мы видим, что значение графика производной максимально в начальный момент времени $t_0 = 0$.

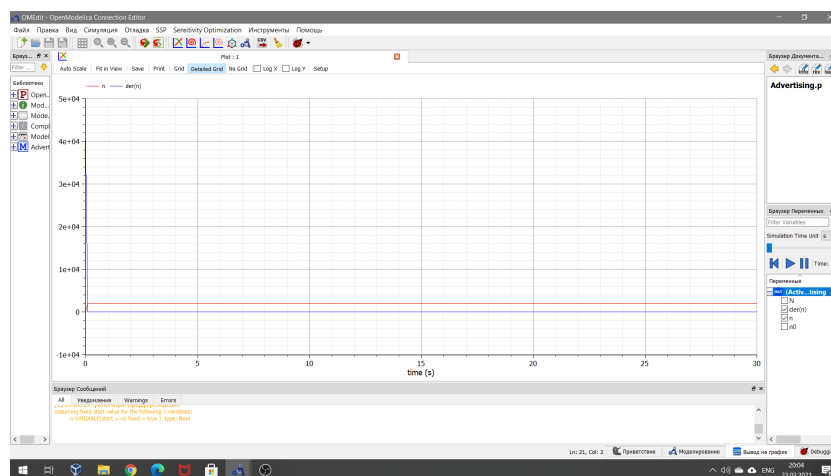


Рис. 3.4: График распространения скорости распространения рекламы для второго случая

3. Построим график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением: $\frac{dn}{dt} = (0.18t + 0.31tn(t))(N - n(t))$ (рис @fig:005)

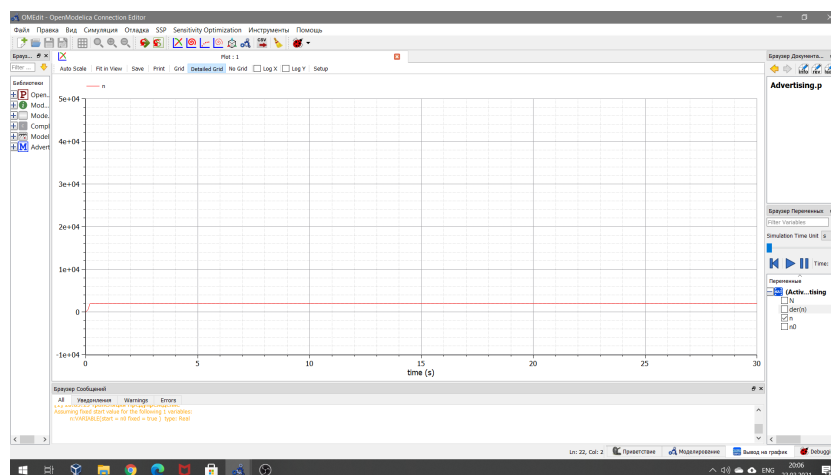


Рис. 3.5: График распространения рекламы для второго случая

4 Ответы на вопросы

1. Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$

Данная модель используется для расчета изменения популяции особей животных.

2. Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP(1 - \frac{P}{K})$$

Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом:

- скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях;
 - скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.
3. На что влияет коэффициент $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы

$\alpha_1(t)$ — интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат

$\alpha_2(t)$ — интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио

4. Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса (рис. @fig:006):

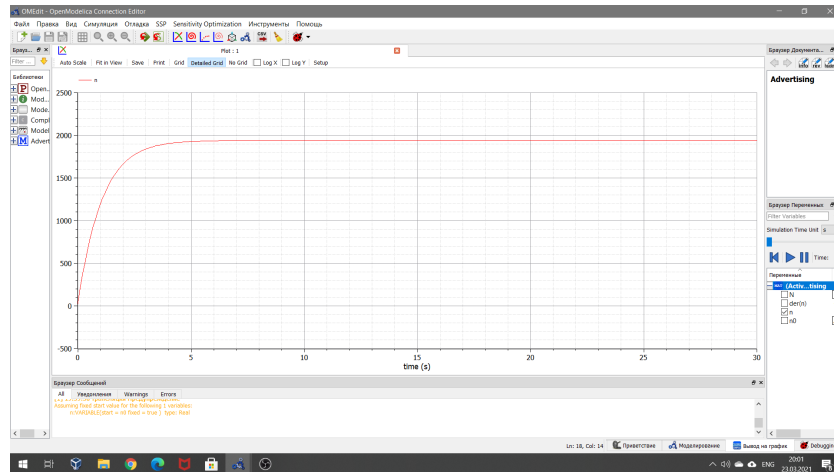


Рис. 4.1: График решения уравнения модели Мальтуса

5. Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

При $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой (рис. @fig:007):

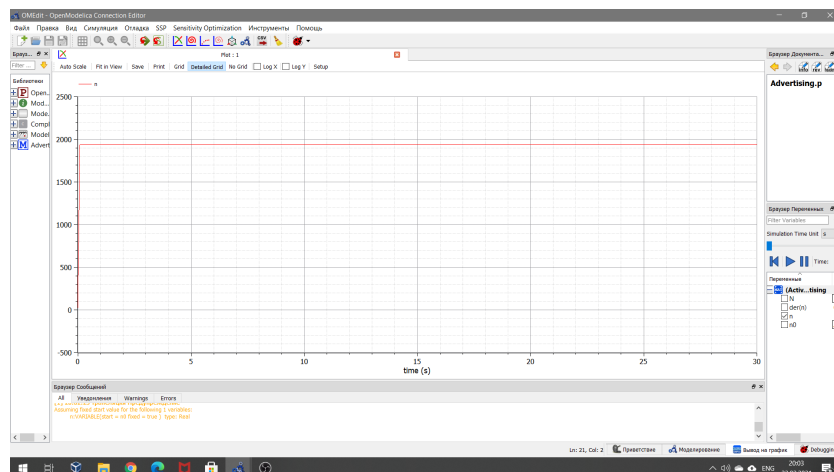


Рис. 4.2: График логистической кривой

5 Код программы

```
model Advertising
parameter Real N = 1940; // максимальное количество людей, которых может
заинтересовать товар
parameter Real n0 = 26; // количество людей, знающих о товаре в начальный
момент времени
Real n(start=n0); // количество людей, знающих о товаре
function k
input Real t;
output Real result;
algorithm
//result := 0.91; //для первого случая
//result := 0.00001; //для второго случая
result := 0.18t; //для третьего случая
end k;
function p
input Real t;
output Real result;
algorithm
//result := 0.00005; // для первого случая
//result := 0.81; //для второго случая
result := 0.31t; //для третьего случая
end p;
```

equation

$\text{der}(n) = (k(\text{time}) + p(\text{time}) * n) * (N - n);$

end Advertising;

6 Выводы

Ознакомился с моделью Мальтуса и моделью логистической кривой на примере эффективности рекламы. Построил соответствующие графики.