

Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Роман Владимирович Иванов

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Ответы на вопросы:	13
5	Выводы	15

Список таблиц

Список иллюстраций

3.1	Код программы для первого случая	8
3.2	График для первого случая	8
3.3	Код программы для второго случая	9
3.4	График для второго случая	9
3.5	Код программы для третьего случая	10
3.6	График для второго случая	11

1 Цель работы

Ознакомление с моделью линейного гармонического осциллятора и ее построение с помощью языка программирования Modelica.

2 Задание

1. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
2. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.

3 Выполнение лабораторной работы

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

x — переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.) t — время w — частота γ — затухание
Интервал: $t \in [0; 66]$ (шаг 0.05).

Начальные условия: $x_0 = -1.2, y_0 = -1$

1. Уравнение гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 4.8x = f(t)$$

где

$$w = \sqrt{4.8}$$

$$\gamma = 0.0$$

$$f(t) = 0.0$$

Ниже представлен код программы для первого случая, выполненный на языке программирования Modelica. (рис 1. @fig:001)

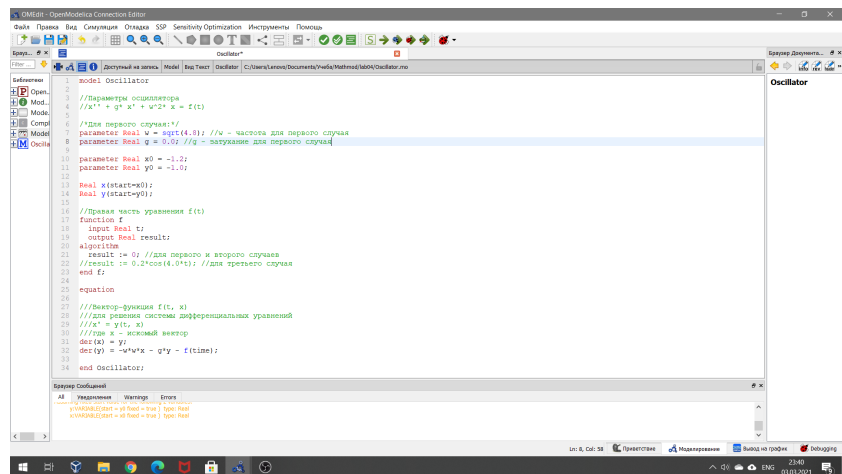


Рис. 3.1: Код программы для первого случая

Также ниже представле график для первого случая. (рис 2. @fig:001)

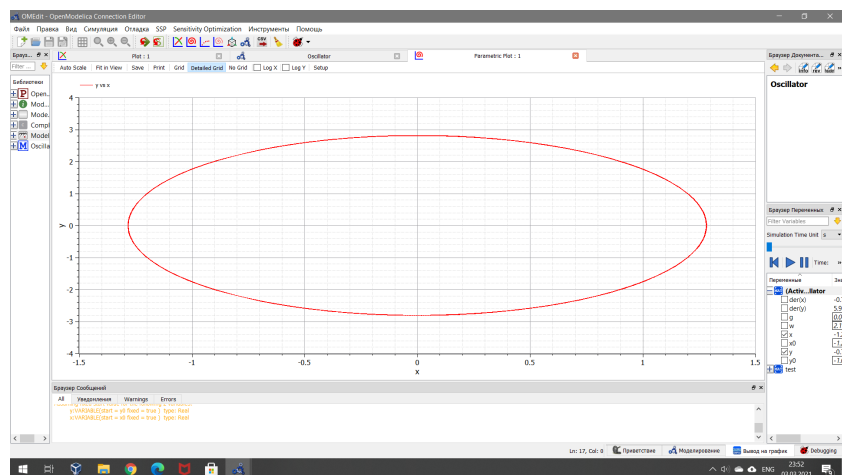


Рис. 3.2: График для первого случая

- Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 10x = 0$$

где

$$w = \sqrt{10.0}$$

$$\gamma = 5.0$$

$$f(t) = 0.0$$

Ниже представлен код программы для второго случая, выполненный на языке программирования Modelica. (рис 3. @fig:001)

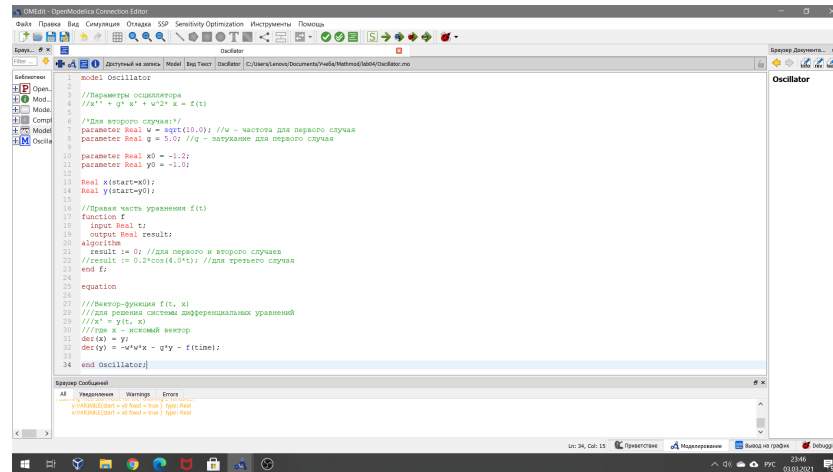


Рис. 3.3: Код программы для второго случая

Также ниже представле график для второго случая. (рис 4. @fig:001)

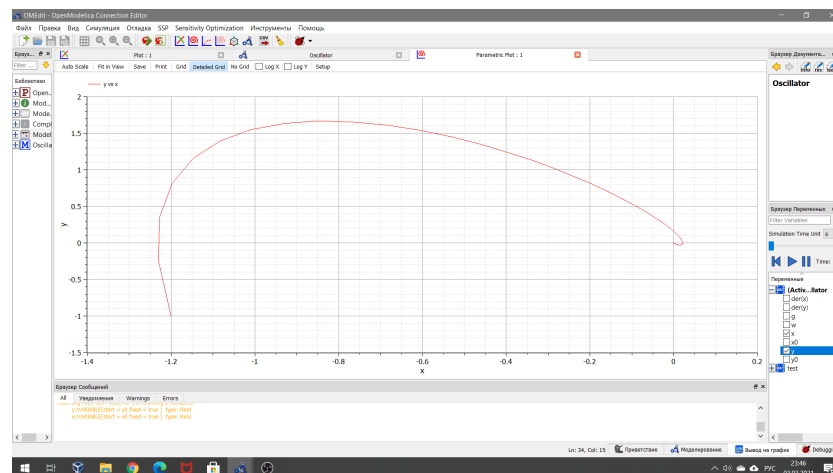


Рис. 3.4: График для второго случая

3. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 14\dot{x} + 1.5x = 0.2\cos(4t)$$

где

$$w = \sqrt{1.5}$$

$$\gamma = 14.0$$

$$f(t) = 0.2\cos(4t)$$

Ниже представлен код программы для третьего случая, выполненный на языке программирования Modelica. (рис 5. @fig:001)

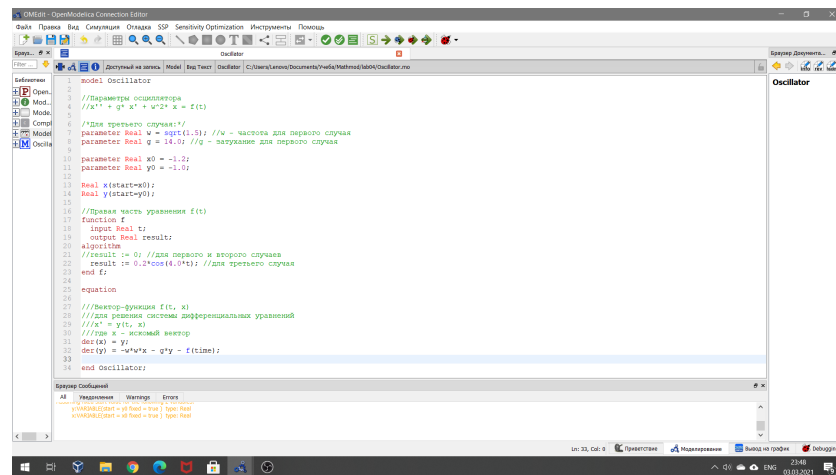


Рис. 3.5: Код программы для третьего случая

Также ниже представле график для третьего случая. (рис 6. @fig:001)

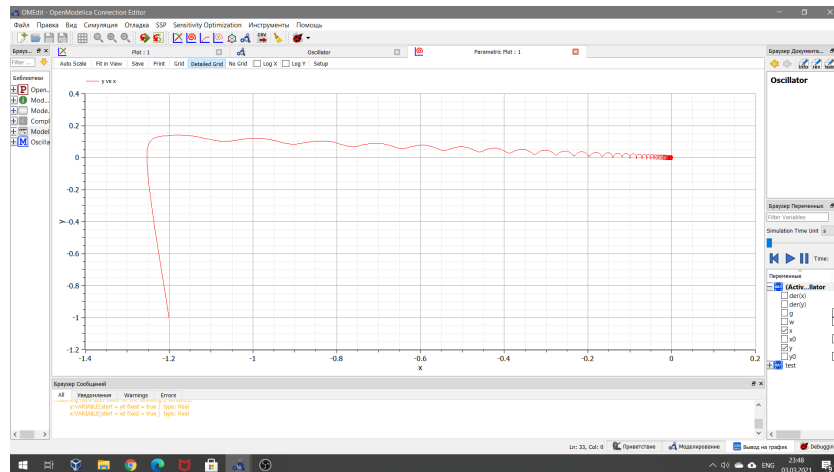


Рис. 3.6: График для второго случая

Приведу полный код программы (Modelica):

model Oscillator

//Параметры осциллятора

// $x'' + g \cdot x' + w^2 \cdot x = f(t)$

//Для первого случая:*/

parameter Real w = sqrt(4.8); //w - частота для первого случая

parameter Real g = 0.0; //g - затухание для первого случая

//Для второго случая:

//parameter Real w = sqrt(10.0); //w - частота для первого случая

//parameter Real g = 5.0; //g - затухание для первого случая

//Для третьего случая:

//parameter Real w = sqrt(1.5); //w - частота для первого случая

//parameter Real g = 14.0; //g - затухание для первого случая

parameter Real x0 = -1.2;

parameter Real y0 = -1.0;

Real x(start=x0);

Real y(start=y0);

//Правая часть уравнения $f(t)$

```

function f
    input Real t;
    output Real result;
algorithm
    result := 0; //для первого и второго случаев
    //result := 0.2cos(4.0t); //для третьего случая
end f;
equation
    //Вектор-функция f(t, x)
    //для решения системы дифференциальных уравнений
    //x' = y(t, x)
    //где x - искомый вектор
    der(x) = y;
    der(y) = -w* w* x - g*y - f(time);
end Oscillator;

```

4 Ответы на вопросы:

1. Запишите простейшую модель гармонических колебаний

Простейшая модель гармонических колебаний имеет следующий вид:

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi_0)$$

2. Дайте определение осциллятора

Осциллятор - система, совершающая колебания, показатели которой периодически повторяются во времени.

3. Запишите модель математического маятника

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \frac{\gamma}{L} \sin \alpha = 0$$

4. Запишите алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка

Пусть у нас есть дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

Для перехода к системе уравнений первого порядка сделаем замену (это метод Ранге-Кутты):

$$y = \dot{x}$$

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{y} = \dot{x} \\ \ddot{y} = -w_0^2 x \end{cases}$$

5. Что такое фазовый портрет и фазовая траектория?

Фазовый портрет — это то, как величины, описывающие состояние системы, зависят друг от друга.

Фазовая траектория — кривая в фазовом пространстве, составленная из точек, представляющих состояние динамической системы в последовательные моменты времени в течение всего времени эволюции.

5 Выводы

Ознакомился с моделью линейного гармонического осциллятора, решив уравнения гармонического осциллятора и построив его фазовые портреты.