Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций
Российской Федерации Сибирский Государственный Университет
Телекоммуникаций и Информатики СибГУТИ

Кафедра вычислительных систем

ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №0
по дисциплине «Моделирование»

Выполнил:
студент гр. ИВ-921
Ярошев Р. А.

Проверил:
Старший преподаватель
Петухова Я.В.

Новосибирск, 2023

Оглавление

Формулировка задания

Взять готовую реализацию генератора случайных чисел и убедиться в его равномерном распределении, используя параметры χ^2 и автокорреляцию.

Теоретические сведения

Равномерное распределение - это такое распределение, в котором случайная величина принимает конечное число n значений с равными вероятностями.

Чтобы проверить последовательность на равномерность, необходимо воспользоваться значением хи-квадрат. Уровень значимости выбирается в зависимости от конкретного исследования. В данной лабораторной, при выборе уровня значимости, будет учитываться объем выборки.

Критерий «хи-квадрат» позволяет оценить значимость различий между фактическим (выявленным в результате исследования) количеством исходов или качественных характеристик выборки, попадающих в каждую категорию, и теоретическим количеством, которое можно ожидать в изучаемых группах. Процедура проверки по критерию «хи-квадрат» имеет следующий вид:

1) Диапазон от 0 до 1 разбивается на k равных интервалов.
2) Запускается ГСЧ N раз (должно быть велико, например, N/k > 5).
3) Определяется количество случайных чисел, попавших в каждый интервал: n_i, i = 1, …, k.
4) Вычисляется экспериментальное значение χ^2 по следующей формуле:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - p_i N)^2}{p_i N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i^2}{p_i} - N$$

p_i– теоретическая вероятность попадания чисел в i-ый интервал (всего этих интервалов k) равна $p_i = \frac{1}{k}$

N – общее количество сгенерированных чисел

n_i – попадание чисел в каждый интервал

χ^2 – критерий, который позволяет определить, удовлетворяет ли СЧ требования равномерного распределения или нет.

Если $\chi^2_{набл}$ намного больше $\chi^2_{крит}$, то генератор не удовлетворяет требованию равномерного распределения, так как наблюдаемые значения n_i слишком далеко уходят от теоретических p_i и не могут рассматриваться как случайные.

Автокорреляция

Автокорреляция – это корреляционная зависимость переменной и значениями этой же переменной, сдвинутыми на несколько периодов времени назад.

$$a(\tau) = \frac{\sum_{i-1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x})}{S^2 * (n - \tau)}$$

x_i — множество псевдослучайных чисел,
$\bar{x}$ - выборочное среднее,
n — общее количество сгенерированных чисел,
S^2 — выборочная дисперсия,
τ — смещение.

Ход работы

Опытным путем получено значение $\chi^2_{\text{набл}} = 92.755$

```
roman@roman-G5-5590:~/Рабочий стол/4 курс/8 семестр/Моделирование/Lab 0$ python3 lab0.py
Xu: 92.75506600004155
```

Рисунок 1. Значение X^2 опытное.

```
Смещение 1 Автокорреляция -0.0001575
Смещение 2 Автокорреляция 0.0001094
Смещение 3 Автокорреляция -0.0004445
Смещение 4 Автокорреляция 0.0010436
Смещение 5 Автокорреляция 0.0004164
Смещение 6 Автокорреляция -0.0011019
Смещение 7 Автокорреляция 0.0002896
Смещение 8 Автокорреляция 0.0010778
Смещение 9 Автокорреляция -0.0008105
Смещение 10 Автокорреляция -0.0001577
Смещение 11 Автокорреляция -0.0002983
Смещение 12 Автокорреляция 0.0015626
Смещение 13 Автокорреляция -0.0006785
Смещение 14 Автокорреляция 0.0002518
Смещение 15 Автокорреляция 0.0001890
Смещение 16 Автокорреляция -0.0007311
Смещение 17 Автокорреляция -0.0001266
Смещение 18 Автокорреляция 0.0003306
Смещение 19 Автокорреляция 0.0009110
Смещение 20 Автокорреляция -0.0013212
Смещение 21 Автокорреляция -0.0005164
Смещение 22 Автокорреляция -0.0011024
Смещение 23 Автокорреляция -0.0005533
Смещение 24 Автокорреляция -0.0011102
Смещение 25 Автокорреляция -0.0003710
Смещение 26 Автокорреляция 0.0024836
Смещение 27 Автокорреляция -0.0021238
Смещение 28 Автокорреляция -0.0000079
Смещение 29 Автокорреляция -0.0006552
```

Рисунок 2. Значение функции автокорреляции.

По данным Рисунка 2, видно, что значение автокорреляции колеблется около нуля. Можно делать вывод о том, что генератор случайных чисел имеет равномерное распределение.

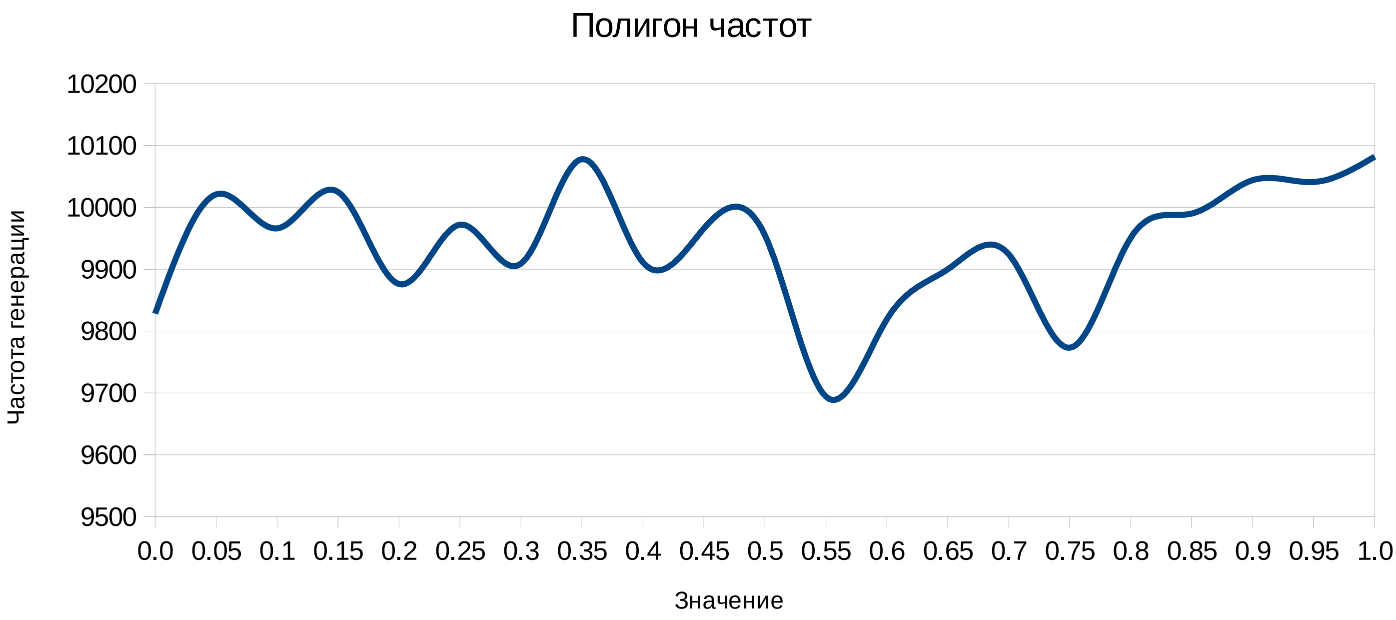

Рисунок 3. Зависимость количества повторений чисел (от 0 до 1) от количества генераций.

Вывод

Теоретическое значение критерия согласия Пирсона $X^2_{крит}(\alpha, k\text{-}r\text{-}1) = 132.309$, где

- α — уровень значимости ($\alpha = 0.01$)
- k-r-1 — степень свободы ($100 - 2 - 1 = 97$)
- k — количество интервалов
- r — уровень значимости (для равномерное распределения $r = 2$)

Поскольку $X^2_{набл.}$ не превышает $X^2_{крит}$ ($92.755 < 132.309$) , и автокорреляция приближена к нулю $-1 < a(\tau) < 1$, то можно сказать, что
генератор случайных чисел имеет равномерное распределение.

Листинг

Lab0.py

```
from random import *
from math import *
N = 1000000
K = 100
n_i = [0] * (N)
x_i = [0] * (N)

seed()

for i in range(0, N):
    x = randint(0, 100)
    x_i[i] = x / K
    n_i[x] += 1

def x2(n_i):
    x2_result = 0
    p_i = 0
    p_i = 1.0/(K + 1)
    for i in range(0, 101):
        x2_result += (pow(n_i[i], 2)/p_i)
    x2_result = (x2_result / N) - N
    return x2_result

print(f'Xu: {x2(n_i)}')

def auto_cor():
    sum_x, Krelation, s_2, sum_pow2, mat_oj = 0, 0, 0, 0, 0

    for i in range(0, N):
        sum_x += x_i[i]
        sum_pow2 += x_i[i] * x_i[i]
    _x = sum_x / N

    sum_pow2 /= N
    s_2 = (sum_pow2 - (_x * _x))

    for offset in range (1, 30):
        for i in range(0, N - offset):
            Krelation += (x_i[i] - _x)*(x_i[i+offset] - _x)
```

```
        Krelation /= (N - offset) * s_2
        prt = "%.7f" % Krelation
        print(f'Смещение {offset} Автокорреляция {prt}')

    return Krelation

auto_cor()
```