Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций
Российской Федерации Сибирский Государственный Университет
Телекоммуникаций и Информатики СибГУТИ

Кафедра вычислительных систем

ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1
по дисциплине «Моделирование»

Выполнил:
студенты гр. ИВ-921
Мильват К. О.
Воронова А. В.

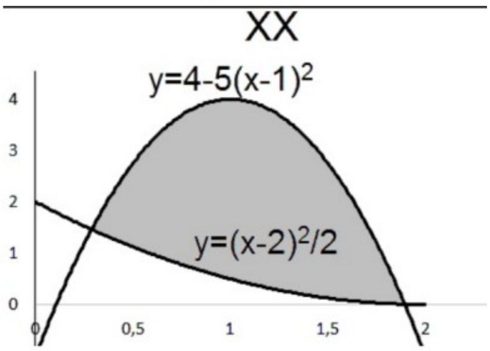
Проверила:
Старший преподаватель Петухова Я.В.

Новосибирск, 2023

Оглавление

Формулировка задания

Реализовать генератор непрерывной случайной величины с заданной плотностью распределения.



Результаты выполнения работы

1. Найдены точки пересечения графиков функций: $y = 4\text{-}5(x\text{-}1)^2$ и $y = (x\text{-}2)^2/2$, и вычислена площадь фигуры, ограниченной графиками.

- Точки пересечения:

$$x_2 = \frac{\sqrt{78}}{11} + \frac{12}{11} \qquad x_1 = \frac{12}{11} - \frac{\sqrt{78}}{11}$$

- Площадь:

$$S = \int_{\frac{1}{11}(12-\sqrt{78})}^{\frac{1}{11}(12+\sqrt{78})} \left(-1 - \frac{1}{2}(-2+x)^2 + 10x - 5x^2\right) dx = \frac{52\sqrt{78}}{121} \approx 3.79547$$

2. Равномерно распределены точки по границе области.

- Была найдена длина для графиков функции:
  - Для $y = 4\text{-}5(x\text{-}1)^2$:

$$\int_{\left(\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{(78)}}{11}\right)}^{\left(\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{(78)}}{11}\right)} \sqrt{\left(1+\left[\left(4-5\cdot(x-1)^2\right)'\right]^2\right)} = \int_{\left(\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{(78)}}{11}\right)}^{\left(\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{(78)}}{11}\right)} \sqrt{(1+100x^2-200x+100)} =$$

≈ 6.85610027

- ◦ Для *y = (x-2)²/2 :*

$$\int_{\left(\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{(78)}}{11}\right)}^{\left(\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{(78)}}{11}\right)} \sqrt{\left(1+\left[\left(\frac{(x-2)^2}{2}\right)'\right]^2\right)} = \int_{\left(\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{(78)}}{11}\right)}^{\left(\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{(78)}}{11}\right)} \sqrt{\left(1+(x-2)^2\right)} =$$

≈ 2.24415608

- Была найдена функция распределения для графиков функции:
  - ◦ Для *y = 4-5(x-1)²* :

$$F(x) = \frac{\sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}}{\int_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}dx} = \frac{\sqrt{1+((4-5*(x-1)^2)')^2}}{\int_{\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{78}}{11}}^{\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{78}}{11}} \sqrt{1+((4-5*(x-1)^2)')^2}dx} =$$

$$= \frac{\sqrt{1+100*(x-1)^2}}{\int_{\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{78}}{11}}^{\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{78}}{11}} \sqrt{1+100*(x-1)^2}dx} =$$

$$\frac{\sqrt{100(x-1)^2+1}}{\sqrt{\frac{664859}{29282}+\frac{7\sqrt{505921}}{242}}+\frac{1}{20}\left(\sinh^{-1}\left(\frac{10}{11}\left(\sqrt{78}-1\right)\right)+\sinh^{-1}\left(\frac{10}{11}\left(1+\sqrt{78}\right)\right)\right)}$$

  - ◦ Для *y = (x-2)²/2 :*

$$F(x) = \frac{\sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}}{\int_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}dx} = \frac{\sqrt{1+\left(\left(\frac{(x-2)^2}{2}\right)'\right)^2}}{\int_{\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{78}}{11}}^{\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{78}}{11}} \sqrt{1+\left(\left(\frac{(x-2)^2}{2}\right)'\right)^2}\,dx} =$$

$$= \frac{\sqrt{1+(x-2)^2}}{\int_{\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{78}}{11}}^{\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{78}}{11}} \sqrt{1+(x-2)^2}dx} =$$

$$\frac{\sqrt{(x-2)^2+1}}{\frac{1}{121}\sqrt{42211-121\sqrt{481}}+\frac{1}{2}\left(\sinh^{-1}\left(\frac{1}{11}\left(10+\sqrt{78}\right)\right)-\sinh^{-1}\left(\frac{1}{11}\left(10-\sqrt{78}\right)\right)\right)}$$

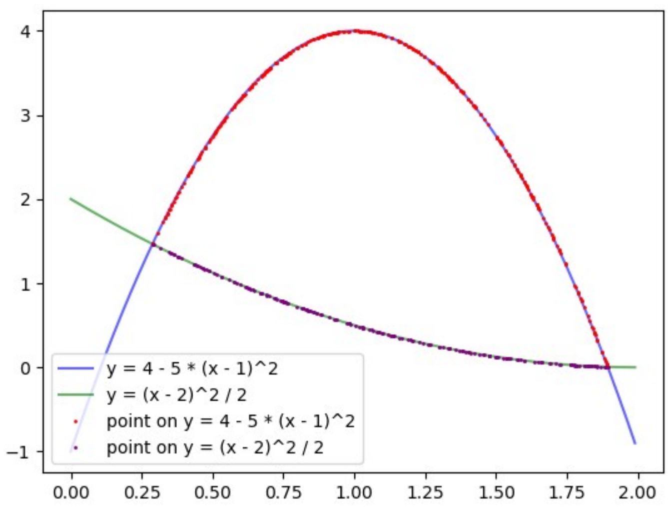


Рисунок 1. Генерация точек на границы области, ограниченной графиками функций.

3. Равномерно распределены точки по площади фигуры. Вычислена функция распределения:

$$F(x) = \frac{\int_a^x [g_1(x) - g_2(x)]\,dx}{\int_a^b [g_1(x) - g_2(x)]\,dx} = \frac{\int_{\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{78}}{11}}^{x} [4 - 5*(x-1)^2 - \frac{(x-2)^2}{2}]\,dx}{\int_{\frac{12}{11}-\frac{\sqrt{78}}{11}}^{\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{78}}{11}} [4 - 5*(x-1)^2 - \frac{(x-2)^2}{2}]\,dx} =$$

$$-\frac{3993\,x^3 - 13\,310\,x^2 + 2662\,x - 4\left(217\sqrt{78} - 1977\right)}{1736\sqrt{78}}$$

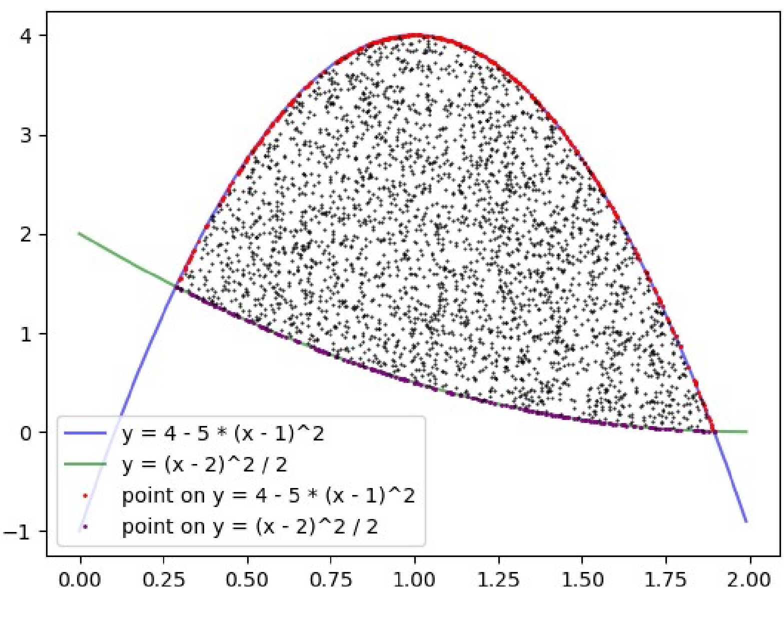


Рисунок 2. Генерация точек на область, ограниченной графиками функций.

Вывод по результатам работы

В результате данной лабораторной работы, было проведено исследование генератора случайных чисел на равномерность распределения с заданной плотностью.

Поскольку, генерируемые точки не выходят за границы области, а накладываются и на границы области и ее площадь, то можно сделать вывод, что генератор случайных чисел имеет равномерное распределение.

Листинг

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from math import sqrt


def normalize(arr, t_min, t_max):
    norm_arr = []
    diff = t_max - t_min
    diff_arr = max(arr) - min(arr)
    for i in arr:
        temp = (((i - min(arr))*diff)/diff_arr) + t_min
        norm_arr.append(temp)
    return norm_arr

def f1(t):
    return 4 - 5 * (t - 1)**2

def f2(t):
    return (t - 2)**2 / 2


t = np.arange(0.0, 2.0, 0.01)
fig, ax = plt.subplots()
plt.plot(t, f1(t), 'b', alpha=0.6, label="y = 4 - 5 * (x - 1)^2")
plt.plot(t, f2(t), 'g', alpha=0.6, label="y = (x - 2)^2 / 2")


a = 12 / 11 - sqrt(78) / 11
b = 12 / 11 + sqrt(78) / 11
#plt.plot(a, f1(a), marker='.', ls='none', ms=10, c="r")
#plt.plot(b, f1(b), marker='.', ls='none', ms=10, c="r")

n = 300

f1_len = 6.85
x = np.random.rand(n) * f1_len
x = normalize(x, 0, b - a)
x = list(map(lambda i: i + a, x))
y = list(map(lambda i: f1(i), x))
plt.plot(x, y, marker='.', ls='none', ms=2, c="r", label="point on y = 4 - 5 * (x -
1)^2")

f2_len = 2.24
x = np.random.rand(n) * f2_len
x = normalize(x, 0, b - a)
x = list(map(lambda i: i + a, x))
y = list(map(lambda i: f2(i), x))
plt.plot(x, y, marker='.', ls='none', ms=2, c="purple", label="point on y = (x -
2)^2 / 2")
```

```
points = 0
while points < 5000:
    x = np.random.rand() * (b - a) + a
    y = np.random.rand() * 4
    if y <= f1(x) and y >= f2(x):
        plt.plot(x, y, marker='.', ls='none', ms=1, c="black")
    points+=1


ax.legend(loc='lower left')

plt.show()
```