

Группа: М3110_____ К работе допущен: _____

Студент: Косовец Роман Евгеньевич_____ Работа выполнена: _____

Преподаватель: Прохорова Ульяна_____ Отчет принят: _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.04

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОУСКОРЕННОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ (МАЯТНИК ОБЕРБЕКА)

1. Цель работы:

Проверка основного закона динамики вращения, связывающего угловое ускорение вращающегося тела с моментами действующих сил. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

1. Выполнить все измерения на стенде, занести полученные результаты в таблицу 1.
2. Найти среднее время падения гири для всех масс гири и всех положениях утяжелителей на крестовине. Для первого значения t_{cp} рассчитать погрешность среднего значения времени Δt .
3. Рассчитать ускорение груза, угловое ускорение крестовины, момент силы натяжения нити. Результаты оформить в виде таблицы. Для первых значений a , ϵ , M вычислить их погрешности и записать соответствующие доверительные интервалы.
4. Для каждого положения утяжелителей на крестовине в координатах $M(\text{ордината}) - \epsilon(\text{абсцисса})$ на одном рисунке нанести точки найденных зависимостей $M(\epsilon)$. Отметить значения погрешностей $\Delta \epsilon$ и ΔM у тех точек, для которых они найдены.
5. Для каждого положения утяжелителей на основе таблицы M и ϵ по методу наименьших квадратов рассчитать момент I инерции крестовины с утяжелителями и момент силы трения $M_{тр}$ по формуле (6).

6. Используя вычисленные выше значения I и $M_{тр}$, на том же рисунке построить графики зависимости (8) для всех положений утяжелителей..
7. Для каждого положения утяжелителей найти расстояние между осью O вращения и центром C утяжелителя по формуле (9). Вычислить R^{-2} .
8. Объединить значения R , R^2 , I в таблицу и на основе этой таблицы в координатах I (ордината) – R^2 (абсцисса) отметить экспериментальные точки зависимостей $I(R^2)$.
9. На основе найденных значений I и R^2 с помощью МНК определить значения I_0 и $m_{ут}$, а также их погрешности ΔI_0 и $\Delta m_{ут}$.
10. Построить график зависимости (7), используя значения I_0 и $m_{ут}$ на том же рисунке, что и точки п. 8.

3. Объект исследования – крестовина с перемещаемыми по спицам грузами-утяжелителями

4. Метод экспериментального исследования – лабораторный эксперимент

5. Рабочие формулы и исходные данные:

$$ma = mg - T, \quad a = \frac{2h}{t^2}, \quad \varepsilon = \frac{2a}{d}, \quad T = m(g - a), \quad M = \frac{md}{2}(g - a).$$

$$I\varepsilon = M - M_{тр}, \quad I = I_0 + 4m_{ут}R^2, \quad M = M_{тр} + I\varepsilon, \quad R = l_1 + (n-1)l_0 + \frac{1}{2}b.$$

6. Измерительные приборы:

| $N_{\text{п/п}}$ | Наименование | Предел измерений | Цена деления | Погрешность прибора | Δ_n |
|------------------|------------------------|------------------|--------------|---------------------|------------|
| 1 | Металлическая линейка | 750 см | 1 мм | 0,2 мм | 0,5 мм |
| 2 | Электронный секундомер | — | — | 0,1 с | 0,1 с |

7. Схема установки:

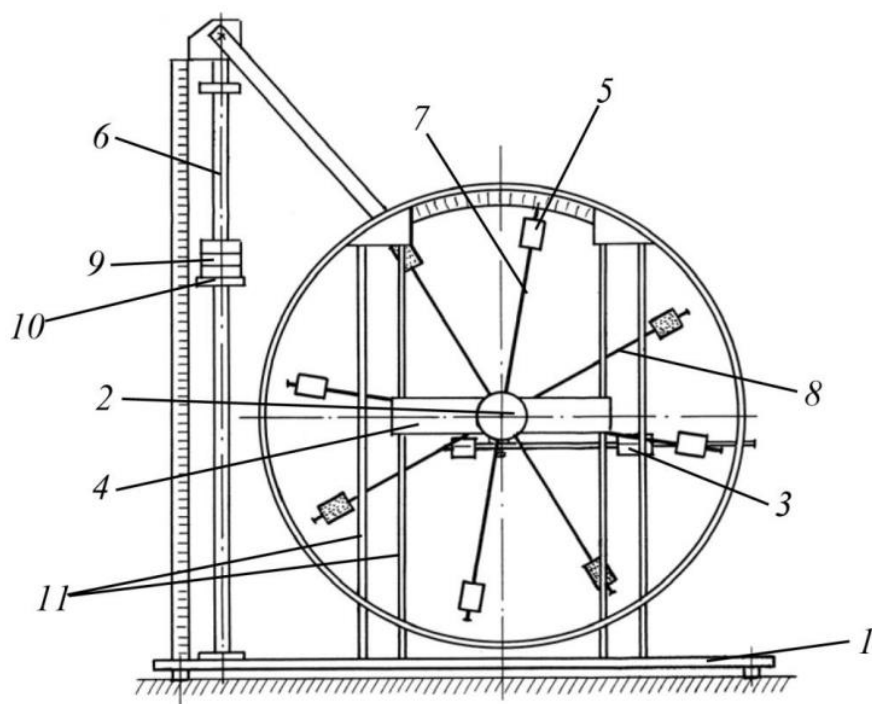


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид):

1 – основание; 2 – рукоятка сцепления крестовины; 3 – устройство принудительного трения; 4 – поперечина; 5 – груз крестовины; 6 – трубчатая направляющая; 7 – передняя крестовина; 8 – задняя крестовина; 9 – шайбы каретки; 10 – каретка; 11 – система передних стоек.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов):

Таблица №1

| Масса груза г. | Положение утяжелителей | | | | | |
|----------------|------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| 267 | 4,60 | 5,34 | 6,43 | 7,50 | 8,65 | 9,44 |
| | 4,50 | 5,60 | 6,50 | 7,29 | 8,47 | 9,50 |
| | 4,63 | 5,40 | 6,62 | 7,28 | 8,25 | 9,59 |
| | 4,58 | 5,45 | 6,52 | 7,36 | 8,45 | 9,51 |
| 487 | 3,47 | 4,69 | 4,56 | 5,43 | 6,06 | 6,75 |
| | 3,43 | 4,69 | 4,47 | 5,28 | 5,88 | 7,00 |
| | 3,53 | 4,66 | 4,59 | 5,62 | 6,00 | 6,75 |
| | 3,48 | 4,68 | 4,54 | 5,44 | 5,98 | 6,83 |
| 707 | 2,68 | 3,53 | 3,90 | 4,41 | 5,12 | 5,85 |
| | 2,78 | 3,68 | 3,63 | 4,47 | 4,88 | 5,90 |
| | 2,94 | 3,53 | 3,81 | 4,57 | 4,97 | 5,68 |
| | 2,8 | 3,61 | 3,78 | 4,48 | 4,99 | 5,81 |
| 927 | 2,47 | 2,95 | 3,25 | 3,81 | 4,35 | 4,91 |
| | 2,43 | 3,00 | 3,47 | 3,85 | 4,66 | 5,18 |
| | 2,53 | 3,19 | 3,22 | 4,00 | 4,75 | 5,03 |
| | 2,48 | 3,05 | 3,31 | 3,89 | 4,59 | 5,04 |

$$t_{cp} = \frac{(4,60+4,50+4,63)}{3} = 4,58$$

- Аналогичным способом рассчитывается среднее значение для каждой из серий измерения времени. Результаты записаны в таблице.

$$S_{\bar{t}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t}_1)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0,01}{6}} = 0,04 \text{ - Оценка СКО для результата измерения}$$

$$\Delta_{\bar{t}_1} = t_{\alpha,n} \cdot S_{\bar{t}_1} = 0,17 \text{ - случайная погрешность}$$

$$\Delta_a = 2\sigma_a = 0,32 \text{ - абсолютная погрешность}$$

$$\varepsilon_{t_1} = \frac{\Delta_{t_1}}{\bar{t}_1} \cdot 100\% = \frac{0,17}{4,58} \cdot 100\% = 4\% \text{ - относительная погрешность}$$

$$t = (4,58 \pm 0,32) \text{ с}$$

$$\varepsilon_t = 4\% \quad \alpha = 0,95 \text{ - доверительный интервал}$$

9. Расчет результатов косвенных измерений:

С помощью формул 2,3,5 из пункта 5 отчета заполним следующую таблицу.

(h = 0,7м – указанная высота, d = (46,0 ± 0.5) мм)

$$a = \frac{2h}{t^2}, \text{ - линейное ускорение груза}$$

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} \text{ - угловое ускорение крестовины}$$

$$M = \frac{md}{2}(g - a). \text{ - момент силы натяжения}$$

Таблица №2

Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момент силы натяжения нити для каждой серии измерений

| Искомые величины | Масса груза (кг) | Положение утяжелителей | | | | | |
|--|------------------|------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| α | 0,267 | 0,07 | 0,05 | 0,03 | 0,03 | 0,02 | 0,02 |
| $\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ | | 2,91 | 2,05 | 1,43 | 1,12 | 0,85 | 0,67 |
| М Н·м | | 0,060 | 0,060 | 0,060 | 0,060 | 0,060 | 0,060 |
| α | 0,487 | 0,11 | 0,06 | 0,07 | 0,05 | 0,04 | 0,03 |
| $\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ | | 5,04 | 2,78 | 2,95 | 2,05 | 1,70 | 1,30 |
| М Н·м | | 0,109 | 0,109 | 0,109 | 0,109 | 0,109 | 0,110 |
| α | 0,707 | 0,18 | 0,11 | 0,10 | 0,07 | 0,06 | 0,04 |
| $\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ | | 7,76 | 4,67 | 4,26 | 3,03 | 2,44 | 1,80 |
| М Н·м | | 0,157 | 0,158 | 0,158 | 0,158 | 0,159 | 0,159 |
| α | 0,927 | 0,22 | 0,15 | 0,13 | 0,10 | 0,07 | 0,06 |
| $\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ | | 9,92 | 6,56 | 5,54 | 4,03 | 2,90 | 2,40 |
| М Н·м | | 0,204 | 0,206 | 0,206 | 0,207 | 0,208 | 0,208 |

Расчёт погрешностей для первых трех измерений ускорения груза, углового ускорения крестовины и момент силы натяжения нити:

Ускорение груза:

$$\varepsilon_{\alpha} = 0,06 \cdot 100\% = 6\%$$

$$\Delta_{\alpha} = \frac{0,067 \cdot 0,06}{100} = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\alpha = (0,067 \pm 0,06) \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \varepsilon_{\alpha} = 6\% \quad \alpha = 0,95 \text{ -доверительный интервал}$$

Угловое ускорение крестовины:

$$\varepsilon_{\varepsilon} = 0,0609 \cdot 100\% = 6\%$$

$$\Delta_{\varepsilon} = 0,17763 = 0,18 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$\varepsilon = (2,91 \pm 0,006) \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \quad \varepsilon_{\varepsilon} = 6\% \quad \alpha = 0,95 \text{ -доверительный интервал}$$

Момент силы натяжения нити:

$$\varepsilon_M = 0,0610 = 6\%$$

$$\Delta_{\varepsilon} = 3,01121 = 3 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M = (59,78 \pm 0,0610) \text{ Н} \cdot \text{м} \quad \varepsilon_M = 6\% \quad \alpha = 0,95 \text{ -доверительный интервал}$$

График зависимости $M(\varepsilon)$:

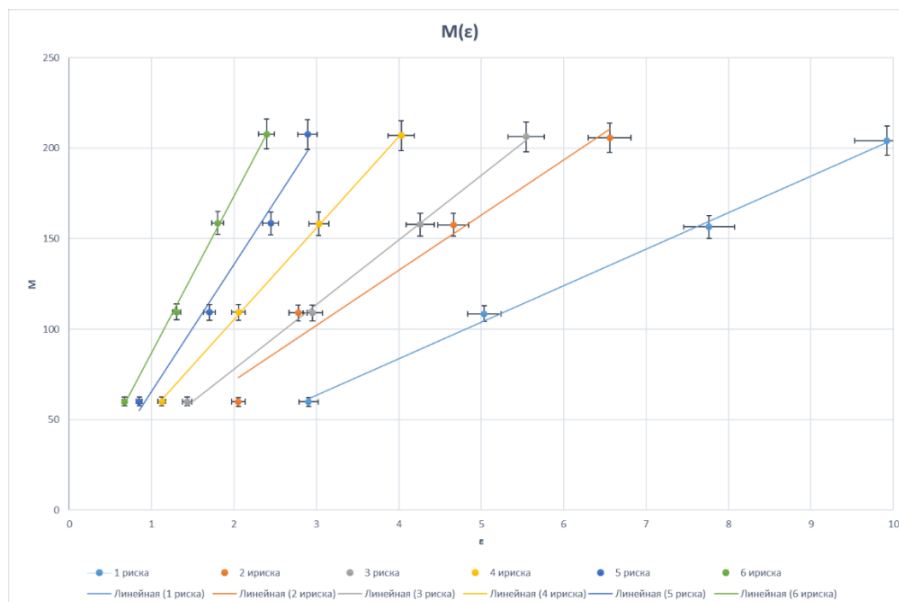


Таблица ср.з. для углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити:

| средние значения | | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| риски | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| ε | 6,397 | 4,011 | 3,550 | 2,559 | 1,972 | 1,544 |
| M | 0,132 | 0,133 | 0,133 | 0,134 | 0,134 | 0,134 |

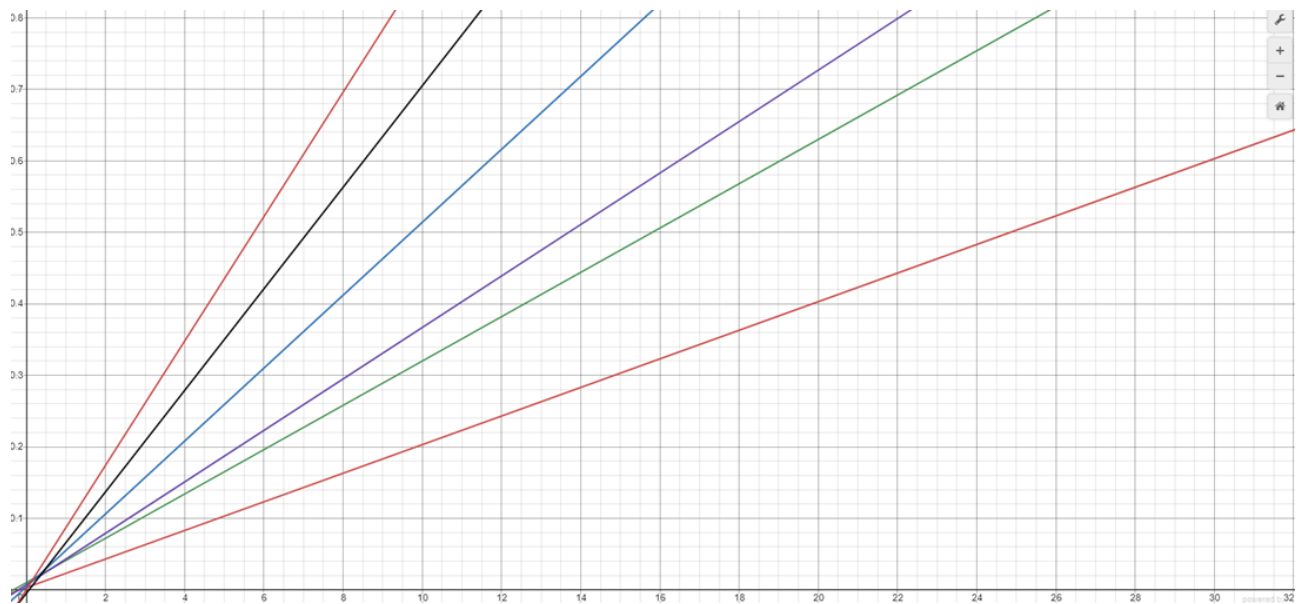
Таблица для расчета момента инерции I и момента силы трения $M_{тр}$:

| | | | | | | |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ε | -3,495 | -1,961 | -2,118 | -1,435 | -1,120 | -0,871 |
| M | -0,073 | -0,073 | -0,073 | -0,074 | -0,074 | -0,074 |
| $\varepsilon * M$ | 0,253 | 0,144 | 0,155 | 0,106 | 0,083 | 0,064 |
| ε | -1,371 | -1,232 | -0,597 | -0,502 | -0,270 | -0,240 |
| M | -0,024 | -0,024 | -0,024 | -0,024 | -0,025 | -0,025 |
| $\varepsilon * M$ | 0,033 | 0,030 | 0,014 | 0,012 | 0,007 | 0,006 |
| ε | 1,367 | 0,660 | 0,710 | 0,474 | 0,472 | 0,259 |
| M | 0,024 | 0,025 | 0,025 | 0,025 | 0,025 | 0,025 |
| $\varepsilon * M$ | 0,033 | 0,016 | 0,017 | 0,012 | 0,012 | 0,006 |
| ε | 3,500 | 2,533 | 2,006 | 1,464 | 0,917 | 0,852 |
| M | 0,072 | 0,073 | 0,073 | 0,073 | 0,074 | 0,074 |
| $\varepsilon * M$ | 0,252 | 0,184 | 0,147 | 0,107 | 0,068 | 0,063 |

Таблица с расчетами момента инерции I и момента силы трения $M_{тр}$: для каждого положения утяжелителей на крестовине:

| | | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| I | 0,020 | 0,031 | 0,036 | 0,051 | 0,071 | 0,087 |
| $M_{тр}$ | 0,003 | 0,010 | 0,007 | 0,004 | -0,005 | 0,0001 |

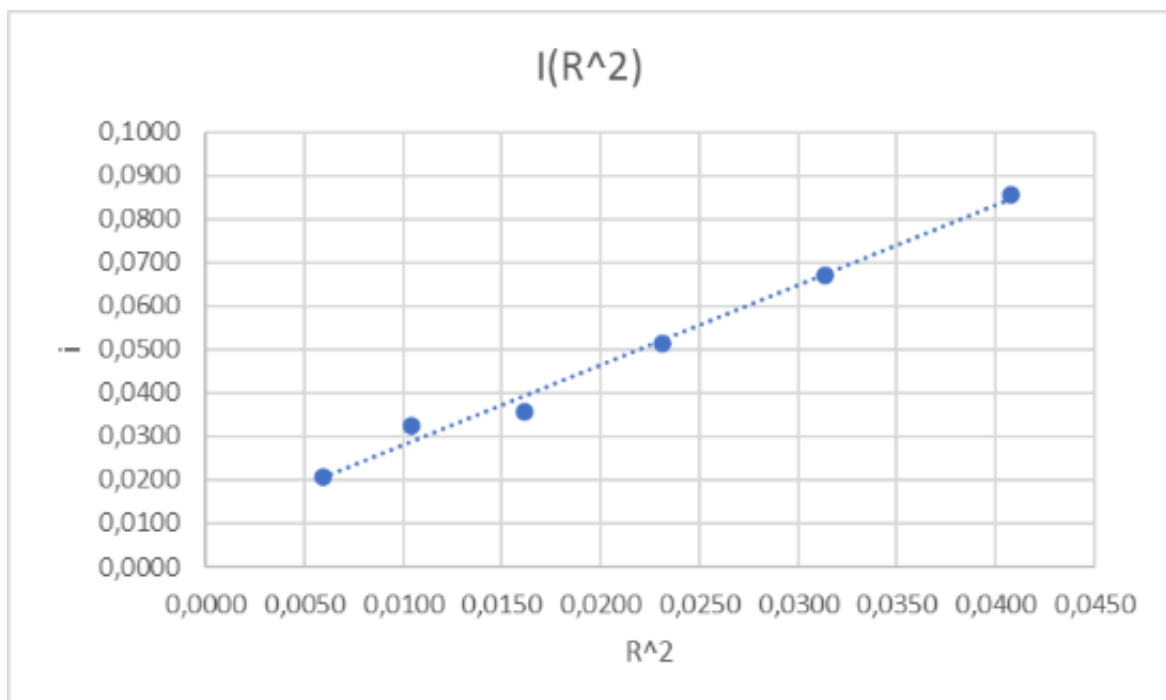
График зависимости для I и $M_{тр}$:



Проведем расчеты для всех положений грузиков на крестовине, объединим полученные значения R , R^2 и I в одну таблицу:

| N (риски) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| R | 0,0770 | 0,1020 | 0,1270 | 0,1520 | 0,1770 | 0,2020 |
| R^2 | 0,0059 | 0,0104 | 0,0161 | 0,0231 | 0,0313 | 0,0408 |
| I | 0,0206 | 0,0324 | 0,0356 | 0,0514 | 0,0670 | 0,0858 |

График зависимости $I(R^2)$:



10. Окончательные результаты:

$$\varepsilon = (2,91 \pm 0,006) \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \quad \varepsilon_\varepsilon = 6\% \quad \alpha = 0,95 \text{ -доверительный интервал}$$

$$\alpha = (0,067 \pm 0,06) \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \varepsilon_\alpha = 6\% \quad \alpha = 0,95 \text{ -доверительный интервал}$$

$$M = (59,78 \pm 0,0610) \text{Н}\cdot\text{м} \quad \varepsilon_M = 6\% \quad \alpha = 0,95 \text{ -доверительный интервал}$$

$$I_0 = \text{Свободное слагаемое линейной зависимости} = 0,0081$$

$$M_{\text{ут}} = \frac{1}{4} \text{коэффициента линейной зависимости} = 0,4814$$

$$\Delta I_0 = 0,2815$$

$$\Delta M_{\text{ут}} = 0,0069$$

11. Выводы и анализ результатов работы:

Зависимость $M(\varepsilon)$ и $I(R^2)$ в маятнике Оберека является линейной. Исходя из графиков, зависимость $M(\varepsilon)$ наблюдаем, что чем дальше утяжелитель от оси вращения маятника, то тем быстрее возрастает момент силы натяжения нити M . Это следствие увеличения момента инерции маятника при удалении утяжелителей от осей. Из этого следует, что и момент силы натяжения нити также должен увеличиваться.