

Группа: M33101

Студент: Косовец Роман / Дмитрий Надеждин / Руслан Давлетов

Преподаватель: Дорофеева Юлия Александровна

## **Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 2 «Теория игр»**

### **1. Цель работы:**

Реализовать решение кредитной матрицы в чистых или смешанных стратегиях

### **2. Задачи, решаемые при выполнении работы:**

1. Реализуйте возможность ввода данных из файла в формате JSON, который содержит матрицу игры.
2. Упростите платежную матрицу путем анализа доминирующих стратегий.
3. Если это возможно найдите решение игры в чистых стратегиях. Определите оптимальные стратегии и соответствующую цену игры.
4. Если решение в чистых стратегиях найти невозможно, примените симплекс-метод для поиска седловой точки в смешанных стратегиях. Определите смешанные стратегии и соответствующую цену игры.

Ссылка на код на GitHub:

[https://github.com/RomanKosovets/PriMat/blob/main/Lab\\_6/Game.py](https://github.com/RomanKosovets/PriMat/blob/main/Lab_6/Game.py)

### 3. Условие задачи:

## Лабораторная работа # 2

### Теория игр

Предполагаемый язык выполнения лабораторных работ Python 3. Лабораторные работы выполняются студентами индивидуально или в группах по 2-3 человека (по желанию). По результатам выполнения лабораторной работы необходимо подготовить отчет. Отчет должен содержать описание реализованных вами алгоритмов, ссылку на реализацию, необходимые тесты и таблицы.

### Постановка задачи

1. Реализуйте возможность ввода данных из файла в формате JSON, который содержит матрицу игры.
2. Упростите платежную матрицу путем анализа доминирующих стратегий.
3. Если это возможно найдите решение игры в чистых стратегиях. Определите оптимальные стратегии и соответствующую цену игры.
4. Если решение в чистых стратегиях найти невозможно, примените симплекс-метод для поиска седловой точки в смешанных стратегиях. Определите смешанные стратегии и соответствующую цену игры.

### Критерии оценивания

1. Работоспособность и качество кода.
2. Полнота отчета: наличие постановки задачи, описания методов, промежуточных выводов, результатов, а также графиков и таблиц, которые их демонстрируют.
3. Знание теории, которая лежит в основе применяемых методов.
4. Анализ результатов, преимуществ и ограничений методов.

Каждый критерий оценивается максимально в 5 баллов.

Итого максимальный балл за лабораторную работу: 20 баллов.

## Решение задачи

### 4. Ввод данных из файла в формате JSON:

Для начала работы над задачей была реализована возможность ввода данных из файла в формате JSON. Это позволило нам импортировать платежную матрицу игры из внешнего источника данных. Для проверки работоспособности алгоритма мы использовали два случая платежных матриц, чтобы проверить правильность решения игры в чистых и смешанных стратегиях:

1) Первый случай платежной матрицы:

$$\begin{array}{cccc} -5 & 3 & 1 & 20 \\ 5 & 5 & 4 & 6 \\ -4 & -2 & 0 & -5 \end{array}$$

2) Второй случай платежной матрицы:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 7 & 4 \\ 8 & 3 & 9 \\ 3 & 1 & 4 \end{array}$$

### 5. Поиск седловой точки и решение в чистых стратегиях:

Итак, если у нас есть ситуация равновесия ( $\underline{v} = \bar{v}$ ), или по-другому, существует седловая точка, то соответствующие стратегии называются оптимальными **чистыми стратегиями** 1-го и 2-го игроков, а число  $v = a_{ij}$  будет являться ценой нашей игры.

Таким образом, были выполнены следующие шаги при написании кода для получения седловой точки:

1. Мы определили минимальное значение в каждой строке матрицы.
2. Затем мы определили максимальное значение в каждом столбце матрицы.
3. Если максимальное значение `row_max` совпадало с минимальным значением `column_min`, то мы считали, что нашли седловую точку, иначе седловой точки не существует, следовательно, переходим к решению в смешанных стратегиях.

Например:

$$\begin{array}{cccc} -5 & 3 & 1 & 20 \\ 5 & 5 & 4 & 6 \\ -4 & -2 & 0 & -5 \end{array} \quad \begin{array}{c} -5 \\ 4 \\ -5 \end{array} \Rightarrow \underline{v} = \bar{v} = 4$$
  
$$\begin{array}{cccc} 5 & 5 & 4 & 20 \end{array}$$

## 6. Упрощение путем анализа доминирующих стратегий:

Если в платежной матрице нет седловой точки, то исходя из определений нам лучше использовать решение в смешанных стратегиях, но для этого можно упростить нашу платежную матрицу путем удаления доминантных стратегий.

Для того чтобы понять, как найти доминирующую стратегию и доминантную, нужно знать, что это такое. **Доминирующая стратегия** – это когда существует только одна оптимальная стратегия для каждого игрока, независимо от того, какую стратегию принимает другой игрок. То есть у нас есть стратегия, которую будут придерживаться оба игрока, так как она оптимальная.

Таким образом, выделим два условия:

1. Говорят, что  $i$ -я стратегия 1-го игрока доминирует его  $k$ -ю стратегию, если  $a_{ij} \geq a_{kj}$  для всех  $j$  и хотя бы для одного  $j$   $a_{ij} > a_{kj}$
2. Говорят, что  $j$ -я стратегия 2-го игрока доминирует его  $l$ -ю стратегию, если для всех  $i$   $a_{ij} \leq a_{il}$  и хотя бы для одного  $i$   $a_{ij} < a_{il}$

Например:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 7 & 4 \\ 8 & 3 & 9 \\ 3 & 1 & 4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cc} 1 & 7 \\ 8 & 3 \end{array}$$

## 7. Решение путем смешанных стратегий:

Смешанной стратегией для игрока является упорядоченная система  $m$  действительных чисел, которые можно рассматривать как относительные вероятности, с которыми данный игрок выберет чистые стратегии. Можно сказать, что это делается для того, чтобы второй игрок не смог адаптироваться под наши действия. Тогда математическое ожидание будет являться ценой игры.

Для реализации решения в смешанных стратегиях была реализована функция FindMixStratages. Эта функция использует итеративный метод нахождения смешанных стратегий и цены игры. Она начинается с произвольной стратегии первого игрока и затем поочередно переключается между игроками, обновляя их смешанные стратегии на основе опыта в процессе игры. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнут определенный критерий останова или до исчерпания заданного числа итераций.

Цель этой функции – найти оптимальные смешанные стратегии и цену игры для матрицы игры. Смешанные стратегии представлены в виде вероятностных распределений для обоих игроков, которые максимизируют их ожидаемые результаты при соблюдении выбранных стратегий.

Например, результат игры в смешанных стратегиях для второй матрицы:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 7 & 4 \\ 8 & 3 & 9 \\ 3 & 1 & 4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cc} 1 & 7 \\ 8 & 3 \end{array}$$

1. Вероятности 1-го игрока: [0.454, 0.545]
2. Вероятности 2-го игрока: [0.363, 0.636]
3. Цена игры = 4.818

## 8. Вывод:

В результате проделанной работы, была изучена концепция седловых точек в матрице игры. Таким образом, можно сказать, что седловая точка представляет собой комбинацию стратегий, при которой оба игрока достигают оптимальных результатов, и ни один из них не может улучшить свой результат, играя иначе.

Кроме этого, мы познакомились с решениями игры в чистых и смешанных стратегиях. Чистые стратегии, представляют собой конкретные выборы игроков без использования смешанных стратегий. Чистая стратегия может быть оптимальной для игрока в зависимости от конкретной ситуации в игре. В свою очередь, в смешанных стратегиях, игроки используют вероятностные распределения для выбора своих действий. Смешанные стратегии могут быть оптимальными в играх, где нет седловой точки.

Также были реализованы методы для нахождения седловых точек, чистых и смешанных стратегий в играх с двумя игроками. Эти методы позволяют нам оптимизировать результаты в различных игровых ситуациях и определить оптимальные стратегии.