

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta informačních technologií

Elektronika pro informační technologie
2022/2023

Půlsemestrální projekt

Obsah:

Příklad 1	1-6
Příklad 2	7-8
Příklad 3	9-10
Příklad 4	11-12
Příklad 5	13-15

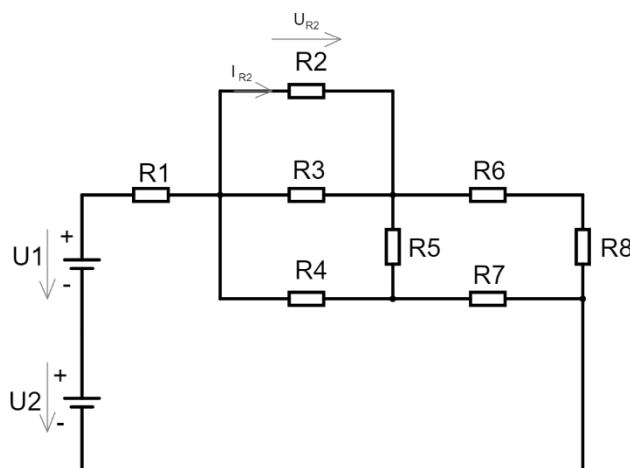
Tabulka výsledků	15
------------------	----

(K příkladům 1-4 jsou přiloženy postupy výpočtů sepsány v MatLabu, které se nacházejí v přiloženém souboru xmacha86.zip/Výpočty)

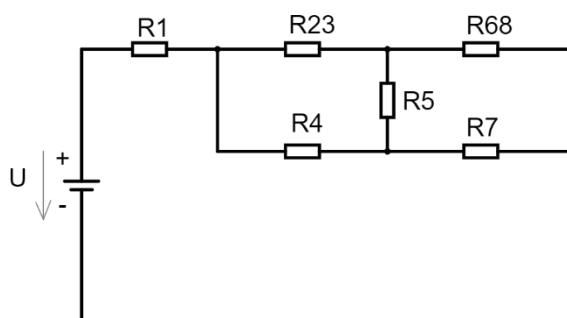
Příklad 1

Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
E	115	55	485	660	100	340	575	815	255	225



Sečteme sériově zapojené zdroje U_1 a U_2 , sériově zapojené rezistory R_6 a R_8 a paralelně zapojené rezistory R_2 a R_3 .

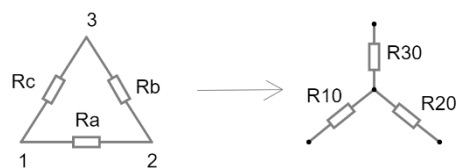
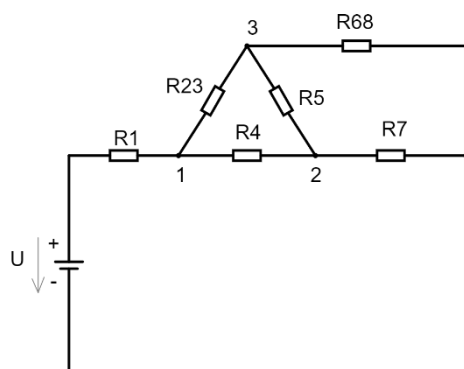


$$U = U_1 + U_2 = 115 + 55 = \mathbf{170\ V}$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{660 \cdot 100}{660 + 100} = \mathbf{86,842\ 1\ \Omega}$$

$$R_{68} = R_6 + R_8 = 815 + 225 = \mathbf{1\ 040\ \Omega}$$

Obvod si překreslíme do estetičtější podoby a převedeme ze zapojení trojúhelník na hvězdu.



$$R_a = R_4$$

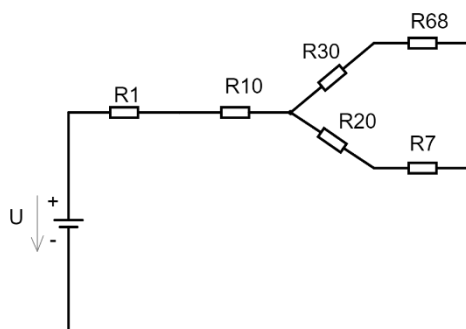
$$R_{10} = \frac{R_a \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{340 \cdot 86,842 \text{ } 1}{340 + 575 + 86,842 \text{ } 1} = \mathbf{29,472 \text{ } \Omega}$$

$$R_b = R_5$$

$$R_{20} = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{340 \cdot 575}{340 + 575 + 86,842 \text{ } 1} = \mathbf{195,140 \text{ } 5 \text{ } \Omega}$$

$$R_c = R_{23}$$

$$R_{30} = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{575 \cdot 86,842 \text{ } 1}{340 + 575 + 86,842 \text{ } 1} = \mathbf{49,842 \text{ } 4 \text{ } \Omega}$$

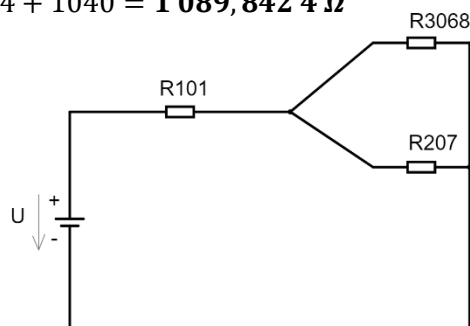


Sečteme sérové vůči sobě sériově zapojené rezistory (R_1 a R_{10} , R_{20} a R_7 , R_{30} a R_{68}).

$$R_{101} = R_1 + R_{10} = 485 + 29,472 = \mathbf{514,472 \text{ } \Omega}$$

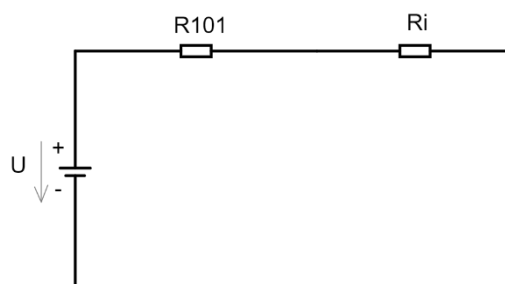
$$R_{207} = R_{20} + R_7 = 195,140 \text{ } 5 + 255 = \mathbf{450,140 \text{ } 5 \text{ } \Omega}$$

$$R_{3068} = R_{30} + R_{68} = 49,842 \text{ } 4 + 1040 = \mathbf{1 \text{ } 089,842 \text{ } 4 \text{ } \Omega}$$



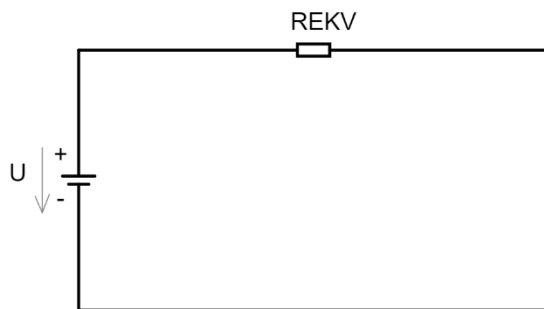
Sečteme paralelně zapojené rezistory R_{3068} a R_{207} .

$$R_i = \frac{R_{207} \cdot R_{3068}}{R_{207} + R_{3068}} = \frac{450,140 \text{ } 5 \cdot 1 \text{ } 089,842 \text{ } 4}{450,140 \text{ } 5 + 1 \text{ } 089,842 \text{ } 4} = \mathbf{318,563 \text{ } 4 \text{ } \Omega}$$



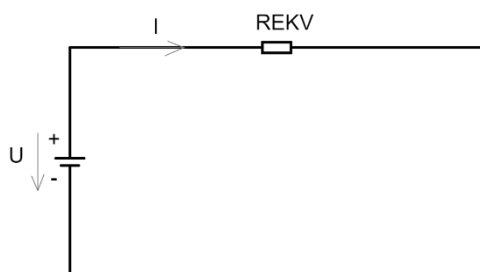
Sečteme sériově zapojené rezistory R_{101} a R_i .

$$R_{EKV} = R_{101} + R_i = 514,472 + 318,5634 = \mathbf{833,0354\ \Omega}$$



Pomocí Ohmova zákona vypočítáme proud protékající celým obvodem.

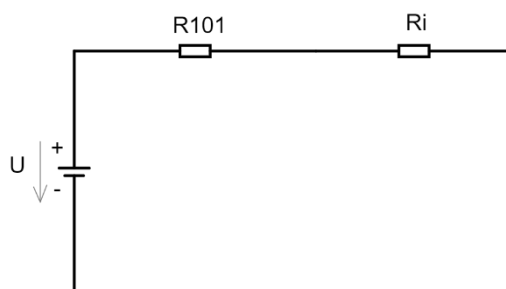
$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{170}{833,0354} = \mathbf{0,2041\ A}$$



Postupně budeme obvod rozkládat a dopočítávat jednotlivé napětí na rezistorech.

$$U_{R101} = I \cdot R_{101} = 0,2041 \cdot 514,472 = \mathbf{104,9898\ V}$$

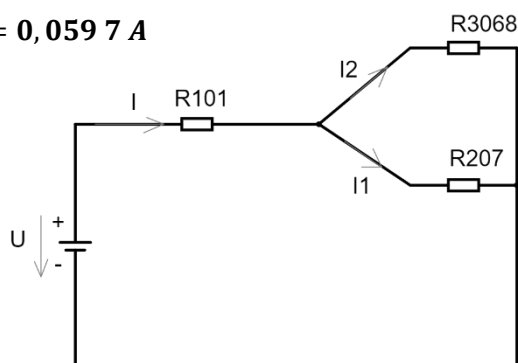
$$U_{Ri} = I \cdot R_i = 0,2041 \cdot 318,5634 = \mathbf{65,0102\ V}$$



Dále obvod rozložíme a vypočítáme proudy protékající přes rezistory R_{207} a R_{3068} .

$$I_1 = \frac{U_{Ri}}{R_{207}} = \frac{65,010\ 2}{450,140\ 5} = \mathbf{0,144\ 4\ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{Ri}}{R_{3068}} = \frac{65,010\ 2}{1\ 089,842\ 4} = \mathbf{0,059\ 7\ A}$$



Kontrola dle II. Kirchhoffova zákona:

$$-I + I_1 + I_2 = 0$$

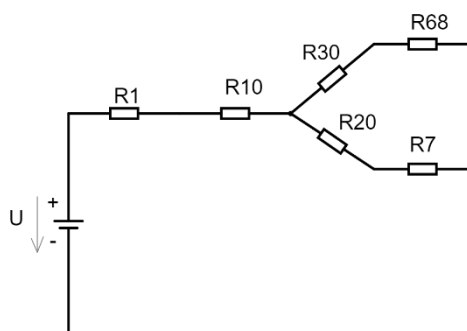
$$-0,204\ 1 + 0,144\ 4 + 0,059\ 7 = 0$$

Rozložíme rezistory R_{101} , R_{207} a R_{3068} a dopočítáme napětí.

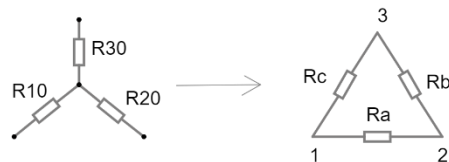
$$U_{R1} = I \cdot R_1 = 0,204\ 1 \cdot 485 = \mathbf{98,976\ 4\ V}$$

$$U_{R68} = I_2 \cdot R_{68} = 0,059\ 7 \cdot 1\ 040 = \mathbf{62,037\ V}$$

$$U_{R7} = I_1 \cdot R_7 = 0,144\ 4 \cdot 255 = \mathbf{36,827\ 6\ V}$$



Převědeme hvězdu zpět na trojúhelník.



$$R_a = R_{10} + R_{20} + \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{30}} = 29,472 + 195,140\ 5 + \frac{29,472 \cdot 195,140\ 5}{49,842\ 4} = \mathbf{340\ \Omega}$$

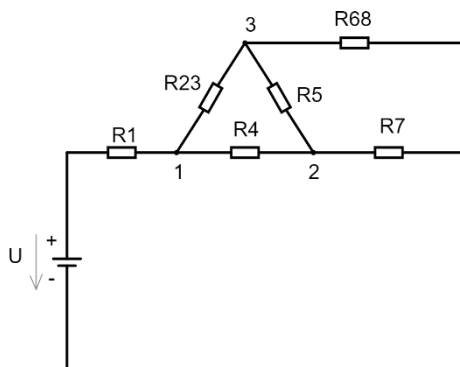
$$R_b = R_{20} + R_{30} + \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}} = 195,140\ 5 + 49,842\ 4 + \frac{195,140\ 5 \cdot 49,842\ 4}{29,472} = \mathbf{575\ \Omega}$$

$$R_c = R_{10} + R_{30} + \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{20}} = 29,472 + 49,842\ 4 + \frac{29,472 \cdot 49,842\ 4}{195,140\ 5} = \mathbf{86,842\ 1\ \Omega}$$

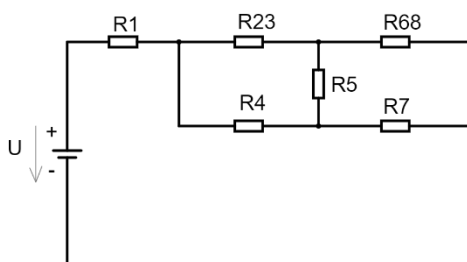
$$R_a = R_4$$

$$R_b = R_5$$

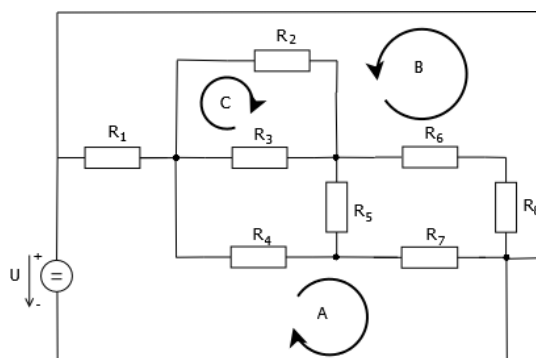
$$R_c = R_{23}$$



Obvod překreslíme do estetičtější podoby.



Rozdělíme rezistory R_{23} na R_2 a R_3 , R_{68} na R_6 a R_8 a pomocí nezávislých smyček dopočítáme neznámá napětí.



$$\mathbf{A: -U + U_{R1} + U_{R4} + U_{R7} = 0}$$

$$U_{R4} = U - U_{R1} - U_{R7} = 170 - 98,975\ 4 - 36,827\ 6 = \mathbf{34,197\ V}$$

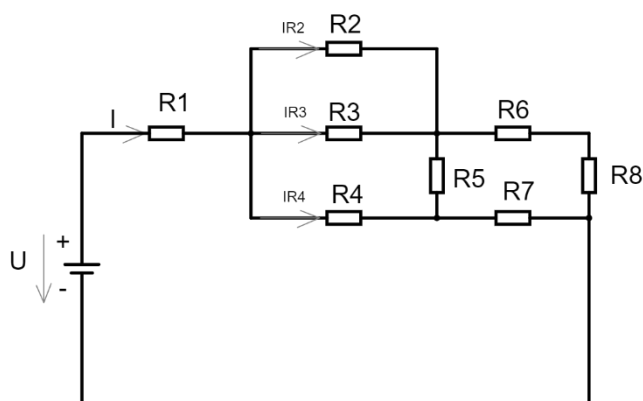
$$\mathbf{B: -U + U_{R1} + U_{R2} + U_{R6} + U_{R8} = 0}$$

$$U_{R2} = U - U_{R1} - U_{R68} = 170 - 98,9754 - 62,037 = \mathbf{8,9876\ V}$$

$$\mathbf{C: -U_{R4} + U_{R3} + U_{R5} = 0} \quad U_{R3} = U_{R2}$$

$$U_{R5} = -U_{R3} + U_{R4} = -8,9876 + 34,197 = \mathbf{25,2094\ V}$$

Pomocí Ohmova zákona dopočítáme proud protékající rezistorem R₂, R₃ a R₄ a provedeme kontrolu pomocí II. Kirchhoffova zákona.



$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{8,9876}{660} = \mathbf{0,0136\ A}$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{8,9876}{100} = \mathbf{0,0899\ A}$$

$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{34,197}{340} = \mathbf{0,1006\ A}$$

Kontrola dle II. Kirchhoffova zákona:

$$-I + I_{R2} + I_{R3} + I_{R4} = 0$$

$$-0,2041 + 0,0136 + 0,0899 + 0,1006 = 0$$

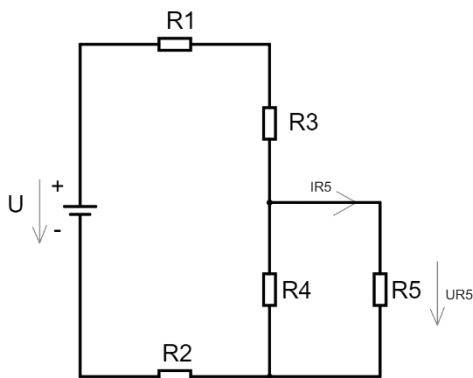
$$\mathbf{I_{R2} = 0,0136\ A}$$

$$\mathbf{U_{R2} = 8,9876\ V}$$

Příklad 2

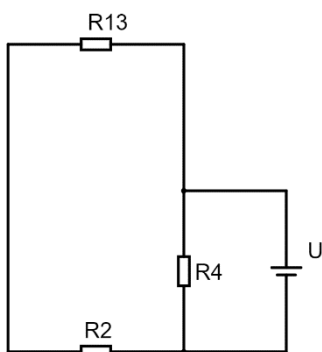
Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu Théveninovy věty.

Sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
A	50	100	525	620	210	530



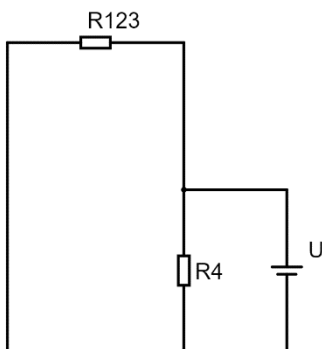
Z obvodu odstraníme zdroj a nahradíme prvek, na kterém chceme zjistit napětí a proud, zdrojem. Zároveň sečteme sériově zapojené rezistory R_1 a R_3 .

$$R_{13} = R_1 + R_3 = 100 + 620 = \mathbf{720\ \Omega}$$

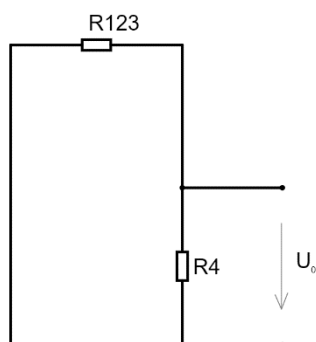


Sečteme sériově zapojené rezistory R_{13} a R_2 .

$$R_{123} = R_{13} + R_2 = 720 + 525 = \mathbf{1\ 245\ \Omega}$$



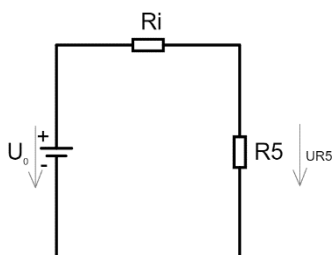
Zdroj nahradíme svorkami a vypočítáme napětí na těchto svorkách.



$$U_0 = U \cdot \frac{R_4}{R_{123} + R_4} = 50 \cdot \frac{210}{1\,245 + 210} = \mathbf{7,216\,5\,V}$$

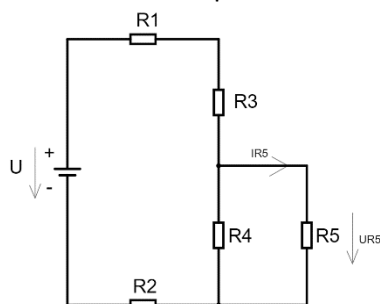
Nyní vypočítáme hodnotu vnitřního odporu zdroje (U_0) R_i a na svorky připojíme rezistor R_5 a vypočítáme napětí na tomto rezistoru.

$$R_i = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{1\,245 \cdot 210}{1\,245 + 210} = \mathbf{179,690\,7\,\Omega}$$



$$U_{R5} = U_0 \cdot \frac{R_5}{R_5 + R_i} = 7,216\,5 \cdot \frac{530}{530 + 179,690\,7} = \mathbf{5,389\,3\,V}$$

Nyní vypočítáme proud protékající tímto rezistorem pomocí Ohmova zákona.



$$I_{R5} = \frac{U_{R5}}{R_5} \cdot 10^3 = \frac{5,389\,3}{530} \cdot 10^3 = \mathbf{10,168\,5\,mA}$$

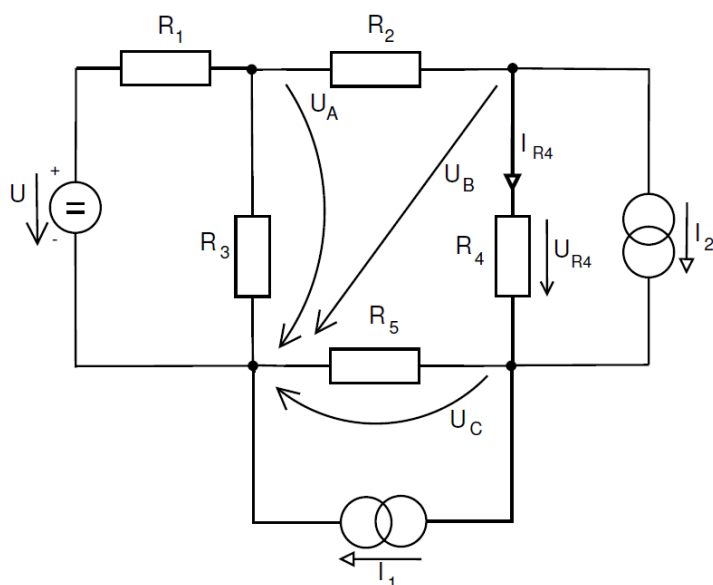
$$\mathbf{U_{R5} = 5,389\,3\,V}$$

$$\mathbf{I_{R5} = 10,168\,5\,mA}$$

Příklad 3

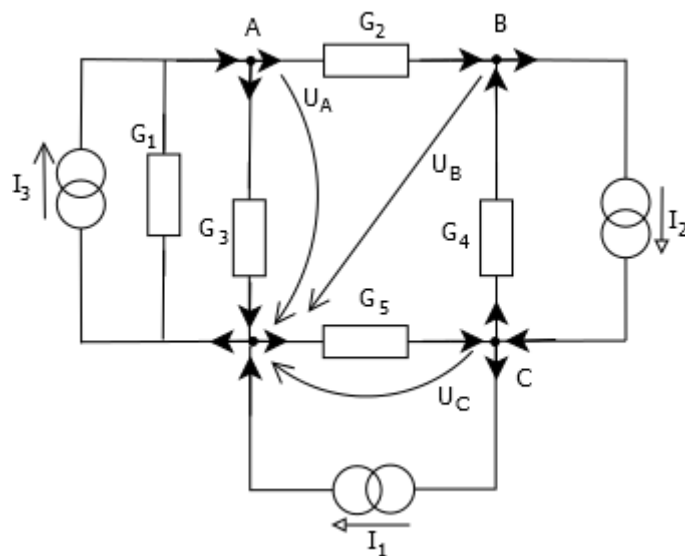
Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

Sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
G	160	0.65	0.45	46	41	53	33	29



Převědeme napěťový zdroj na proudový, odpory na vodivost a určíme jednotlivé směry proudů.

$$G = \frac{1}{R}$$



Sestavíme rovnice pro jednotlivé uzly (A, B, C), které vychází z Kirchhoffových zákonů:

$$A: U_A \cdot (-G_1 - G_2 - G_3) + U_B \cdot (G_2) + U_C \cdot (0) + I_3 = 0$$

$$B: U_A \cdot (G_2) + U_B \cdot (-G_2 - G_4) + U_C \cdot (G_4) - I_2 = 0$$

$$C: U_A \cdot (0) + U_B \cdot (G_4) + U_C \cdot (-G_4 - G_5) - I_1 + I_2 = 0$$

Z rovnic sestavíme matici soustavy:

$$\begin{pmatrix} -G_1 - G_2 - G_3 & G_2 & 0 \\ G_2 & -G_2 - G_4 & G_4 \\ G_4 & G_4 & -G_4 - G_5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_3 \\ I_2 \\ +I_1 - I_2 \end{pmatrix}$$

A řešíme pomocí Sarrusova a Cramerova pravidla.

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 62,626 \\ 24,282\ 6 \\ 8,270\ 9 \end{pmatrix} [V]$$

Vypočítáme napětí na rezistoru R4 a pomocí Ohmova zákona dopočítáme proud protékající tímto rezistorem.

$$U_{R4} = U_B - U_C = 24,282\ 6 - 8,270\ 9 = \mathbf{16,011\ 7\ V}$$

$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{16,011\ 7}{33} = \mathbf{0,485\ 2\ A}$$

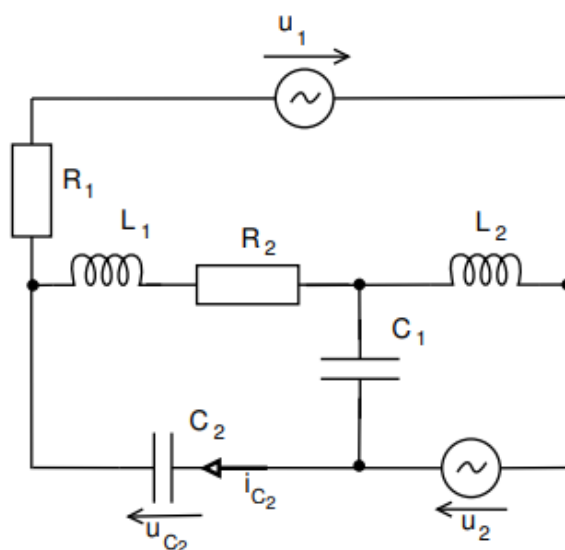
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C2} = U_{C2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C2})$ určete $|U_{C2}|$ a φ_{C2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik $(t = \frac{\pi}{2\omega})$.

Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
E	5	3	14	13	130	60	100	65	90



Vypočteme si úhlovou rychlost a impedance jednotlivých prvků.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \mathbf{180 \cdot \pi}$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot j} = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot j} \times \frac{\omega \cdot C \cdot j}{\omega \cdot C \cdot j} = \frac{\omega \cdot C \cdot j}{(\omega \cdot C \cdot j)^2} = \frac{\omega \cdot C}{\omega^2 \cdot C^2} \cdot \frac{j}{j^2} = -\frac{1}{\omega \cdot C} \cdot j$$

$$Z_L = \omega \cdot L \cdot j$$

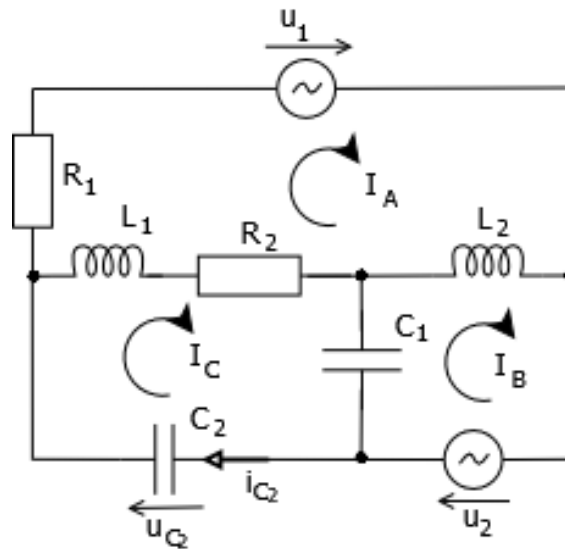
$$Z_{L1} = \omega \cdot L_1 \cdot j = 180 \cdot \pi \cdot 130 \cdot 10^{-3} \cdot j = \mathbf{73,513\ 7j\ \Omega}$$

$$Z_{L2} = \omega \cdot L_2 \cdot j = 180 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 10^{-3} \cdot j = \mathbf{33,929\ 2j\ \Omega}$$

$$Z_{C1} = -\frac{1}{\omega \cdot C_1} \cdot j = -\frac{1}{180 \times \pi \times 100 \times 10^{-6}} \cdot j = \mathbf{-17,683\ 9j\ \Omega}$$

$$Z_{C2} = -\frac{1}{\omega \cdot C_2} \cdot j = -\frac{1}{180 \times \pi \times 65 \times 10^{-6}} \cdot j = \mathbf{-27,205j\ \Omega}$$

V obvodu vyznačíme nezávislé smyčky a sestavíme rovnice.



$$A: I_A \cdot (Z_{L2} + R_2 + Z_{L1} + R_1) + I_B \cdot (-Z_{L2}) + I_C \cdot (-Z_{L1} - R_2) + U_1 = 0$$

$$B: I_A \cdot (-Z_{L2}) + I_B \cdot (Z_{L2} + Z_{C1}) + I_C \cdot (-Z_{C1}) + U_2 = 0$$

$$C: I_A \cdot (-R_2 - Z_{L1}) + I_B \cdot (-Z_{C1}) + I_C \cdot (Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1} + Z_{R2}) = 0$$

Rovnice nyní vložíme do matice soustavy a řešíme dle Sarusova a Cramerova pravidla.

$$\begin{pmatrix} Z_{L2} + R_2 + Z_{L1} + R_1 & -Z_{L2} & -Z_{L1} - R_2 \\ -Z_{L2} & Z_{L2} + Z_{C1} & -Z_{C1} \\ -R_2 - Z_{L1} & -Z_{C1} & Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1} + Z_{R2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 \\ -U_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0874 - 0,0047j \text{ A} \\ -0,1799 + 0,4458j \text{ A} \\ 0,0024 - 0,2490j \text{ A} \end{pmatrix}$$

Napětí u_{C2} zjistíme pomocí Ohmova zákona a dopočítáme $|U_{C2}|$ a φ_{C2} .

$$u_{C2} = Z_{C2} \cdot I_C = -27,205j \cdot (0,0024 - 0,2490j) = -6,7757 + 0,0666j \text{ V}$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{\text{Re}(u_{C2})^2 + \text{Im}(u_{C2})^2} = \sqrt{(-6,7757)^2 + (0,0666)^2} = 6,776 \text{ V}$$

$$\varphi_{C2} = \arctan \frac{\text{Im}(u_{C2})}{\text{Re}(u_{C2})} = \arctan \frac{0,0666}{-6,7757} = -0,008 \text{ rad} = -0,538^\circ$$

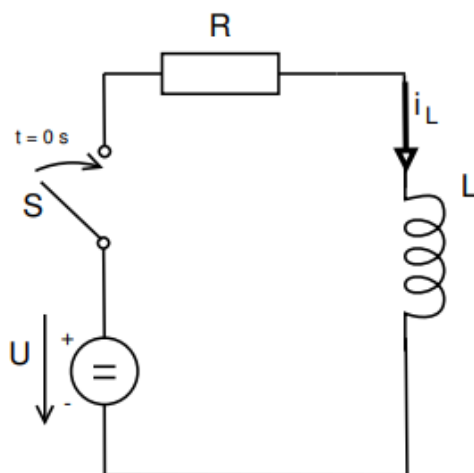
$$|U_{C2}| = 6,776 \text{ V}$$

$$\varphi_{C2} = -0,5638^\circ$$

Příklad 5

V obvodě na obrázku níže v čase $t = 0$ [s] sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
A	60	50	10	14



Rovnice dle II. Kirchhoffova zákona:

$$u_R + u_L - U = 0$$

$$u_L = U - u_R$$

Proud v obvodě:

$$i = \frac{u_R}{R}$$

$$u_R = i \cdot R = i_L \cdot R$$

Derivace proudu na cívce:

$$i'_L = \frac{u_L}{L}$$

Dosadíme z první a druhé rovnice do třetí:

$$i'_L = \frac{u_L}{L} = \frac{(U - u_R)}{L} = \frac{(U - i_L \cdot R)}{L} = \frac{U}{L} - \frac{i_L \cdot R}{L}$$

$$i'_L + \frac{i_L \cdot R}{L} = \frac{U}{L}$$

$$i'_L \cdot L + i_L \cdot R = U$$

Sestavíme charakteristickou rovnici:

$$L\lambda + R = 0$$

$$\lambda = -\frac{R}{L} = -\frac{10}{50} = -\frac{1}{5}$$

Dosaďme do očekávaného řešení:

$$i_L = K \cdot e^{\lambda t}$$

$$i_L = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Nyní rovnici zderivujeme:

$$i'_L = K' \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + \left(K \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Dosaďme do původní diferenciální rovnice:

$$i'_L \cdot L + i_L \cdot R = U$$

$$\left[K' \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + \left(K \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right)\right] \cdot L + \left(K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right) \cdot R = U$$

$$\left[K' \cdot e^{-\frac{1}{5}t} + \left(K \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot e^{-\frac{1}{5}t}\right)\right] \cdot 50 + \left(K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right) \cdot 10 = 60$$

$$50 \cdot K' \cdot e^{-\frac{1}{5}t} - 50 \cdot \left[K \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot e^{-\frac{1}{5}t}\right] + \left(K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right) \cdot 10 = 60$$

$$50 \cdot K' \cdot e^{-\frac{1}{5}t} - 10 \cdot K \cdot e^{-\frac{1}{5}t} + 10 \cdot K \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = 60$$

$$50 \cdot K' \cdot e^{-\frac{1}{5}t} = 60$$

$$K' \cdot e^{-\frac{1}{5}t} = \frac{60}{50}$$

$$K' \cdot e^{-\frac{1}{5}t} = \frac{6}{5}$$

$$K' = \frac{6}{5} \cdot e^{\frac{1}{5}t}$$

Zintegrujeme K' dle t :

$$K = \int K' dt$$

$$K = \int \frac{6}{5} \cdot e^{\frac{1}{5}t} dt$$

$$K = \frac{30}{5} \cdot e^{\frac{1}{5}t} + C$$

$$K = 6 \cdot e^{\frac{1}{5}t} + C$$

Dosaďme do očekávaného řešení:

$$i_L = K \cdot e^{\lambda t}$$

$$i_L = \left(6 \cdot e^{\frac{1}{5}t} + C\right) \cdot e^{-\frac{1}{5}t}$$

$$i_L = 6 + C \cdot e^{-\frac{1}{5}t}$$

Přes počáteční podmínku $i_L(0) = 14 \text{ A}$ zjistíme C :

$$\begin{aligned} i_L(0) &= 14 \text{ A} \\ 14 &= 6 + C \cdot e^{-\frac{1}{5} \cdot 0} \\ 14 &= 6 + C \\ \mathbf{C} &= \mathbf{8} \end{aligned}$$

Zkontrolujeme platnost:

$$\begin{aligned} i_L &= 6 + C \cdot e^{-\frac{1}{5}t} \\ i_L &= 6 + 8 \cdot e^{-\frac{1}{5} \cdot 0} \\ \mathbf{i_L} &= \mathbf{14 \text{ A}} \end{aligned}$$

Zkontrolujeme platnost podle sestavené diferenciální rovnice:

$$\begin{aligned} i'_L \cdot L + i_L \cdot R &= U \\ \left(-\frac{1}{5} \cdot 8 \cdot e^{-\frac{1}{5}t}\right) \cdot 50 + \left(6 + 8 \cdot e^{-\frac{1}{5}t}\right) \cdot 10 &= 60 \\ -80 \cdot e^{-\frac{1}{5}t} + 60 + 80 \cdot e^{-\frac{1}{5}t} &= 60 \\ 60 &= 60 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Příklad	Sk.	Výsledky
1.	E	$I_{R2} = 0,013 \text{ 6 A}$ $U_{R2} = 8,987 \text{ 6 V}$
2.	A	$U_{R5} = 5,389 \text{ 3 V}$ $I_{R5} = 10,168 \text{ 5 mA}$
3.	G	$U_{R4} = 16,011 \text{ 7 V}$ $I_{R4} = 0,485 \text{ 2 A}$
4.	E	$ U_{C2} = 6,776 \text{ V}$ $\varphi_{C2} = -0,538^\circ$
5.	A	$i_L = 6 + 8 \cdot e^{-\frac{1}{5}t}$